

論 說 報 告

土木學會誌 第十二卷第四號 大正十五年八月

支 線 式 無 線 電 信 柱

會員 工學博士 草 間 偉

Wireless Tower Provided with Stays

By Isamu Kusama, Dr. Eng., Member.

内 容 梗 概

支線を有する無線電柱又は煙突の各段支點に於て先づ普通連桁の公式に依り水平反力を見出し、これを用ひて各支點を恒に一直線上にあらしむる條件を入れ支線断面を決定することに依り、支線の段數に關せず簡易に而も經濟的に設計し得らるゝ支點直線法なるものを案出し、理論並に實驗にて其眞なることを立證し、八段以下の公式を算定表示し彈性方程式より得たる結果と符合することを確め、又本法に依り或る任意の支線式柱の應力算定法を述べ、猶柱の高さに依り惰率を異にせる場合に本法を應用しても支障なきことを論じ、且從來餘り考慮せざりし支線の垂弛を研究し之を定むる公式を案出し、柱建設の際に於ける支線の張り方を述べ、最後に著者が險見川無線電信塔の設計に應用せる實例を掲ぐ。

Synopsis.

New simple and economical method of designing wireless towers Provided with stays of any number of steps, by introducing conditions of keeping supports straight.—Verification of Principle both by theories and experiments.—General formula for towers Provided with stays, up to eight steps equally spaced, always giving the same results as those gained from elastic equations.—Characteristics of section of stay determined by new method.—Calculation of stay pull of any given wireless tower in form of correction to new method.—Applicable to tower with varying flexural rigidity without material error.—Investigation of nature of sag and proper amount of initial tension of stays.—Description of Kemi gawa 90 m. wireless tower designed by author.—Conclusion.

目次

	頁
第一章 緒論	5
1. 緒論	5
2. 支線直線法の梗概	6
第二章 特種弾性支線上の連桁	8
3. 連桁の公式	8
4. 連桁定理の逆の證明	10
問題(一) 等布荷重 2等徑間の連桁	10
問題(二) 同 3等徑間の連桁	11
問題(三) 同 4等徑間の連桁	13
實驗(一) 同上實驗	14
問題(四) 等布荷重と集中荷重を加ふる場合	15
實驗(二) 同上實驗	17
問題(五) 連桁の一支線の位置を一定せる場合	17
(a) 2等徑間	17
(b) 3等徑間	18
實驗(三) 同上實驗	20
問題(六) 連桁定理の逆の撓度よりの證明	20
實驗(四) 同上天秤の實驗	21
實驗(五) 斜支線を有する水平柱に於ける實驗(等布荷重)	21
實驗(六) 同上更に集中荷重を加へし場合の實驗	21
5. 前記證明の結論	22
6. 支線の傾斜角と斷面積	22
7. 柱の樞軸點と控塊との高さの異なる場合	25
(a) 一控塊より支線を張る場合	25
(b) 平行支線の場合	25
第三章 直線法による支線式柱の基本公式	26
8. 等變荷重の場合の公式算出法	26
9. 2段支線の公式	27
10. 3段支線の公式	28
11. 4段支線の公式	28
12. 5段支線の公式	29

13. 6 段支線の公式	30
14. 7 段支線の公式	31
15. 8 段支線の公式	33
16. 小數にて示せる各段公式係數一覽表	34
第四章 彈性方程式と直線法との比較及び支線張力算法, 其一	
(2 段支線の場合)	36
17. 彈性方程式	36
18. 實例の條件	37
19. (A) 直線法	37
20. (B) 彈性方程式法	39
(1) 柱の彎曲率より生ずる D 點の水平變位	40
(2) 支線の張力より生ずる D 點の水平變位	41
21. 定理	42
22. 直線法に依り一般の支線張力算法	44
例題 (一), (二) 及び (三)	45
第五章 彈性方程式と直線法との比較及び支線張力算法, 其二	
(3 段支線の場合)	47
23. 實例の條件	47
24. (A) 直線法	48
25. (B) 彈性方程式法	49
(1) 柱の彎曲率より生ずる 1 及び 2 の點の水平變位	50
(2) 支線の張力より生ずる變位	52
(3) (1), (2) の各より獨立して同一の反力を求め得る定理	54
26. 直線法に依る一般の支線張力算法	55
例題 (四) 及び (五)	58
第六章 彎曲剛率の異なる柱	60
27. 2 段支線の場合	60
(a) 等布荷重	60
(b) 等變荷重	61
28. 3 段支線の場合	63
(a) 等布荷重	63
實驗(七) 惰率異なる連桁の實驗	68

(b) 等變荷重及び集中荷重	68
29. 4 段支線の場合	70
(A) 直線法	70
(B) 弾性方程式法	71
第七章 支線初張力及び垂弛	76
30. 垂弛考慮の必要	76
31. 垂曲線の計算	77
例 同上 實例	79
32. 支線の張力, 垂弛及び支點の水平變位間の一般公式	81
33. 一控塊より支線を張る場合	82
34. 平行支線の場合	84
35. 前兩項兼用の場合	87
36. 三形式の力學上の性質	87
37. 支線の張力, 垂弛, 變位, 曲線長さの變化の實例及び其性質	88
38. 溫度の變化と支線の初應力	91
39. 支線設計及び施工の注意	92
第八章 檢見川無線電信柱	93
40. 總 說	93
41. 設計條件及び假定	93
(a) 風 壓	93
(b) 柱の配置及び形狀寸法	93
(c) 受 風 面	94
(d) 自 重	95
(e) 安全應力強度	95
42. 彎曲率及び支線張力	97
(a) 西風の場合	97
(b) 東風の場合	99
43. 支線の設計	100
(a) 初 張 力	100
(b) 斷面の決定	100
(c) 正確なる斷面の決定法	101
(d) 支線の長さ	102

(e) 支線の重量	102
(f) 垂 弛	102
44. 柱 の 設 計	102
(a) 支線張力の垂直分力	102
(b) 彎曲率より生ずる應壓力(支點)	104
(c) 自重より生ずる應壓力	104
(d) 剪 力	104
(e) 支點間の中央にける彎曲力率	105
(f) 隅柱に於ける最大應壓力	105
(g) 柱の部材の決定	106
45. 柱の底部の設計	108
第九章 結 論	109

第一章 緒 論

1. 緒 論

無線電信用高柱は二つの種類に分けられる。一は支線 (Stay or guy) を以て支持せられて居る支線式柱と、一は自己の力にて立つて居る自立式柱である。支線式柱にも本柱の構造の如何により木柱あり、又はマルコー會社にて好んで建設する鋼管柱あり、又歐洲型とも稱す可き三角形又は四角形の斷面を有する結構の塔もある。

自立式にも鋼鐵結構式のものや、鐵筋混凝土にて築造せる煙突型のものがある。之等に就て精しき説明、内外諸國に於ける現状、利害得失は土木學會誌第十卷第四號に永山教授の論文に出て居るから茲には省略する。

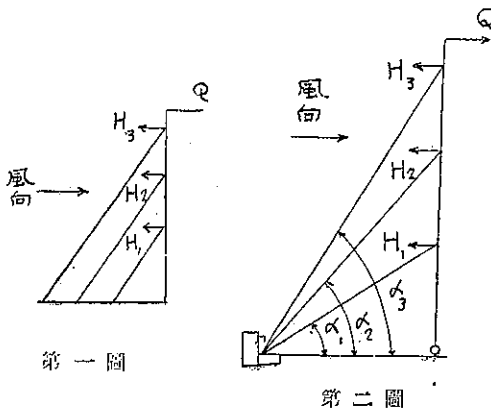
設計上支線式と自立式との利害の主として分るゝ所は、自立式は靜定構造にして風壓、空中線の張力等によりて起る各部の應力を容易に算出し、又は圖式力學にて解き、之に對して適當に設計することが出来るのに、支線式柱は不靜定式構造にて計算が非常に複雑で、從て設計が充分安心される様に出来ないことである。普通計算勞力と相俟ちて可動支點を有する連桁として理論的に解くことは、4 段の支線數を以て最大限度と見做されて居る。斯くて 4 段以上に支線を理論的に計算して設計することは甚面倒で長時日を要するから、之を完全に算定したものは世界を通じても僅に指を屈するに過ぎない。多くは前例に依るとか又は目の子勘定に依り、宜い加減に設計して居るのである。且つ支線の段數を増すと急に計算が複雑になるから、高 200 米にならうが 250 米にならうが皆 4 段にしようとするため支線は太くなる。特別上等の鋼線が必要になる。柱の本體も丈夫にしなければならないようになる現状で、併も出來たものも尙ほ不安心たるを免れない。

然らば支線式は自立式に比して他の點にて結果が劣るかといふに決して然らず。却て建設費の低廉なる事、耐震安定度の高き事等は自立式に遙に勝つて居る。唯計算法の不確實のため危険視さるゝ事、支線の維持に手数のかかる事、用地を廣く要する事にて市内には不適當であるのみで、外觀等は不細工な自立式塔よりも却て優美である。要するに最大なる缺點は計算法の煩雜なることに歸着する。簡単に理論的な設計法さへ發見されれば今後も支線柱を採用したい場合が却々多い。又支線式高柱の理論的簡易計算並に設計法の必要は單に無線電信に止まらない吾人の日々目撃する小煙突は大抵煉瓦等の充分緊定しない基礎の上に建つ支線式柱にて、普通何段もの支線を科學的基礎を有せず大體先例によりて張つたものに過ぎないので顛倒の例も少くない。然りと雖も之が安定度の検査は却々難事である。又近來頗る増加せる混凝土施工塔も此種の柱にして、支線等も何等科學的考慮なしに設計せるもの多く市民の保安上頗る寒心に堪へない次第である。

茲に於て著者は逕信省の無線電信柱設計の囑託を受けて居るので研究の結果、理論的の簡易設計及び從來の彈性力學的解法に比し、遙に容易なる應力算定法を案出した。以下支點直線法又は單に直線法と稱する其梗概を下に略述することにする。

2. 支點直線法の梗概

要點は本柱と支線との接續點(以下單に支點と稱する)は如何に風が吹ける場合にも恒に一直線上にあるように支線を設計せんとすることである。平時柱は勿論一直線である。暴風の時も少くも之等の支點を一直線上に置くようにする事は、無線電信柱の如き基礎樞軸上に自由に立つ構造物の理想である。此原理にて設計すれば柱の支點は恒に一直線上にあるから普通



の支點が恒に一直線上にある逆桁の公式が應用出来る。又斯く設計するには第一圖の如き場合には、支線の長さは支點の地面上の高さに比例するから此支點に於ける反力を出す公式により、直ちに支線の張力を知り之を使用して各支線の太さを定むればよい。併し普通1個の控塊 (Anchor block) より數多の支線を出す場合が多い。(第二圖)

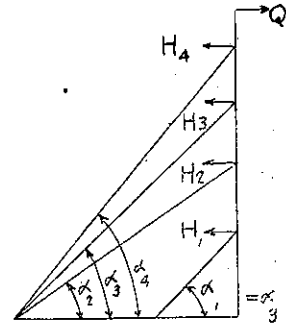
此際は支點の反力を夫々 $H_1 H_2 \dots H_n$ とし、其傾斜角を夫々 $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n$ とする時は此等 H の中 α の最も 45° に近き支線に丁度應力より求めたる太さを與へ他の支線は

$$\frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} = \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2} = \frac{H_3 \sec^3 \alpha_3}{3A_3} = \dots = \frac{H_n \sec^3 \alpha_n}{nA_n} \dots \dots \dots (I)$$

の如き比によりて其断面を定む。

而して α なる傾斜角が 35° 乃至 55° の間なれば斯く定むることが應力より断面を決定せるものと極めてよく合致する。少くも 30° より低く張る事、又 60° より高く張る事は設計上面白くない。斯る必要の起る場合には第二の控塊を造りて傾斜角をよくし、支線の節約を計るがよい。それには第三圖の如くする。 $\alpha_1 = \alpha$ 又は $\alpha_1 = \alpha_4$ にする、下に別にするものが1本なれば α_3 、即ち 45° に近きものと平行にするがよい。2本以上あれば上の方の 45° 附近のものと夫々平行にするがよい。此支線の断面は上の平行なる支線の断面に準すればよい。例へば第三圖の場合に $\frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{3A_1} = \frac{H_3 \sec^3 \alpha_3}{3A_3}$ とする。

上記直線法に依れば支線の段数を増しても極めて簡単に設計し得られ従來の彈性方程式に依る方法の如く支線断面を假定して之を試みて決定する煩雜なる方法に比し、高塔にありては適當に段数を増して支線の断面を減し製作を簡單ならしめ、柱自身に於ても支點間の距離即ち徑間を減じて其断面を細くし風を受くる面積を減じて遂に經濟的の設計をなし得られる。即ち従來假定したる所に支點を恒に一直線上に置く條件を挿入した理で計算を簡易ならしむると同時に經濟的の設計をなし得るようにしたものである。



第三圖

次に著者は一般に支點が一直線上にあらざる場合の應力を簡易に定むる事を研究し、或る柱の支線の断面が (I) 式を満足する支線の断面積 (以下標準断面と稱する) よりの差違を求め、此差異のために生ずる支線と柱とに起る働 (Work) の式より、最小働の原則によりて支線の段数より1個少き未知数を有する一次聯立方程式を出し之を解きて標準反力 (支線が (I) 式を満足する時の反力) に施すべき補正を算定する方法を創意した。

又連桁の公式は總て柱の太さが高さに関せず恒に一樣なる場合に眞なるも支線の設計には柱自身の彎曲剛率が高さにより 10 倍位まで異なるものに實際設計上差支へなき如く應用し得らるゝことを確めた。

要之従來最も複雑と見られた4段以上の支線段数の場合にも、連桁の普通公式を使用して容易に且つ經濟的の設計をなし、且つ現在ある塔の安定度も支線段数に關せず比較的容易に而も理論的に檢査出来るやうになつたのである。

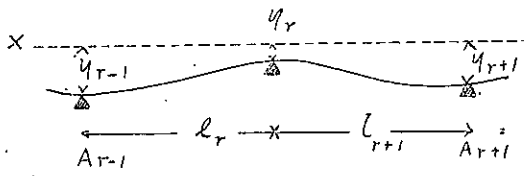
以下章を追ひて上述支點直線法の理論的眞なることを證明し、實驗にて之を確め、次に支線段数8段以下の場合の公式を列擧し、更に2段及び3段の場合に (I) 式にて求めたる支線の断面を Maxwell の法則による理論的の彈性方程式に依る方法中に入れて算出したる結果、直線法より得たる反力と全く符合することを立證し、更に進んで任意の柱及び支線の場合に

支點直線法にて得たる標準反力に補正を施して求め得たる結果と前記弾性方程式の複雑なる計算に依り得たる結果を照合し、支線の断面及び柱の惰率を變へて試むるも恒に符合する事を確め、次に柱の彎曲剛率が高さに依りて變化する場合にも支線断面の決定には充分なる精度を以て連桁の公式の應用せらるゝことを2段、3段及び4段支線の場合に弾性方程式により補正式を求めて實例に就き立證し、又柱の力率は此場合場所により多少狂ひ多きも、普通力率の小なる所に於て起るものにして設計上には斯る場合に柱自身は軸壓力を受くる單桁として考慮する方安全なるを以て、別に支障なきを説き更に支線の初張力及び垂池 (Initial pull & sag) の研究の必要なるを論じ、從來垂池の考へを設計に入るゝこと能はざりし所に張力、垂池及び變位の性質を研究して、之が條件を入れて少くも平素及び最大風壓の際に支點を一直線ならしむるが如く初張力の決定法を述べ、最後に著者が千葉縣檢見川に於ける高さ90米塔の設計に應用せる實例の要點を記す事とする。

第二章 特種彈性支點上の連桁

3. 連桁の公式

凡そ連桁の理論の基礎をなすものは次の三個反偶力の定理である。



第四圖

XY は荷重を課せざる以前の位置にて課したる後は第四圖の如く沈下し且つ曲れるものとする。

連桁の中立軸に對する彎曲剛率は常數なりとする。然らば

$$l_r M_{r-1} + 2(l_r + l_{r+1})M_r + l_{r+1}M_{r+1} = -\frac{6}{l_r} \int_0^{l_r} M'_r x dx - \frac{6}{l_{r+1}} \int_{l_r}^{l_r+l_{r+1}} M'_r (l_{r+1}-x) dx$$

$$-6EI \left(\frac{\eta_r - \eta_{r-1}}{l_r} - \frac{\eta_{r+1} - \eta_r}{l_{r+1}} \right) \dots \dots \dots (II)$$

茲に M_r, M_{r+1} は夫々徑間 l_r, l_{r+1} に於て單桁としての或る點に於ける彎曲率、 EI は桁の彎曲剛率である。

今此 l_r, l_{r+1} に於ける荷重を夫々 P_r, P_{r+1} なる等布荷重とすれば

$$l_r M_{r-1} + 2(l_r + l_{r+1})M_r + l_{r+1}M_{r+1} = \frac{P_r l_r^3}{4} + \frac{P_{r+1} l_{r+1}^3}{4}$$

$$-6EI \left(\frac{\eta_r - \eta_{r-1}}{l_r} - \frac{\eta_{r+1} - \eta_r}{l_{r+1}} \right) \dots \dots \dots (III)$$

若し支點が斯く荷重を載せた際に恒に一直線上にあれば、換言すれば

- (a) 支點全く不動なる場合
- (b) 支點が彈性的に動くも豫め XY 線上の一點よりの距離に比例して移動する如く準備せる場合 (XY 上の一は無限大の所にてよし)

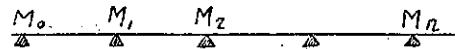
には (III) 式の右邊の第三項は零となる。且つ荷重徑間全部均一にて P 及び l なりとすれば

$$M_{r-1} + 4M_r + M_{r+1} = \frac{Pl^2}{2} \dots \dots \dots (IV)$$

此際連桁の兩端支端なる場合の反力及び反偶力率は徑間の數を n とすると

$$M_0 = 0, \quad M_n = 0$$

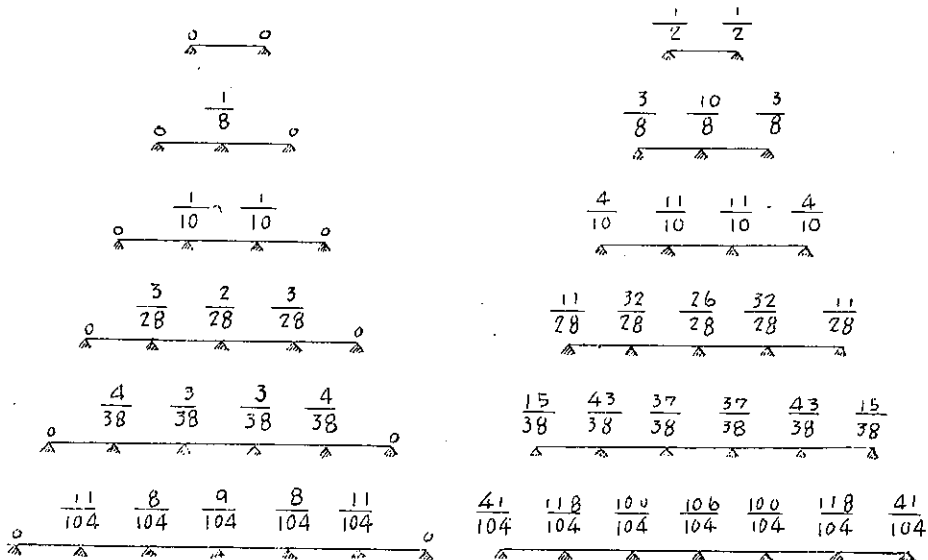
$$\left\{ \begin{array}{l} 4M_1 + M_2 = \frac{Pl^2}{2} \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = \frac{Pl^2}{2} \\ \dots \dots \dots \\ M_{n-2} + 4M_{n-1} = \frac{Pl^2}{2} \end{array} \right.$$



第五圖

反偶力率
 α の値

反力
 β の値



第六圖

$$(V) \begin{cases} R_{r-0} = \frac{M_{r-1} - M_r}{l} + R'_{r-0} \\ R_{r+0} = -\frac{M_r - M_{r+1}}{l} + R'_{r+0} \\ R_r = R_{r-0} + R_{r+0} \end{cases} \quad R' \text{ は其徑間を單桁と考へし場合の反力}$$

