

彙 報

土木學會誌 第十四卷第三號 昭和三年六月

光弾性學の新材料と之による立體的な梁のストレス及熱處理によるストレスの研究

工學士 辻 二 郎

本文は大正 15 年 10 月 8 日機械學會東京臨時大會講演會に於て著者が講演し同學會誌第三十卷第百十九號（昭和二年三月）に掲載されたるものなるが有益なる論文と認めらるゝを以て著者の快諾を得て茲に全文を轉載す。

緒 言

光弾性試験 (Photo-elasticity) は計算に由つて求めることの出来ない様な複雑な試験片内に於ける應力分布の状態を、實驗的に測定し得ると云ふ點で甚だ便利であり、殊に E. G. Coker 氏が試験片として硝子の代りにセルロイドを使用する事を⁽¹⁾提唱して以來、弾性學の實驗的方法として長足の進歩をとげ數多の興味ある研究がなされた。⁽²⁾セルロイドは硝子に比べて光學的感度が約 4 倍も高いと云ふ點を特長として珍重せられて居るのであるが、弾性限界の低い點及光學的效果が弾性限界以上に於て顯著である事等の缺點を有し、従つて實驗的に幾多の困難に遭遇する事を免れない。著者は新しい有機物フェノライトをセルロイドの代りに試みて、此の材料でセルロイドの更に 5 倍の光學的感度を有し、且つ此の種の研究に好都合な機械的性質等を具備して居る事を確かめ得たので、之を用ひて爲した 2, 3 の新しい試みと共に以下に述べる。

(1) E. G. Coker, Phil. Mag, 20 (1910) 740.

(2) E. G. Coker, Engineering 91 (1911), 1, 514, 531, 566; 92 (1911) 780; 93 (1912), 325, 891; 94 (1912), 66, 134; 111 (1921), 1, 373, 439, 471; 113 (1922), 27, 136, 565, 629, 756; 119 (1925), 363, 408.

E. G. Coker & K. C. Chakko, Phil. Trans. of Roy. Soc. 221 (1921), 139.

L. N. G. Filon & H. T. Jossop, Phil. Trans. of Roy. Soc., A. 223 (1922).

A. Ramsreck, Ann. d. Phyk. 74 (1924), 722.

W. Birnbaum, Zeitscht. f. tech. Phyk. 5 (1924), 143.

E. Asch, Zeitscht. f. tech. Phyk. 3 (1922), 295.

H. Rieth, Ann. d. Phyk. 79 (1926), S. 145.

新材料フェノライト

フェノライト (Phenolite) と稱する新しい有機物は、理化學研究所の喜多源逸博士⁽¹⁾ 及松井悦造氏によつて發明せられたる物であつて、石炭酸とフォルマリンをアンモニアの接觸作用の下に常壓に於て燒固めたものである。通常の工作機械、グラインダー等にて仕上げ表面を磨き上げたものは、淡黄色の美麗な透明體である。本品は電氣の絶縁物、裝飾品等として種々な用途があるが、著者は之を光弾性學の實驗材料として試みてみた。

光弾性學の材料としてセルロイドの代りにベイクライトを使用する事の利益は荒川郁藏氏⁽²⁾によつて發表せられ注目をひゐて居る事實であつて、フェノライトもベイクライトによく似た物質である。只ベイクライトは高壓の下に製作される爲しばしば壓力を加へぬ内無数の色縞を示す、即ち最初應力 (Initial stress) 含むことがある。フェノライトは常壓に於て製作される事の特徴とする爲最初應力を殆んど含まぬ事は便利である。試験片に仕上げたものは多少黒黄の斑を有する程度であるが、之は 65°C の空氣爐で約 1 時間熱し、後徐冷する時はほぼ完全に除却し得る。但し此の材料も時日を経ると週邊から少しづつ色付き、最初應力を示す事はセルロイドと同様で、感度よきだけにセルロイドよりは顯著である。故に試験片を準備したならば兩三日中に實驗を完了する様にせねばならない。尤も上述の熱處理によつて最初應力を除却する事は數回繰返し得るものである。

本研究をなすに當り多量のフェノライトを御製作下さつた喜多博士の御好意には厚く御禮を申上げる。

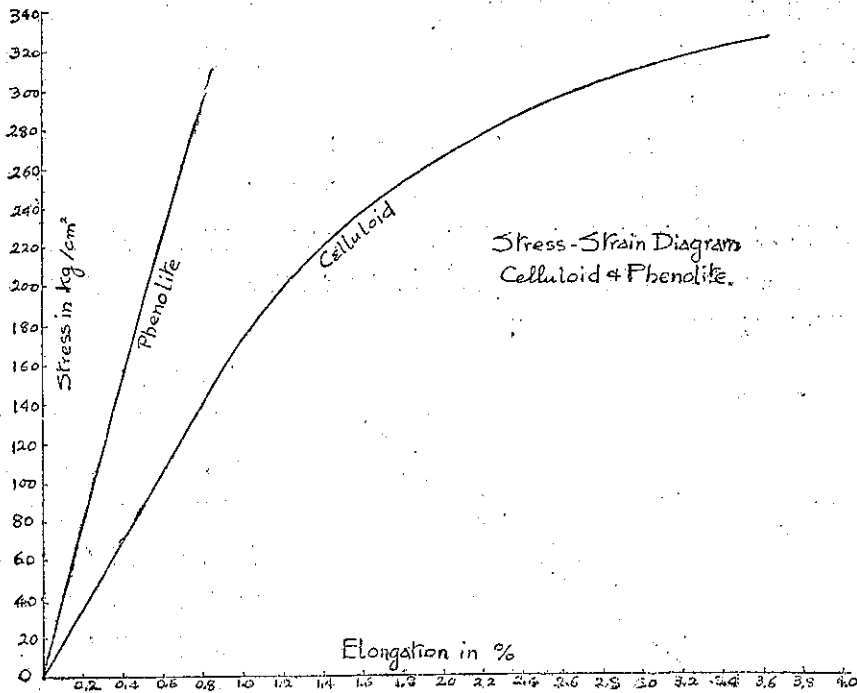
フェノライトの彈性的性質及光學的性質

フェノライト及セルロイドの彈性的性質を比較する爲に、長棒試験片を作り、之に直接張力を加へて切斷試験を行つた。其の結果は第一圖、第一表に示す如くである。セルロイドに於ては、彈性限界は 150 kg./cm.² 附近であるがフェノライトに於ては殆んど切斷せんとする 300kg./cm.² 附近まで、應力、延伸は直線的の變化を示して居る。即ちセルロイドに於ては彈性限界が著しく低いのである。此の事は次の光學的性質の項に於て詳述するが、偏光彈性試験をセルロイドでなす際は、多くの場合主としてモデルに此の彈性限界以上の應力を加へた状態に於て光學試験をなす事になる。之は彈性試験として面白くない事は論を待たない。フェノライトは彈性限界の高いと云ふ點に於て頗る好都合である、尙後述する如く光學的感度のセルロイドに數倍する點は益々便利である。但しセルロイドに比して脆い故多少取扱上に注意を要する。最大抗張力としては數本の試験の結果平均 430 kg./cm.² を得、セルロイドの 320~440 kg./cm.² に比してほど同一である。

(1) 特許 643 169

(2) 荒川郁藏 日本數學物理學會記事 Ser. 3., Vol. V, No. 9-11; Vol. VII, No. 11.

第一圖



第一表

Phenolite. Tension Test.
Section $7.35 \times 9.95 = 73.1 \text{ mm.}^2$

Stress kg./cm. ²	Elongation %
0	0
27.4	0.061
54.7	0.128
82.1	0.196
109.3	0.265
123.1	0.308
150.4	0.376
177.8	0.449
208.2	0.526
232.5	0.604
259.9	0.686
273.5	—
287.3	0.770

Celluloid. Tension Test.
Section $2.93 \times 9.94 = 29.1 \text{ mm.}^2$

Stress kg./cm. ²	Elongation %	Stress kg./cm. ²	Elongation %
0	0	223.2	1.455
17.2	0.110	240.4	1.636
34.4	0.182	257.6	1.820
51.5	0.273	274.0	2.181
68.7	0.424	292.1	2.542
85.8	0.500	309.4	2.910
103.2	0.545	326.4	3.640
120.2	0.636	343.6	—
137.4	0.773		
154.5	0.863		
171.7	0.955		
189.0	1.136		
206.2	1.270		

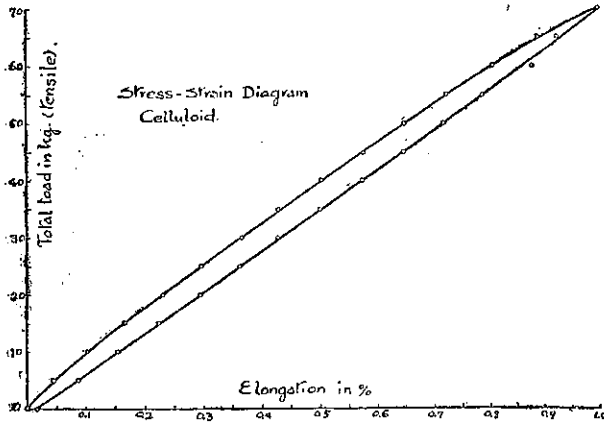
又弾性限界以内に於て精密な延伸試験を行ひ弾性係數を測定した。一例は第二圖、第三圖及第二表、第三表に示す如くである。弾性限界以内に於てはいづれもほぼ直線的變化を示して居る。弾性的餘後影響は兩材料共に相當存在する事が認められる。之等の實驗の結果より平均の價として弾性率を求めると

フェノライト 34 100~39 500 kg./cm.²

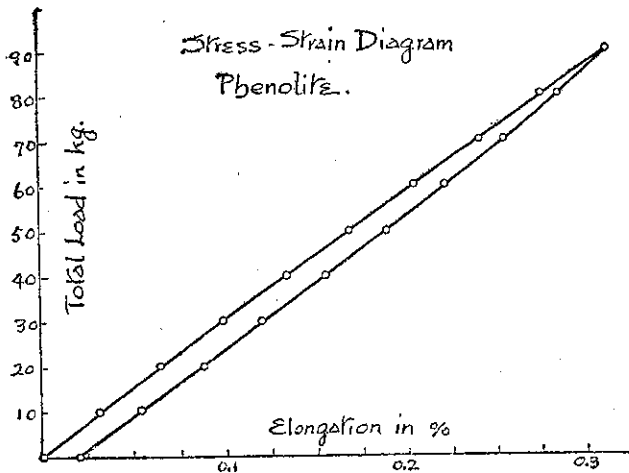
セルロイド 20 000~23 300 kg./cm.²

E の大なる事、即變形の小なる事は光弾性試験の試験片として當然好都合な性質でなければならぬ。之を要するに弾性的性質に於てはフェノライトはセルロイドに比して遙に優秀な性質を具備して居るものと考へられる。

第二圖



第三圖



應力に對する光學的感度即ち同一の應力に對して起る常光線、異常光線の位相差の大小を比較する爲に最初先づ白色によつて兩者を比べてみた。厚さ 3 mm., 幅 11.6 mm. なる一様の断面を持つ長いセルロイド試験片に段々張力を加へると、黑色の畫像は追々黄色よりオレンジ色を経て赤色となり、更に紫、青、黄と變じ再び赤色となり、猶此の變化を繰返へす。此の變化を波長分光器の視野と比較して測定したるものは第四圖(第四表)である。此處に注意すべきは第二次曲線(應力 130 kg./cm. 以上) 以上は第一圖に示すセルロイドに對する弾性限界以上である事である。故に 3 mm. の厚さの材料を使用する場合には第一回に現れるオレンジ色以上は最早

