論　說　報　告

土木學會誌　第十四卷第一號　昭和三年二月

井の影響圓の半徑に關する新研究

准員　吉田彌七

A study of the Radius of Influence Circle of a Well.

By Yashichi Yoshida, Assoc. Member.

內容梗概

本論文は井に關する一研究で其の影響圓の半徑の決定に就ての新しき試である。從來此の研究は等閑に附せられて居た傾向があつた，隨て今迄表れてゐる研究はどうも核心に觸れてない感じがしないでもない。元來地下水は一定の勾配にならないと流れを起さないものである，此の理論を應用して影響圓の半徑を見出さんと試みた。

Synopsis

The object of this paper is to present the result of investigations made for determining the radius of influence circle of a well. Comparatively little attention has hitherto been paid to the subject, and its theories as now stand are not devaid of ambiguities, calling for further investigations. Starting from the theory that the underground flow would not take place until the water-table has assumed a certain definite slope, the author has attempted to find a method of determining the extent of its influence circle.

目　次

1. 概要　天然濾過を經たる水で大規模に上水道の水源として利用し得るものを擧ぐれば次の如きものがある。即ち

(1) 地下水中に穿ちたる井水

(2)　河岸，湖岸の砂層或は粗鬆なる地層に穿ちたる井或は集水洞の水

(3)　河底に設けたる集水洞の水

(4)　泉の水其の他

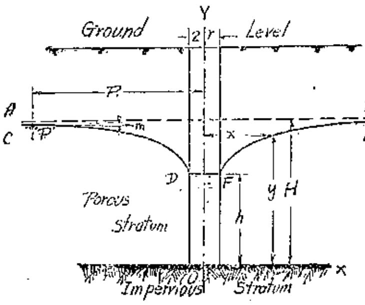
等である。之等の問題の或者に就ては我國に於ては數回本誌上に於て斯界の權威佐野博士によりて論ぜられ外國に於ても諸大家によりて研究されて居ることは會員諸君の御承知の通りである。著者も頃日此の問題に關し少しく研究せるものあれば其の一部を發表して先輩諸士の叱正を乞ふ次第である。

著者が此所に述べんとするは地下に穿ちたる井の場合に就ての一考案である。井に關しての種々なる問題例へばその湧出量，水面の降下等の問題を吟味する場合には必ず先づ Circle of Influence 即ち影響圓の半徑を決定しなくてはならぬ。然るに此の計算に關する既知の方法は何れも核心に觸れて居ない感がする。勿論實測によりて決定するを得ば之に優るものはなし。然し此の事はいつも望み得ることではない。然らば如何にして理論的に其の半徑を求め得るや。說明するまでもない事だが凡て地下水は地表水と趣を異にして相當に勾配がついてないと (Prinz[1] に隨へば 1/100～1/3 000) 流れが起らない。此の考察に隨ひ著者は Miller-Brownlie[2] 或は R. E. Horton[3] が試みた如く上の理論を應用し影響圓の半徑を求め之によりて他の問題を一層明白に解き得る事を示さんとするものである。人或は言はん，此の影響圓の半徑は多くの場合對數函數として含まれて居る故其の値は既に行はれ居る如く近似的に假定しても（普通 1 000 呎とする）其の結果に於ては左程の差異はないと。著者曰く，或は然らんも其の不徹底を如何にせん。目的は只問題を的確に解決し，凡ての場合誤りなきを期するにあるのみと。

2. 地下水表面の一般形狀及び流れに關する公式[4]

井を含水層の中に沈め之より水を汲出す時は井中の水面は降下し尙同時に井に接近せる含水層内の地下水の表面は第一圖に示すが如く喇叭狀となる。圖に於て AB は原表面にして $CDEF$ は新表面である。その表面降下の模樣は圖に示す如く井に近い處程甚しく之より離るゝに隨つて減少するもので，遂に或點になれば實際上殆んど其の水面降下を認むることが出來

第一圖



1) Prinz:—Handbuch der Hydrologie.

2) "Subsoil Water in Relation to Tube Wells for Irrigation," Engineering and Contracting, March, 31, 1920.

3) "The Depletion of Ground-Water Supplies," Journal of the American Water Works Association, March, 1921.