前式を使ひて $n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ の場合を解きて表示すれば第六圖のようである。

$$M = \alpha P l^2 \dots (VI), \quad R = \beta P l \dots (VII)$$

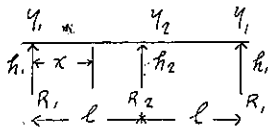
4. 連桁定理の逆の證明

連桁の定理の逆とは或る荷重系に對し前項の公式に依り算定せる反力を逆に連桁に加ふるように支點を準備して置けば、假令連桁は彈性又は可動支點上にあるも、支點は恒に一直線上にあるべしと云ふことにて此ことは前項 (III) 式の所の (b) の場合にて自明の理なるが如く見ゆれ共、若し連桁が螺線發條 (Spring) の如き彈性の支點に支持若しくは吊されて居る場合に、前項例へば (VII) 式に依りて反力の割合を算定し、之に逆比する様に螺線の廻轉數を定めて吊したりとする。當初荷重をかけない際水平にして置けば次に或る任意の等布荷重をかけた時に彈性的沈下をなしても猶支點は果して水平であるかは疑ひの餘地がある。即ち支點は恒に一直線にありとの假定の下に反力を計算せるを以て、直線である内はよきも一旦直線より偏倚すれば始めの假定は全然崩れるから反力も假定と異つて來るかも知れない。即ち斯る場合にも必ず直線になると云はれない。凡俗の例を以て云へば網をかけたからと云つて必ず鳥が來るとも云はれないと云ふ疑問を生ずる。

次に連桁の逆定理の眞なる事を二、三の問題を以て理論的に證明し、又實驗にて立證することにする。下の問題にては全部等しき徑間にして P なる強度の等布荷重を受くるものとする。

問題 (一) 等布荷重 2 等徑間の連桁

今 2 徑間の連桁あり之を h_1, h_2 なる高さの断面各 A なる彈性支柱にて單に支へ $h_1 R_1 = h_2 R_2$ になるが如く h_1, h_2 を定めたりとする (即ち第 (VII) 式の R_1, R_2 に逆比して h_1, h_2 を定めたとする) 然らば如何なる等布荷重にても恒に此支點は一直線上にあるべし。(第七圖)



第七圖

證明 今 η_1, η_2 を支點の荷重によりての沈下とする

$$\therefore R_2 = 2Pl - 2R_1, \quad \eta_1 = \frac{R_1 h_1}{AE}, \quad \eta_2 = \frac{2(Pl - R_1)h_2}{AE}$$

$$\text{支柱に於ける働は } W_p = 2 \times \frac{1}{2} \eta_1 R_1 + \frac{1}{2} \eta_2 R_2 = \frac{R_1^2 h_1}{AE} + \frac{2(Pl - R_1)^2 h_2}{AE}$$

桁に於ける力率よりの内働 W_b は $M' = -R_1x + \frac{Px^2}{2}$

$$\begin{aligned} W_b &= 2 \int_0^l \frac{M'^2 dx}{2EI} = \frac{1}{EI} \int_0^l (R_1^2 x^2 - R_1 P x^3 + \frac{P^2 x^4}{4}) dx \\ &= \frac{l^3}{EI} \left(\frac{R_1^2}{3} - \frac{PR_1 l}{4} + \frac{P^2 l^2}{20} \right) \end{aligned}$$

全體の働 W は

$$W = W_b + W_s = \frac{l^3}{EI} \left(\frac{R_1^2}{3} - \frac{PR_1 l}{4} + \frac{P^2 l^2}{20} \right) + \frac{R_1^2 h_1}{AE} + \frac{2(Pl - R_1)^2 h_2}{AE}$$

$$\frac{dW}{dR_1} = \frac{l^3}{EI} \left(\frac{2}{3} R_1 - \frac{Pl}{4} \right) + \frac{2R_1 h_1 - 4(Pl - R_1) h_2}{AE} = 0$$

$$\frac{2}{3} R_1 - \frac{Pl}{4} + \frac{(2h_1 + 4h_2) IR_1 - 4Ph_2 I}{A l^3} = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_1 &= \frac{\frac{Pl}{4} + \frac{4Ph_2 I}{A l^3}}{\frac{2}{3} + \frac{2h_1 + 4h_2}{A l^3} I} = \frac{\frac{3}{8} Pl + \frac{6Ph_2 I}{A l^3}}{1 + \frac{3(h_1 + 2h_2)}{A l^3} I} \\ &= \frac{3}{8} Pl \frac{1 + \frac{16h_2}{A l^3} I}{1 + \frac{3(h_1 + 2h_2)}{A l^3} I} \\ R_2 &= 2(Pl - R_1) \end{aligned} \right.$$

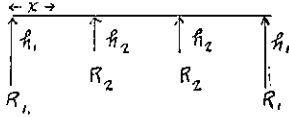
此式にて $3h_1 = 10h_2$ 即ち $h_1 = \frac{10}{3} h_2$ とすれば分母及び分子は同一となり I 及び A の如何に關せず

$$\left\{ \begin{aligned} R_1 &= \frac{3}{8} Pl \\ R_2 &= \frac{10}{8} Pl \end{aligned} \right.$$

(VII) 式にて得たるものと同じ、而して $3h_1 = 10h_2$ を $\eta_1 = \frac{R_1 h_1}{AE}$, $\eta_2 = \frac{R_2 h_2}{AE}$ に入れると $\eta_1 = \eta_2$ となり如何なる等布荷重を載せるも恒に支點は一直線上にあることが知れる。即ち支柱の高さを普通の連桁の反力 (VII) 式と逆比例するが如く定むればよい。

問題 (二) 等布荷重 3 等徑間の連桁

前問題にて 3 徑間の場合 (第八圖)



第八圖

$$R_2 = \frac{3}{2}Pl - R_1$$

$$M_1' = -R_1x + \frac{P}{2}x^2$$

$$M_2' = -R_1l + \frac{P}{2}l^2 - \frac{Pl}{2}x + \frac{Px^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{桁に於ける内働} \quad W_0 &= 2 \int_0^l \frac{\left(-R_1x + \frac{P}{2}x^2\right)^2 dx}{2EI} + 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\left\{-R_1l + \frac{P}{2}(l^2 - lx + x^2)\right\}^2}{2EI} dx \\ &= \frac{l^3}{EI} \left(\frac{5}{6}R_1^2 - \frac{2}{3}PR_1l + \frac{9}{10}P^2l^2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{全體の内働} \quad W &= W_0 + W_p = \frac{l^3}{EI} \left(\frac{5R_1^2}{6} - \frac{2}{3}PR_1l + \frac{9}{10}P^2l^2 \right) \\ &\quad + \frac{R_1^2 h_1}{AE} + \frac{\left(\frac{3}{2}Pl - R_1\right)^2 h_2}{AE} \end{aligned}$$

$$\frac{dW}{dR_1} = \frac{l^3}{EI} \left(\frac{5}{3}R_1 - \frac{2}{3}Pl \right) + \frac{2R_1 h_1 - 2\left(\frac{3}{2}Pl - R_1\right)h_2}{AE} = 0$$

$$\frac{5}{3}R_1 - \frac{2}{3}Pl + \frac{I}{Al^3} \left\{ 2(h_1 + h_2)R_1 - 3Plh_2 \right\} = 0$$

$$R_1 = \frac{\frac{2}{3} + \frac{3I}{Al^3}h_2}{\frac{5}{3} + \frac{2I}{Al^3}(h_1 + h_2)} Pl = \frac{2}{5} Pl \frac{1 + \frac{9I}{2Al^3}h_2}{1 + \frac{6I}{5Al^3}(h_1 + h_2)}$$

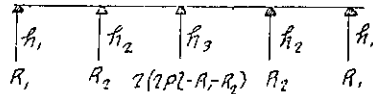
(VII) 式により $h_1 = \frac{11}{4}h_2$ とすれば分母分子全く同一となり

$$\begin{cases} R_1 = \frac{2}{5}Pl \\ R_2 = \frac{3}{2}Pl - \frac{2}{5}Pl = \frac{11}{10}Pl \end{cases}$$

即ち $h_1 = \frac{11}{4}h_2$ の如く h_1, h_2 の高さを定むれば A, I の如何に關せず普通の連桁と同一の反力を生ずる。又 $\eta_1 = \frac{R_1 h_1}{AE}$, $\eta_2 = \frac{R_2 h_2}{AE}$ なる支柱の沈下も同一となり、如何なる強さの等布荷重に關はず支點は一直線上にある。

問題(三) 等布荷重4等径間の連桁

4等径間の場合(第九圖)



第九圖

前問題と同様にして桁に於ける内働 W_b は

$$W_b = \frac{l^3}{EI} \left\{ \frac{8}{3} R_1^2 - 4PR_1l + \frac{1}{3} R_2^2 + \frac{5}{3} R_1R_2 - \frac{17}{12} PR_2l + C \right\}$$

但し C は R_1, R_2 はを含まない項である。支柱の内働 W_p は

$$W_p = \frac{R_1^2 h_1}{AE} + \frac{R_2^2 h_2}{AE} + \frac{2(2Pl - R_1 - R_2)^2 h_3}{AE}$$

全體の内働 W は $W = W_b + W_p$

最小働の原則に依り

$$\begin{cases} \frac{\partial W}{\partial R_1} = \frac{l^3}{EI} \left\{ \frac{16}{3} R_1 + \frac{5}{3} R_2 - 4Pl \right\} + \frac{2}{AE} \left\{ R_1 h_1 - (4Pl - 2R_1 - 2R_2) h_3 \right\} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial R_2} = \frac{l^3}{EI} \left\{ \frac{5}{3} R_1 + \frac{2}{3} R_2 - \frac{17}{12} Pl \right\} + \frac{2}{AE} \left\{ R_2 h_2 - (4Pl - 2R_1 - 2R_2) h_3 \right\} = 0 \end{cases}$$

之より

$$\begin{cases} R_1 \left\{ 6 \frac{l^3}{AE^3} (h_1 + 2h_3) + 16 \right\} + R_2 \left\{ 12 \frac{l^3}{AE^3} h_3 + 5 \right\} = \left\{ 24 \frac{l^3}{AE^3} h_3 + 12 \right\} Pl \\ R_1 \left\{ 48 \frac{l^3}{AE^3} h_3 + 20 \right\} + R_2 \left\{ 24 \frac{l^3}{AE^3} (h_2 + 2h_3) + 8 \right\} = \left\{ 96 \frac{l^3}{AE^3} h_3 + 17 \right\} Pl \end{cases}$$

 $\frac{l^3}{AE^3} = m$ と置き定列式 (Determinant) に依りて解けば

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 12(2mh_3 + 1) & 1 \\ 31 & 24mh_2 + 3.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6mh_1 + 11 & 12mh_3 + 5 \\ -6mh_2 + 3 & 6mh_2 + 12mh_3 + 2 \end{vmatrix}} \cdot \frac{Pl}{4} \\ &= \frac{12(48m^2 h_2 h_3 + 7mh_3 + 24mh_2) + 11}{36m^2(h_1 h_2 + 2h_2 h_3 + 2h_3 h_1) + 12m(h_1 + 8h_2 + 8h_3) + 7} \cdot \frac{Pl}{4} \end{aligned}$$

$$R_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6mh_1 + \frac{57}{8} & \frac{31}{4} \\ 11.5 & 96mh_3 + 17 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6mh_1 + 11 & 12mh_3 + 5 \\ -6mh_2 + 3 & 6mh_2 + 12mh_3 + 2 \end{vmatrix}} \cdot \frac{Pl}{4}$$

$$= \frac{288m^2h_1h_3 + 51mh_1 + 342mh_3 + 16}{(R_1 \text{ の分母と同じ})} \cdot \frac{Pl}{2}$$

今 (VII) 式により R_1, R_2, R_3 は $\frac{11}{28}, \frac{32}{28}, \frac{26}{28}$ に比例するものと假定し, h_1, h_2, h_3 を之に逆比して

$$h_1 = 416$$

$$h_2 = 143$$

$$h_3 = 176$$

として上の R_1, R_2 の式に入れて見ると m の項即ち l, A の如何に關らず

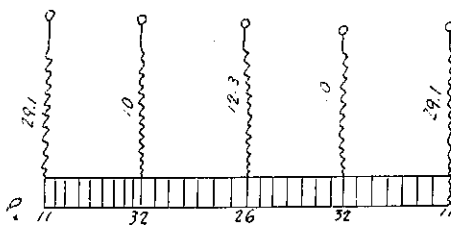
$$\begin{cases} R_1 = \frac{11}{28} Pl \\ R_2 = \frac{8}{7} Pl \end{cases}$$

を得 (VII) 式と全く同一である。

前問題の結論と同一のことが云はれる。

實驗 (一) 同上實驗

問題 (三) にて證明せることを實驗にて證するため寫眞第一にて見る如く 4 等徑間の連桁



第十圖

を螺線發條にて平に吊す。螺線廻轉數は前問の h_1, h_2, h_3 に比例して第十圖の如く定め、次に種々の強さ (P) なる等布荷重を載せて支點の沈下を試験し、最後に全く桁を除きしに支點は恒に一直線上にあることを確めた。連桁には Nupubest (Null Punkt Bestimmung) の薄き鋼鐵條

を用ひ、惰率を變化するようには 4 枚を合せて緊結して試みしが、厚さには影響されない。

最後に以上の既定の螺線廻轉數を狂はせると、等布荷重にて支點の一直線は到底望まれないことも判る。

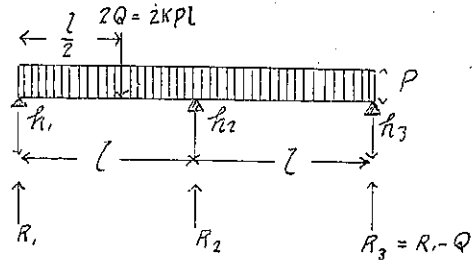
螺線發條は直徑約 1 耗の眞鍮の針金を直徑約 10 耗の螺線に巻きたるものにて螺線 1 廻轉、張力 1 匁に就き 0.0075 耗宛伸張するものを用ひ、130 匁以下にては重量に比例して均一に伸張をなし、又元の狀體に復歸することを確め、重錘には散彈を 10 匁宛袋に入れたるもの

にて普通 30 耗毎にかけた。次々の実験にも同様のものを使用した。此距離は実験に依り適宜変更した。

問題(四) 等布荷重と集中荷重を加ふる場合

2 等徑間の連桁が等布荷重及び一方の徑間の中央に等布荷重に比例して増加する集中荷重 $2Q=2KPl$ を受くる場合(第十一圖)

先づ支點の沈下せざる場合の反力を求めんに R_1 と R_3 の差は $2Q$ なる集中荷重より來るものにして、始め R_2 の無き單桁の場合には $\frac{3 \times 2Q}{4} - \frac{1 \times 2Q}{4}$ 即ち Q にて後 R_2 なる反力が加はつても此差には影響がないから



$$R_3 = R_1 - Q$$

$$R_2 = 2Pl + 2Q - 2R_1 + Q = 2Pl + 3Q - 2R_1$$

$$m = -R_1x + \frac{Px^2}{2} \quad 0 < x < \frac{l}{2}$$

$$m = -R_1x + \frac{Px^2}{2} + 2Q\left(x - \frac{l}{2}\right) = -(R_1 - 2Q)x + \frac{Px^2}{2} - Ql \quad \frac{l}{2} < x < l$$

$$m = -(R_1 - Q)x + \frac{Px^2}{2} \quad 2l > x > l$$

W_b を桁に於ける内働とすれば

$$W_b = \frac{1}{2EI} \left[\int_0^{\frac{l}{2}} \left(R_1x - \frac{Px^2}{2} \right)^2 dx + \int_{\frac{l}{2}}^l \left\{ (R_1 - 2Q)x - \frac{Px^2}{2} + Ql \right\}^2 dx + \int_0^l \left\{ (R_1 - Q)x - \frac{Px^2}{2} \right\}^2 dx \right] = \frac{l^3}{2EI} \left\{ \frac{2}{3} R_1^2 - R_1 \left(\frac{Pl}{2} + \frac{13}{12} Q \right) + C \right\}$$

但し C は R_1 を含まない項である。

$$\frac{dW_b}{dR_1} = \frac{4}{3} R_1 - \left(\frac{Pl}{2} + \frac{13}{12} Q \right) = 0 \quad \text{之より } R_1 \text{ を求め } Q = KPl \text{ とすれば}$$

$$\begin{cases} R_1 = \frac{3}{8} Pl + \frac{13}{16} Q & = (6 + 13K) \frac{Pl}{16} \\ R_2 = 2Pl + 3Q - 2R_1 = \frac{10}{8} Pl + \frac{22}{16} Q = (20 + 22K) \frac{Pl}{16} \\ R_3 = R_1 - Q & = \frac{3}{8} Pl - \frac{3}{16} Q = (6 - 3K) \frac{Pl}{16} \end{cases}$$

之が支點の沈下せざる普通連桁としての反力である。

次に弾性支點を有するものとして支柱の高さ h_1, h_2, h_3 を

$$h_1(6+13K)=h_2(20+22K)=h_3(6-3K)$$

なる條件を満足するやうに定めたりとする。此際 $6-3K$ が零になり、又は零より小なる即ち負になる場合は考ふることが出来ない。實際の柱の場合には決して斯の如き場合は起らないから考ふる必要もない。

次に斯の如く支柱を定め連桁も支柱も同時に考へて最小働の原則に依り反力を求むるに、問題(一)、(二)等に於けると同様に全體の内働 W は

$$\begin{aligned} W &= \frac{l^3}{2EI} \left\{ \frac{2}{3} R_1^2 - R_1 \left(\frac{Pl}{2} + \frac{13}{12} Q \right) \right\} + C \\ &\quad + \frac{R_1^2 h_1}{2AE} + \frac{(R_1 - Q)^2 h_3}{2AE} + \frac{(2Pl + 3Q - 2R_1)^2 h_2}{2AE} \\ \frac{dW}{dR_1} &= \frac{2l^3}{3EI} R_1 + \frac{R_1 h_1 + (R_1 - Q) h_3 - 2(2Pl + 3Q - 2R_1) h_2}{AE} \\ &\quad - \frac{l^3}{2EI} \left(\frac{Pl}{2} + \frac{13}{12} Q \right) = 0 \\ R_1 &= \frac{\frac{Pl}{4} + \frac{13}{24} Q + \frac{I}{Al^3} \{ Q h_3 + 2(2Pl + 3Q) h_2 \}}{\frac{2}{3} + \frac{I}{Al^3} (h_1 + 4h_2 + h_3)} \end{aligned}$$

$Q = KPl$ とし分母子を 24 倍すれば

$$R_1 = \frac{6 + 13K + \frac{24I}{Al^3} \{ K h_3 + (4 + 6K) h_2 \}}{16 + \frac{24I}{Al^3} (h_1 + 4h_2 + h_3)} Pl$$

前 h_1, h_2, h_3 を定めたる條件に依り

$$h_1 = \frac{20 + 22K}{6 + 13K} h_2, \quad h_3 = \frac{20 + 22K}{6 - 3K} h_2$$

とすれば

$$R_1 = \frac{6 + 13K + \frac{96I}{Al^3} \cdot \frac{K^2 + 11K + 6}{6 - 3K} h_2}{16 + \frac{96I}{Al^3} \frac{16(K^2 + 11K + 6)}{(6 + 13K)(6 - 3K)} h_2} Pl = \frac{6 + 13K}{16} Pl$$

従つて R_2, R_3 も普通の連桁の場合と同様になる。

故に等布荷重のみならず如何なる集中荷重が有つても其荷重が恒に等布荷重と比例して同

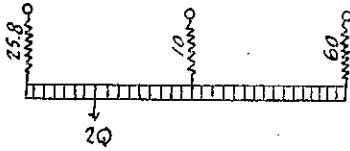
時に増して行くならば、上の條件は恒に満足されて當初支點が一直線にあるように上の條件で支柱又は支線を定めて置けば支點は其荷重が如何に増加しても恒に一直線上にあることを知る。

實驗(二) 同上實驗

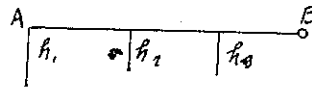
問題(四)の事實を確めんがため第十二圖の様な實驗をした。(寫眞第二参照)

$P=0.726 \text{ gr/cm}$ 桁の自重, $2q=20 \text{ gr}$ として桁を平に支へ之に 35 倍の荷重を加へて $P=26.12 \text{ gr/cm}$, $K=0.4$ となる。

$2Q=720 \text{ gr}$ とすれば螺旋發條の廻轉數は $11.2 n_1 = 28.8 n_2 = 4.8 n_3$ にて定めしに同じく支點は一直線をなすことを知つた。



第十二圖



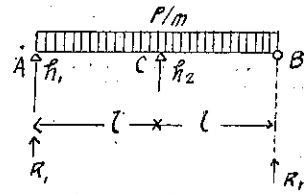
第十三圖

問題(五) 連桁の一支點の位置を一定せる場合(第十三圖)

此場合にも(VII)式により反力を出し之により η なる沈下を一定點 B よりの距離に比例せしむる様にすれば前項同様に恒に支點は一直線上にあることを 2 等徑間及び 3 等徑間の場合に就て證明せん。

(a) 2 等徑間の場合(第十四圖)

B 點は單に支へられ荷重を受くるも沈下しないものとする。如何に h_1, h_2 が沈下するも水平の位置より餘り狂はざる限り左右對稱の理由に依り AB 兩支端には等しき反力 R_1 を生ず問題(一)の場合と同様に支柱及び桁の内働の式より