弾性限界を突破して居る事になる。實際の實驗に際しては第二次以上の色を現して測定するのであるから、多くの場合部分的には弾性限界を突破したる状態に於ける内力分布の測定になり易い。之を避ける爲には試験片の厚さを増さねばならぬが、それとて先づ 5 mm. 迄であつて、日本に於ては市場では 3 mm. 以上のセルロイドを得る事はすでに困難である。

尙以上の結果より或色、例へば 6000 Å 及 5800 Å に就て其の色の現れる次數と應力と

第 二 表

Phenolite. Elongation Test. Section $7.35 \times 9.95 = 73.1 \text{ mm.}^2$		
Total load. kg.	Stress kg./cm. ²	Elongation %
0	0	0
10	13.7	0.031
20	27.3	0.064
30	41.0	0.098
40	54.7	0.133
50	68.3	0.168
60	82.1	0.203
70	95.4	0.240
80	109.3	0.275
90	123.1	0.312
85	116.3	0.299
80	109.3	0.285
70	95.4	0.254
60	82.1	0.222
50	68.3	0.189
40	54.7	0.154
30	41.0	0.120
20	27.3	0.088
10	13.7	0.054
0	0	0.020

$$E = 36\,860 \text{ kg./cm.}^2$$

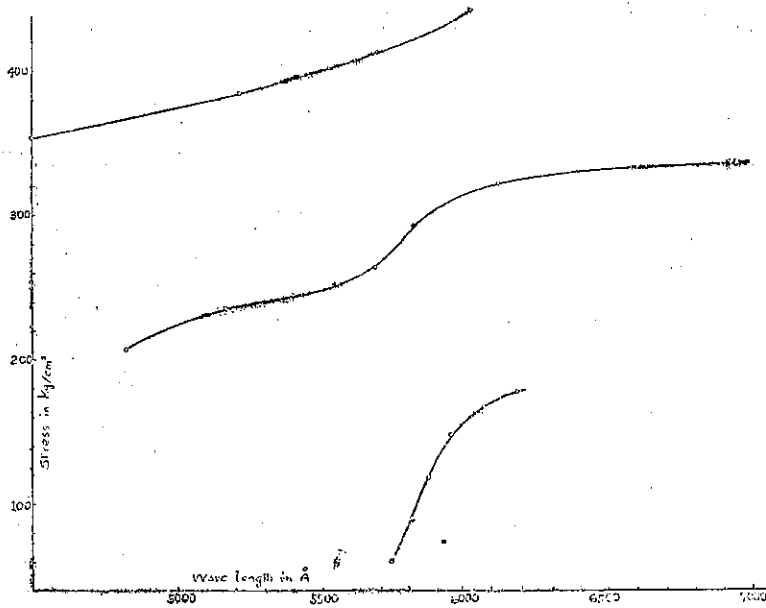
第 三 表

Celluloid. Elongation Test. Section $2.93 \times 11.74 = 34.5 \text{ mm.}^2$		
Total load kg.	Stress kg./cm. ²	Elongation %
0	0	0
5	14.5	0.045
10	29.0	0.103
15	43.4	0.167
20	58.0	0.230
25	72.4	0.296
30	86.8	0.365
35	101.3	0.429
40	115.8	0.502
45	130.3	0.573
50	145.0	0.647
55	159.0	0.720
60	173.8	0.800
65	188.2	0.880
70	203.0	0.985
65	188.2	0.915
60	173.8	0.870
55	159.4	0.784
50	145.0	0.715
45	130.3	0.646
40	115.8	0.573
35	101.3	0.506
30	86.8	0.429
25	72.4	0.364
20	58.0	0.295
15	43.4	0.223
10	29.0	0.154
5	14.5	0.087
0	0	0.016

$$E = 23\,300 \text{ kg./cm.}^2 \text{ loading.}$$

$$E = 20\,800 \text{ kg./cm.}^2 \text{ unloading.}$$

第 四 圖



第 四 表

Total load. kg.	Stress kg./cm. ²	Wave length. Å
0	0	
20	59	5 770
30	83	5 810
40	118	5 862
50	147	5 945
60	177	6 180
70	207	4 820
80	236	5 165
90	265	5 680
100	295	5 815
110	325	6 110
120	354	4 400
130	384	5 210
140	413	5 690
150	442	6 020

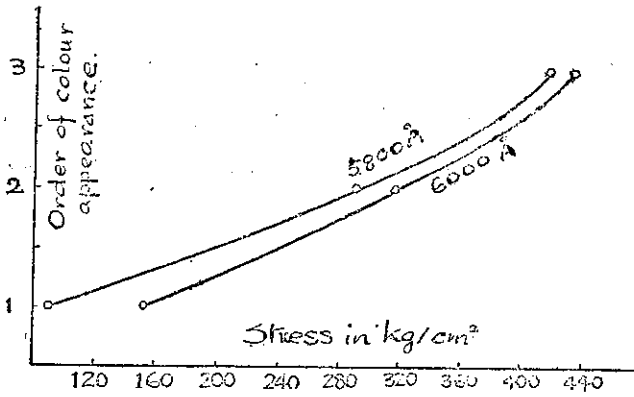
の關係を圖に示せば果して第五圖の如く曲線状となる。

フエノライトは淡黄色をなしたものであつて紫外線を吸収する故、張力による色の出現はセルロイドの場合と少しく趣を異にして居る。張力を加へざる時は黒色であるが張力を増すに従ひオレンジ色、赤色、緑色の順序で3色あらはれ、其の中間色は殆んど現れない。尙高い張力に對しては此の變化を數回繰返す。此の場合には波長分光器を使用する事は不適當であるらしく見えたが、赤色より緑色への變化點は可成急激であつて明瞭に識別出来るので、張力に對して此の變化の回數を測定した。其の結果は第六圖(第五表)に示す如く全く直線的であ

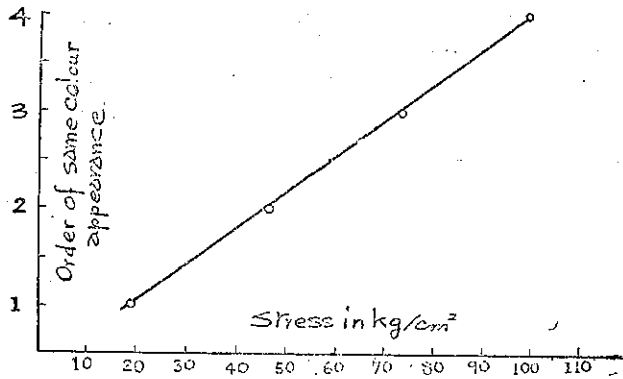
つて第四次の點と雖も應力 99 kg./cm.²であつ

て第一圖と對照して彈性限界の遙か下である。之は偏光彈性試験の場合、試験片に多數の色の線の現れる迄張力を加へて試験をなしても差支へなき事を示すものであつて、即ち光學的感

第五圖



第六圖



第五表

Test piece: Breadth 4.86 mm., Thickness 4.98 mm., Sectional area 24.22 mm.²

Fringe Order.	Load (Tension) kg.		Stress kg./cm. ²	
	Loading	Unloading	Loading	Unloading
1	4.60	4.50	19.0	18.6
2	11.30	10.90	46.2	45.2
3	17.70	17.40	73.9	71.9
4	24.15		99.0	

操作は極めて簡単であり、尙アークの長さを成るべく短く設計したれども、光度強大であつて此の實驗には頗る便利なものである。水銀燈用綠色々障⁽²⁾を製作して 5461 Å の波長のみ

度よき事となる。

然しながら以上の試験は白色光を用いたのであるから定性的であり之によつてセルロイドとの直接比較をなす事は少しく無謀である。先づ光源に單色光を用ふる爲に水銀燈を採用した。偏光弾性試験に使用する光源としては成るべく點光源に近き者であつて、且つ數多のレンズ、ニコールプリズム等を通してしめる故、光度の強大なものではなくてはならぬ。此の如き條件を具備し且つ單色光なる光源は容易に得難いものである。實驗に使用したる水銀燈は長岡半太郎博士⁽¹⁾の考案により理化學研究所で製作されたものであつて、水晶硝子製 U 字型のものである。眞空式でない爲

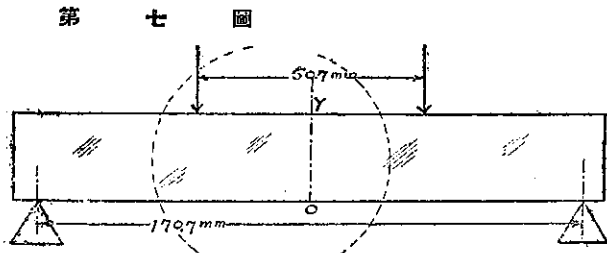
(1) 理研工作係型録参照

(2) Wood: Physical Optics p. 15

濾し分けても尙7秒内外の露出で正色乾板を用ひて寫眞を撮影し得たる程充分なる光度を有するものである。

セルロイド及フェノライトで全く寸法同一の梁を作り之に接觸 應力なき一樣な彎曲モーメントを加へて試験した。セルロイドはロンドンの Xylonite Co. で特に光弾性實驗用に製作されたものであつて厚さ $\frac{1}{8}$ " 最初應力のない物である。試験片の寸法詳細は次の如くである。

Dimension Specimen	Thickness	Breadth	Length
Xylonite	4.77 mm.	18.01 mm.	185 mm.
Phenolite	4.77 mm.	18.02 mm.	185 mm.

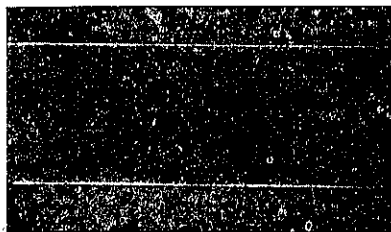


第七圖

試験片は 170.7 mm. の距離にナイフエッジ上に支へ、中央より各 25.35 mm. の 2 點に荷重 5.98 kg. づゝを加へたものである(第七圖参照)。光源に單色光波長 λ を使用する時は常光線と異常光線の位相の差 δ は

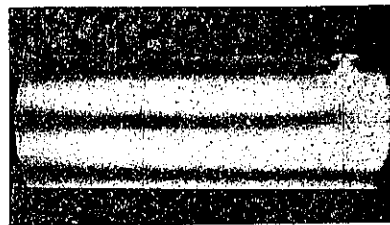
$$\delta = c \frac{d}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \dots \dots \dots (1)$$

第八圖

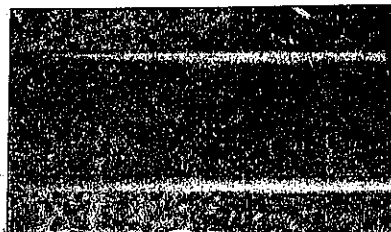


Celluloid

甲(1)

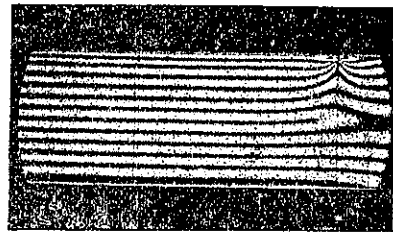


甲(2)



Phenolite

乙(1)



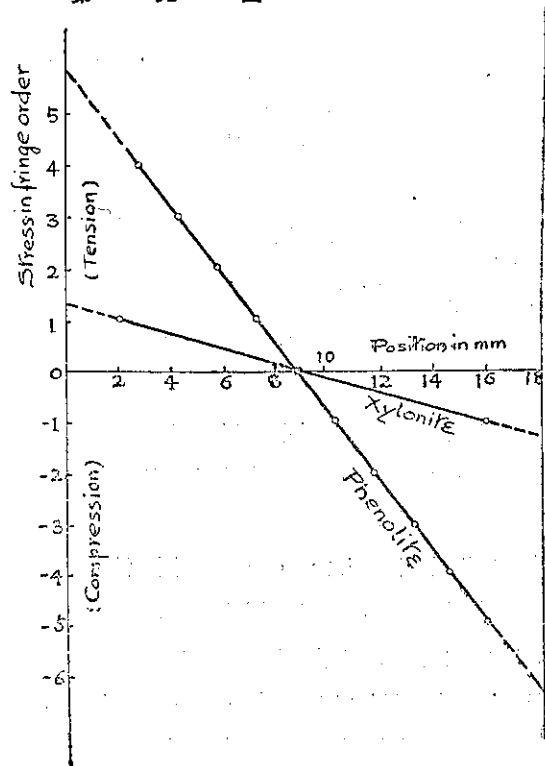
乙(2)