4) Turneaure and Russel: Public Water Supplies, 1908. P. 277～292. 參照

ない程度になる。圖の如く原水面が水平とすればかゝる點の軌跡は圓となり之を Circle of Influence 即ち影響圏と名づける。

圖に於て AB は水平にして不透層より均等の高さにあるものとし，含水層は齊等性質のものと假定する。

今　　r; 井の半徑

h; 汲出し中の井の水深

H; 地下水面の原深

x 及び y; 井の軸及び底を直角軸に取りたる場合の CF 上の任意の點の座標

Q; 井の中に流入する流量即ち湧出量或は汲出量

とすれば $(H-h)$ にて示さるゝ全利用水頭は主として含水層中に於ける地下水の流れに對する抵抗に費さるゝものとする。次に $CD-EF$ 曲線の方程式を誘導しよう。Q なる流量が流入すべき含水層の斷面積 F は圓壔形にして x なる距離に於ては

$$F=2\pi xy$$

である。而して標準溫度の時は次の關係が成立する。

$$v=k\frac{h}{l} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

但し　v; 土砂の斷面積と同一なる斷面積に割當てたる水柱の速度

k; Darcy 氏の係數，即ち土砂の粒度調合，形狀及び面積間隙に依る係數，即ち $\frac{h}{l}=1$ の場合の v にして假に比速度と稱す

$\frac{h}{l}$; 地下水面の勾配

故に

$$Q=vF \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$=k.s.F \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2_1)$$

但し　Q; 流量

F; 流れの方向に直角なる含水層の斷面積

s; 地下水の勾配即ち $\frac{h}{l}$

從つて米突式又は英式單位を用ひて計算を進むる時は次の如くなる。

$s=\frac{dy}{dx}$ と置けば

$$Q=2\pi kxy\frac{dy}{dx} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

となる。(3) 式を解きて

$$y^2=\frac{Q}{\pi k}\log_e\frac{x}{r}+h^2 \quad \dots\dots\dots\dots(4)$$

此の關係は地下水が井に向つて無限の距離より流込み而も AB の面には變化なき場合に限り眞實である。然るに實際上は有限範圍即ち影響圏内の水が井に流入するものと考ふるが妥當である。今其の半徑を第一圖に示すが如く R とすれば (4) 式に於て $x=R,\ y=H$ と置いて

$$Q=\pi k\frac{H^2-h^2}{\log_e\dfrac{R}{r}} \quad \dots\dots\dots\dots(5)$$

を得る。之が普通井の場合の湧出量の式である。

3. 影響圏の半徑を求むる著者の新研究

(5) 式を見るに Q の値は R の對數函數である。故に R の値が分らなくては Q の計算が出來ない。今迄文獻等に出て居る方法は著者の知れる範圍内では核心に觸れて居ない樣に感ずる。勿論寡聞にして見落聞落がないでもなからうが，次に著者が考案した計算の方法を示さう。

元來砂中の流れは摩擦抵抗大なる爲相等な勾配に達せなければ起らない。Miller-Brownlie 氏によれば普通の粗砂に對しては 1:260, 可成の細砂に對しては 1:175 程度の勾配に達しないと流れが起らない。又 Prinz 氏によれば土砂の粒度によりて差異はあるが 1/3 000～1/100 位の勾配とならなくては流れがつかない。之と同じ意味で影響圏の圓周に於ては其の土砂相等の勾配がついて居るものと見るも差支は無からう。然らば次の如くして R を見出すことを得る。

(4) 式を微分すれば其の第一次微分係數は (x, y) 點の傾斜を示す。其の値は (3) 式と同樣である。之を變形して

$$\frac{dy}{dx}=\frac{Q}{2\pi kxy}$$

然るに $x=R$ なれば $y=H$ と考ふるを得れば此の値を代入する。圖に於てかゝる一點を P 點とせば P 點の勾配は其の土質に對する地下水勾配の最小値を示すものである。其の値を m とすれば

$$\frac{dy}{dx}=\frac{Q}{2\pi kRH}$$

及び
$$\frac{dy}{dx}=m$$

なる關係より

$$R=\frac{Q}{2\pi kmH} \quad \cdots\cdots(6)$$

を得る。此の m は既に述べたる如く土砂の粒度等によりて變ずるものにして實驗によりて求められ，Prinz の著書，Miller-Brownlie の論文に其の値が示してあるのは既に述べた通りである。故に含水層の砂さへ知るゝ時は m の値は明となる。

即ち(6)式が著者が求めた式である。勿論別に變つたこともない簡單なる式ではあるが最も理論的の樣に思はれ，而も今迄發表されて居る公式よりも優つて居る樣に思ふ。式の形は Foerster 著の Taschenbuch für Bauingenieure 1920, S. 2018 の (10) 式と相似て居る。讀者諸君が若し更によりよき公式を考察し居らるれば著者は潔よく其れに隨はん。又文獻に上式が既に表れて居るならば著者は其の粗漏無智を諸君に謝せん。

(6) 式を見るに R は，一定の井に就て考ふれば，Q によりて變化する。又一般に論ずる時は Q に正比例し，k, m 及び H に反比例する。即ち土砂の性質に關するものである。