第十四圖

$$\begin{cases} R_1 = \frac{3}{8} Pl \frac{1 + \frac{16h_2}{Al^3} I}{1 + \frac{3(h_1 + 4h_2)I}{2Al^3}} \\ R_2 = 2(Pl - R_1) \end{cases}$$

を得。之にて h_1 の高さを問題(一)の場合の 2 倍として

$$h_1 = \frac{20}{3} h_2$$

とすれば上式は分母及び分子が等しくなりて

$$\begin{cases} R_1 = \frac{3}{8}Pl \\ R_2 = \frac{10}{8}Pl \end{cases}$$

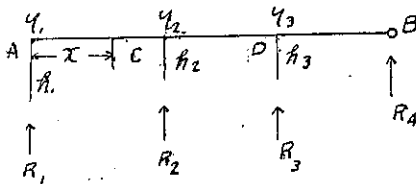
となりて

$$\eta_1 = \frac{R_1 h_1}{AE} = \frac{3h_1}{8AE}Pl = \frac{20h_2}{8AE}Pl$$

$$\eta_2 = \frac{R_2 h_2}{AE} = \frac{10h_2}{8AE}Pl = \frac{1}{2}\eta_1$$

即ち A 點の沈下は C 點の沈下の 2 倍となりて如何なる等布荷重にても支點は恒に B を過ぎる直線上にある。

(b) 3 等徑間の場合 (第十五圖)



第十五圖

今度は R_4 が R_1 に等しとは直に云ふことが出来ない。弾性支點として最小働の原理より解いて見やう。 M_1', M_2', M_3' を夫々徑間 AC, CD, DB の間の或る點 x に於ける彎曲力率 M_2, M_3 を夫々 C 點 D 點に於ける彎曲率

$$M_1' = -R_1 x + \frac{P}{2}x^2, \quad M_2 = -R_1 l + \frac{P}{2}l^2$$

$$M_2' = -R_1 l + \frac{P}{2}(l^2 - lx + x^2), \quad M_3 = -R_4 l + \frac{P}{2}l^2$$

桁に於ける内働 W_0 は

$$W_0 = \int_0^l \frac{M_1'^2 dx}{2IE} + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_2'^2 dx}{2IE} + \int_0^l \frac{M_3'^2 dx}{2IE} + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_2'^2 dx}{2IE}$$

問題(二)の場合と同様にして

$$W_0 = \frac{l^3}{2EI} \left(\frac{5}{6}R_1^2 - \frac{2}{3}PRE_1 l + \frac{9}{10}P^2 l^2 \right) + \frac{l^3}{2EI} \left(\frac{5}{6}R_4^2 - \frac{2}{3}PRE_4 l + \frac{9}{10}P^2 l^2 \right)$$

$$W_2 = \frac{R_1^2 h_1 + R_2^2 h_2 + R_3^2 h_3 + R_4^2 h_4}{2AE}$$

$$R_4 = Pl + \frac{2M_2 - M_3}{l} = \frac{3}{2}Pl - 2R_1 + R_4$$

$$R_3 = \frac{3}{2}Pl - 2R_1 + R_4$$

$$W = W_b + W_p = \frac{l^3}{2EI} \left\{ \frac{5}{6} (R_1^2 + R_4^2) - \frac{2}{3} Pl(R_1 + R_4) + \frac{9}{5} P^2 l^2 \right\} \\ + \frac{R_1^2 h_1 + \left(\frac{3}{2} Pl - 2R_1 + R_4 \right)^2 h_2 + \left(\frac{3}{2} Pl - 2R_4 + R_1 \right)^2 h_3 + R_4^2 h_4}{2AE}$$

$$\frac{\partial W}{\partial R_1} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial R_2} = 0, \quad \frac{I}{Al^3} = m \quad \text{とすれば}$$

$$\begin{cases} R_1 \left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_1 + 4h_2 + h_3) \right\} - 4R_4 m(h_2 + h_3) = \left\{ \frac{2}{3} + 3m(2h_2 - h_3) \right\} Pl \\ -4R_1 m(h_2 + h_3) + R_4 \left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_4 + 4h_3 + h_2) \right\} = \left\{ \frac{2}{3} + 3m(2h_3 - h_2) \right\} Pl \end{cases}$$

此兩式より

$$R_1 = \frac{\left\{ \frac{2}{3} + 3m(2h_2 - h_3) \right\} \left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_4 + 4h_3 + h_2) \right\} + \left\{ \frac{2}{3} + 3m(2h_3 - h_2) \right\} 4m(h_2 + h_3)}{\left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_1 + 4h_2 + h_3) \right\} \left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_4 + 4h_3 + h_2) \right\} - 16m^2(h_2 + h_3)^2} Pl$$

$$R_4 = \frac{\left\{ \frac{2}{3} + 3m(2h_3 - h_2) \right\} \left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_1 + 4h_2 + h_3) \right\} + \left\{ \frac{2}{3} + 3m(2h_2 - h_3) \right\} 4m(h_2 + h_3)}{\left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_1 + 4h_2 + h_3) \right\} \left\{ \frac{5}{3} + 2m(h_4 + 4h_3 + h_2) \right\} - 16m^2(h_2 + h_3)^2} Pl$$

此式の h_1, h_2, h_3, h_4 等には如何なる値を與へてもよい。今 (VII) 式により算出せる R の係数の比は即ち $R_1 : R_2 : R_3 : R_4 = 4 : 11 : 11 : 4$ である。 h_1, h_2, h_3, h_4 等を之と逆比するやうに即ち $h_1 = h_4 = 11, h_2 = h_3 = 4$ として此 R_1, R_2 に入れて見ると丁度問題(二)と同様になる。然れども今度は此高さを此反力の比及び右端 B よりの距離の比を考へて下表の如く

h_4	$11 \times 0 = 0$
h_3	$4 \times 1 = 4$
h_2	$4 \times 2 = 8$
h_1	$11 \times 3 = 33$

にして前の R_1 の式に入れて見ると

$$R_1 = \frac{\frac{10}{9} + 124m + 1,728m^2}{\frac{25}{9} + \frac{5}{3} \times 186m + 4,320m^2} Pl$$

$$= \frac{1 + \frac{9}{10} \cdot 124m + \frac{9}{10} \cdot 1,728m^2}{1 + \frac{9}{5} \cdot 62m + \frac{9}{25} \cdot 4,320m^2} \cdot \frac{10}{25} Pl = \frac{4}{10} Pl$$

となる。同様に $R_1 = \frac{4}{10} Pl$ となり普通の連桁即ち (VII) 式と同一の結果を得る。即ち假定に矛盾がないことが判る。

故に (VII) 式に依りて得る反力によりて B 点よりの距離に比例して支點が沈下する如く支柱の高さ又は螺線發條の廻轉數を定め置けば假定通りの反力を生じて如何なる等布荷重によりても支點は常に一直線上にあることを知る。

實驗 (三) 同上實驗

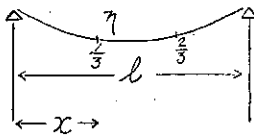


第十六圖

前項問題 (三) の場合を實證せんがため第十六圖の如く連桁の支點を螺線發條にて吊し其廻轉數を圖の如く定めて實驗せるに支點は恒に一直線上に有ることを知つた。(寫真第三参照)

問題 (六) 連桁定理の逆の撓度よりの證明

前記のことは下の方法(第十七圖及び第十八圖参照)により又簡単に證明出来る。今一つの l なる長さの單桁が等布荷重を受けて撓み居るものとする。此際



第十七圖

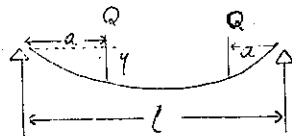
$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ 等の點の撓度は彈性曲線式

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{M}{EI} \text{ なる式より}$$

$$\eta = \frac{P}{24EI} x(l-x)(l^2 + lx - x^2) \text{ を得}$$

$$\therefore \eta_{\frac{1}{3}} = \eta_{\frac{2}{3}} = \frac{11Pl^3}{12 \times 81EI}$$

今 $1/3$ 及び $2/3$ 點に各 Q なる力を上方に向け加へて前の撓を押し戻さんとする。此圖



第十八圖

(第十八圖) の場合は

$$\eta = \frac{Qa^2(3l-4a)}{6EI} \text{ なる式により } \frac{11Pl^3}{12 \times 81EI}$$

$$= \frac{5QP}{162EI}, Q = \frac{11}{30} Pl$$

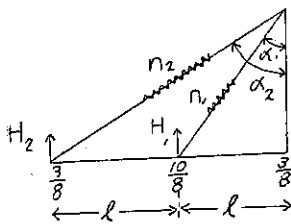
之 (VII) 式の連桁の場合の反力と同一である。徑間數が二つでも四つでも同様に出来る。即ち等布荷重を受けたる桁は一度曲るも (VII) 式の反力を適當の場所に上方に向ひて加ふれば支點は再び一直線に復する。故に連桁の支點に (VII) 式の R の値の如き反力を生ずる様にすれば支點は恒に一直線上にあることは想像に難くない。

實驗(四) 同上天秤の實驗

前項の事實を實驗せんが爲に2箇の天秤(寫眞第四参照)の上に支點を作り連桁を載せ、先づ等布荷重によりて之を彎曲せしめ、後重量を天秤に加へて之を元の水平の位置に復歸せしめて重量を量り(VII)式に一致することを知り、又逆に(VII)式より知れる重量を加ふるに桁が水平に復歸することを知れり。

實驗(五) 斜支線を有する水平柱に於ける實驗(等布荷重)

前項の證明を猶支線を有する實際の柱の場合に近似せしめんがために Mechano を用ひて寫眞第五に示すが如く支柱を水平になし螺線發條を有する支線にて之を水平に支ふ。螺線の



第十九圖

廻轉數は下の式にて定める。(第十九圖参照)

$$n_1 H_1 \sec^2 \alpha_1 : n_2 H_2 \sec^2 \alpha_2 = 1 : 2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{H_2 \sec^2 \alpha_2}{2 H_1 \sec^2 \alpha_1}$$

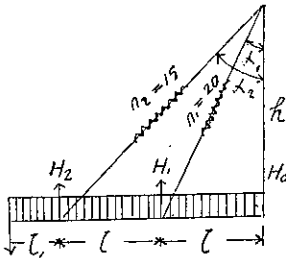
即ち(VII)式により $H_1 = \frac{10}{8} Pl$, $H_2 = \frac{3}{8} Pl$ を入

れ

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{20} \cdot \frac{\sec^2 \alpha_2}{\sec^2 \alpha_1}$$

元一直線のものが一部荷重にては非常に狂ふも全部に均一に載荷すれば支點は原位置より沈下するも再び一直線に復歸することを知る。

實驗(六) 同上更に集中荷重を加へし場合の實驗(第二十圖及び寫眞第六参照)



$Q = KP$ 第二十圖

實驗(四)の等布荷重以外に l_1 なる延長上に更に同じ等布荷重及び等布荷重に比例して増加する Q なる集中荷重を受くる場合は次章(XIV)式に依り

$$\begin{cases} H_1 = \frac{5}{4} Pl - \frac{3}{2} \cdot \frac{M_2}{l} & \text{但し } M_2 = Ql_1 + \frac{Pl_1^2}{2} = KP l_1 + \frac{Pl_1^2}{2} \\ H_2 = \frac{3}{8} Pl + \frac{5}{4} \cdot \frac{M_2}{l} + S & S = Q + Pl_1 = KP + Pl_1 \end{cases}$$

此兩式より得る H_1 , H_2 を前問の公式

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{H_2 \sec^2 \alpha_2}{2 H_1 \sec^2 \alpha_1}$$

に入れて n_1 , n_2 を定める。實驗にては桁の自重は 0.726 gr/cm, 集中荷重は當初 20 gr とす。後には此各に 35 倍を加へて

$$P = 26.12 \text{ gr}, \quad l = 40.75 \text{ cm}, \quad h = 60 \text{ cm}, \quad \sec \alpha_1 = 1.20883, \quad \sec^2 \alpha_1 = 1.46127$$

$$Q = 720 \text{ gr}, \quad l_1 = 7.5 \text{ cm}, \quad \sec \alpha_2 = 1.68648, \quad \sec^2 \alpha_2 = 2.84421$$

として $H_1=1,104.7 \text{ gr}, H_2=1,503.4 \text{ gr}$

を得故に

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{H_2 \sec^2 \alpha_2}{2H_1 \sec^2 \alpha_1} = 1.3244$$

$$n_2 = 15 \text{ とし } n_1 = 19.866 \div 20$$

の如く n_1, n_2 を定めて實驗し載荷後再び一直線になることを確めた。

5. 前記證明の結論

以上の證明及び實驗により等布荷重の場合は勿論等變荷重にても、又は一定點に風壓等に比例して増加し來る集中荷重に對しても同一にして次の如き結論を得。

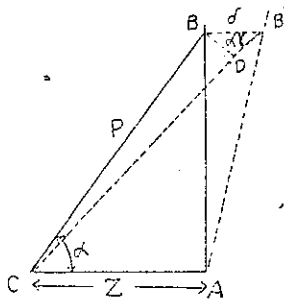
一般に彎曲剛率常數にして荷重のなき時に一直線にある運桁が或る與へられたる荷重を支持する場合には、先づ普通の支點が恒に一直線上にある運桁の公式により支點の反力を求め最初の支點の位置より荷重の爲最後の位置に變位せる際に丁度此反力を生ずるが如く支柱又は支線を設計し置けば、支點は此際計畫通りに一直線上にある。即ち普通運桁の公式を應用して毫も差支へがない。

而して斯の如く設計する事は既に前章の梗概にて述べし如く、支線の場合に極て容易に且つ支線の張力より考へても事實上不經濟にならぬように出来る。此事實は次の項にて精しく述べやう。

6. 支線の傾斜角と斷面積

次に支線の傾斜角 α が 35° と 55° との間であれば支點か柱の底點よりの距離に比例する如く偏る (I) 式の條件にて支線の斷面を定むることが張力より斷面を決定する經濟的斷面

とよく一致することを證明せん。



第二十一圖

今垂直なる柱か風壓のために AB なる位置より AB' なる位置に變位せるものとする。此際支線 BC の張力は P_i より P 迄増加したものとし、垂弛の事は後の章に譲りて茲にては張力より來る伸張のみを考へる。

A を支線の斷面、 E を其彈性率、 δ を支點 B の水平變位とする。

$$\delta = BB' = DB' \sec \alpha = \frac{(P - P_i)Z}{AE} \sec^2 \alpha$$

P_i は支線の初張力である。之を P に比例して即ち $P_i = KP$ となるやうに各段にて定める。

$$\delta = \frac{P(1 - K)Z}{AE} \sec^2 \alpha \dots \dots \dots \text{(VIII)}$$

此式にて $\frac{P}{A}$ は張力に対する安全強度 f_s にて、之は各段とも一定して居る。又 $\frac{1-K}{E} Z$ は勿論常數である。

$$\therefore \delta \propto \sec^2 \alpha$$

故に $\sec^2 \alpha$ が高さに比例して變つて呉れば支線の張力より斷面を定めたものと全く符合するので最も都合がよい。

之が α が 35° と 55° の間にあれば極てよく満足されて居ることが次の第一表及び第二十二圖曲線に依りて判る。

$$\frac{h}{\delta} \propto \frac{\tan \alpha}{\sec^2 \alpha} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\frac{h}{\delta} \propto \sin 2\alpha \dots\dots\dots (IX)$$

$\frac{h}{\delta}$ は 2α が 70° から 110° の間、即ち 90° 附近の正弦となりて極て 1 に近いものに比例する。

第 一 表

$\tan \alpha$	α	2α	$\frac{h}{\delta} \propto \sin 2\alpha$	$\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha$
0.577	30°	60°	0.86603	1.333
0.7	35°	70°	0.93969	1.49
0.8	$38^\circ 40'$	$77^\circ 20'$	0.97566	1.64
0.9	42°	84°	0.99452	1.81
1.0	45°	90°	1.00000	2.0
1.1	$47^\circ 44'$	$95^\circ 28'$	0.99545	2.21
1.2	$50^\circ 12'$	$100^\circ 24'$	0.98357	2.44
1.3	$52^\circ 26'$	$104^\circ 52'$	0.96653	2.69
1.4	$54^\circ 28'$	$108^\circ 56'$	0.94590	2.96
1.5	$56^\circ 19'$	$112^\circ 38'$	0.92299	3.25
1.732	60°	120°	0.86603	4.00

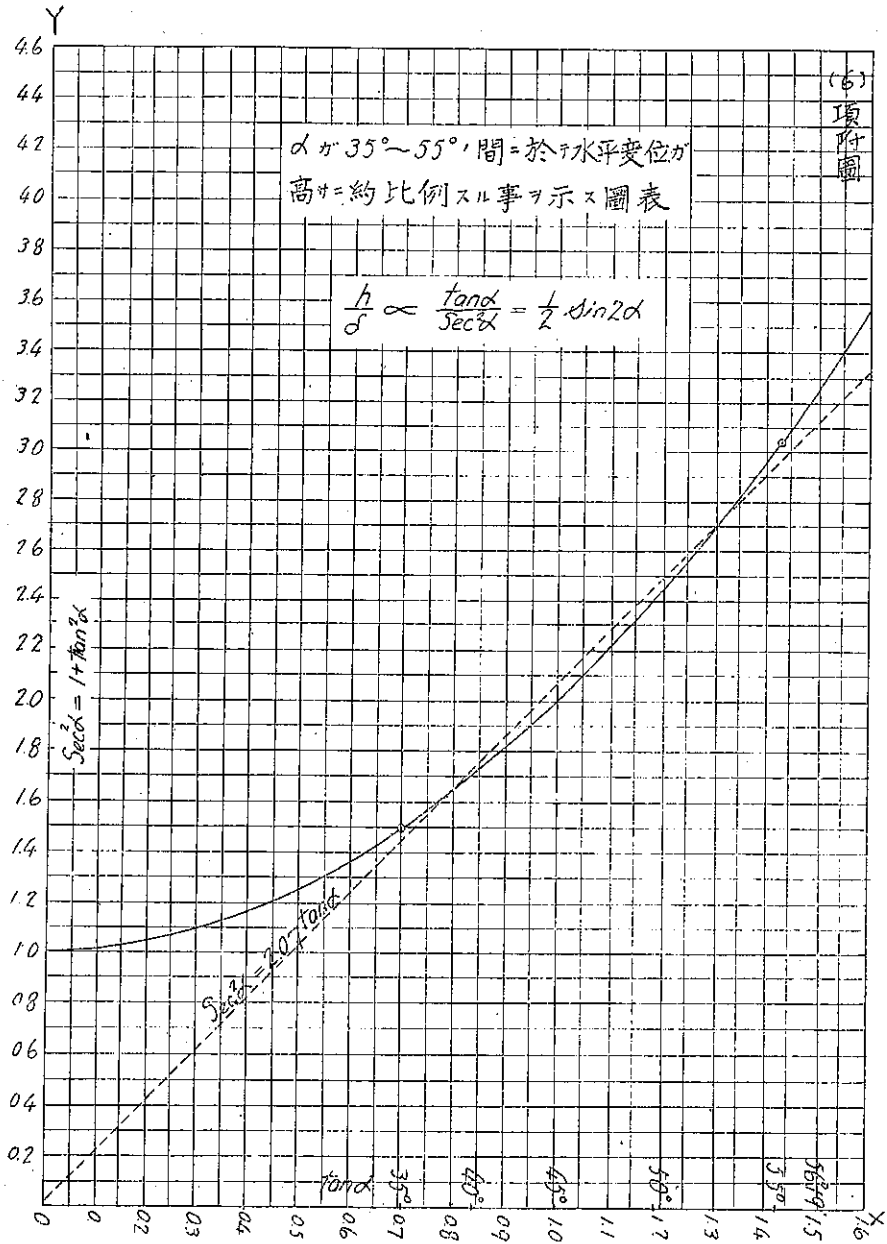
$\frac{d \sin \theta}{d \theta} = \cos \theta$ にて $\theta = 90^\circ$ ならば $\cos \theta = 0$ なり。此變化極て除々なる場合である。 35° 及び 55° に於て 1 より乖離は僅に 6% に過ぎない。殊に 2 段支線の場合に $\tan \alpha_1 = 0.7$, $\tan \alpha_2 = 1.4$ とすれば $\sec^2 \alpha_1 = 1.49$, $\sec^2 \alpha_2 = 2.96$ にて 45° より可なり離れても殆ど 2 倍となる。之が丁度 2 倍になれば (I) 式によりて支線斷面を決定するも、又張力より決定するも違はない。

(I) 式中 $P_1 = H_1 \sec \alpha_1$, $P_2 = H_2 \sec \alpha_2$, $P_3 = H_3 \sec \alpha_3 \dots\dots$ とすれば

$$\frac{P_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} = \frac{P_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2} = \frac{P_3 \sec^3 \alpha_3}{3A_3} \dots\dots\dots (X) \text{ となる。}$$

上表より見るに 45° 附近にては $\frac{h}{\delta}$ の比が最も大なり。即ち $\tan \alpha$ に比し $\sec^2 \alpha$ が最も