第 六 表

Phenolite			Xylonite		
Observed Position y in mm. (Photograph)	Observed Position y in mm. (Actual dim.)	Stress in fringe Order	Observed Position y in mm. (Photograph)	Observed Position y in mm. (Actual dim.)	Stress in fringe Order
0	0		0	0	
5.55	2.79	4	4.01	2.01	1 (Tens.)
8.53	4.29	3	17.66	8.87	Neutral
11.51	5.80	2	31.87	16.00	1 (Comp.)
14.53	7.32	1	35.87	18.01	
17.52	8.82	Neutral			
20.53	10.32	1			
22.32	11.72	2			
26.26	13.22	3			
29.12	14.65	4			
31.77	16.00	5			
35.81	18.00				

で表される。但し式中 c は定数、 d は試験片の厚さ、 σ_1, σ_2 は各主要應力である。兩試験片に於ては $d, \sigma_1 - \sigma_2$ 等は等しいから λ を一定にすれば直接 c の比較をなし得るのである。上述の實驗によつて第八圖に示す如き寫眞を得た。寫眞は第七圖中、破線で示した圖の部分に撮影したのであつて、甲(1)、乙(1)はセルロイド及フェノライト試験片に力を加へざる内であつて周邊の明るいのは最初應力を示して居る。甲(2)、乙(2)は同じくセルロイド及フェノライトに一樣な彎曲モーメントを與へた場合の寫眞で中立軸の位置も明瞭に認められる。寫眞に明なる如く同じ應力に對して現れる位相差の起る度合は、フェノライトはセルロイドの比ではないのである。此の寫眞の明暗縞を測定する

第 九 圖

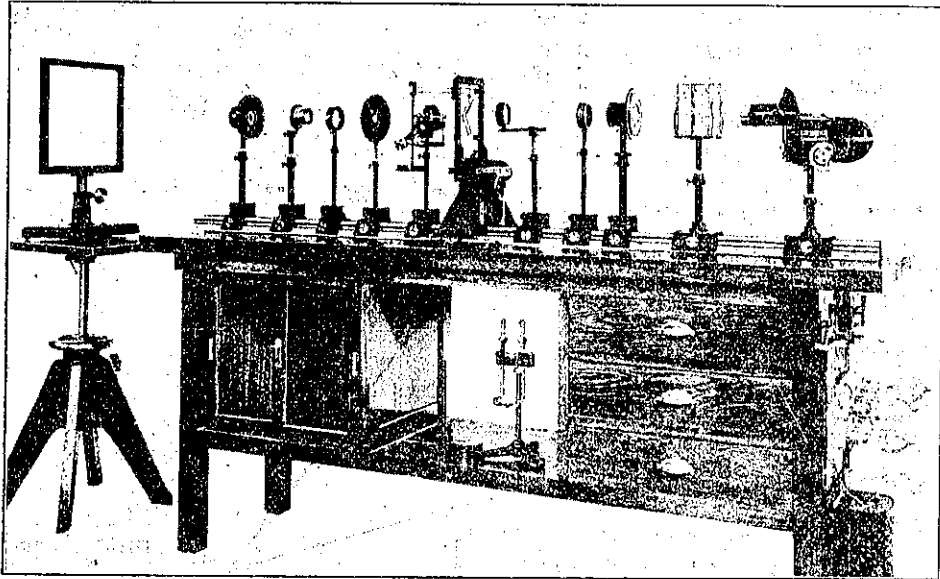


事によつて兩材料の光弾性的定數の比較をする事が可能である。Comparator により乾板を測定したる結果は第六表及第九圖に與へてある。表の第二行は中央斷面(第七圖 O Y)に於ける縞の位置を底點 O より mm. で表し, 第三行は縞の番號である。梁の周邊の點は最初應力の影響ある故取棄てると應力線圖は正しく直線的であり, 2本の直線から定數の比を算出し 4.75 を得る。即フェノライトはセルロイドに比し光學的感度 4.75 倍である。

鈎型試験片の應力分布

以上に擧げた如くフェノライトは, 偏光弾性試験の材料として様々の都合な性質を具備して居るので, 一端に於て壓力を受けた鈎型試験片に就て實際の測定を行つてみた。實驗

第 十 圖



に使用した装置は第十圖に示してあるが理研に於て製作したものである。 $\sigma_1 - \sigma_2$ の價は同一の厚さを有する斷面の一樣な小型比較試験片に既知の張力を加へ, 之を所要試験に重ね合はせる事によつて測定し得るものであつて, 比較應力計としてはスプリングにより張力を加減する装置を使用した。 $\sigma_1 + \sigma_2$ の價を測定する實驗的工夫はコーカー氏の Lateral Extensometer⁽¹⁾ なるものがあり, 弾性率とポアソン比より計算を以て價を得らるべき筈であるが, いたづらに機構のみ複雑であつてセルロイドやフェノライトの如く變形に對して弾性的後影響甚しき物に對しては理論的に不備の點多く, 其の他實驗的には首肯し難いので全然計算

(1) E. G. Coker, Engineering, 113 (1922), 5062

による方法⁽¹⁾を採用した。其の方法を略述すると次の如くである。

今 σ_x, σ_y を直角軸 x, y に對する各直角應力, τ を接觸應力, σ_1, σ_2 を主要應力, ϕ を σ_1 が x 軸となす角とする時は

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \phi + \sigma_2 \sin^2 \phi \quad \sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \phi + \sigma_2 \cos^2 \phi \quad \tau = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \phi \cos \phi$$

$$\sigma_x - \sigma_y = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\phi \dots\dots\dots (2)$$

$$2\tau = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\phi \dots\dots\dots (3)$$

である。今應力の一般式に於て z 軸方向の應力を省略すれば

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0$$

となる故、之を積分して

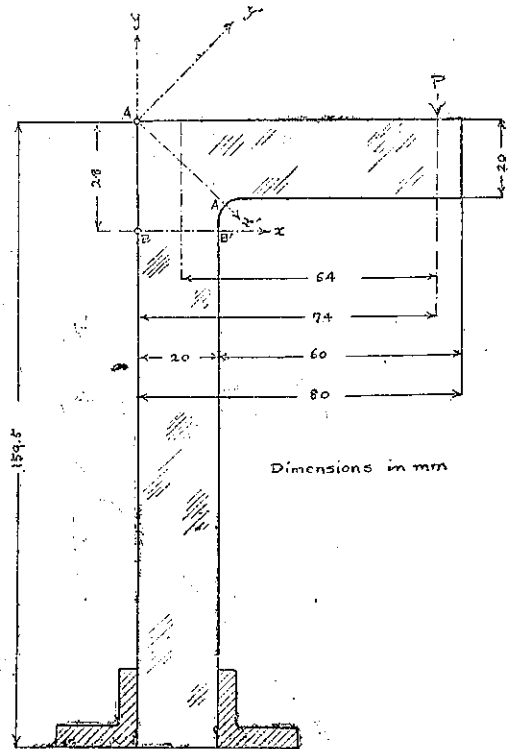
$$\sigma_x - \sigma_{x_0} = - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau}{\partial y} dx \dots\dots\dots (4)$$

$$\sigma_y - \sigma_{y_0} = - \int_{y_0}^y \frac{\partial \tau}{\partial x} dy \dots\dots\dots (5)$$

を得る。偏光弾性試験に於て直接測定し得る量は $\sigma_1 - \sigma_2$ 及 ϕ である故、式 (2) 及 (3) より $\sigma_x - \sigma_y$ と τ の價が知れる。今測定せんとする断面の上下、もしくは左右に δx 又は δy 隔だつた断面をとり、此れ等の断面に就ても同様の測定を行へば各断面に於ける τ の價を知り得、従つて $\frac{\partial \tau}{\partial y}, \frac{\partial \tau}{\partial x}$ を知る事が出来る。之を曲線に引けば圖より (4) (5) の積分の數値が得られる。 $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$ は試験片の際界に於ける價であるが、試験片の自由際界に於ては方線應力は零となり、接線應力のみが存在し之を知る事が出来る。故に (4), (5) 式から σ_x 又は σ_y の價が分る。之等の一つと (2) 式と組合せれば必要なる量 σ_x, σ_y, τ の全部が分るのである。

實驗に供したフェノライトは厚さ 5mm. 第十一圖の如き寸法のものであつて P 點

第十一圖

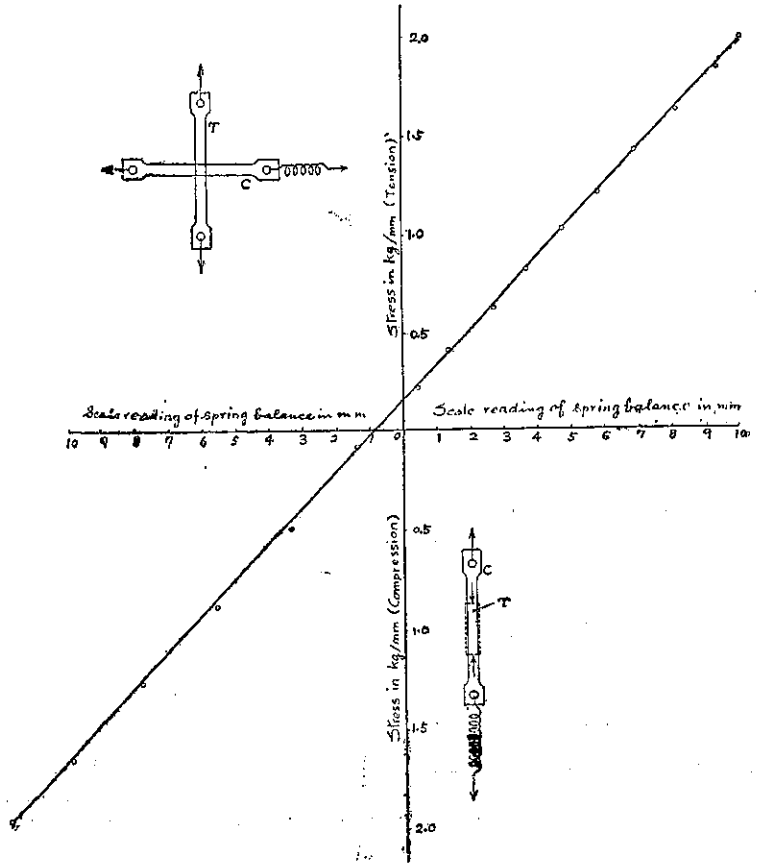


(1) L. N. G. Filon and E. G. Coker, British Association Report., (1914), 201-210
W. Birnbaum, Zeitschrift. f. tech. Physik., 5 (1924). 143

に荷重 1.425 kg. をつるし、根本は眞鍮の穴に密接にはめ込んである。測定したる断面は A-A' 及 BB' である。材料は仕上げた後に上述の方法でなまして最初應力を充分に取除き一様な状態から出發したのである。

$\sigma_1 - \sigma_2$ を測定すべき比較應力試験片 (C と名づく) は厚さ 5 mm, 幅 6 mm, 平行部分約 55 mm. の一様な長棒試験片を同一材料より切出し同一熱處理を施したる物であつて、之にスプリング計によつて既知の張力を加へ得る比較應力計を設計して用ひた。此の比較試験片が忠實に相手の應力を測るか否かを試みる爲に、矢張り同一材料より切出したる厚さ 5 mm, 幅 6 mm. の長棒試験片 (T と名づく) を作り之に直接に既知の張力及壓力を加へ、それを上のスプリング式比較應力計によつて測定せしめてみた。其の結果は第十二圖第七表及第八表に示す如くである。

爲 十 二 圖



第七表

Dimensions.