次に (6) 式より Q の値を出し之を (5) 式に代入する時は次式を得る。即ち

$$R=\frac{H^2-h^2}{2mH\cdot\log_e\dfrac{R}{r}} \quad \cdots\cdots(6_a)$$

を得る。かくの如くして吾々は (6) 式或は (6_a) 式によりて R の値を計算することが出來る。かくて今迄行はれ來つた樣に R を勝手に假定する樣な曖昧なことが除かれ或は又無理な假定によりて計算をする樣なこともなくて濟む。

地下水面が天然に最初から傾斜して居る場合の計算法は前述の Foerster 博士の Taschenbuch に明快な解が載せてあるので著者が重ねて蛇足を加ふるの必要はなからう。

今一つ附言したいことがある。即ち水面降下が H に比して小なる間は $(H+h)$ が殆んど $2H$ と見做し得れば (6_a) 式は次の如く書いても大差はない，即ち

$$R=\frac{H-h}{m\log_e\dfrac{R}{r}} \quad \cdots\cdots(6_b)$$

となることである。

4. 掘拔井の場合に於ける著者の新研究の適用

掘拔井の場合一定量の汲出しをなす時は井の水面は降下し含水層中の水壓は變化を來して第二圖に示すが如くなる。この水壓曲線は普通井の場合の地下水面曲線に相似す。

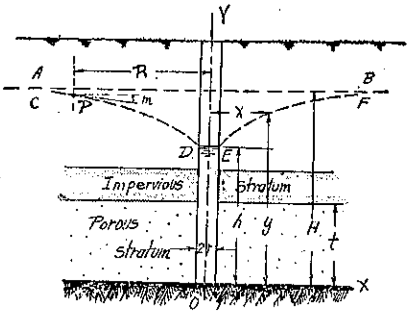
第二圖に於て

t； 含水層の厚さ

AB； 原壓力線(地表面以下或は以上に位す)

$CD-EF$； 汲上當時の安定壓力線

第 二 圖



とし，湧出量の公式を誘導しよう。**2.** と同樣にして

$$Q=2\pi ktx\frac{dy}{dx} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

を得る。之を解きて次式を得る。

$$y=\frac{Q}{2\pi kt}\log_e\frac{x}{r}+h \quad \cdots\cdots\cdots(8)$$

次に壓力の變化を實際上認め得ない點の x を R とせば y は H となる。故に

$$H-h=\frac{Q}{2\pi kt}\log_e\frac{R}{r} \quad \cdots\cdots\cdots(9)$$

となる。

此の式も R なる項を含む故に之を決定しなくてはならん。

掘抜井の場合には普通井の様に的確に定め難い。しかし次に示すが如く壓力線の P點 に於ける勾配即ち含水量中流れを初めて起す點換言すれば影響圓上の一點に於ける壓力の變化率即ち $\frac{dy}{dx}$ を其の含水層の土砂に對する m の値に等しく置く事によりて R を求むるを最も妥當と認める。此の意味は井の中心より R なる距離の處から水が井に向つて地下水が流れ初むると言ふことである。之に隨つて計算を進むると次の如くなる。

即ち

(7) 式より

$$\frac{dy}{dx}=\frac{Q}{2\pi ktx}$$

$x=R$ なる時は $\frac{dy}{dx}=m$ なれば

$$R=\frac{Q}{2\pi kmt} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

を得る。

即ち汲出量が明なれば R は (10) 式によりて定まる。隨つて (9) 式によりて $(H-h)$即ち井の水面降下が判る。又逆に一定の水面降下に對する湧出量 Q は (9) 式及び (10) 式によりて容易に求めらる。

又 R の値を求めて Q を計算してもよし。

即ち

$$R=\frac{H-h}{m\log_e\frac{R}{r}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10_a)$$

により R の値を數回の試算によりて求め之を (9) 式に代入して Q を得る。此の (10_a) は (6_b) と同形である。

5. 結　　論

結論は既に述べたことにより自ら明である。即ち

(1) 水平なる地下水表面を有する普通井の場合に於ては (6) 式或は $(6a)$ 式を用ひて其の含水層に對する略々正確なる R の値を見出すことを得る。此の方法は既に行はれて居る概念的の假定により其の値を認定する方法より數等理論的である。

(2) (1) 同樣の意味に於て掘拔井の場合に於ても (10) 式或は (10_a) 式によりて R の値を求むるを得る。

以上の研究は至つて簡單なることではあるが相等に意義あることゝ思ふ。只著者が最も遺憾に思ふ點は m の理論正確なる値を知るのが困難なことである。之は實驗によりて決定するもので會員諸士の內で此の點に關し，若し前述の Prinz, 或は Miller-Brownlie が擧げて居る値より一層的確なる値をお持合せの方がありましたならば御教示を願ひたい。之は著者一人の幸ではなかろうと信ずる。 (完)

附記　本編は著者の井に關する研究の一部で大正 15 年 5 月計算せるを今回發表して大方の叱正を仰げるものである。