小さい。即ち上の等式にて $\frac{P}{A}$ の値が最も大きい、危険な場合である。故に (I) 式を用ひて各段の支線の断面を決定する場合には 45° に最も近い支線の断面を張力より算出し、他は (I) 式又は上の (X) 式にて定むればよい。



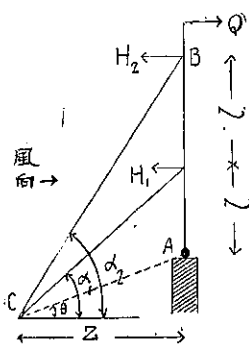
第二十二圖

斯くすれば他の支線の断面は其張力より算出せる必要断面より餘裕を有するも、 35° 乃至 55° の間に α を定むれば其餘裕は 6% より大なることはない。 α が 30° 又は 60° になるも 14% には達しない。換言すれば餘り不經濟に亙ることはない、却て此設計法の簡易なるため段數を増し支線間の距離を減じ、従て支線の断面を小ならしむると同時に柱の断面積も減ぜられ、受風面積を減ずること、相俟て經濟上遙に有利なる設計をなし得るものと考へる。

第二十二圖の曲線は前表 $\sec^2 \alpha$ の値を示すものである、之に依り見るに $\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha$ は $\tan \alpha$ に比して α が 35° 乃至 55° には坐標軸の原點を通過する直線 $\sec^2 \alpha = 2.07 \tan \alpha$ なる直線に近似することが判る。

7. 柱の樞軸點と控塊との高さの異なる場合

(a) 一控塊より支線を張る場合 (第二十三圖)



第二十三圖

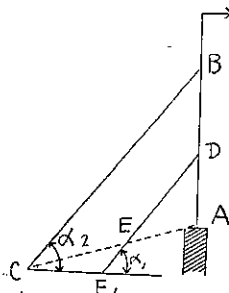
此場合にも各支點の水平移動が A 點よりの距離に比例することを原則として設計すればよい。公式は (I) 式と同じで設計法は違はない。唯 $\frac{h}{\delta}$ なる比が前項の如く $\sin 2\alpha$ に比例すると云ふやうに簡單にならないのみである。此場合

$$\frac{h}{\delta} \propto \frac{\tan \alpha - \tan \theta}{\sec^2 \alpha}$$

$$\propto \sin 2\alpha - \frac{\tan \theta}{\sec^2 \alpha}$$

θ が大きくなると多少不經濟な支線断面が出来るやうになる。

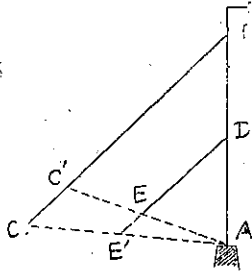
(b) 平行支線の場合



第二十四圖

第二十四圖の如き張り方の場合には DE なる支線を AC 線上の E に緊定すれば AC 兩點が同高の場合と少しも變りはない。なるべく斯の如く設計するがよい。然れども地形上止むを得ず E' にて緊定するものとすれば EE' だけ支線が長過ぎて、之が爲に支點 E の水平變位が大きくなる。之を避くるには $DE=L$ とし其断面積を A とすれば A を L の増しと同じ比に割増すれば宜しい。EE' を ΔL とする

$$\frac{L}{A} = \frac{L + \Delta L}{A + \Delta A} = \frac{L \left(1 + \frac{\Delta L}{L} \right)}{A \left(1 + \frac{\Delta A}{A} \right)}$$



第二十五圖

$$\therefore \Delta A = A \frac{\Delta L}{L} \dots\dots\dots (XI)$$

だけ支線 DE' の断面を増加して置けばよい。

ΔL が負即ち短くなる場合には DE の必要断面を減ずることは出来ないから、其時は BC が長過ぎると見ればよいから同様に考へて BC の断面を増せばよい。

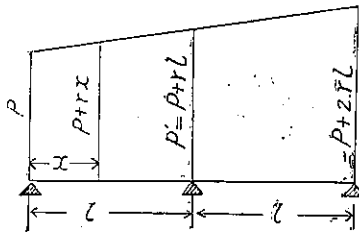
第二十五圖にては BC の断面を $\frac{CC'}{BC}$ の比だけ割増しすれば

よいことになる。

第三章 直線法に依る支線式柱の基本公式

8. 等變荷重の場合の公式算出法

無線電柱の受くる主なる荷重は風壓にして、次に頂點に於ての空中線の張力である。風壓を受くる状況は甚複雑にして之を一定し難しと雖も、地面を去ること高きに従ひて愈々加はることは明白であるが、其増す比率も判らない。普通一定の高さ毎に一定の率にて壓力を増す等變壓力として居る。次に支線間の高さが等しき種々の段數の場合の公式を誘出しやう。



第二十六圖

今地表に於ける風壓を P とし、或る高さ x に於ては $P + rx$ とし r を單位高につき風壓の増す割合とする等變壓力の場合の連桁の式は下の如くにして等布荷重の場合と同様に出来る。

M' を x の點に於ける單桁として彎曲率

$$M' = \frac{Pl}{2}x - \frac{P}{2}x^2 + \frac{rl^2}{6}x - \frac{rx^3}{6}$$

$$\int_0^l M' x dx = \frac{Pl^3}{24} + \frac{rl^3}{45}$$

$$\begin{aligned} \int_0^l M'(l-x) dx &= \int_0^l \left\{ \frac{Pl}{2}(lx - x^2)(l-x) + \frac{r}{6}(l^2x - x^2)(l-x) \right\} dx \\ &= \frac{Pl^3}{24} + \frac{7rl^3}{360} \end{aligned}$$

之を連桁の一般公式

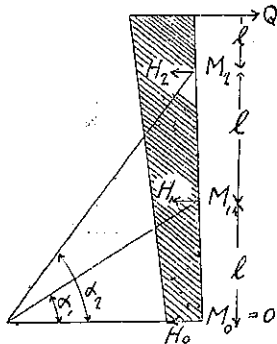
$$l_r M_{r-1} + 2(l_r + l_{r+1})M_r + l_{r+1}M_{r+1} = \frac{6}{l_r} \int_0^{l_r} M' x dx + \frac{6}{l_{r+1}} \int_0^{l_r} M'(l_{r+1} - x) dx$$

に入るに

$$\begin{aligned}
 M_0 + 4M_1 + M_2 &= \frac{Pl^2}{4} + \frac{Pl^2}{4} + \frac{6rl^3}{45} + \frac{7r^2l^3}{60} \\
 &= \frac{(P - rl)l^2}{4} + \frac{Pl^2}{4} + \frac{24 + 21}{180}rl^3 \\
 M_0 + 4M_1 + M_2 &= \frac{Pl^2}{2} \dots\dots\dots (XII)
 \end{aligned}$$

故に各径間が等しければ等変荷重の際は其中央支点上の荷重を全體に均一にかけたものとすれば等布荷重の場合(前章 V 式)と同様にして連術の公式を出すことが出来る。此ことは力率面 (Moment area) の考へからも直に判る。又以下の公式中 $r=0$ とすれば等布荷重即ち風壓が高さにより變らざる場合の公式を得られる。

9. 2 段支線の公式



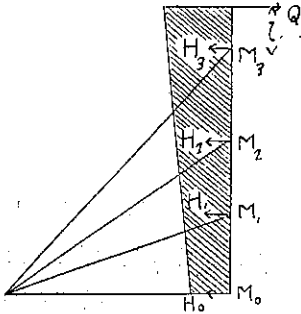
第二十七圖

$$\begin{cases}
 M_0 = 0 \\
 4M_1 + M_2 = \frac{P + rl}{2}l^2 \\
 M_1 = \frac{P + rl}{8}l^2 - \frac{M_2}{4} \\
 M_1 = \frac{Pl^2}{8} + \frac{rl^3}{8} - \frac{M_2}{4} \\
 M_2 = Ql_1 + \left(P + 2rl + \frac{2rl_1}{2} \right) \frac{l_1^2}{2}
 \end{cases}
 \quad (XIII)$$

$$(XIV) \begin{cases}
 H_0 = \frac{Pl}{2} + \frac{rl^2}{6} - \frac{M_1}{l} = \frac{3}{8}Pl + \frac{1}{24}rl^2 + \frac{1}{4} \frac{M_2}{l} \\
 H_1 = \frac{Pl}{2} + \frac{rl^2}{3} + \frac{P + rl}{2}l + \frac{1}{6}rl^2 + \frac{2M_1 - M_2}{l} = \frac{5}{4}Pl + \frac{5}{4}rl^2 - \frac{3}{2} \frac{M_2}{l} \\
 H_2 = \frac{P + rl}{2}l + \frac{r}{3}l^2 + S + \frac{M_2 - M_1}{l} = \frac{3}{8}Pl + \frac{17}{24}rl^2 + \frac{5}{4} \frac{M_2}{l} + S \\
 S = Q + \left(P + 2rl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1
 \end{cases}$$

10. 三段支線の公式

$$M_0 = 0$$



第二十八圖

$$\begin{cases} 4M_1 + M_2 = \frac{P + rl}{2} l^2 & 4 \\ M_1 + 4M_2 = \frac{P + 2rl}{2} l^2 - M_3 & -1 \end{cases}$$

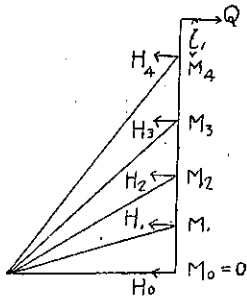
$$15 M_1 = \frac{3}{2} Pl^2 + rl^3 + M_3$$

$$(XV) \begin{cases} M_1 = \frac{1}{10} Pl^2 + \frac{rl^3}{15} + \frac{M_3}{16} \\ M_2 = \frac{1}{10} Pl^2 + \frac{7}{30} rl^3 - \frac{4}{15} M_3 \\ M_3 = Ql_1 + \left(P + 3rl + \frac{2rl_1}{2} \right) \frac{l_1}{2} \end{cases}$$

$$(XVI) \begin{cases} H_0 = \frac{Pl}{2} + \frac{rl^2}{6} - \frac{M_1}{l} = \frac{2}{5} Pl + \frac{1}{10} rl^2 - \frac{M_3}{15l} \\ H_1 = Pl + rl^2 + \frac{2M_1 - M_2}{l} = \frac{11}{10} Pl + \frac{9}{10} rl^2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{M_3}{l} \\ H_2 = Pl + 2rl^2 + \frac{2M_2 - M_1 - M_3}{l} = \frac{11}{10} Pl + \frac{12}{5} rl^2 - \frac{8}{5} \cdot \frac{M_3}{l} \\ H_3 = \frac{Pl}{2} + \frac{2rl^2}{2} + \frac{rl^2}{3} + S + \frac{M_2 - M_3}{l} = \frac{2}{5} Pl + \frac{11}{10} rl^2 + \frac{19}{15} \cdot \frac{M_3}{l} + S \\ S = Q + \left(P + 3rl + \frac{r}{2} l_1 \right) l_1 \end{cases}$$

11. 4段支線の公式

$$M_0 = 0$$



第二十九圖

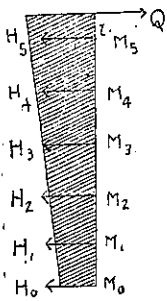
$$\begin{cases} 4M_1 + M_2 = \frac{P + rl}{2} l^2 & -1 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = \frac{P + 2rl}{2} l^2 & 4 \\ M_2 + 4M_3 + M_4 = \frac{P + 3rl}{2} l^2 & \end{cases}$$

之を解きて

$$(XVII) \left\{ \begin{aligned} M_1 &= \frac{3}{28}Pl^2 + \frac{5}{56}rl^2 - \frac{M_4}{56} \\ M_2 &= \frac{1}{14}Pl^2 + \frac{1}{7}rl^2 + \frac{M_4}{14} \\ M_3 &= \frac{3}{28}Pl^2 + \frac{19}{56}rl^2 - \frac{15}{56}M_4 \\ M_4 &= Ql_1 + \left(P + 4rl + \frac{2rl_1}{2} \right) \frac{l_1}{2} \end{aligned} \right.$$

$$(XVIII) \left\{ \begin{aligned} H_0 &= \frac{Pl}{2} + \frac{rl^2}{6} - \frac{M_4}{l} = \frac{11}{28}Pl + \frac{13}{168}rl^2 + \frac{M_4}{56l} \\ H_1 &= Pl + rl^2 + \frac{2M_1 - M_2}{l} = \frac{8}{7}Pl + \frac{29}{28}rl^2 - \frac{3}{28} \cdot \frac{M_4}{l} \\ H_2 &= Pl + 2rl^2 + \frac{2M_2 - M_1 - M_3}{l} = \frac{13}{14}Pl + \frac{13}{7}rl^2 + \frac{3}{7} \cdot \frac{M_4}{l} \\ H_3 &= Pl + 3rl^2 + \frac{2M_3 - M_2 - M_4}{l} = \frac{8}{7}Pl + \frac{99}{28}rl^2 - \frac{45}{28} \cdot \frac{M_4}{l} \\ H_4 &= \frac{(P + 3rl)l}{2} + \frac{1}{3}rl^2 + S + \frac{M_4 - M_3}{l} = \frac{11}{28}Pl + \frac{251}{168}rl^2 + \frac{71}{56} \cdot \frac{M_4}{l} + S \\ S &= Q + \left(P + 4rl + \frac{r}{2}l_1 \right) l_1 \end{aligned} \right.$$

12. 5段支線の公式



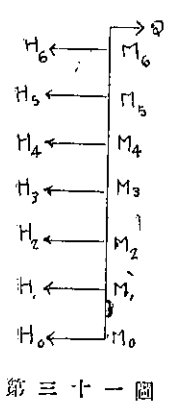
第三十圖

$$\left\{ \begin{aligned} 4M_1 + M_2 &= \frac{P + rl}{2} l^2 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 &= \frac{P + 2rl}{2} l^2 \\ M_2 + 4M_3 + M_4 &= \frac{P + 3rl}{2} l^2 \\ M_3 + 4M_4 &= \frac{P + 4rl}{2} l^2 - M_5 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_1 &= \frac{4}{38}Pl^2 + \frac{17}{209}rl^2 + \frac{1}{209}M_5 \\ M_2 &= \frac{3}{38}Pl^2 + \frac{73}{418}rl^2 - \frac{4}{209}M_5 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(XIX)} \left\{ \begin{aligned} M_3 &= \frac{3}{38}Pl^2 + \frac{46}{209}r^2 + \frac{15}{209}M_5 \\ M_4 &= \frac{4}{38}Pl^2 + \frac{93}{209}r^2 - \frac{56}{209}M_5 \\ M_5 &= Ql_1 + \left(P + 5rl + \frac{2rl_1}{3} \right) \frac{l_1}{2} \end{aligned} \right. \\
 & \left\{ \begin{aligned} H_0 &= \frac{Pl}{2} + \frac{r^2}{6} - \frac{M_1}{l} = \frac{15}{38}Pl + \frac{107}{1,254}r^2 - \frac{1}{209} \cdot \frac{M_5}{l} \\ H_1 &= Pl + r^2 + \frac{2M_1 - M_2}{l} = \frac{43}{38}Pl + \frac{413}{418}r^2 + \frac{6}{209} \cdot \frac{M_5}{l} \\ H_2 &= Pl + 2r^2 + \frac{2M_2 - M_1 - M_3}{l} = \frac{37}{38}Pl + \frac{428}{209}r^2 - \frac{24}{209} \cdot \frac{M_5}{l} \\ \text{(XX)} \left\{ \begin{aligned} H_3 &= Pl + 3r^2 + \frac{2M_3 - M_2 - M_4}{l} = \frac{37}{38}Pl + \frac{1,179}{418}r^2 + \frac{90}{209} \cdot \frac{M_5}{l} \\ H_4 &= Pl + 4r^2 + \frac{2M_4 - M_3 - M_5}{l} = \frac{43}{38}Pl + \frac{976}{209}r^2 - \frac{336}{209} \cdot \frac{M_5}{l} \\ H_5 &= \frac{Pl}{2} + \frac{4r^2}{2} + \frac{r^2}{3} + S + \frac{M_5 - M_4}{l} = \frac{15}{38}Pl + \frac{1,184}{627}r^2 + S + \frac{265}{209} \cdot \frac{M_5}{l} \\ S &= Q + \left(P + 5rl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1 \end{aligned} \right. \end{aligned}
 \end{aligned}$$

13. 6段支線の公式



$$\left(\begin{aligned} 4M_1 + M_2 &= \frac{P + rl}{2} l^2 & \times 1 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 &= \frac{P + 2rl}{2} l^2 & \times 4 \\ M_2 + 4M_3 + M_4 &= \frac{P + 3rl}{2} l^2 & \times 15 \\ M_3 + 4M_4 + M_5 &= \frac{P + 4rl}{2} l^2 & \times 4 \\ M_4 + 4M_5 &= \frac{P + 5rl}{2} l^2 - M_6 & \times 1 \end{aligned} \right)$$

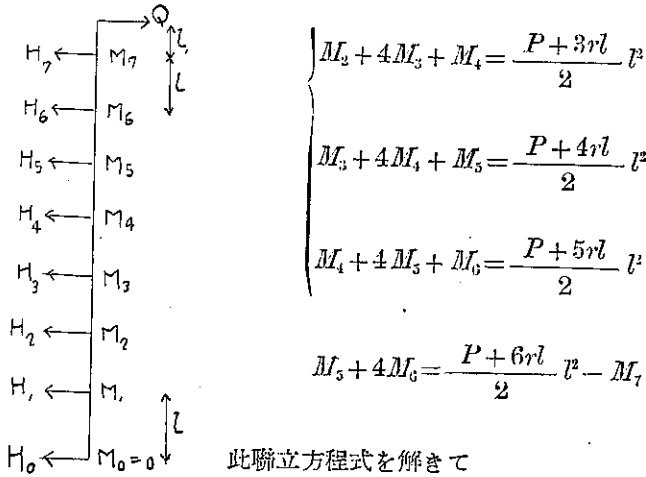
第三十一圖

$$(XXI) \left\{ \begin{aligned} M_1 &= \frac{11}{104} Pl^2 + \frac{131}{1,560} r l^3 - \frac{M_6}{780} \\ M_2 &= \frac{1}{13} Pl^2 + \frac{32}{195} r l^3 + \frac{M_6}{195} \\ M_3 &= \frac{9}{104} Pl^2 + \frac{27}{104} r l^3 - \frac{M_6}{52} \\ M_4 &= \frac{1}{13} Pl^2 + \frac{58}{195} r l^3 + \frac{14}{195} M_6 \\ M_5 &= \frac{11}{104} Pl^2 + \frac{859}{1,560} r l^3 - \frac{209}{780} M_6 \\ M_6 &= Q l_1 + \left(P + 6rl + \frac{2rl_1}{2} \right) \frac{l_1^2}{2} \end{aligned} \right.$$

$$(XXII) \left\{ \begin{aligned} H_0 &= \frac{Pl}{2} + \frac{rl^2}{6} - \frac{M_1}{l} = \frac{41}{104} Pl + \frac{43}{520} r l^2 + \frac{1}{780} \cdot \frac{M_6}{l} \\ H_1 &= Pl + r l^2 + \frac{2M_1 - M_2}{l} = \frac{118}{104} Pl + \frac{261}{260} r l^2 - \frac{1}{130} \cdot \frac{M_6}{l} \\ H_2 &= Pl + 2r l^2 + \frac{2M_2 - M_1 - M_3}{l} = \frac{25}{26} Pl + \frac{129}{65} r l^2 + \frac{2}{65} \cdot \frac{M_6}{l} \\ H_3 &= Pl + 3r l^2 + \frac{2M_3 - M_2 - M_4}{l} = \frac{53}{52} Pl + \frac{159}{52} r l^2 - \frac{3}{26} \cdot \frac{M_6}{l} \\ H_4 &= Pl + 4r l^2 + \frac{2M_4 - M_3 - M_5}{l} = \frac{25}{26} Pl + \frac{245}{65} r l^2 + \frac{28}{65} \cdot \frac{M_6}{l} \\ H_5 &= Pl + 5r l^2 + \frac{2M_5 - M_1 - M_6}{l} = \frac{59}{52} Pl + \frac{1,509}{260} r l^2 - \frac{209}{130} \cdot \frac{M_6}{l} \\ H_6 &= \frac{Pl}{2} + \frac{17}{6} r l^2 + S + \frac{M_6 - M_5}{l} = \frac{41}{104} Pl + \frac{1,187}{520} r l^2 + S + \frac{989}{780} \cdot \frac{M_6}{l} \\ S &= Q + \left(P + 6rl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1 \end{aligned} \right.$$

14. 7段支線の公式

$$\left\{ \begin{aligned} 4M_1 + M_6 &= \frac{P + rl}{2} l^2 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 &= \frac{P + 2rl}{2} l^2 \end{aligned} \right.$$