Test piece	(C) On Compensator	(T) On Test.
Breadth in mm.	5.98	6.00
Thickness in mm.	4.99	4.99

第八表

Tension Test. Spring Compensator zero point = 8.7 mm.

Direct load on test piece (T) in kg.	Spring Compensator (C) reading in mm.			Spring Com- pensator reading in mm. (Reduced)
	Loading	Unloading	Mean	
0.93	8.7	8.7	8.7	0
1.38	9.1	9.2	9.2	0.5
2.52	10.0	10.0	10.0	1.3
3.79	11.3	11.5	11.4	2.7
4.92	12.4	12.4	12.4	3.7
6.15	13.5	13.4	13.5	4.7
7.25	14.5	14.4	14.5	5.8
8.51	15.6	15.6	15.6	6.9
9.78	16.9	16.8	16.8	8.2
11.06	18.2	17.9	18.1	9.4
11.96	18.7		18.7	10.0

Compression Test. Spring Compensator zero point = 9.0 mm.

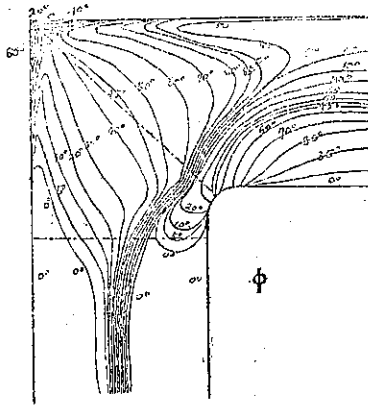
Direct load on test piece (T) in kg.	Spring Compensator (C) reading in mm.			Spring Com- pensator reading in mm. (Reduced)
	Loading	Unloading	Mean	
	9.0	9.0	9.0	0
6.47	10.4	10.5	10.5	1.4
2.92	12.4	12.4	12.4	3.4
5.24	14.6	14.6	14.6	5.6
7.59	16.8	16.9	16.8	7.8
9.95	19.0	18.6	18.8	9.8
11.77	20.6		20.6	11.6

1 mm. Scale reading (Spring Compensator) corresponds to $\frac{1}{5.51}$ kg./mm. stress for specimen of 5 mm. thickness.

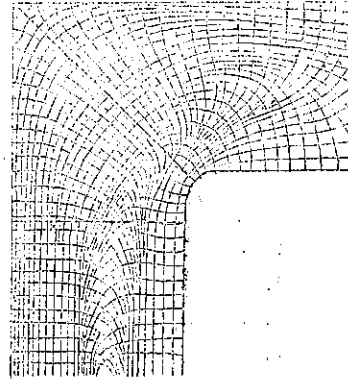
圖に於ては、張力及壓力の兩範圍に亘り全く直線的であつて比較應力計は充分忠實である事を確めた。尙曲線が原點を通過しないのは試験片 T 中に存在する最初應力の分量を示すものである。

1/4 波長板を取除く時は其の時のニコールの角度に一致する主要應力の黒線を現すが (第十三圖), 之より主要應力線圖を作圖したものが第十四圖である。

第十三圖



第十四圖



断面 AA' 及 BB' の應力状態を調べる爲に上下各 2 mm. の間隔に AA', BB' に平行な断面をとり之等の $\sigma_1 - \sigma_2$ をも測定して結果を出した。AA' 断面に於ては計算の都合上直角軸を 45° 回轉し之を x', y 軸とし, 之等に関して計算を行つたのであつて BB' 断面に於ては x, y 軸によつたのである。實驗の結果は第十五圖第九表, 及第十六圖第十表に示す通りである。此の表及圖に於て應力の單位は比較應力計のスプリングの伸び (Scale reading in mm.) で表はしてある。但し 5 mm. の厚さの材料に對しては第七表の終りにも示した通り 1 mm. scale reading = $\frac{1}{5.51}$ kg./mm. である。

以上の結果に於ては實驗の精度を試みる爲に試算を行つてみた。AA' 及 BB' 面のうける曲げモーメント M は

$$M = 1425 \times 64 = 91.3 \text{ kg. mm.}$$

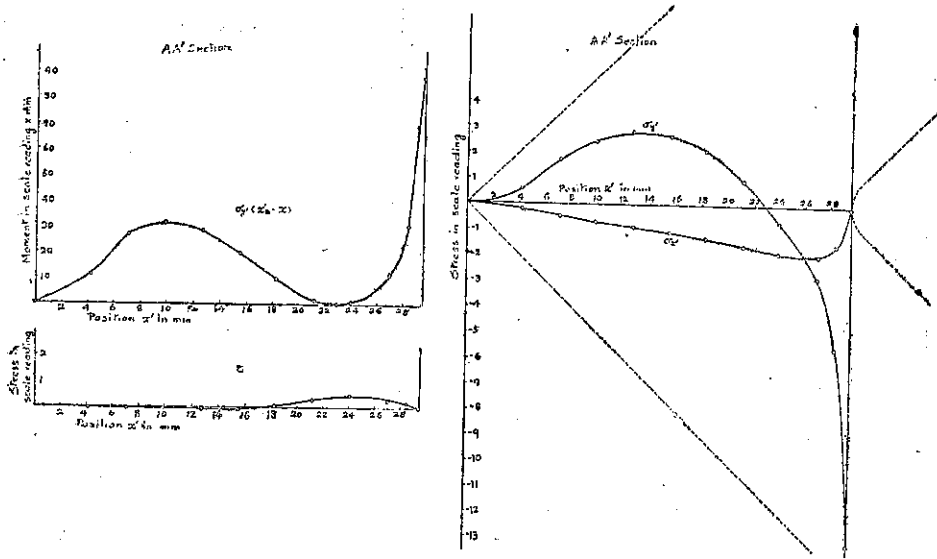
である。各断面に於て此の M に對して σ_v' 又は σ_v が表す反抗モーメントの積分を作り此の價を M と比較すればよい筈である。

各断面に於て σ_v', σ_v が零となる時の x' 又は x の價を x'_n, x_n とすれば反抗モーメントは

$$M_A = \int \sigma_v' (x'_n - x') dx' \quad \text{及} \quad M_B = \int \sigma_v (x_n - x) dx$$

である。 $\sigma_v' (x'_n - x')$ 及 $\sigma_v (x_n - x)$ の價を圖に表したものは第十五圖及第十六圖に示してあるが, 此の圖の面積から反抗モーメントを算出すると

第十五圖



第九表

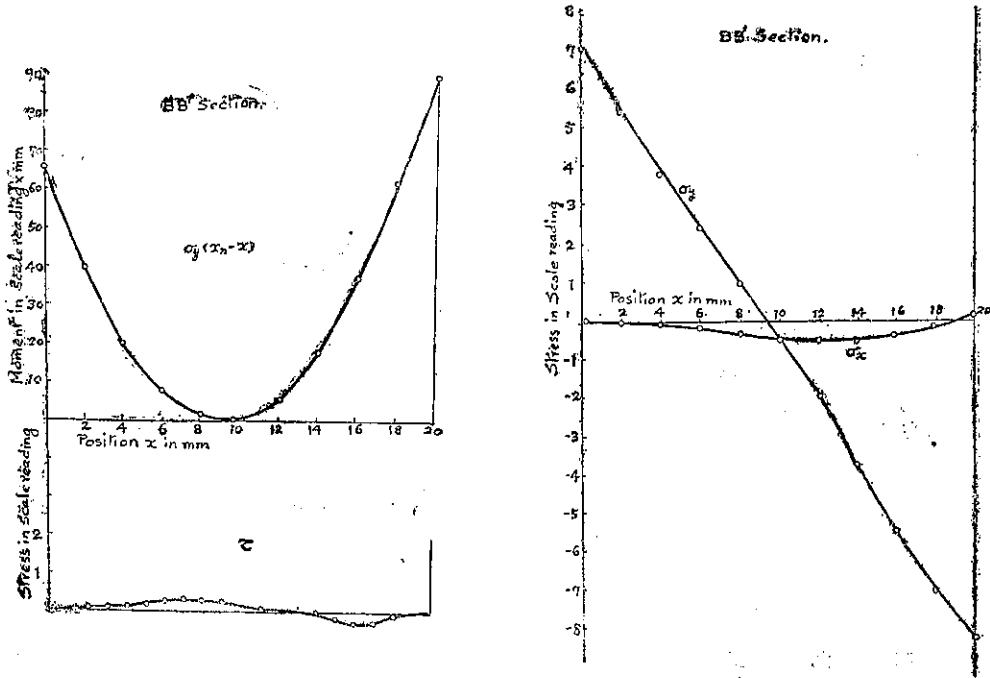
AA' Section

Stress unit in scale reading in mm.

1 mm. s. r. = $\frac{1}{5.51}$ kg./mm. for Specimen of 5 mm. thickness.

Position x' in mm.	$\sigma_1 - \sigma_2$ in s. r. mm.	Φ	$\sigma_x' - \sigma_y'$ in s. r. mm.	τ in s. r. mm.	$\frac{\partial \tau}{\partial y'}$	σ_x' in s. r. mm.	σ_y' in s. r. mm.	$\sigma_y. (x'n - x')$ in s. r. mm. x mm.
0	0	90°	0	0	0	0	0	0
4.2	0.80	-89.5°	-0.80	-0.007	0.117	-0.21	0.59	11.0
7.1	2.20	-89°	-2.20	-0.037	0.081	-0.49	1.71	27.0
9.9	3.10	-88.5°	-3.10	-0.081	0.063	-0.69	2.41	31.5
12.7	3.70	-88.5°	-3.70	-0.097	0.063	-0.87	2.83	23.9
15.5	3.75	-89°	-3.75	-0.065	0.062	-1.07	2.68	19.7
18.3	3.40	+89°	-3.40	+0.059	0.098	-1.29	2.11	9.7
21.2	2.60	+83.5°	-2.54	+0.293	0.120	-0.60	0.94	1.6
24.0	1.50	+73°	-1.24	+0.420	0.036	-1.88	-0.64	0.7
27.0	1.00	+17°	+0.83	+0.280	0.006	-1.99	-2.82	11.5
28.4	4.00	+3°	+3.99	+0.204	0.753	-1.57	-5.56	30.6
29.5	13.20	+0	+13.2	0	2.270	-0.08	-13.28	87.5

第十六圖



第十表

BB' Section

Stress unit in Scale reading in mm.

1 mm. s. r. = $\frac{1}{5.51}$ kg./mm. for specimen of 5 mm. thickness.