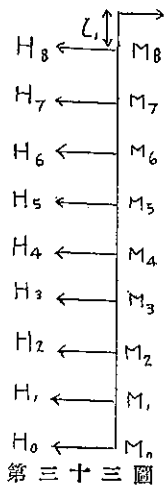
第三十二圖

XXIII)
$$\left\{ \begin{aligned} M_1 &= \frac{15}{142} Pl^2 + \frac{242}{2,911} rl^2 + \frac{1}{2,911} M_7 \\ M_2 &= \frac{11}{142} Pl^2 + \frac{487.5}{2,911} rl^2 - \frac{4}{2,911} M_7 \\ M_3 &= \frac{6}{71} Pl^2 + \frac{719}{2,911} rl^2 + \frac{15}{2,911} M_7 \\ M_4 &= \frac{6}{71} Pl^2 + \frac{1,003}{2,911} rl^2 - \frac{56}{2,911} M_7 \\ M_5 &= \frac{11}{142} Pl^2 + \frac{1,091}{2,911} rl^2 + \frac{209}{2,911} M_7 \\ M_6 &= \frac{15}{142} Pl^2 + \frac{1,910.5}{2,911} rl^2 - \frac{780}{2,911} M_7 \\ M_7 &= Ql + \left(P + 7rl + \frac{2rl}{3} \right) \frac{l^2}{3} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_0 &= \frac{28}{71} Pl + \frac{1,459}{17,466} rl^2 - \frac{1}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \\ H_1 &= \frac{161}{142} Pl + \frac{5,815}{5,822} rl^2 + \frac{6}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \\ H_2 &= \frac{137}{142} Pl - \frac{5,836}{2,911} rl^2 - \frac{24}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \\ H_3 &= \frac{143}{142} Pl + \frac{17,361}{5,822} rl^2 + \frac{90}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned}
 \text{(XXIV)} \quad & \left. \begin{aligned}
 H_4 &= \frac{143}{142} Pl + \frac{11,840}{2,911} r l^2 - \frac{336}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \\
 H_5 &= \frac{137}{142} Pl + \frac{27,647}{5,822} r l^2 + \frac{1,254}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \\
 H_6 &= \frac{161}{142} Pl + \frac{20,196}{2,911} r l^2 - \frac{4,680}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} \\
 H_7 &= \frac{28}{71} Pl + \frac{46,757}{17,466} r l^2 + \frac{3,691}{2,911} \cdot \frac{M_7}{l} + S \\
 S &= Q + \left(P + 7rl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

15. 8段支線の公式 (第三十三圖)



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 4M_1 + M_2 &= \frac{P + rl}{2} l^2 \\
 M_1 + 4M_2 + M_3 &= \frac{P + 2rl}{2} l^2 \\
 M_2 + 4M_3 + M_4 &= \frac{P + 3rl}{2} l^2 \\
 M_3 + 4M_4 + M_5 &= \frac{P + 4rl}{2} l^2 \\
 M_4 + 4M_5 + M_6 &= \frac{P + 5rl}{2} l^2 \\
 M_5 + 4M_6 + M_7 &= \frac{P + 6rl}{2} l^2 \\
 M_6 + 4M_7 &= \frac{P + 7rl}{2} l^2 - M_8
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

之を解きて

$$\text{(XXV)} \quad \left. \begin{aligned}
 M_1 &= \frac{41}{388} Pl^2 + \frac{453}{5,432} r l^3 - \frac{1}{10,864} M_8 \\
 M_2 &= \frac{15}{194} Pl^2 + \frac{113}{679} r l^3 + \frac{1}{2,716} M_8 \\
 M_3 &= \frac{33}{388} Pl^2 + \frac{1,363}{5,432} r l^3 - \frac{15}{10,864} M_8 \\
 M_4 &= \frac{8}{97} Pl^2 + \frac{32}{97} r l^3 + \frac{1}{194} M_8
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 M_5 &= \frac{33}{388}Pl^2 + \frac{2,333}{5,432}r^2l^2 - \frac{209}{10,864}M_s \\
 M_6 &= \frac{15}{194}Pl^2 + \frac{307}{679}r^2l^2 + \frac{195}{2,716}M_s \\
 M_7 &= \frac{41}{388}Pl^2 + \frac{4,139}{5,432}r^2l^2 - \frac{2,911}{10,864}M_s \\
 M_8 &= Ql_1 + \left(P + 8rl + \frac{2rl_1}{3} \right) \frac{l_1^2}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{(XXVI)} \left\{ \begin{aligned}
 H_0 &= \frac{153}{388}Pl + \frac{1,357}{16,296}r^2l + \frac{1}{10,864} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_1 &= \frac{110}{97}Pl + \frac{2,717}{2,716}r^2l - \frac{3}{5,432} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_2 &= \frac{187}{194}Pl + \frac{1,357}{679}r^2l + \frac{3}{1,358} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_3 &= \frac{98}{97}Pl + \frac{8,163}{2,716}r^2l - \frac{45}{5,432} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_4 &= \frac{193}{194}Pl + \frac{2,702}{679}r^2l + \frac{21}{679} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_5 &= \frac{98}{97}Pl + \frac{13,789}{2,716}r^2l - \frac{627}{5,432} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_6 &= \frac{187}{194}Pl + \frac{3,879}{679}r^2l + \frac{585}{1,358} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_7 &= \frac{110}{97}Pl + \frac{21,923}{2,716}r^2l - \frac{8,733}{5,432} \cdot \frac{M_s}{l} \\
 H_8 &= \frac{153}{388}Pl + \frac{50,051}{16,296}r^2l + \frac{13,775}{10,864} \cdot \frac{M_s}{l} + S \\
 S &= Q + \left(P + 8rl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1
 \end{aligned} \right.$$

16. 小数にて示せる各段公式係数一覧表

支線段数 n なる柱に於ける M 及び H の一般式は下の如くなる。

$$\text{X VII)} \left\{ \begin{aligned}
 M &= aPl^2 + br^2l^2 + cM_n, & M_n &= Ql_1 + \left(P + nrl + \frac{2rl_1}{3} \right) \frac{l_1^2}{2} \\
 H &= \alpha Pl + \beta r^2l + \gamma \frac{M_n}{l}, & S &= Q + \left(P + nrl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1
 \end{aligned} \right.$$

前項に得たる $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ なる分数の係数を小数に換算し適當に四捨五入すれば第二表を得る。

第二表

段數	支下 點 番 號	$M = \alpha Pl^2 + brl^3 + cM_n$			$H = \alpha Pl + \beta rl^2 + \gamma \frac{M_n}{l}$			S
		α	b	c	α	β	γ	
2	0	0			0.375	0.0417	0.25	
	1	0.125	0.125	-0.25	1.25	1.25	-1.5	
	2				0.375	0.7083	1.25	S
3	0	0			0.4	0.1	-0.0667	
	1	0.1	0.0667	0.0667	1.1	0.9	0.4	
	2	0.1	0.2333	-0.2667	1.1	2.4	-1.6	
3	3				0.4	1.1	1.2667	S
	4	0			0.3929	0.0774	0.0179	
	1	0.10714	0.1786	-0.0357	1.1429	1.0357	-0.1071	
4	2	0.07143	0.2857	0.1428	0.9286	1.8571	0.4286	
	3	0.10714	0.6786	-0.5357	1.1429	3.5357	-1.6071	
	4				0.3929	1.4940	1.2679	S
5	0	0			0.3947	0.0853	-0.0048	
	1	0.10526	0.0813	0.0048	1.1316	0.9880	0.0287	
	2	0.07895	0.1746	-0.0191	0.9737	2.0478	-0.1148	
5	3	0.07895	0.2201	0.0718	0.9737	2.8206	0.4306	
	4	0.10526	0.4450	-0.2679	1.1316	4.6699	-1.6077	
	5				0.3947	1.8884	1.2679	S
6	0	0			0.3942	0.0827	0.0013	
	1	0.10577	0.0840	-0.0013	1.1346	1.0038	-0.0077	
	2	0.07692	0.1641	0.0051	0.9615	1.9846	0.0308	
6	3	0.08654	0.2596	-0.0192	1.0192	3.0577	-0.1154	
	4	0.07692	0.2974	0.0718	0.9615	3.7846	0.4308	
	5	0.10577	0.5506	-0.2679	1.1346	5.8038	-1.6077	
6	6				0.3942	2.2827	1.2679	S
	7	0			0.3944	0.0835	-0.00034	
	1	0.10563	0.0831	0.00034	1.1338	0.9988	0.0021	
7	2	0.07746	0.1675	-0.00137	0.9648	2.0048	-0.0082	
	3	0.08451	0.2470	0.00516	1.0070	2.9820	0.0309	
	4	0.08451	0.3446	-0.01924	1.0070	4.0673	-0.1154	
7	5	0.07746	0.3748	0.0718	0.9648	4.7487	0.4308	
	6	0.10563	0.6563	-0.2679	1.1338	6.9378	-1.6077	
	7				0.3944	2.6771	1.2679	S
8	0	0			0.3943	0.0833	0.00009	
	1	0.10567	0.0834	-0.00009	1.1340	1.0004	-0.00055	
	2	0.07732	0.1664	0.00037	0.9639	1.9985	0.0022	
8	3	0.08505	0.2509	-0.00138	1.0103	3.0055	-0.0083	

段	4	0.08247	0.3299	0.00515	0.9948	3.9794	0.0309
	5	0.08505	0.4295	-0.01924	1.0103	5.0770	-0.1154
	6	0.07732	0.4521	0.07180	0.9639	5.7128	0.4308
	7	0.10567	0.7620	-0.2679	1.1340	8.0718	-1.6077
	8				0.3943	3.0714	1.2679

注意 H_0 には必ず S を加ふることを要する。

風壓を等布荷重と假定する場合には r 即ち β を零とすればよい。

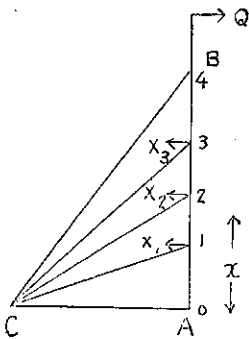
$H = \sec \alpha$ を乗ずれば支線の張力が得られる。

第四章 弾性方程式と直線法との比較及び支線張力算出法

其一 (2 段支線の場合)

17. 弾性方程式

支線式無線電柱は一般に支線段数より 1 個少き数の不静定部材を有する。此應力の理論的解法には従来普通に Maxwell の支點の變位 (Displacement, Verschiebung) の法測より誘導せる次の方程式に依つて居る。茲には 4 段支線の例を以て示すこととする。(第三十四圖) 先づ C_1, C_2, C_3 の 3 個を不静定應力とし、之等の水平分力を夫々 X_1, X_2, X_3 とすれば



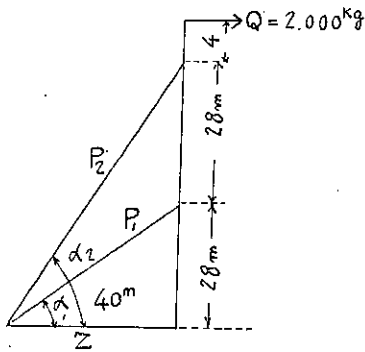
第三十四圖

$$(XXVIII) \begin{cases} X_1 \delta_{1,1} + X_2 \delta_{1,2} + X_3 \delta_{1,3} = \sum P_m \delta_{1,m} \\ X_1 \delta_{2,1} + X_2 \delta_{2,2} + X_3 \delta_{2,3} = \sum P_m \delta_{2,m} \\ X_1 \delta_{3,1} + X_2 \delta_{3,2} + X_3 \delta_{3,3} = \sum P_m \delta_{3,m} \\ \text{但し } \delta_{pq} = \int_0^l \frac{M_p M_q}{EI} dx + \sum \frac{S_p S_q s}{EA} \end{cases}$$

此式にて δ_m とは q なる支點に -1 なる荷重を水平に課した場合に P 支點に生ずる水平變位にて M_p は P 支點に -1 なる水平荷重を課した場合に柱の AB 上の x なる點に於ける彎曲率 M_q は q 支點に同じく -1 なる水平荷重を課せる際の x なる點に於ける彎曲率、 EI は柱の彎曲剛率、 S_p, S_q は夫々 P 支點或は q 支點に -1 なる水平荷重を課せる場合の支線に生ずる張力、 s は支線の長さ、 A は其斷面積、 E' は支線の彈性率、 P_m は柱に働く外力の記號、 δ_{pm} は其外力の爲に P 點に生ずる水平變位である。

次に 2 段支線の場合に實例を以て直線法と前記弾性方程式とより得たる結果とを比較し恒に符合することを證明せん。

18. 實例の條件 (第三十五圖)



第三十五圖

高さ 60 m, $z=40$ m, 其他主要寸法は第三十五圖の如く

$$\tan \alpha_1 = 0.7, \quad \alpha_1 = 35^\circ 00'$$

$$\tan \alpha_2 = 1.4, \quad \alpha_2 = 54^\circ 28'$$

$$\sec \alpha_1 = 1.22066, \quad \sec^2 \alpha_1 = 1.49$$

$$\sec \alpha_2 = 1.72047, \quad \sec^2 \alpha_2 = 2.96$$

風 壓; 地上にて 300 kg/sqm

頂點にては 400 kg/sqm

受風面積 0.60 sqm/m とすれば

地上にて $0.6 \times 300 = 180$ kg/m of mast

頂點にて $0.6 \times 400 = 240$ kg/m of mast

高さによる風壓の増加率 $\gamma = \frac{60}{60} = 1$ kg/m of mast

19. (A) 直線法

(XIII) 及び (XIV) 式に依り

$$M_1 = \frac{Pl^2}{8} + \frac{rl^3}{8} - \frac{M_2}{4}$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_0 &= \frac{3}{8}Pl + \frac{1}{24}rl^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{M_2}{l} \\ H_1 &= \frac{5}{4}Pl + \frac{5}{4}rl^2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{M_2}{l} \\ H_2 &= \frac{3}{8}Pl + \frac{17}{24}rl^2 + \frac{5}{4} \cdot \frac{M_2}{l} + S \end{aligned} \right.$$

$$M_2 = Ql_1 + \left(P + 2rl + \frac{2rl_1}{3} \right) \frac{l_1^2}{2}$$

$$S = Q + \left(P + 2rl + \frac{rl_1}{2} \right) l_1$$

此式中

$$\begin{aligned} P &= 180, & Pl &= 180 \times 28 = 5,040, & Pl^2 &= 141,120 \\ r &= 1, & rl^2 &= 784, & rl^3 &= 21,952 \\ l &= 28 \text{ m}, & l_1 &= 4 \text{ m}, & P &= 2,000 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$M_2 = 2,000 \times 4 + \left(180 + 56 + \frac{2 \times 4}{3}\right) \frac{16}{2} = 9,909.3 \text{ kgm}$$

$$M_1 = \frac{141,120}{8} + \frac{21,952}{8} - \frac{9,909.3}{4} = 17,640 + 2,744 + 2,477$$

$$= 17,907 \text{ kgm}$$

$$S = 2,000 + (180 + 56 + 2)4 = 2,952$$

$$\frac{M_2}{l} = \frac{9,909.3}{28} = 354$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 = \frac{3}{8} \times 5,040 + \frac{1}{24} \times 784 + \frac{1}{4} \times 354 = 2,011 \\ H_1 = \frac{5}{4} \times 5,040 + \frac{5}{4} \times 784 - \frac{3}{2} \times 354 = 6,749 \\ H_2 = \frac{3}{8} \times 5,040 + \frac{17}{24} \times 784 + \frac{5}{4} \times 354 + 2,952 = 5,840 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = H_1 \sec \alpha_1 = 6,749 \times 1.22066 = 8,238 \text{ kg} \\ P_2 = H_2 \sec \alpha_2 = 5,840 \times 1.72047 = 10,048 \text{ kg} \end{array} \right.$$

支線に使用する鋼線の安全強度を: 3 ton/sqcm とすれば

支線 I は $A_1 = 2.75 \text{ sqcm}$

支線 II は $A_2 = 3.35 \text{ sqcm}$ にてよし

(I) 式又は (X) 式の条件より定むると

$$\frac{8,238 \times 1.49}{A_1} = \frac{10,048 \times 2.96}{2A_2}$$

支線の II の方が 45° に近し

$$\frac{12,274.6}{A_1 \times 14,871} = \frac{1}{A_2}$$

之を標準とする

$$\frac{2,765}{A_1} = \frac{3.35}{A_2}$$

$$A_1 = 2.765$$

$$A_2 = 3.35 \text{ とする}$$

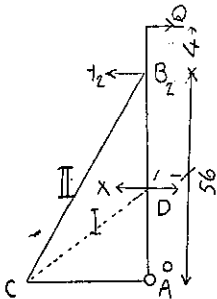
支線の直線なる条件のために支線 I: は張力よりの必要断面より僅に 0.015 sqcm だけ即ち 0.55% 大なるのみ。之第二章に述べたる如く (I) 式を用ひて支線断面を定めても餘り不経済でないことの一例である。

20. (B) 弾性方程式法

前と同一の条件にて $I=30 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ とし

支線 I の長さは 48.83 m

支線 II の長さは 68.82 m である



第三十六圖

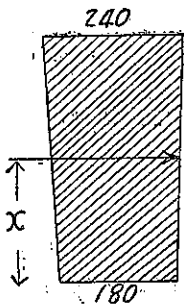
今支線 I を不静定部材とする。先づ之を省きて D 點に $X=-1$ なる荷重をかけた際の D 點の水平變位を δ とし、又外力 Q 及び風壓より來る D 點の水平變位を δ_m とする。(第三十六圖)

弾性方程式は極めて簡單にて

$$X\delta = \sum P_m \delta_m$$

$$m = \frac{1}{2}x, \quad 0 \sim l$$

$$m = \frac{1}{2}(2l-x), \quad l \sim 2l$$



第三十七圖

風壓の全壓力は (第三十七圖)

$$\frac{240+180}{2} \times 60 = 12,600 \text{ kg}$$

其重心の高さ

$$x = \frac{h}{3} \cdot \frac{180+2 \times 240}{180+240} = \frac{60 \times 660}{3 \times 420} = \frac{220}{7} \text{ m} = 31.43$$

風壓より生ずる H_2 は

$$H_2 = \frac{12,600 \times 220}{7 \times 56} = 7.071 \text{ kg}$$

$$H_0 = 12,600 - 7.071 = 5.529$$

項點の空中線の張力 Q よりは

$$H_2 = \frac{2,000 \times 60}{56} = 2,143 \text{ kg}$$

$$H_0 = 2,000 - 2,143 = -143 \text{ kg}$$

全外力より生ずる H_2 は

$$H_2 = 7.071 + 2,143 = 9.214$$

$$H_0 = 5.529 - 143 = 5.386$$

風壓及び空中線の張力 Q のため柱の x 點に生ずる彎曲率 M_x は

$$M_x = 5.386x - \frac{0.18}{2}x^2 - \frac{0.06}{60} \cdot \frac{x^3}{6} = 5.386x - 0.09x^2 - \frac{x^3}{6,000}$$

$$= \alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3$$

以上の彎曲率を表にすれば第三表の如し

區 間	X = -1	風 壓 及 Q よ り
0 ~ l	$\frac{1}{2}x$	} $5.386x - 0.09x^2 - \frac{x^3}{6,000}$
l ~ 2l	$\frac{1}{2}(2l-x)$	

(1) 柱の彎曲力率より生ずる D 點の水平變位

$$EI\delta = \int_0^l \left(\frac{1}{2}x\right)^2 dx + \int_l^{2l} \left\{\frac{1}{2}(2l-x)\right\}^2 dx$$

$$= \int_0^l \frac{x^2}{4} dx + \int_l^{2l} \frac{1}{4}(4l^2 - 4lx + x^2) dx$$

$$= l^3 \left[\frac{1}{12} + 1 - \frac{3}{2} + \frac{7}{12} \right] = \frac{l^3}{6}$$

$$\frac{EI\delta}{l^3} = \frac{1}{6} = 0.166667$$

$$EI\delta_m = \int_0^l \frac{1}{2}x(\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx + \int_l^{2l} \frac{1}{2}(2l-x)(\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^l (\alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4) dx + l \int_l^{2l} (\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx$$

$$\quad - \frac{1}{2} \int_l^{2l} (\alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha x^3}{3} - \frac{\beta x^4}{4} - \frac{\gamma x^5}{5} \right]_0^l + l \left[\frac{\alpha x^2}{2} - \frac{\beta x^3}{3} - \frac{\gamma x^4}{4} \right]_l^{2l}$$

$$\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha x^3}{3} - \frac{\beta x^4}{4} - \frac{\gamma x^5}{5} \right]_l^{2l}$$

$$= \frac{l^3}{2} \left[\frac{\alpha}{3} - \frac{\beta}{4}l - \frac{\gamma}{5}l^2 \right] + l^3 \left[\frac{3\alpha}{2} - \frac{7\beta}{3}l - \frac{15\gamma l^2}{4} \right]$$

$$\quad - \frac{l^3}{2} \left[\frac{7\alpha}{3} - \frac{15\beta}{4}l - \frac{31\gamma l^2}{5} \right]$$

$$= \alpha l^3 \left[\frac{1}{6} + \frac{3}{2} - \frac{7}{6} \right] - \beta l^3 \left[\frac{1}{8} + \frac{7}{3} - \frac{15}{8} \right] - \gamma l^3 \left[\frac{1}{10} + \frac{15}{4} - \frac{31}{10} \right]$$

$$\frac{EI\delta_m}{l^3} = \frac{1}{2}\alpha - \frac{7}{12}\beta l - \frac{3}{4}\gamma l^2$$