Position x' in mm.	$\sigma_1 - \sigma_2$ in s.r. mm.	Φ	$\sigma_x - \sigma_y$ in s.r. mm.	τ in s.r. mm.	$\frac{\partial \tau}{\partial y}$	σ_x in s.r. mm.	σ_y in s.r. mm.	$\sigma_y(x_2 - x)$ in s.r. mm. x mm.
0	7.00	90°	-7.00	0	0	0	7.0	65.0
2.0	5.40	90°	-5.40	0	0.02	-0.02	5.38	39.3
4.0	3.85	89°	-3.85	0.07	0.05	-0.09	3.76	19.9
6.0	2.55	85°	-2.52	0.22	0.06	-0.20	2.32	7.6
8.0	1.35	79°	-1.25	0.25	0.08	-0.31	0.94	1.2
12.0	1.40	2°	+1.39	0.05	-0.01	-0.53	-1.92	5.2
14.0	3.20	-1°	+3.20	-0.06	-0.04	-0.51	-3.71	17.4
16.0	5.10	-4°	+5.05	-0.35	-0.07	-0.39	-5.44	36.5
18.0	6.90	-1°	+6.90	-0.12	-0.15	-0.15	-7.05	61.2
20.0	8.40	0°	+8.40	0	0	+0.14	-8.26	88.6

$$M_A = 88.1 \text{ kg. mm.}$$

$$M_B = 94.6 \text{ kg. mm.}$$

となる。故に實驗誤差としては

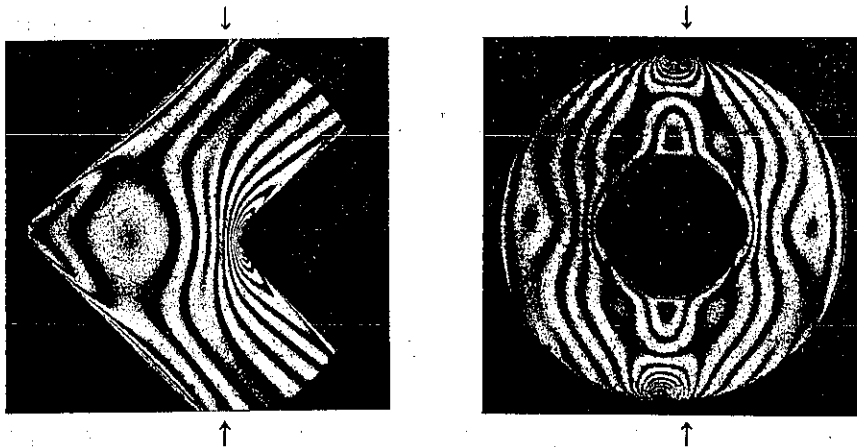
$$\text{AA' 断面に於て } \frac{91.3 - 88.1}{91.3} \times 100 = 3.50 \%$$

$$\text{BB' 断面に於て } \frac{94.6 - 91.3}{91.3} \times 100 = 3.95 \%$$

を得るのである。

以上の結果より此の材料による應力分布試験の實例はほゞ信頼するに足る結果を示して居ると考へられる。尙本試験片に於てはあまり過大な荷重に對しては試験片がバックルする處があつて試みられなかつたが、他の形の試験片に於ては、荷重を取去つた後も殘留應力を殘さざる範圍に於て大なる荷重をかけ、甚多數の色縞を表す事が出来る。此の場合單色光にて寫眞を撮影すれば、比較應力計の煩はしき手數を経ず、1枚の寫眞によつて $\sigma_1 - \sigma_2$ の數量を知る事が出来るのである。即ち縞は寫眞のみにて充分曲線を引き得る程度に多數に現れ

第 十 七 圖



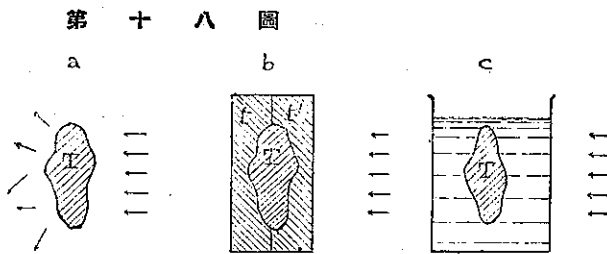
るものであつて、第十七圖は山形断面、有孔圓板等に上下から壓力を加へた實例寫眞であつて、此の方法に依る時は本來困難曖昧なる光弾性實驗を極めて容易にし、且つ正確にし得るのである。

立體的な試験片の内力分布實驗方法

光弾性學は彈性學の實驗的方法として甚重寶な物であるが、試験すべき彈性體に光を通過せしめると云ふ此の方法自身の性質上、試験片透明な平板である事が必要であり、従つて求め得べき應力は常に兩面平行な平板内のものに限ると云ふ事は此の方法の重大な缺點の一つである。著者は此の點を遺憾に思ひ、變化せる厚みを持つた試験片に就て内力分布の状態

を測定する考案をなした。其の方法を以下に記載する。

第十八圖 a に於て T は透明な弾性體試験片の或断面であるとする。今矢の方向に平行な光束が來たとすると、試験片は一般に 1 以上の屈折率を持つからして、T は光束に對して不規則なプリズム又はレンズの如くに作用し、T 以後に於ては最早平行な光束を得られない。光弾性試験に於ては平面偏光又は圓偏光をして弾性體を通過せしめ、弾性體内に存在するストレスによつて起された、光の一時的二重屈折性を利用して、光波位相の相違を間接に測定するのであるから、弾性體通過後も平行な光束を得られなければ不都合であつて、T の如き断面の者では實驗不可能となるのである。是を避ける爲に二つの方法が考へられる。第十八圖 b 及 c は其れ等であるが b は試験片と同一物質からなる添へ肉 t' を附加し、T だ



けに所要のストレスを起さしめるのであつて、c は添へ肉の代りに T と相等しい屈折率を持つ液體中に試験片を入れ、此の液體中でストレスを起さしめるのである。b 及 c の場合に於ては光束は試験片によつて方向を轉ぜ

られる事なしに通過するのである。b は實驗上の困難が多いので c の方法による事にした。フェノライトは屈折率 1.64 である故、液體には屈折率 1.62 なる二硫化炭素を使用した。

ストレスによる一時的二重屈折性に際して起る位相差 δ は (1) 式に與へた通りであるが、今 λ に一定の單波長を使用すれば

$$\delta = c' d (\sigma_1 - \sigma_2)$$

と書ける。但し此處の c' は λ を含んだ定數である。吾々は δ を測定して $\sigma_1 - \sigma_2$ の價を知るのであるが、實驗に於ては小型の比較試験片に既知の $\sigma_1' - \sigma_2'$ を加へて δ を測定せず、たゞちに $\sigma_1 - \sigma_2$ の價を求める。比較試験片の厚さを d' とする時は變化せる d に就て次の關係を得る

$$\delta = c' d (\sigma_1 - \sigma_2) = c' d' (\sigma_1' - \sigma_2')$$

従つて

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{d'}{d} (\sigma_1' - \sigma_2')$$

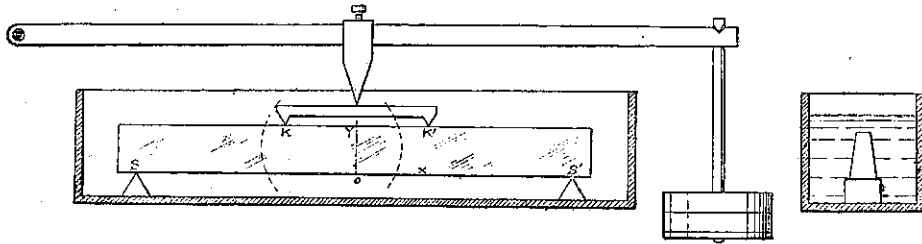
故に d を測れば $\sigma_1 - \sigma_2$ を知るのである。

楔形断面を持つ立體的な梁の内力分布

上述の方法によつて立體的な試験片のストレスを測定した研究は、著者の知る範圍に於ては

文献に見ず、始めての試みであるので、最初 簡単な例として、楔形の断面を持つ長い梁に一樣な彎曲モーメントを與へた場合を實驗した。裝置は第十九圖に示す如く支點 SS' で梁を

第 十 九 圖



支へ、中央に 50 mm. の間隔を持つた二つのナイフエツヂ KK' によつて荷重を加へたのであるが、全部は硝子箱 G の中に收められ、箱の中に二硫化炭素液を満した。試験片は KK' の間に於ては各断面一樣な彎曲モーメントを受け且つ接觸應力は零である。

測定は中央断面 OY に添ふて行つたものであるが、ストレスはスプリング式比較應力計により、比較試験片には 5 mm. の一樣な厚さを持つたものを使用した。梁の断面の寸法は第二十圖に示す如きものであるが、底邊より y なる距離に於ける厚さ d 、及比較試験片の厚さ d' との比等は次の如くにして求められる

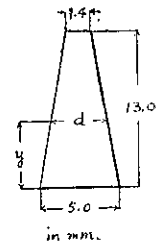
$$d = 5.0 - 2 \times \frac{1.8}{13.0} y = 5.0 - 0.277y \quad \frac{d'}{d} = \frac{5.0}{5.0 - 0.277y} \text{ mm.}$$

各點に於ける之等の價は第十一表に與へてある。

實驗に先立つて試験片は 65°C の空氣浴槽に於て約 1 時間なまし、最初應力を取去つてあるが、周邊に残つた少量の最初應力は完全に取除き得ないので、荷重をかける以前に測定し置き、後に差引いたのである。中央荷重 3.860 kg. (No. 1) 及 7.200 kg. (No. 2) の二つの場合に對し中斷面に就て測定を行つた。第十九圖に於て、梁の底邊を X 軸にとり、中心線 OY との切合を原點にとるとする。 $\sigma_x \sigma_y$ を X 及 Y 方向の分應力とすれば KK' の間に於ては $\sigma_x \sigma_y$ は各主要應力であつて、且つ $\sigma_y = 0$ である。此の場合厚みの方向を z とすれば $\sigma_z = 0$ 及 $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ を假定して居る事は止むを得ないのである。故に比較應力計による測定はただちに σ_x を與へるものと考へて差支へないのである。第二十一圖寫眞は光源波長 5461 Å (前述水銀燈による。) によるものであつて、縞は KK' のすぐ附近を除く他は全く並行である事が認められる。

實驗の結果は第十二表 (No. 1) 及第十三表 (No. 2) に示してある。表の第一行 y は測定點

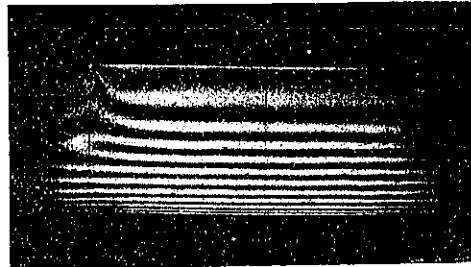
第 二 十 圖



第十 一 表

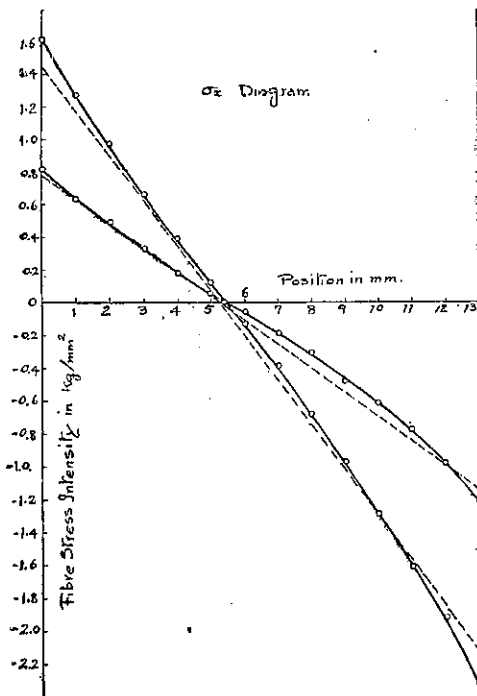
Position y in mm.	Thickness d in mm.	$\frac{d'}{d}$
0	5.00	1.00
1	4.72	1.06
2	4.45	1.12
3	4.17	1.20
4	3.89	1.29
5	3.62	1.38
6	3.34	1.50
7	3.03	1.63
8	2.78	1.80
9	2.51	1.99
10	2.23	2.24
11	1.95	2.56
12	1.68	2.98
13	1.40	3.57

第二十 一 圖



の位置で原点 0 から mm. で表してある。第二行 s は 5 mm. の一様な厚さを持つた小型試験片を掛けた比較 應力計の読みを其の儘表したものであつて、正確を期する爲單色光による寫眞を参照した。第三行 s' は $s \frac{d'}{d}$ 即ち其の點に於ける應力の強さに引直したもので、單位は比較 應力計の読み (mm.) で表してある。之を普通の應力單位 kg./mm.^2 に直したものは第四行 σ_x である。但し比較 應力計の読みは、別に同一材料から作出した試験片によつて測定し 1 mm. が $\frac{1}{24.48} \text{ kg./mm.}^2$ に相當する事が確めてある。第五行は σ_x と其の點に於ける梁の厚さ d との積で其の層に於ける應力の積分である。中立軸は No. 1 及 No. 2 共に $y=5.4 \text{ mm.}$ の點に起り、 y を以つて測定點より中立軸迄の距離を表し、之を第六行に記してある。 $\sigma_x y d$ は反抗モーメントを算出する爲で第七行に記してある。

第二十 二 圖



第二十二圖は σ_x を圖示したものであつて、實驗の結果は實線で表してある。弾性學の計算に於て、 M を彎曲モーメント、 I を慣性能率とすると、

$$\frac{\sigma_x}{y} = \frac{M}{I}$$

第十二表

No 1. Centre Load 3.86 kg.

Observed Position y in mm.	Compensator Reading s in mm.	Fibre Stress Intensity in Comp. read s' in mm.	Fibre Stress Intensity σ_x in kg./mm. ²	$\sigma_x d$ in kg./mm.	Distance to neutral axis \bar{y} in mm.	$\sigma_x d \bar{y}$
0	20.0	20.0	0.816	4.08	5.4	22.02
1	14.7	15.6	0.637	3.00	4.4	13.20
2	10.6	11.9	0.486	2.16	3.4	7.34
3	6.6	7.9	0.323	1.35	2.4	3.24
4	3.5	4.5	0.184	0.71	1.4	1.00
5	1.0	1.4	0.057	0.20	0.4	0.08
6	- 1.0	- 1.5	-0.061	-0.20	-0.6	0.12
7	- 2.8	- 4.6	-0.188	-0.57	-1.6	0.92
8	- 4.3	- 7.7	-0.314	-0.88	-2.6	2.28
9	- 5.7	-11.4	-0.466	-1.16	-3.6	4.18
10	- 6.8	-15.2	-0.620	-1.39	-4.6	6.38
11	- 7.5	-19.2	-0.784	-1.53	-5.6	8.57
12	- 8.3	-24.7	-0.980	-1.69	-6.6	11.18
13	- 8.3	-29.6	-1.210	-1.69	-7.6	12.86

第十三表

No 2. Centre Load 7.20 kg.

Observed Position y in mm.	Compensator Reading s in mm.	Fibre Stress Intensity in Comp. read s' in mm.	Fibre Stress Intensity σ_x in kg./mm. ²	$\sigma_x d$ in kg./mm.	Distance to neutral axis \bar{y} in mm.	$\sigma_x d \bar{y}$
0	39.5	39.5	1.612	8.07	5.4	43.60
1	27.7	31.1	1.270	5.65	4.4	24.84
2	20.0	24.0	0.980	4.08	3.4	13.88
3	13.5	16.2	0.660	2.75	2.4	6.60
4	7.3	9.4	0.384	1.49	1.4	2.09
5	2.1	2.9	0.118	0.43	0.4	0.17
6	- 2.2	- 3.3	-0.135	-0.45	-0.6	0.27
7	- 5.8	- 9.5	-0.388	-1.18	-1.6	1.89
8	- 9.3	-16.7	-0.082	-1.90	-2.6	4.94
9	-11.9	-23.7	-0.967	-2.43	-3.6	8.75
10	-14.1	-31.6	-1.290	-2.88	-4.6	13.22
11	-15.4	-39.4	-1.610	-3.14	-5.6	17.58
12	-15.8	-47.1	-1.920	-3.23	-6.6	21.30
13	-16.1	-57.5	-2.320	-3.29	-7.6	25.00

となる。此の式によつて計算した價は圖中破線で表したものである。

第二十三圖及第二十四圖は σ_{xd} 及 σ_{yd} を圖示したものである。

第二十二圖に於て實驗の價と計算の直線との相異は興味ある事であつて、尙以上の結果から種々の驗算が試みられる。

先づ梯形断面の底邊を b , 上邊を b_1 , 高さを h とする時は底邊から中立軸迄の距離 y_n は

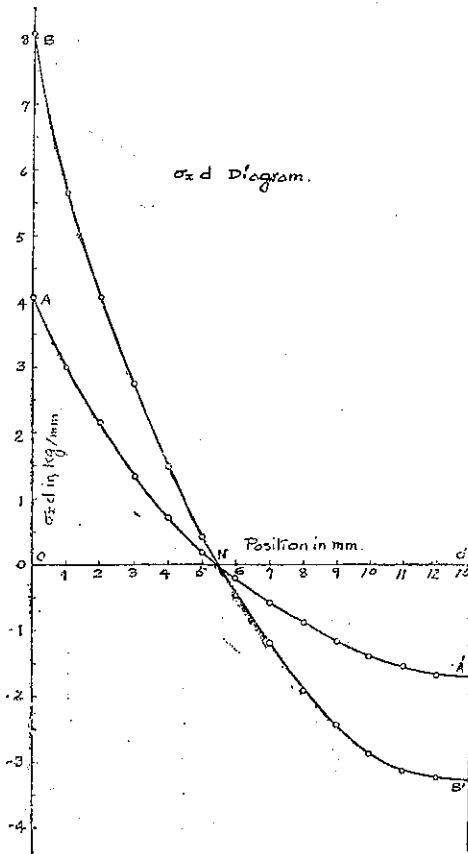
$$y_n = \frac{h(b+2b_1)}{3(b+b_1)}$$

となる筈であつて、現在の試験片に於ては計算上 $y_n = 5.28$ mm. となる。實驗の結果は上記の如く 5.40 mm. であるから

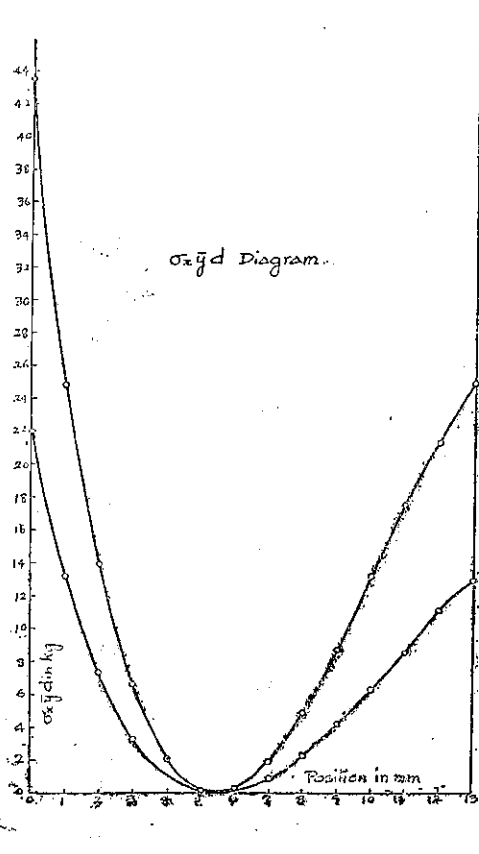
$$\text{誤差} = \frac{5.40 - 5.28}{13.00} \times 100 = 0.092\%$$

又力の平衡よりして第二十三圖に於て

第二十三圖



第二十四圖



No. 1. 面積 OAN = 面積 O'A'N'

No. 2. 面積 OBN = 面積 O'B'N'

であるべき筈である。圖より精密に各面積を測定して全面積に對し誤差を算出すると

No. 1. に於て 4.07 %

No. 2. に於て 1.45 %

となる。第十九圖 KK' 間では一樣な彎曲モーメントの價は

No. 1. 中央荷重 3.860 kg. に對し

$$M_{No. 1} = \frac{3.86}{2} \times 40 = 77.3 \text{ kg.mm.}$$

No. 2. 中央荷重 7.200 kg. に對し

$$M_{No. 2} = \frac{7.20}{2} \times 40 = 144.0 \text{ kg.mm.}$$

である。是は斷面に於ける反抗モーメントと平衡を保つべきもので、反抗モーメントは

$$M = \int \sigma_x d\bar{y} dy$$

である故第二十四圖の面積は此の價に相當する。面積測定の結果反抗モーメントの實驗値は

$$M_{No. 1} = 77.5 \text{ kg.mm.} \quad M_{No. 2} = 150.7 \text{ kg.mm.}$$

を得た。故に該差は No. 1. $100 \times \frac{77.5 - 77.3}{77.3} = 0.26 \%$

$$\text{No. 2. } 100 \times \frac{150.7 - 144.0}{144.0} = 4.65 \%$$

である。上述の結果は 0.1~4.6 % の誤差を以つて一致する故、著者は以上の方法が立體的な梁のストレスの研究に於て一方便である事を提唱せんとする者である。

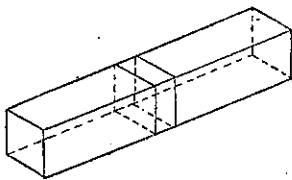
熱處理による應力の研究

フェノライトは其の製作に際し最後の仕上温度は 150°C 又はそれ以上である故、製品は熱に對しては此の附近迄安定である。尙附記に述べる如く此の物質は熱傳導可成悪く、且つ膨脹係數は非常に大であるので、是等の性質を利用し、熱せられたる物が急冷される時の内力分布の研究を試みた。金屬が焼入を受ける場合に於ては變態點等の問題が含まれる。現在の場合と一樣に論ずる事は勿論許さるべきではないが實驗の結果は可成規則正しい應力分布状態を示し、其れ自身としても相當興味ある物である、且つ焼入に似た熱處理に於ける内力の問題に對しては何等かの參考となるものと考へられる。

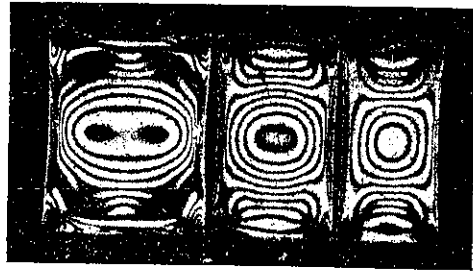
方法は、分厚なる板又は太い丸棒に作り上げたフェノライトから、約 1 cm. 平方の角、三角、丸等の斷面を有し長さ 7~8 cm. の棒を削り出し、是等を 130°C 附近に熱したパラフィン

油中に浸して充分其の溫度に熱した後、突然 20°C (室温) の水中に投入して急冷したのである。棒の中央部から第二十五圖に示す如く軸に直角な薄板試験片を切り取り兩面を磨いて光弾性試験装置で検する時は、第二十六圖に示す如き美しい色縞を見る事が出来た。上述の薄片は、光弾性装置中で觀測しながら徐々に熱して見て、殘溜應力が除却される溫度 65°C に於て色縞は全部消滅し、尙室温迄徐冷して、色縞なき状態を持續する事實を確めたので、著者は此の色縞は内部應力のみによる事を斷定せんとする者である。

第二十五圖



第二十六圖



色々の形に切抜ける平板硝子を熱し、空氣中にて冷却して偏光により色模様を現し、内部應力の状態を研究したものは文献⁽⁹⁾に現れて居るが、其の場合は冷却は周邊及兩面より進み、且つ板が薄い爲兩面よりの影響は可成大であると考へられる。著者は成可く平面應力に近き場合を試み度く思つたので上述の如く断面の割合に長い柱體を取り其の中央から薄板試験片を取る事にしたのであつて、フェノライトの如く鋸、鑪等にて細工をし得る材料を得た爲上述の方法も可能であり、且つ種々の断面の試験片の容易に得られるのであるが、硝子では試験片を得る事が既に困難であり、セルロイドでは熱によつて變質する點、光學的感度の悪き點等で不都合である。

【附記】 フェノライトの體積膨脹係數を測定して 0.000582 を得た。加熱及冷却に對する體積の變化曲線はほぼ直線的であつて極僅のひらきを以て往復し、取立て、云ふ程の變應點の如きものを認めない。尙熱傳導率 K を測定して

$$K_{35^{\circ}} = 0.000439 \quad \left[\frac{\text{gr. cal.}}{\text{deg. sec.}} \right]$$

を得た。但し

$$K_t = K_{35^{\circ}} \times \{1 + \alpha (t - 35)\}$$

と表す時は $\alpha = -0.0083$ となり、溫度に對する K の變化は相當大である。

加熱溫度及操作の影響

最初の溫度の影響を調べる爲に豫備實驗をなした。断面 $9 \times 9 \text{ mm.}^2$ の正方形、長さ 46 mm.