此式中 $\alpha=5.386$, $\beta=0.09$, $\gamma=\frac{1}{6,000}$, $l=28^m$ とすれば

$$\frac{EI\delta_m}{l^3} = 1.1250$$

(2) 支線の張力より生ずる D 點の水平變位

次に支線の斷面を先きに (A) 直線法にて I 式を満足するように定めたる

標準斷面積 $A_1=2.765 \text{ cm}^2$

$A_2=3.35 \text{ cm}^2$ とし柱の惰率 $I=30 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ と假定する

$X=-1$ 又は外力 P_m より支線に張力を生じ之がために起る D 點の水平變位は

$$\delta = \frac{Pu1}{E} \text{ なる一般公式に依り見出される}$$

本例の場合にては S_1 を $X=-1$ の場合に支線に起る張力 S_m を外力より起るものとしてあるから D 點の變位は E' を支線の彈性率とすれば

$$X=-1 \text{ よりは } \delta = \sum \frac{S_1^2 s}{AE'}$$

$$\text{外力 よりは } \delta_m = \sum \frac{S_m S_1 s}{AE'}$$

前の柱に於ける彎曲力率の時の形と揃へて

$E=E'$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} X=-1 \text{ よりは } \frac{EI\delta}{l^3} &= \sum \frac{S_1^2 s}{AE'} \cdot \frac{EI}{l^3}, & \frac{EI\delta}{l^3} &= \sum \frac{S_1^2 s I}{A l^3} \\ \text{外力 よりは } \frac{EI\delta_m}{l^3} &= \sum \frac{S_m S_1 s}{AE'} \cdot \frac{EI}{l^3}, & \frac{EI\delta_m}{l^3} &= \sum \frac{S_m S_1 s I}{A l^3} \end{aligned} \right\} \text{(XXIX)}$$

之を表にて順次計算すれば第四表の如くなる。

第 四 表

支線	支線長 s	假定斷面積 $A \text{ m}^2$	$\frac{S \cdot I}{A \cdot l^3} = K$	S_1 $X=-1$	S_m 外力より	KS_1	KS_1^2	$KS_1 S_m$
I	48.83	$\frac{10^{-4}}{2.765}$	$\frac{48.83 \times 30}{2.765 \times 28^3} = .024135$	1.2207	—	0.02946	0.03596	—
II	68.82	$\frac{10^{-4}}{3.35}$	$\frac{68.82 \times 30}{3.35 \times 28^3} = .02808$	0.8602	$\frac{9.214 \sec \alpha_2}{-15.8524}$	0.02415	0.02078	0.38290

柱も支線も同一の彈性率 E を有するものとする。

第五表

	$\frac{EI\delta}{l^3}$	$\frac{EI\delta_m}{l^3}$
I	0.03596	—
II	0.02078	0.3829
I+II	0.05674	0.3829
柱の M より	0.16667	1.1250
合計	0.22341	1.5079

$$X\delta = \sum P_m \delta_m$$

$$0.22341X = 1.5079$$

$$\begin{cases} H_1 = X = \frac{1.5079}{0.22341} = 6.749 \\ H_2 = 9.214 - \frac{6.749}{2} = 5.840 \\ H_0 = 5.386 - \frac{6.749}{2} = 2.011 \end{cases}$$

直線法に依りて得たる結果と全然符合して居る。

之弾性方程式法にては支線の断面を假定して H_1 , H_2 等を求むるものにて此假定の所に直線法にて得たる結果を入れたのだから双方の理論が正しい以上斯くあるべき筈である。

21. 定 理

支線が直線法にて得たる断面(標準断面)を有する場合には柱の彎曲率より生ずる支點の水平變位 δ 及び δ_m のみより作れる弾性方程式よりも反力 X に同一の結果を與ふ。

従て支線の張力より生ずる支點の水平變位 δ 及び δ_m のみを考ふるも X に同一の結果を與ふ。

前例計算中支線の場合は $I=30$ とせる一つの假定に過ぎない。之を $1/2$ にしやうが又 2 倍, 3 倍にしても同一結果になるべき筈なるを以て柱の彎曲率より生ずる δ 及び δ_m と支線の張力より生ずる夫れとは全く別に獨立して同一條件を満足せざるべからざるは明白である。

前例にて

$$\text{柱の彎曲率より} \quad X = \frac{1.1250}{0.16667} = 6.750 = H_1$$

$$\text{支線の働より} \quad X = \frac{0.3829}{0.05674} = 6.749 = H_1$$

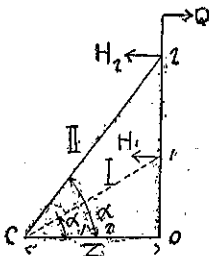
直線法により支線断面を決定すれば斯の如く支線と柱と全く別に同一條件を満足するを以

て各材料の弾性率の同一なるを必要としない。即ち前項 (B) (2) の計算表の際に $E \neq E'$ にても全く構はない。

又前定理は下の如く一般に證明が出来る。

直線法は荷重を受けても支點が恒に一直線上にあることを基礎として居る。換言すれば支點が全く沈下しない普通の連桁と全く同一の條件の下にある前述の (1) 柱の彎曲率より考へたる $X\delta = \Sigma P_m \delta m$ は Maxwell の法則による連桁の力學的解法に他ならない。即ち外力より D 點に據る變位を見出し、之を原位置に押し戻すには支點に於ていくらの反力が必要であるかと云ふ風に考へたもので、直線法とは全然同じ事を取扱つて居る。故に直線法の成立するやうにしてやれば同一結果に歸着することは自明の理である。

次に支線の張力より考ふるも既に兩者が合計しても、又力率のみにも同一の條件を満足する以上其一部たる前項 (2) の支線のみにも獨立して同一條件を具備して居ることは明白であるが、下のように面白い證明が出来る。



第三十八圖

H_1, H_2 は直線法にて求めたるものとする。又同法にては支線の断面は (I) 式に依り下の如くしてある。(第三十八圖)

$$\frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} = \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2} = \frac{1}{C_1}$$

$$A_1 = C_1 H_1 \sec^3 \alpha_1, \quad A_2 = \frac{C_1 H_2 \sec^3 \alpha_2}{2}$$

又 I の支線を省きし時の H_2 は $H_2 + \frac{H_1}{2}$ になつて居る。之から順に第六表が出来る。

第六表 (其 一)

支線	支線長 S $Z \sec \alpha$	断面 A	$\frac{S \cdot I}{A \cdot l^3} = K$	S_1 $X = -1$
I	$Z \sec \alpha_1$	$C_1 H_1 \sec^3 \alpha_1$	$\frac{ZI}{C_1 H_1 \sec^2 \alpha_1 l^3} = \frac{C}{H_1 \sec^2 \alpha_1}$	$\sec \alpha_1$
II	$Z \sec \alpha_2$	$\frac{C_1 H_2 \sec^3 \alpha_2}{2}$	$\frac{2ZI}{C_1 H_2 \sec^2 \alpha_2 l^3} = \frac{2C}{H_2 \sec^2 \alpha_2}$	$\frac{1}{2} \sec \alpha_2$

(其 二)

支線	S_m 外力より	KS_1	KS_1^2	$KS_1 S_m$
I	—	$\frac{C}{H_1 \sec \alpha_1}$	$\frac{C}{H_1}$	—
II	$(H_2 + \frac{H_1}{2}) \sec \alpha_2$	$\frac{C}{H_2 \sec \alpha_2}$	$\frac{C}{2H_2}$	$\frac{C}{H_2} (H_2 + \frac{H_1}{2})$

$$\frac{EI\delta}{l^3} = \frac{C}{H_1} + \frac{C}{2H_2} = C \left(\frac{1}{H_1} + \frac{1}{2H_2} \right)$$

$$\frac{EIP_m\delta_m}{l^3} = \frac{C}{H_2} \left(H_2 + \frac{H_1}{2} \right)$$

$$X = \frac{P_m\delta_m}{\delta} = \frac{\frac{1}{H_2} \left(H_2 + \frac{H_1}{2} \right)}{\frac{1}{H_1} + \frac{1}{2H_2}} = H_1$$

即ち支線から許り考へたる X は直線法より求めたる H_1 に一致する。

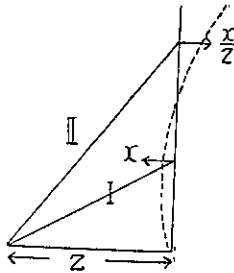
22. 直線法に依り一般の支線張力算出法

標準支線断面に於ける支線の張力は本章 (A) (19) 項の如く容易に算出出来るが、支線の断面が (I) 式を満足しない場合は直線法の假定は根底より崩れて、反力 H_1, H_2 等は最早や前の公式にては出ない。然し與へられたる支線の標準断面よりの差違を求めて標準反力に補正を施すことによりて、理論的に且つ比較的容易に求められる。

先づ本章 (A) 項の如くして標準反力 H_1, H_2 標準支線断面 A_1, A_2 を定める。次に與へられたる支線断面を a_1, a_2 とする。

$$A_1 + \Delta A_1 = a_1, \quad A_2 + \Delta A_2 = a_2$$

なる如く $\Delta A_1, \Delta A_2$ を定める。之だけの支線断面積の變化に依りて H_1 は $H_1 + x$ に、從て H_2 は $H_2 - \frac{x}{2}$ に變はるものとする。(第三十九圖)



支線 I 及び II に起る内働 W_s は

$$W_s = \frac{Z(H_1 + x)^2 \sec^3 \alpha_1}{2(A_1 + \Delta A_1)E} + \frac{Z \left(H_2 - \frac{x}{2} \right)^2 \sec^3 \alpha_2}{2(A_2 + \Delta A_2)E}$$

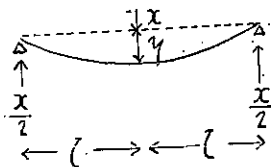
以下支線も柱も共に同一の弾性率 E を有するものとする。又柱に於ける内働 W_p は軸壓力より生ずるものは非常に小なるを以て普通の如く之を省略し彎曲率より

$$W_p = \int_0^{2l} \frac{M^2 dx}{2EI} + \frac{x^2 l^3}{12EI}$$

但し M は標準断面の場合の柱の或る點の力率にて前記 x には關係なし。 η を第三十九圖に於て徑間 $2l$ なる單桁の中心に x なる荷重を課したる場合に其點の變位とする。

$$\eta = \frac{x l^3}{6EI}$$

然らばこの x なる力より生ずる仕事は $\frac{x^2 l^3}{12EI}$ 全體の内働 W は



第三十九圖

$$W = W_s + W_p = \frac{Z(H_1 + x)^2 \sec^3 \alpha_2}{2(A_1 + \Delta A_1)E} + \frac{Z\left(H_2 - \frac{x}{2}\right)^2 \sec^3 \alpha_2}{2(A_2 + \Delta A_2)E} + \frac{x^3}{12EI} + \int_0^x \frac{M_p dx}{2EI}$$

最小働の元則に依り

$$\frac{dW}{dx} = \frac{2Z(H_1 + x) \sec^3 \alpha_1}{A_1 + \Delta A_1} - \frac{Z\left(H_2 - \frac{x}{2}\right) \sec^3 \alpha_2}{A_2 + \Delta A_2} + \frac{x^2}{3I} = 0$$

之に $\frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} - \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2}$ を入れて

$$2Zx(A_2 + \Delta A_2) \sec^3 \alpha_1 + 2ZH_1 \Delta A_2 \sec^3 \alpha_1 + \frac{Z}{2}x(A_1 + \Delta A_1) \sec^3 \alpha_2 - ZH_2 \Delta A_1 \sec^3 \alpha_2 + \frac{x^3(A_1 + \Delta A_1)(A_2 + \Delta A_2)}{3I} = 0$$

$$\text{今 } K_1 = \frac{\sec^3 \alpha_1}{\cos^3 \alpha_2}, \quad a_1 = A_1 + \Delta A_1, \quad a_2 = A_2 + \Delta A_2,$$

と置けば

$$2a_2 K_1 x + 2H_1 K_1 \Delta A_2 + \frac{1}{2}a_1 x - H_2 \Delta A_1 + \frac{l^3 a_1 a_2 x}{3ZI \sec^3 \alpha_2} = 0$$

$$x = \frac{H_2 \Delta A_1 - 2H_1 \Delta A_2 K_1}{2a_2 K_1 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_1 a_2 l^3}{3ZI \sec^3 \alpha_2}} \dots \dots \dots \text{(XXX)}$$

例題 (一) 本章 2 段の實例に於て $A_1 = A_2 = 3 \text{ cm}^2$ の場合の支點反力を求む。

直線法の H_1 に施す可き補正は (XXX) により求むるに式中

$$\Delta A_1 = 0.235, \quad H_1 = 6.749, \quad a_1 = 3$$

$$\Delta A_2 = -0.35, \quad H_2 = 5.840, \quad a_2 = 3$$

$$K = \frac{\sec^3 \alpha_1}{\sec^3 \alpha_2} = 0.35714, \quad \sec^3 \alpha_2 = 5.093$$

と置けば

$$x = \frac{5.840 \times 0.235 + 2 \times 6.749 \times 0.35 \times 0.35714}{2 \times 3 \times 0.35714 + 1.5 + \frac{9 \times 28^3}{3 \times 40 \times 30 \times 5.093}} = \frac{3.0598}{14.418} = 212 \text{ kg}$$

$$H_1 + x = 6.749 + 212 = 6.961 \text{ kg}$$

$$H_2 - \frac{x}{2} = 5.840 - \frac{212}{2} = 5.734$$

弾性方程式法に依り求むるに (XXIX) 式計算の表中他は同じきも、 A が變化したから K の値が異なる。之は第七表のやうになる。

第七表

假 斷 面 積 A m^2	$\frac{S}{A} \cdot \frac{I}{l^3} = K$	$\frac{S_1}{X} = -1$	S_m	KS_1	KS_1^2	$KS_1 S_m$
$3(10^{-4})$	0.02224	1.2207	—	0.02715	0.033145	—
$3(10^{-4})$	0.03136	0.8602	15.8524	0.02698	0.023205	0.42763

$$\sum \frac{EI\delta}{l^3} = 0.033145 + 0.023205 + 0.16667 = 0.22302$$

$$\sum \frac{EI\delta_m}{l^3} = 0.42763 + 1.1250 = 1.5526$$

$$H'_1 = X = \frac{1.5526}{0.22302} = 6,962^{ks}$$

$$H'_2 = 9,214 - \frac{6,962}{2} = 5,733^{ks}$$

著者直線法に補正して得たるものと一致することを知る。

例題 (二) 支線斷面は例題(一)と同様に各 3 cm^2 とし、 I を 5 割増し即ち $I=45$ としたる場合の支點反力を求む。

補正法にては (XXX) 式の分母第三項が $\frac{30}{45}$ 即ち $\frac{2}{3}$ になるのみ

$$x = \frac{3.0598}{10.826} = 283^{ks}$$

$$H_1 + x = 6.749 + 283 = 7,031^{ks}$$

弾性方程式に依るものも前計算表中 KS_1^2 , $KS_1 S_m$ を各 5 割増しにすればよし。其結果

$$\sum \frac{EI\delta}{l^3} = 0.084525 + 0.16667 = 0.251191$$

$$\sum \frac{EI\delta_m}{l^3} = 0.64145 + 1.1250 = 1.76645$$

$$H'_1 = x = \frac{1.76645}{0.25119} = 7,032^{ks}$$

之又補正法と一致する。

例題 (三) 面積の變化を多くして例題(一)の 2 倍として試む

$$\Delta A_1 = 0.47, \quad \alpha_1 = 3.235, \quad I = 30$$

$$\Delta A_2 = -0.7, \quad \alpha_2 = 2.65$$

補正法にては (XXX) 式に入れて

$$x = \frac{61.196}{2 \times 2.65 \times 0.35714 + 1.6175 + \frac{3.235 \times 2.65 \times 28^3}{3 \times 40 \times 30 \times 5.093}} = \frac{61.195}{13.775} = 0.444'$$

$$H_1 + x = 6,749 + 444 = 7,193^{kg}$$

弾性方程式にては

$$\sum \frac{EI \delta}{l^3} = 0.05702 + 0.166667 = 0.22369$$

$$\sum \frac{EI \delta_m}{l^3} \cdot 0.48411 + 1.1250 = 1.60911$$

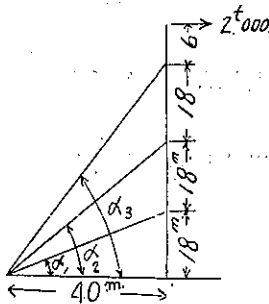
$$H_1' = \frac{1.60911}{0.22369} = 7,193^{kg}$$

以上 3 例を以て立證せる如く、補正法と弾性方程式解法とは柱の剛率の大小、又は支線の斷面積の如何に關せず一般に結果符合することを知る。

第五章 弾性方程式と直線法との比較及び支線張力算出法 其二 (3 段支線の場合)

前章と同様のことが 3 段支線の場合にも成立つ。本章にては特に空中線の張力及び風壓より生ずる頂支點に於ける彎曲率 M_3 を比較的大にせる即ち偏心率 (Eccentricity) の大なる一例を擧げて數値を以て比較しやう。

23. 實例の條件



第四十圖

$$\tan \alpha_1 = 0.45, \quad \alpha_1 = 24^\circ 14'$$

$$\tan \alpha_2 = 0.9, \quad \alpha_2 = 41^\circ 59'$$

$$\tan \alpha_3 = 1.35, \quad \alpha_3 = 58^\circ 28'$$

$$\sec \alpha_1 = 1.09663, \quad \sec^2 \alpha_1 = 1.2025, \quad \sec^3 \alpha_1 = 1.3187$$

$$\sec \alpha_2 = 1.34528, \quad \sec^2 \alpha_2 = 1.81, \quad \sec^3 \alpha_2 = 2.4350$$

$$\sec \alpha_3 = 1.67985, \quad \sec^2 \alpha_3 = 2.8225, \quad \sec^3 \alpha_3 = 4.7414$$

$$s_1 = 43.^m87, \quad s_2 = 53.^m81, \quad s_3 = 67.^m19$$

高さ 60 米其他第四十圖に示すが如くにして風壓其他前章 2 段の場合と同様にする。即ち

風壓 地面にて $P=180$ kg/m of mast

同 増加率 $r=1$ kg/m

柱に受くる全風壓 $=\frac{240+180}{2} \times 60=12,600$

風壓の重心 $x=\frac{h}{3} \cdot \frac{180+2 \times 240}{180+240}=\frac{220}{7}=31.43$

24. (A) 直線法

第三章の (XV) 及び (XVI) 式に依り直ちに下の如く計算し得。

$$P=180, \quad Pl=180 \times 18=3,240, \quad Pl^2=180 \times 18^2=58,320$$

$$r=1, \quad rl=18, \quad rl^2=324, \quad rl^3=5,832$$

$$l=18^m, \quad P=2,000, \quad l_1=6^m$$

$$M_3=2,000 \times 6 + \left(234 + \frac{2 \times 6}{3}\right) \frac{6^2}{2} = 16,284 \text{ kg}\cdot\text{m}$$

$$\frac{M_3}{18} = 904.7$$

$$S=2,000 + (234 + 3)6 = 3,422 \text{ kg}$$

$$M_1 = \frac{1}{10} Pl^2 + \frac{rl^3}{15} + \frac{M_3}{15} = 5,832 + 388.8 + 1,085.6 = 7,306.4$$

$$M_2 = \frac{1}{10} Pl^2 + \frac{7}{30} rl^3 - \frac{4}{15} M_3 = 5,832 + 1,360.8 - 4,342.4 = 2,850.4$$

$$H_0 = \frac{2}{5} Pl + \frac{1}{10} rl^2 - \frac{1}{15} \cdot \frac{M_3}{l} = 1,296 + 32.4 - 60.3 = 1,268.1 \text{ kg}$$

$$H_1 = \frac{11}{10} Pl + \frac{9}{10} rl^2 + \frac{4}{10} \cdot \frac{M_3}{l} = 3,564 + 291.6 + 361.9 = 4,217.5$$

$$H_2 = \frac{11}{10} Pl + \frac{24}{10} rl^2 - \frac{16}{10} \cdot \frac{M_3}{l} = 3,564 + 777.6 - 1,447.5 = 2,894.1$$

$$H_3 = \frac{4}{10} Pl + \frac{11}{10} rl^2 + \frac{19}{15} \cdot \frac{M_3}{l} + 3,422 = 1,296 + 356.4 + 1,146 + 3,422 \\ = 6,220.4$$