(9) C. Maxwell Scientific Paper p. 68.

の角棒を4本作り、各々をパラフィン油中に浸し 80° C, 101° C, 119° C, 140° C の 4 通りの温度に約 30 分熱して、一樣に 17.6° C の水中に急冷した。かく處理した試験片はいづれも柱面の中央部が著しく内方に凹んだので、矢張り二硫化炭素液中に浸し、光弾性装置により、單色光 5461 Å を用ひ横から寫眞を撮影した。第二十七圖は之であるが、斯の如く比較的短い柱體に於ても中央部 1/3 程は端の影響を受けざる一樣な縞を示して居る。棒が無限に長い場合に於ては、軸の方向を z ととり、ξ, η, ζ を x, y, z 方向の變形とすれば、熱處理に於ける變形は

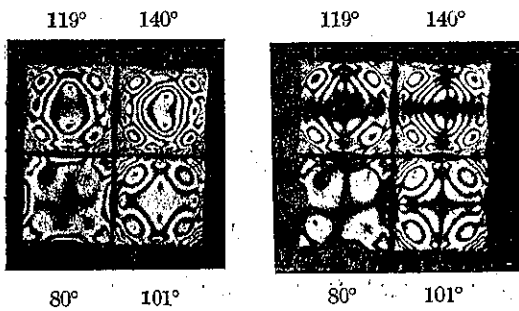
$$\frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0$$

且軸方向に外力がなければ $\frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0$

であると考へて差支へない。第二十七圖の中央部の如き場所に於ては著者は上式の如き假定即ち $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ を近似的に許して實驗を進めて居る譯である。

以上の試験片の中央から 2.95 mm. の厚さを持つた試験片を切り取り、z 方向に光を通過させて撮つた寫眞を第二十八圖に示す。甲は圓偏光によるもの、乙は平面偏光によるもので

第二十八圖



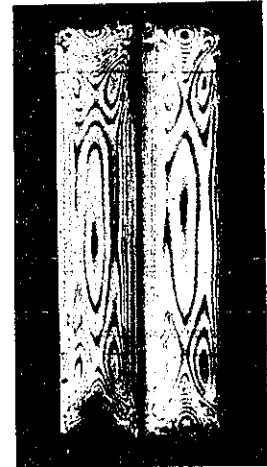
甲 乙
Thickness of specimen 2.95 mm.

あつて = コールの方向は正方形の各邊に平行である。圖で明である通り、以上の熱處理による應力は、加熱温度の高い程顯著である事が確められたので、以下の實驗に於ては約 130° C 附近から急冷する事に一定した。

薄板試験片は、柱體の中央部から鋸で切り取り、兩表面を紙鏡、布等で磨かなければ試験に供する事が出来ないのであるが、是等の亂暴な操作によつて、切離し

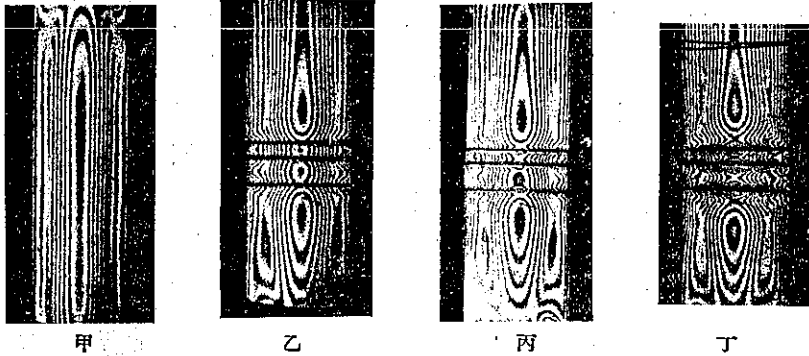
した後應力分布の狀態が柱體のままである時に比して甚しく亂れはせぬかと云ふ事は氣遣はれる。此の影響を調べる爲に、切離す前後の狀況を比較する目的を以て、柱體を横の面から觀測してみた。結果は第二十九圖寫眞に示す通りであつて、甲は切離さる前、乙は磨き上げて 1 日後、丙は 3 日後、丁は 40 日の後である。寫眞は横から見た物である故光の通過する厚さは 10 mm. で、縞に表れる影響は可成誇大されて居るのであるが、其れにも拘らず

第二十七圖

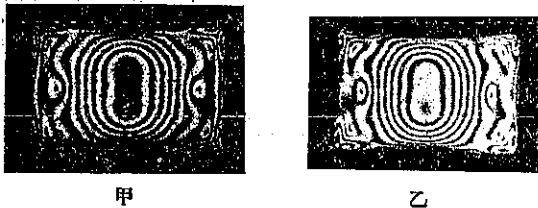


106° 169°

第二十九圖



第三十圖



切離したる後一兩日は亂れは、可成僅少である。薄板試験片を断面に直角に光を通過させた像に於ては時の経過に對しても變化は殆んど認められず第三十圖に於ては甲は切離した 1 日後、乙は 40 日の後の寫眞である。之等の結果から試験片は切離しても、一兩日中

に測定を完了すれば柱體として在る場合とさしたる變化はない物と考へられる。

矩形、三角形等の断面を持つ柱體の熱處理による内部應力

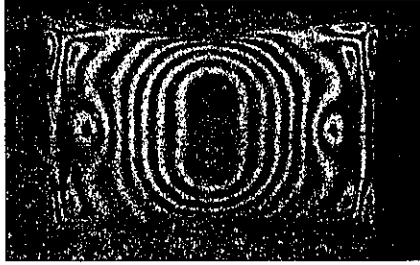
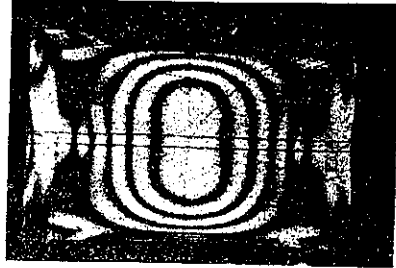
以上の方法によつて柱體断面の應力を測定した。最初厚さ約 13 mm. に作り上げたフェノライトの板から $10 \times 10 \text{ mm.}^2$ 、 $12 \times 10 \text{ mm.}^2$ 及 $15 \times 10 \text{ mm.}^2$ の矩形断面、及一邊の長さ 13 mm. の正三角形断面を持ち、長さ約 80 mm. の柱體を削り出し、之を前述の如く 130° C から 20° C に急冷した。柱體中央部から 3.50 mm. の厚さの薄板試験片を切出し、光弾性装置にかけ 5461 \AA の單色光で寫眞を撮影した。第三十一圖 甲は圓偏光によるもの、乙は平面偏光によるものである ($\phi=45^\circ$)。ニコールを回轉し同向曲線を描き、之より主要應力線圖を作圖したものは第三十二圖である。白色光源及比較應力計により主要應力の差 $\sigma_1 - \sigma_2$ の正負を決定し、又寫眞の縞を測定して、 $\sigma_1 - \sigma_2$ の相對的數量を決定する事が出来るが、中央對稱軸に於ける之等の價を圖示すると第三十三圖の如くなる。但し圖に於ては $\sigma_1 - \sigma_2$ が測定すべき線 OX 又は OY に添ひて張力である場合を正に取つてある。然しながら是等の結果、殊に第三十一圖 No. 3 の正方形断面を持つ物に現れたる結果を見るに、左右、上下は對稱を保つて居るが、對角線に對しては對稱でない。是は原板材料が厚みの方向と擴がりの方向とによつて多少物理的性質を異にする爲であるらしく、かくては熱處理による内力分布の正しき結果を得難く思はれる。故に試験片柱體を平板から削り出す事をやめて、直径約 30

第三十圖

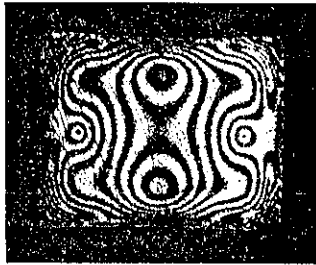
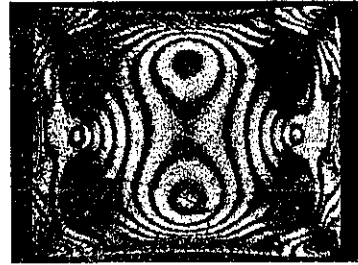
甲 (Circular polarized light)

乙 (Plane polarized light $\phi=45^\circ$)

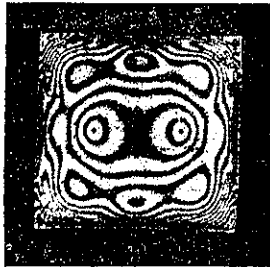
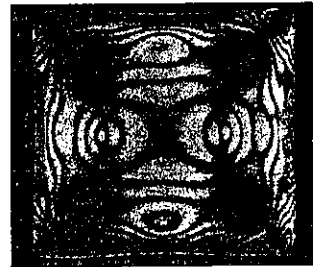
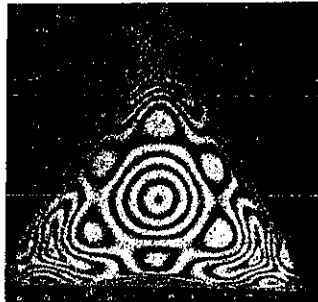
No. 1

 $15 \times 10 \times 3.50 \text{ mm.}^3$  $15 \times 10 \times 1.95 \text{ mm.}^3$

No. 2

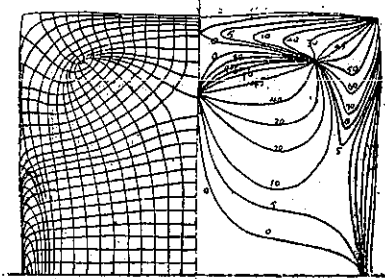
 $12 \times 10 \times 3.50 \text{ mm.}^3$  $12 \times 10 \times 3.50 \text{ mm.}^3$

No. 3

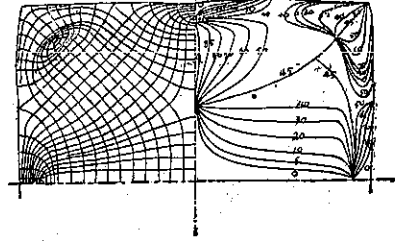
 $10 \times 10 \times 3.50 \text{ mm.}^3$  $10 \times 10 \times 3.50 \text{ mm.}^3$ 

1邊 13 mm. 厚さ 3.5mm.