支線張力及び支線断面積 A は $f_t=3$ ton/sqcm とすれば

$$P_1 = 4,217.5 \times 1.0966 = 4,624.9 \quad \text{Acm}^2 \quad 1.542$$

$$P_2 = 2,894.1 \times 1.3453 = 3,893.4 \quad 1.3$$

$$P_3 = 6,220.4 \times 1.6799 = 10,449.3 \quad 3.48$$

支線断面積は少くとも上記の A を要する

次に支點が一直線上にある條件は (X) 式に依り

$$\frac{4.6249}{A_1} \times 1.2025 = \frac{3.8934}{2A_2} \times 1.81 = \frac{10.4493}{3A_3} \times 2.8225$$

$$\frac{5.561}{A_1} = \frac{3.5235}{A_2} = \frac{9.831}{A_3}$$

支線 II が最も 45° に近い。故に之を標準として各項に $\frac{1.3}{3.5235}$ を乗け。

$$\frac{2.052}{A_1} = \frac{1.3}{A_2} = \frac{3.627}{A_3}$$

故に

$$A_1 = 2.052 \text{ sq cm.}$$

$$A_2 = 1.3 \quad "$$

$$A_3 = 3.627 \quad "$$

とする。 A_1 は張力より定めたるものより 30% も大きくなりしは全く傾斜角が $24^\circ 14'$ と云ふやうに 35° より遙に緩やかになつて居るからである。

25. (B) 弾性方程式法

弾性方程式は

$$X_1 \delta_{1,1} + X_2 \delta_{1,2} = \sum P_m \delta_{1,m}$$

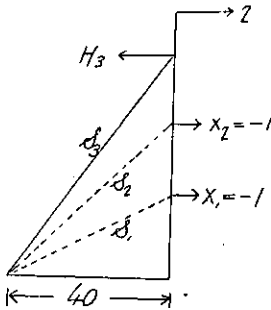
$$X_1 \delta_{2,1} + X_2 \delta_{2,2} = \sum P_m \delta_{2,m}$$

茲に

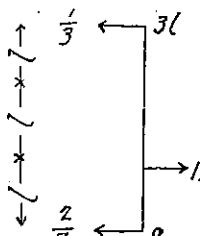
$$\delta_{1,1} = \int_0^{3l} \frac{m_1^2}{IE} dx + \sum \frac{S_1 S_1 s}{AE}$$

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,1} = \int_0^{3l} \frac{m_1 m_2}{IE} dx + \sum \frac{S_1 S_2 s}{AE}$$

$$\delta_{2,2} = \int_0^{3l} \frac{m_2^2}{IE} dx + \sum \frac{S_2 S_2 s}{AE}$$



第四十一圖 (其一)



(其二)

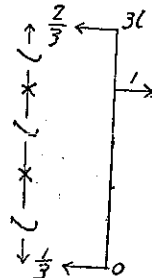
$X_1 = -1$ の條件より

$$H_0 = \frac{2}{3}$$

$$H_1 = -1$$

$$H_2 = 0$$

$$H_3 = \frac{1}{3}$$



(其三)

$X_2 = -1$ の條件より

$$H_0 = \frac{1}{3}$$

$$H_1 = 0$$

$$H_2 = -1$$

$$H_3 = \frac{2}{3}$$

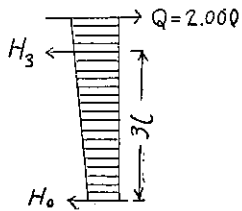
$$m_1 = \frac{2}{3}x \quad 0 \text{ より } l, \quad m_2 = \frac{1}{3}x \quad 0 \text{ より } 2l$$

$$m_1 = \frac{1}{3}(3l-x) \quad l \text{ より } 3l, \quad m_2 = \frac{2}{3}(3l-x) \quad 2l \text{ より } 3l$$

風壓よりは

$$H_{s,w} = \frac{12.600 \times 220}{7 \times 54} = 7.333$$

$$H_{e,w} = 12.600 - 7.333 = 5.267$$



第四十二圖

空中線の張力 Q よりは

$$H_{s,q} = \frac{2.000 \times 60}{54} = 2.222$$

$$H_{e,q} = 2.000 - 2.222 = -0.222$$

風壓及び空中線の張力を合せて

$$H_{s,w} + H_{s,q} = 9.555$$

$$H_{e,w} + H_{e,q} = 5.045$$

此等の外力より生ずる地面より x なる點に起る彎曲率は

$$M_x = 5.045x - 0.09x^2 - \frac{1}{6,000}x^3 = \alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3$$

以上の彎曲率を表にして示せば第八表の如し

第 八 表			風壓及び Q より
區 間	$X_1 = -1$	$X_2 = -1$	
$0 \sim l$	$\frac{2}{3}x$	$\frac{1}{3}x$	} $5.045x - 0.09x^2 - \frac{1}{6,000}x^3$
$l \sim 2l$	$\frac{1}{3}(3l-x)$	$\frac{1}{3}x$	
$2l \sim 3l$	$\frac{1}{3}(2l-x)$	$\frac{2}{3}(3l-x)$	

$$l = 18^m$$

(1) 柱の彎曲率より生ずる 1 及び 2 の水平變位

$$EI\delta_{1,1} = \int_0^l \left(\frac{2}{3}x\right)^2 dx + \int_l^{3l} \frac{1}{9}(3l-x)^2 dx$$

$$= \int_0^l \frac{4}{9}x^2 dx + \int_l^{3l} \frac{1}{9}(9l^2 - 6lx + x^2) dx$$

$$= \frac{l^3}{9} \left[\frac{4}{3} + 9 \times 2 - 3 \times 8 + \frac{26}{3} \right]$$

$$= \frac{4}{9} l^3$$

$$EI\delta_{1,2} = \int_0^l \frac{2}{3} x \frac{1}{3} x dx + \int_l^{2l} \frac{1}{3} (3l-x) \frac{1}{3} x dx + \int_{2l}^{3l} \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} (3l-x)^2 dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[\int_0^l 2x^2 dx + \int_l^{2l} (3lx - x^2) dx + \int_{2l}^{3l} (18l^2 - 12lx + 2x^2) dx \right]$$

$$= \frac{l^3}{9} \left[\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \times 3 - \frac{7}{3} + 18 - 12 \times \frac{5}{2} + \frac{2}{3} \times 19 \right]$$

$$= \frac{7}{18} l^3$$

$$EI\delta_{2,1} = EI\delta_{1,2} = \frac{7}{18} l^3$$

$$EI\delta_{2,2} = \int_0^{2l} \frac{1}{9} x^2 dx + \int_{2l}^{3l} \frac{4}{9} (9l - 6lx + x^2) dx$$

$$= \frac{l^3}{9} \left[\frac{8}{3} + 36 - 12 \times 5 + \frac{19}{3} \times 4 \right]$$

$$= \frac{4}{9} l^3$$

風壓及び Q より生ずる變位は

$$EI\delta_{1,m} = \int_0^l \frac{2}{3} x(\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx + \int_l^{3l} \frac{1}{3} (3l-x)(\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx$$

$$= \int_0^l \frac{2}{3} (\alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4) dx + l \int_l^{3l} (\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx$$

$$- \frac{1}{3} \int_l^{3l} (\alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4) dx$$

$$\frac{EI\delta_{1,m}}{l^3} = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} \alpha - \frac{1}{4} \beta l - \frac{1}{5} \gamma l^2 \right] + \left[\frac{8}{2} \alpha - \frac{26}{3} \beta l - \frac{80}{4} \gamma l^2 \right]$$

$$- \frac{1}{3} \left[\frac{26}{3} \alpha - \frac{80}{4} \beta l - \frac{242}{5} \gamma l^2 \right]$$

$$= \alpha \left[\frac{2}{9} + 4 - \frac{26}{9} \right] - \beta l \left[\frac{1}{6} + \frac{26}{3} - \frac{20}{3} \right] - \gamma l^2 \left[\frac{2}{15} + 20 - \frac{242}{15} \right]$$

$$= \frac{4}{3} \alpha - \frac{13}{6} \beta l - 4\gamma l^2$$

此式中 $\alpha=5.045$, $\beta=0.09$, $\gamma=\frac{1}{6,000}$, $l=18\text{ m}$ と置けば

$$\frac{EI\delta_{1,m}}{P} = 6.7267 - 3.51 - 0.216 = 3.0007$$

$$\begin{aligned} EI\delta_{2,m} &= \int_0^{2l} \frac{1}{3} x(\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx + \int_{2l}^{3l} \frac{2}{3} (3l-x)(\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx \\ &= \frac{1}{3} \int_0^{2l} (\alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4) dx + 2l \int_{2l}^{3l} (\alpha x - \beta x^2 - \gamma x^3) dx \\ &\quad - \frac{2}{3} \int_{2l}^{3l} (\alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{EI\delta_{2,m}}{P} &= \frac{1}{3} \left[\frac{8}{3} \alpha - \frac{16}{4} \beta l - \frac{32}{5} \gamma l^2 \right] + 2 \left[\frac{5}{2} \alpha - \frac{19}{3} \beta l - \frac{65}{4} \gamma l^2 \right] \\ &\quad - \frac{2}{3} \left[\frac{19}{3} \alpha - \frac{65}{4} \beta l - \frac{211}{5} \gamma l^2 \right] \\ &= \alpha \left[\frac{8}{9} + 5 - \frac{38}{9} \right] - \beta l \left[\frac{4}{3} + \frac{38}{3} - \frac{65}{6} \right] - \gamma l^2 \left[\frac{32}{15} + \frac{65}{2} - \frac{422}{15} \right] \\ &= \frac{5}{3} \alpha - \frac{19}{6} \beta l - \frac{65}{10} \gamma l^2 \\ &= \frac{5 \times 5.045}{3} - \frac{19 \times 0.09 \times 18}{6} - \frac{65 \times 18 \times 18}{60,000} \\ &= 8.4083 - 5.13 - 0.351 = 2.9273 \end{aligned}$$

以上の結果を一括すれば

$$\frac{EI\delta_{1,1}}{P} = \frac{EI\delta_{2,2}}{P} = \frac{4}{9} = 0.4444$$

$$\frac{EI\delta_{1,2}}{P} = \frac{EI\delta_{2,1}}{P} = \frac{7}{18} = 0.3889$$

$$\frac{EI\delta_{1,m}}{P} = 3.0007$$

$$\frac{EI\delta_{2,m}}{P} = 2.9273$$

(2) 支線の張力より生ずる位變 $X_1 = -1$, $X_2 = -1$ 風壓 Q 等より支線に張力を生じ、之がために生ずる支點 1, 2 の變位は前章と同様にして、次の第九乃至第十一表にて示す如くなる。茲に支線の斷面積には本章 (4) の直線法にて決定せるものを用ふる。

第九表

支線	長 s_m	假定断面積 A in S_{qm}	$\frac{s}{A} \cdot \frac{I}{l^3} = K$	$X_1 = -1$	$X_2 = -1$	S_m
I	43.87	$2.052(10^{-4})$	$\frac{43.87 \times 30}{2.052 \times 5,832} = 0.10997$	1.0966	—	—
II	53.81	$1.3(10^{-4})$	$\frac{53.81 \times 30}{1.3 \times 5,832} = 0.21296$	—	1.3453	—
III	67.19	$3.627(10^{-4})$	$\frac{67.19 \times 30}{3.627 \times 5,832} = 0.09529$	0.56	1.120	16.051

第十表

KS_1	KS_2	KS_1^2	$KS_1 S_2$	KS_2^2	$KS_1 S_m$	$KS_2 S_m$	支線
0.1206	—	0.1323	—	—	—	—	I
—	0.2865	—	—	0.3854	—	—	II
0.0537	0.10673	0.0299	0.0598	0.1195	0.8566	1.7132	III

第十一表

支線又ハ M	$\frac{EI\delta_{1.1}}{l^3}$	$\frac{EI\delta_{1.2}}{l^3}$	$\frac{EI\delta_{2.1}}{l^3}$	$\frac{EI\delta_{2.2}}{l^3}$	$\frac{EI\delta_{1,m}}{l^3}$	$\frac{EI\delta_{2,m}}{l^3}$
I	0.1323	—	—	—	—	—
II	—	—	—	0.3854	—	—
III	0.0299	0.0598	0.1195	0.8566	0.8566	1.7132
I+II+III	0.1622	0.0598	0.5049	0.5049	0.8566	1.7132
彎曲率より	0.4444	0.3889	0.4444	0.4444	3.0007	2.9273
合計	0.6066	0.4487	0.9493	0.9493	3.8573	4.6405

弾性方程式は

$$\begin{cases} 0.6066 X_1 + 0.4487 X_2 = 3.8573 \\ 0.4487 X_1 + 0.9493 X_2 = 4.6405 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{3.8573 \times 0.9493 - 0.4487 \times 4.6405}{0.6066 \times 0.9493 - 0.4487^2} = \frac{1,5795.4}{0.37451} = 4,217.5 = H_1 \\ X_2 = \frac{0.6066 \times 4.6405 - 3.8573 \times 0.4487}{0.6066 \times 0.9493 - 0.4487^2} = \frac{1,08416}{0.37451} = 2,894.8 = H_2 \end{cases}$$

斯く直線法にて (I) 式の条件により決定せる断面を弾性方程式に入れて求めたる X_1, X_2 は全く (A) の直線法にて求めたる H_1, H_2 に合致する之直線法の理論的に正しい實例の證明である。

$$H_0 = 5.045 - \frac{2}{3} \times 4,217.5 - \frac{1}{3} \times 2,894.8 = 1.268$$

$$H_3 = 9.555 - \frac{1}{3} \times 4,217.5 - \frac{2}{3} \times 2,894.8 = 6.219$$

H_0, H_1 も亦克く一致することが判る。

(3) 定理 前述 (1), (2) の變位より各獨立して同一の反力を求め得ることの前章の定理は此場合にも成立する。前項計算の彎曲率のみより彈性方程式を作り見るに

$$\begin{cases} \frac{4}{9} X_1 + \frac{7}{18} X_2 = 3.0007 \\ \frac{7}{18} X_1 + \frac{4}{9} X_2 = 2.9273 \end{cases}$$

$$X_1 + X_2 = 5.928 \times \frac{6}{5} = 7.1136$$

$$X_1 - X_2 = 0.0734 \times 18 = 1.3212$$

$$\begin{cases} X_1 = 4.2174 \\ X_2 = 2.8962 \end{cases}$$

A 法と同一結果を得ることが判る。

又支線の方面よりの方程式よりも

$$\begin{cases} 0.1622 X_1 + 0.0598 X_2 = 0.8566 \\ 0.0598 X_1 + 0.5049 X_2 = 1.7132 \end{cases}$$

$$X_1 = \frac{0.8566 \times 0.5049 - 0.0598 \times 1.7132}{0.1622 \times 0.5049 - 0.0598^2} = \frac{0.33005}{0.078319} = 4.214$$

$$X_2 = \frac{1.7132 \times 0.1622 - 0.8566 \times 0.0598}{0.1622 \times 0.5049 - 0.0598^2} = \frac{0.226656}{0.078315} = 2.894$$

略同一の結果を得る。

前章に述べし如く彎曲率よりの變位は Maxwell の連桁の解法と同一なるを以て合致することは明である。又後半支線の方よりの變位が同一の結果を生ずることは、第十二表及び第十三表に見る様に 3 段の場合にも一般的の證明が出来る。

H_1, H_2, H_3 は直線法により定めたる標準反力, A は支線の標準斷面積とする。

第 十 二 表

支線 長 s	假定斷面積 A	$\frac{sI}{Al_3} K$	$X_1 = -1$	$X_2 = -1$	S_m
I $Z \sec \alpha_1$	$C_1 \frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{1}$	$\frac{C}{H_1 \sec^2 \alpha_1}$	$\sec \alpha_1$	—	—
II $Z \sec \alpha_2$	$C_1 \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2}$	$\frac{2C}{H_2 \sec^2 \alpha_2}$	—	$\sec \alpha_2$	—
III $Z \sec \alpha_3$	$C_1 \frac{H_3 \sec^3 \alpha_3}{3}$	$\frac{3C}{H_3 \sec^2 \alpha_3}$	$\frac{1}{3} \sec \alpha_3$	$\frac{2}{3} \sec \alpha_3$	$\sec \alpha_3 \left(\frac{1}{3} H_1 + \frac{2}{3} H_2 + H_3 \right)$

第十三表

支線	KS_1^2	KS_1S_2	KS_2^2	KS_1S_m	KS_2S_m
I	$\frac{C}{H_1}$	—	—	—	—
II	—	—	$\frac{2C}{H_2}$	—	—
III	$\frac{C}{3H_3}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{C}{H_3}$	$\frac{4}{3} \cdot \frac{C}{H_3}$	$\frac{C}{H_3} \left(\frac{H_1}{3} + \frac{2}{3} H_2 + H_3 \right)$	$\frac{2C}{H_3} \left(\frac{H_1}{3} + \frac{2}{3} H_2 + H_3 \right)$

此支線の方面のみにて弾性方程式を作ると

$$\begin{cases} X_1 \left(\frac{1}{H_1} + \frac{1}{3H_3} \right) + X_2 \frac{2}{3H_3} = \frac{1}{H_3} \left(\frac{H_1}{3} + \frac{2}{3} H_2 + H_3 \right) \\ X_1 \frac{2}{3H_3} + X_2 \left(\frac{2}{H_2} + \frac{4}{3H_3} \right) = \frac{2}{H_3} \left(\frac{1}{3} H_1 + \frac{2}{3} H_2 + H_3 \right) \end{cases}$$

第一式を2倍したものから第二式を減く

$$\frac{2X_1}{H_1} - \frac{2X_2}{H_2} = 0, \quad X_2 = \frac{H_2}{H_1} X_1$$

之を第一式に入れて

$$X_1 \left(\frac{1}{H_1} + \frac{1}{3H_3} + \frac{2H_2}{3H_1H_3} \right) = \frac{1}{H_3} \left(\frac{H_1}{3} + \frac{2}{3} H_2 + H_3 \right)$$

両方に H_1, H_3 を乗け

$$\begin{cases} X_1 = H_1 \\ X_2 = H_2 \end{cases} \text{を得}$$

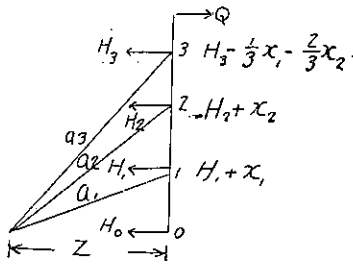
即ち X_1, X_2 は夫々標準反力の H_1, H_2 となる。

斯くして一般に支線の段数に關せず定理即ち支線が標準断面を有する場合には、柱の力率より算出せる支點の變位のみを以て作れる弾性方程式を解くも、又支線の方面より算出せる支點の變位のみより作成せる弾性方程式を解くも全く同一にして標準反力を得るものである。

26. 直線法に依る一般の支線張力算出法

前章2段の場合と同一原理に依り次の如く求むることが出来る。

先づ最初に標準反力を (XVI) 式に依りて求める。之を H_1, H_2, H_3 とする。次に標準断面を (I) 又は (X) 式にて決定する。之を A_1, A_2, A_3 とする。次に與へられたる支線断面積 a_1, a_2, a_3 が標準断面よりの差違 $\Delta A_1, \Delta A_2, \Delta A_3$ を求め、 H_1, H_2, H_3 に次のやうな補正を施す法によるのである。



第四十三圖

補正の求め方

$$a_1 = A_1 + \Delta A_1$$

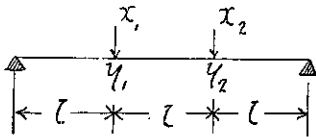
$$a_2 = A_2 + \Delta A_2$$

$$a_3 = A_3 + \Delta A_3$$

求むる補正を第四十三圖の如く x_1, x_2 とする

前章 2 段支線の場合と同様に内働の式は次の如くなる。

$$W = \frac{(H_1 + x_1)^2 Z \sec^3 \alpha_1}{2(A_1 + \Delta A_1)E} + \frac{(H_2 + x_2)^2 Z \sec^3 \alpha_2}{2(A_2 + \Delta A_2)E} + \frac{\left(H_3 - \frac{1}{2}x_1 - \frac{2}{3}x_2\right)^2 Z \sec^3 \alpha_3}{2(A_3 + \Delta A_3)E} + \frac{x_1}{2} \eta_1 + \frac{x_2}{2} \eta_2 + C$$



茲に C は x に關せざる項。 η_1, η_2 は夫々支點 1 及び 2 に x_1, x_2 なる水平力を課したる場合の其點の水平變位とする。之は次式にて求められる。

第四十四圖の如く荷重を受けたる場合に 1 點, 2 點の

撓みは

$$\eta = \frac{W_1}{9EI} d^2(l-d)^2 + \frac{W_2 d^2}{18EI} \left\{ (l-d)^2 + 2d(l-d) - d^2 \right\}$$

第四十四圖

なる式に依り

$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{4x_1 l^3}{9EI} + \frac{7x_2 l^3}{18EI} \\ \eta_2 = \frac{7x_1 l^3}{18EI} + \frac{4x_2 l^3}{9EI} \end{cases}$$