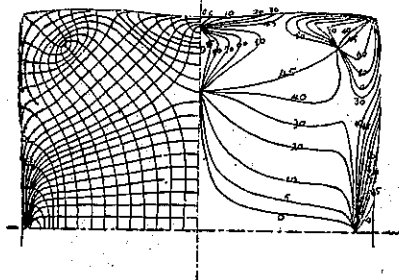
第三十二圖



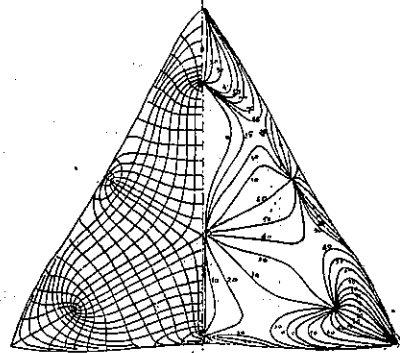
15 × 10 mm². Upper half



10 × 10 mm². Upper half

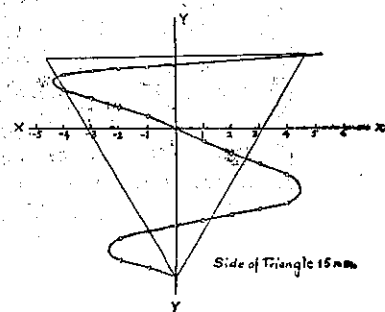
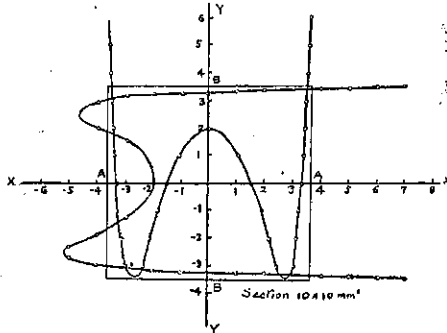
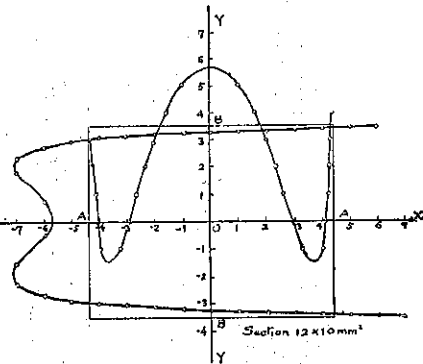
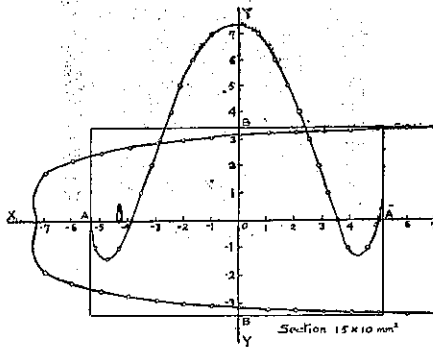


12 × 10 mm². Upper half



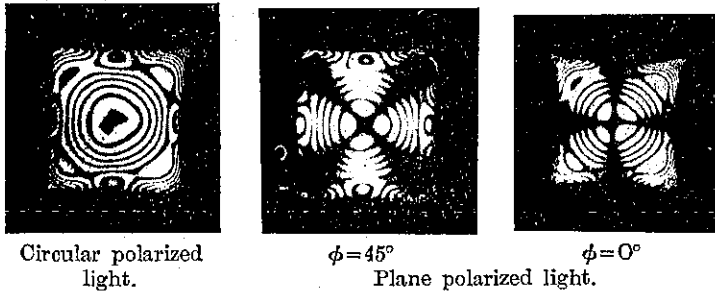
Each side 13 mm².

第三十三圖



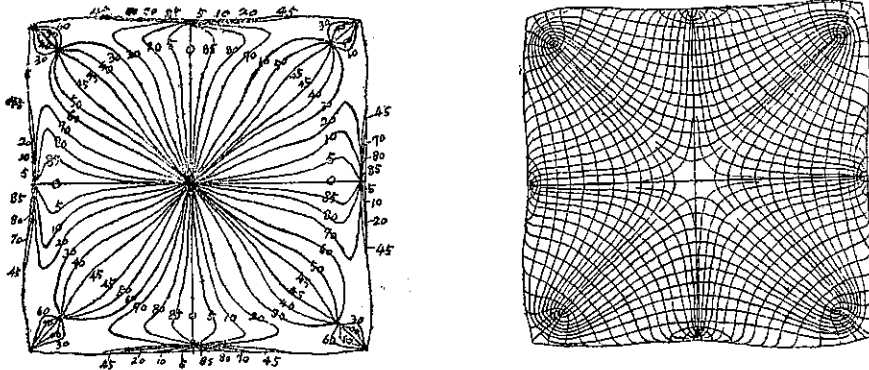
mm. 長さ 160 mm. に作り上げた丸棒から削り出してみた。断面 13 mm.^2 の正方形長さ 70 mm. の柱體に就て試みた結果は 第三十四圖 寫真に示す如く對角線に對しても全く對稱である。

第三十四圖



同向曲線及主要應力線圖は 第三十五圖 甲及乙である。同向曲線圖及 $\sigma_1 - \sigma_2$ の價から σ_1 及 σ_2 の價を算出する方法は L. N. G. Filon⁽¹⁾ 氏によつて提唱せられ

第三十五圖



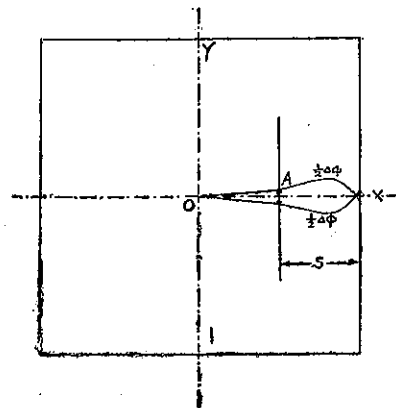
て居るが、此の方法は對稱軸の場合には甚便利である。

即ち今測定せんとする對稱軸例へば 第三十六圖に於て OX 上、周邊のストレスを σ_x とし OX をはさみ角差 $\Delta\phi$ なる同向曲線間の垂直距離を Δy とし、X 點より測定點 A 迄の距離を s とする時は σ_x は

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \Delta\phi \int_0^s \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\Delta y} ds$$

で表される。但し此の場合は $\sigma_x = \sigma_1$, $\sigma_y = \sigma_2$ である。

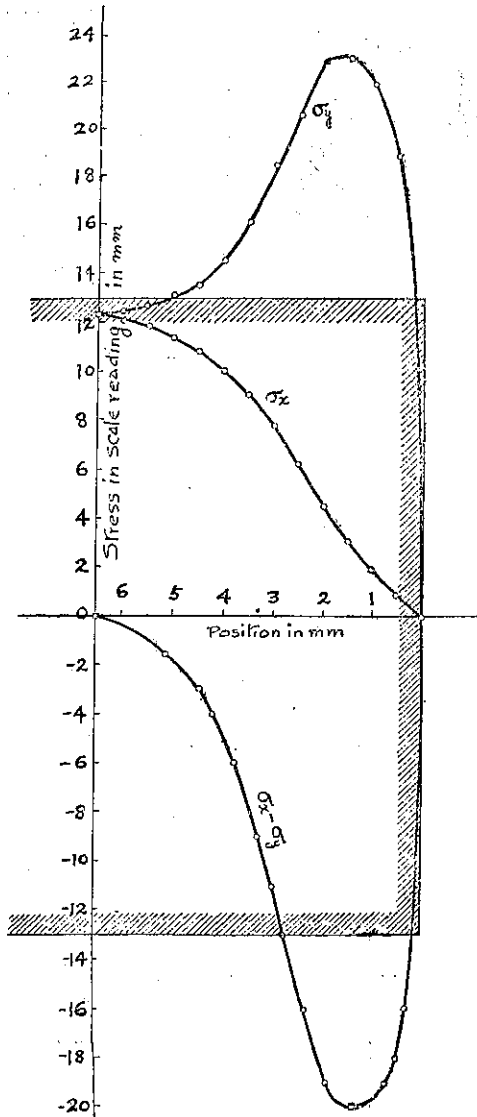
第三十六圖



(1) L. N. G. Filon British Assoc. Report, (1922) 350. Engineering Oct. 19 (1923) 511.

上述の柱體の中央から取つた薄板試験片の厚さ 2.82 mm. の場合 $\sigma_1 - \sigma_2$ を比較應力計 (厚さ 5 mm. 幅 6 mm. の小型試験片使用) で測定した價及上式によつて σ_x 及 σ_y を算出した

第三十七圖



ものは第三十七圖及第十四表に示してある。

但 σ_x 及 σ_y の價は張力を正にとり、應力單位は比較應力計の讀み mm. で表してある。

以上の結果より正方形断面に於ては中央 0 點に於ては光弾性學的效果は黑色であつて色附かず、フリンジ階位は零であり、一見ストレスも零である如く見えるが、實は外方に向ふ均等な、非常に大きな張力を蒙つて居る事が分る。以上の結果を綜合して大體急冷される場合の熱應力として次の如き推測が許される。即ち矩形の断面に於ては、急冷によつて先づ第三十八圖 (A) に示す如く、周圍の層が固まる。其の時内部の破線で示された部分は尙膨脹した状態にある故、周圍は全體を徐々に冷却した時よりも過大な形に、即ち Yield して固まる。次に内部が冷えるに従つて收縮が起るので、先に固つた周圍の層を内部に吸込む作用をなすので最も歪み易い各邊の中央が内に向つて凹み込む事になる。之は實際の試験片に於て柱體の表面が必ず凹み、断面が第三十八圖 (B) の如き形を呈する事實とよく一致する。そこで内部に吸込む作用に對して最も歪み難い形は何であるかと云ふに、之は圓である。故に同一材料から圓い断面を持つた柱體を削り出して同様な熱處理を行つてみた。

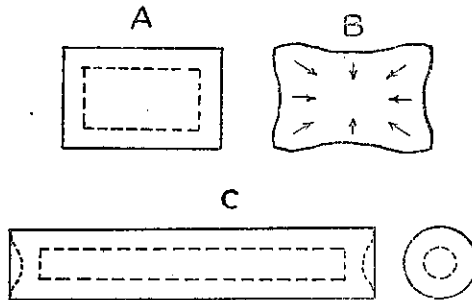
果して断面の變形は殆んど認められず、其の代りに柱體の兩端面は甚しく内方に凹み、横からの外觀は第三十八圖 (C) の如くである。此の場合棒の内部破線で示した部分は直径の方向に收縮を許されない故止むを得ず軸方向に收縮した物と考へる時は事實に符合する。

第 十 四 表

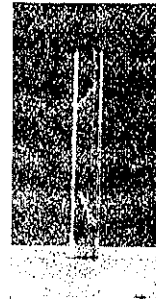
$\Delta\phi=0.0873$

s in mm.	$\sigma_1 - \sigma_2$ in scale reading mm.	Δy in mm.	$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\Delta y}$ in s.r./mm.	$\int \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\Delta y} ds$ in s.r.	σ_x in s.r.	σ_y in s.r.
0	0	0	0	0	0	0
0.5	-18.0	0.70	-25.8	-10.5	0.92	18.92
1.0	-19.9	0.94	-21.2	-22.0	1.92	21.82
1.5	-19.8	0.66	-30.0	-34.7	3.02	22.82
2.0	-18.3	0.49	-37.4	-51.7	4.50	22.80
2.5	-14.4	0.37	-38.9	-71.0	6.18	20.58
3.0	-10.7	0.32	-33.5	-89.5	7.80	18.50
3.5	-7.1	0.28	-25.2	-104.2	9.08	16.18
4.0	-4.6	0.24	-19.4	-115.3	10.05	14.65
4.5	-2.8	0.19	-14.7	-123.7	10.80	13.60
5.0	-1.7	0.14	-11.7	-130.4	11.38	13.08
5.5	-0.9	0.10	-9.0	-135.5	11.82	12.72
6.0	-0.3	0.05	-6.0	-139.2	12.14	12.44
6.5	0	0	0	-141.3	12.32	12.32

第 三 十 八 圖



第 三 十 九 圖



且つ破線の部分が収縮の爲強い張力を受けた事は丸棒の内部に軸に約 45° 即ち最大接觸應力の方向に破損の龜裂を生ずる事實によつて確められるのであつて、丸い断面に就ては數本の試験片は皆龜裂を生じた、第三十九圖寫眞は其の一例である。断面の光弾性色像は中央黒色の同心圓であると豫想せられるが、内部に破壊が起つた爲か色像はやゝ亂れて完全な寫眞を得る事が出来なかつた。

上述の研究は日尙淺く、不完全なものであるが、著者は是を以て光弾性學的方法によつて立體的な原試験片の應力又は熱應力等の研究の可能なる事實を提唱せんとする者である。