最小働の原則に依り且つ支線及び柱の弾性率は同一にして之を E とし $\frac{E}{Z}$ を各項に乗すれば, 次の聯立一次方程式を得

$$\begin{cases} \frac{\partial W}{\partial x_1} = \frac{(H_1 + x_1) \sec^3 \alpha_1}{A_2 + \Delta A_2} - \frac{\left(H_3 - \frac{1}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2\right) \sec^3 \alpha_3}{3(A_3 + \Delta A_3)} + \frac{4x_1 l^3}{9ZI} + \frac{7x_2 l^3}{18ZI} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial x_2} = \frac{(H_2 + x_2) \sec^3 \alpha_1}{A_2 + \Delta A_2} - \frac{2}{3} \frac{\left(H_3 - \frac{1}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2\right) \sec^3 \alpha_3}{A_3 + \Delta A_3} + \frac{7x_1 l^3}{18ZI} + \frac{4x_2 l^3}{9ZI} = 0 \end{cases}$$

此式中

$$(I) \text{ 式 } \frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} = \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2} = \frac{H_3 \sec^3 \alpha_3}{3A_3}$$

$$\text{即ち } 3A_3 H_1 \sec^3 \alpha_1 = A_1 H_3 \sec^3 \alpha_3$$

$$3A_3 H_2 \sec^3 \alpha_2 = 2A_2 H_3 \sec^3 \alpha_3 \quad \text{を入れ } \frac{l^3}{ZI} = b \quad \text{と置けば}$$

$$\left\{ \begin{aligned} 3x_1 a_3 \sec^3 \alpha_1 + 3H_1 \Delta A_3 \sec^3 \alpha_1 + \frac{1}{3} (2x_2 + x_1) a_1 \sec^3 \alpha_3 \\ - H_3 \Delta A_1 \sec^3 \alpha_3 + \frac{4x_1 a_1 a_3 b}{3} + \frac{7x_2 a_1 a_3 b}{6} = 0 \\ 3x_2 a_3 \sec^3 \alpha_2 + 3H_2 \Delta A_3 \sec^3 \alpha_2 + \frac{2}{3} (x_1 + 2x_2) a_2 \sec^3 \alpha_3 \\ - 2H_3 \Delta A_2 \sec^3 \alpha_3 + \frac{7x_1 a_2 a_3 b}{6} + \frac{4x_2 a_2 a_3 b}{3} = 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_1 \left(3a_3 \sec^3 \alpha_1 + \frac{a_1}{3} \sec^3 \alpha_3 + \frac{4}{3} a_1 a_3 b \right) + x_2 \left(\frac{2}{3} a_1 \sec^3 \alpha_3 + \frac{7}{6} a_1 a_3 b \right) \\ = H_3 \Delta A_1 \sec^3 \alpha_3 - 3H_1 \Delta A_3 \sec^3 \alpha_1 \\ x_1 \left(\frac{2}{3} a_2 \sec^3 \alpha_3 + \frac{7}{6} a_2 a_3 b \right) + x_2 \left(3a_3 \sec^3 \alpha_2 + \frac{4}{3} a_2 \sec^3 \alpha_3 + \frac{4}{3} a_2 a_3 b \right) \\ = 2H_3 \Delta A_2 \sec^3 \alpha_3 - 3H_2 \Delta A_3 \sec^3 \alpha_2 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_1 \alpha_1 + x_2 \beta_1 &= \gamma_1 \\ x_1 \alpha_2 + x_2 \beta_2 &= \gamma_2 \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{\beta_2 \gamma_1 - \beta_1 \gamma_2}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \\ x_2 &= \frac{\alpha_1 \gamma_2 - \alpha_2 \gamma_1}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \end{aligned} \right.$$

$$\text{但し } \alpha_1 = 3a_3 K_1 + \frac{a_1}{3} + \frac{4}{3} a_1 a_3 K_b$$

$$\alpha_2 = \frac{2}{3} a_2 + \frac{7}{6} a_2 a_3 K_b$$

$$(XXXI) \quad \beta_1 = \frac{2}{3} a_1 + \frac{7}{6} a_1 a_3 K_b$$

$$\beta_2 = 3a_3 K_2 + \frac{4}{3} a_2 + \frac{4}{3} a_2 a_3 K_b$$

$$\gamma_1 = H_3 \Delta A_1 - 3H_1 \Delta A_3 K_1$$

$$\gamma_2 = 2H_3 \Delta A_2 - 3H_2 \Delta A_3 K_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_b = \frac{b}{\sec^3 \alpha_3} = \frac{l^3}{ZI \sec^3 \alpha_3} \\ K_1 = \frac{\sec^3 \alpha_1}{\sec^3 \alpha_3}, \quad K_2 = \frac{\sec^3 \alpha_2}{\sec^3 \alpha_3} \end{array} \right.$$

例題(四) 本章の例に於て支線斷面積を $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 3$ sqcm とせる場合に於ける支點反力を求む。

標準反及び反斷面積は本章(A)に於けるが如く

$$\begin{array}{lll} H_1 = 4,217, & H_2 = 2,894, & H_3 = 6,220 \\ A_1 = 2.052, & A_2 = 1.3, & A_3 = 3.627 \\ \Delta A_1 = -0.052, & \Delta A_2 = +0.7, & \Delta A_3 = 0.627 \end{array}$$

(XXXI) 式に依り

$$K_b = \frac{l^3}{ZI \sec^3 \alpha_3} = \frac{18 \times 18 \times 18}{40 \times 30 \times 4.7414} = 1.025$$

$$K_1 = \frac{\sec^3 \alpha_1}{\sec^3 \alpha_3} = 0.2781, \quad K_2 = \frac{\sec^3 \alpha_2}{\sec^3 \alpha_3} = 0.5136$$

$$\alpha_1 = 2.5029 + 0.6667 + 8.2 = 11.3696$$

$$\alpha_2 = 1.3333 + 7.175 = 8.5083$$

$$\beta_1 = 1.3333 + 7.175 = 8.5083$$

$$\beta_2 = 4.6224 + 2.6667 + 8.2 = 15.4891$$

$$\gamma_1 = -323.4 + 2,205.9 = 1,882.5 \text{ kg}$$

$$\gamma_2 = 8708.0 + 2795.4 = 11,503.4 \text{ ,,}$$

$$x_1 = \frac{15.4891 \times 1,882.5 - 8.5083 \times 1,1503.4}{11.3696 \times 15.4891 - 8.5083^2} = \frac{-68,716.2}{103.7137} = -662.6$$

$$x_2 = \frac{11.3696 \times 11,503.4 - 8.5083 \times 1,882.5}{11.3696 \times 15.4891 - 8.5083^2} = \frac{114,772.2}{103.7137} = 1,106.6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 = 4,217 - 663 = 3,554 \\ X_2 = 2,894 + 1,107 = 4,001 \\ X_3 = 6,220 - \frac{2 \times 1,107}{3} - \frac{663}{3} = 5,703 \end{array} \right.$$

弾性方程式よりは K の計算は本章(B)の支線の場合より容易に換算せらる。茲には省略する。

第十 四 表

支線	断面積 A	I	KS_1^2	KS_1S_2	KS_2^2	KS_1S_m	KS_2S_m
I	2	30	0.1357	—	—	—	—
II	2	30	—	—	0.2505	—	—
III	3	30	0.0362	0.0723	0.1445	1.0356	2.0713
	力 率 よ り		0.4444	0.3889	0.4444	3.0007	2.9273
	合 計		0.6163	0.4612	0.8394	4.0363	4.9986

$$\begin{cases} 0.6163 X_1 + 0.4612 X_2 = 4.0363 \\ 0.4612 X_1 + 0.8394 X_2 = 4.9986 \end{cases}$$

$$X_1 = \frac{4.0363 \times 0.8394 - 0.4612 \times 4.9986}{0.6163 \times 0.8394 - 0.4612^2} = \frac{1.08272}{0.304617} = 3,554.0$$

$$X_2 = \frac{0.6163 \times 4.9986 - 4.0363 \times 0.4612}{0.6163 \times 0.8394 - 0.4612^2} = \frac{1.21910}{0.304617} = 4,001.7$$

兩法の極て克く一致することが判る。

例題(五) 前例にて柱の惰率が2倍になれる場合の支點の反力を求む。

補正法に依れば $a_1, a_2, a_3, \Delta A_1, \Delta A_2, \Delta A_3$ 等は前例と同じ α, β, γ 中にて K_0 の値を $1/2$ にすればよし。

$$\alpha_1 = 7.2696,$$

$$\beta_3 = 11.3891$$

$$\alpha_2 = 4.9208 = \beta_1,$$

$$\gamma_1, \gamma_2 \text{ は前例と同じ}$$

(XXXI) 式に依り

$$x_1 = \frac{11.3891 \times 1,882.5 - 4.9208 \times 11,503.4}{7.2696 \times 11.3891 - 4.9208^2} = -\frac{35,165.9}{58.580} = -600$$

$$x_2 = \frac{7.2696 \times 11,503.4 - 4.9208 \times 1,882.5}{7.2696 \times 11.3891 - 4.9208^2} = \frac{74,361.1}{58.580} = 1,269$$

$$\begin{cases} X_1 = 4,217 - 600 = 3,617 \\ X_2 = 2,894 + 1,269 = 4,163 \end{cases}$$

彈性方程式法、前例の支線より起る $\frac{EI\delta}{l^3}$ なる項を倍にすればよい。

第十 五 表

支線	断面積 A	I	KS_1^2	KS_1S_2	KS_2^2	KS_1S_m	KS_2S_m
I	2	60	0.2714	—	—	—	—
II	2	60	—	—	0.5010	—	—
III	3	60	0.0724	0.1446	0.2890	2.0712	4.1426
	力 率 よ り		0.4444	0.3889	0.4444	3.0007	2.9273
	合 計		0.7882	0.535	1.2344	5.0719	7.0699

$$\begin{cases} 0.7882 X_1 + 0.5335 X_2 = 5.0719 \\ 0.5335 X_1 + 1.2344 X_2 = 7.0699 \end{cases}$$

$$X_1 = \frac{5.0719 \times 1.2344 - 0.5335 \times 7.0699}{0.7882 \times 1.2344 - 0.5335^2} = \frac{2,488.96}{0.68833} = 3,616$$

$$X_2 = \frac{0.7882 \times 7.0699 - 5.0719 \times 0.5335}{0.7882 \times 1.2344 - 0.5335^2} = \frac{2,866.635}{0.68833} = 4,164.6$$

即ち補正法と弾性方程式と合致することが判る。

前章(22)項及び本章(26)項に述べたる補正法に依る應力算出は2段及び3段の場合に、弾性方程式と結果一致することを立證せるも、段數の如何に關せず眞なることは明瞭である。恒に支線の段數より1個少き一次聯立方程式を解くことになり、段數多ければ可なり複雑になる新しく設計する時には寧ろ標準斷面積を以て設計するの簡易なるには及ばない。唯上法は現在ある支線式柱の安定度を求むる場合に處する一方法を示したのである。

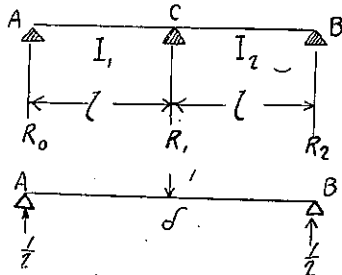
第六章 彎曲剛率の異なる柱

凡て連桁の基本公式は桁の彎曲剛率 (Flexural rigidity) EI を常數なりとしてある。土木學會誌第八卷第五號の山田博士の論文は鐵筋混凝土桁に關するものにて、此點を特に考慮されたもので甚有益である。

鋼構造物に於ては非常に不同ある場合の他は、 EI を通常常數として取扱つて居る。支線を有する無線柱の場合にも第三章直線法の公式は全部此假定に立脚して居るが、實際の場合には多少上に行く程細くなるか、又は細くならなくても部材は薄くなつて居る。直線法の如き此假定を基本として居るものでは、其影響を研究して見ることは必要である。

27. 2 段支線の場合

(a) 等荷荷重 第四十五圖の如く等徑間であるが左右異りたる惰率 I_1, I_2 を有するも



第四十五圖

のとする。Maxwell の法則に依りて反力 R_1 を求むるに1なる中心荷重にて生ずる C 點の變位 δ は第四章 (B) (1) の場合と同様にして

$$\delta = \frac{P^3}{12E} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)$$

等布荷重 $2Pl$ より生ずる C 點の變位 δ_m は

$$\delta_m = \int_0^l \frac{mM}{I_1 E} dx + \int_0^l \frac{mM}{I_2 E} dx$$

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2}x \\ M = Plx - \frac{1}{2}Px^2 \text{ を入れて} \\ \delta_m = \frac{5Pl^3}{48E} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \\ R_1 = \frac{\delta_m}{\delta} = \frac{5Pl^3}{48E} \times \frac{12E}{l^3} = \frac{5}{4}Pl \end{cases}$$

$$\text{従て} \quad R_0 = Pl - \frac{5}{8}Pl = \frac{3}{8}Pl = R_2$$

I 常数の場合と全く同一である。

(b) 等變荷重 等變重荷にして且つ集中荷重 Q を受くる第四章の實例の場合

第四章(B)(1)の積分式にて $0 \sim l$ の間の惰率を I_1 , $l \sim 2l$ の間を I_2 として分けて考ふれば

$$\begin{aligned} \frac{E\delta}{l^3} &= \frac{1}{12} \left[\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right] \\ \frac{E\delta_m}{l^3} &= \frac{1}{I_1} \left(\frac{1}{6}\alpha - \frac{1}{8}\beta l - \frac{1}{10}\gamma l^2 \right) + \frac{1}{I_2} \left(\frac{1}{3}\alpha - \frac{11}{24}\beta l - \frac{13}{20}\gamma l^2 \right) \end{aligned}$$

之にて α, β, γ, l 等に前章の値を入れるれば、

$$\begin{aligned} \frac{E\delta_m}{l^3} &= \frac{0.5696}{I_1} + \frac{0.5552}{I_2} = 0.5624 \left[\left(1 + \frac{72}{5,624} \right) \frac{1}{I_1} + \left(1 - \frac{72}{5,624} \right) \frac{1}{I_2} \right] \\ H_1 = \frac{\delta_m}{\delta} &= \frac{0.5624 \left[\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} + \frac{72}{5,624} \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) \right]}{\frac{1}{12} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right)} \end{aligned}$$

$$H_1 = 6,749 \left[1 + \frac{72}{5,624} \cdot \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \right] = 6,749 \left[1 - \frac{1.28}{100} \cdot \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \right]$$

$I_1 = I_2$ の場合 $H_1 = 6,749$ 前章の場合と一致する。

$I_1 \neq I_2$ の場合の補正比は $-1.28 \left(\frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \right) \%$ である。 H_1 の補正

$I_1 : I_2 = 2 : 1$ ならば $-1.28 \times \frac{1}{3} = -0.43 \%$ -29 kg

$I_1 : I_2 = 10 : 1$ ならば $-1.28 \frac{9}{11} = -1.05 \%$ -70 „

H_0, H_2 には補正は $\frac{6,749}{2} \times 1.28 \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$ となるから上の補正絶対値の半分、即ち 14.5 及び 35 kg である。要するに 2 段支線の場合は兩徑間の惰率を異にするも、等布荷重の場合には

全く普通公式にて差支なく、偏心荷重の場合には多少差異あるも其量甚僅かにして I が 10 倍位變化するも H_1, H_2 なる反力は 1% 内外の誤差に過ぎない。

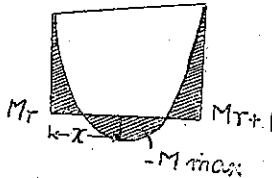
力率の方に及ぼす誤差の割合は反力の如く小ならず、殊に反曲點附近にては其誤差の比例大なるも力率極て小なる場所なるを以て憂ふるに足らない。力率の最大なる C 點に於て見るに H_0 の補正值 $\frac{6,749}{2} \times 1.28 \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$ に徑間 28 m を乗けただけ異なる。之が $M_1 = 17,907$ kgm に對する割合を見るに $I_1 : I_2 = 2 : 1$ の時は H_0 の變化は 14.5 kg となり、 M_1 の差は 405 kgm 即ち 2.27% の誤差となり、眞の $M_1 = 17,502$ kgm となる。

$I_1 : I_2 = 10 : 1$ の時は H_0 の變化は 35 kg となり、 M_1 の差は 980 kgm 即ち 5.2% となり眞の $M_1 = 16,927$ kgm となる。

10 倍も變化することは稀にして且つ實際より直線法の方が安全に出るのであるから、設計上は餘り考へなくてもよい。柱は此彎曲率により設計されるを恒とする。

又支點間の最大負の彎曲率を考ふるに (第四十六圖)

$$M = M_r - \frac{M_r - M_{r+1}}{l} x - \frac{Plx}{2} + \frac{Px^2}{2}$$



第四十六圖

$\frac{dM}{dx} = 0$ として最大の負力率 $-M_{max}$ の位置 x は一般に P なる等布荷重の場合には

$$(XXXII) \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{M_r - M_{r+1}}{l} + \frac{l}{2} \\ -M_{max} &= M_r - \frac{M_r - M_{r+1}}{l} x - \frac{P}{2} x(l-x) \\ M_r = M_{r+1} \text{ の時は } x &= \frac{l}{2} \text{ となり } -M_{max} = M_r - \frac{Pl^2}{8} \\ M_r = 0 \text{ の時は } x &= \frac{l}{2} - \frac{M_{r+1}}{Pl}, -M_{max} = \frac{M_{r+1}}{l} x - \frac{P}{2} x(l-x) \end{aligned} \right.$$

本例にて $0 \sim l$ 間の $-M_{max}$ を求むるに

P は nl に比して大なるを以て x を求むるには平均風壓 $P' + \frac{nl}{2}$ を以て等布荷重の強さ P とし上式を使用して大差なし。本例にては $P = 180 + 14 = 194$, $Pl = 5,432$ (XXXII) 式に依り第十六表及び第十七表を得。

第十六表

$\frac{I_1}{I_2}$	M_1	x	$\frac{M_1}{28} x$	$-\frac{P}{2} x(l-x)$	$-M_{max}$	差	%
1	17,907	10.7	6,850	-17,960	-11,110	0	0
2	17,502	10.73	6,730	-18,020	-11,230	170	1.53

10 16,927 10.88 6,570 -18,080 -11,510 400 3.60
 $l \sim 2l$ 間の $-M_{max}$ は $P = 180 + 28 + 14 = 222$, $Pl = 3,996$ であるから

第十七表

$\frac{I_1}{I_2}$	M_1	M_2	$x = \frac{M_1 - M_2}{Pl} + \frac{l}{2}$	$-\frac{M_1 - M_2}{l} x$	$-\frac{P}{2} x(l-x)$	$-M_{max}$	差	%
1	17,907	9,909	16.00	-4,570	-21,320	-7,983	0	0
2	17,502	9,909	15.90	-4,310	-21,350	-8,153	175	2.19
10	16,927	9,909	15,755	-3,950	-21,410	-8,433	450	5.63

斯く彎曲率の設計上必要なる量も2段支線の際にはかなり惰率が異なる場合にも第三章の公式によりて計算して事實上差支へないことが判る。第四章の例に就て I_1, I_2 なる惰率を不同ならしめし場合の反力及び力率に及ぼす結果を表示すれば第十八表及び第十九表の様になる。

第十八表

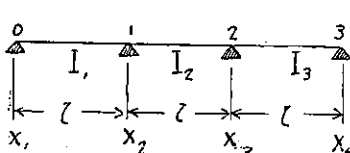
$\frac{I_1}{I_2}$	1:1	2:1	1:1 に比し ての差%	10:1	1:1 に比し ての差%	反 力
H_0	2,011	2,025.5	0.72	2,046	1.77	
H_1	6,749	6,720	-0.43	6,679	-1.05	
H_2	5,840	5,854.5	0.25	5,875	0.61	

第十九表

$\frac{I_1}{I_2}$	1:1	2:1	1:1 に比し ての差%	10:1	1:1 に比し ての差%	彎 曲 率
$M_{max} 0 \sim l$	-11,110	-11,290	1.53	-11,510	3.60	
M_1	17,907	17,502	-2.27	16,927	-5.2	
$M_{max} l \sim 2l$	-7,983	-8,158	2.19	-8,433	5.63	

28. 3段支線の場合

(a) 等布荷重 3 等徑間にて等布荷重 $3Pl$ を支ふるものとし惰率は支點上にて變化し、第四十七圖の如く I_1, I_2, I_3 とする、第五章(25) 項 (B)(1) の桁の彎曲率に對する積分の式を I_1, I_2, I_3 に就き區別するに次の如し



$$\frac{E\delta_{1,1}}{l^3} = \frac{1}{27} \left(\frac{4}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right)$$

$$\frac{E\delta_{1,2}}{l^3} = \frac{1}{27} \left(\frac{2}{I_1} + \frac{13}{2I_2} + \frac{2}{I_3} \right)$$

$$\frac{E\delta_{2,2}}{l^3} = \frac{1}{27} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{4}{I_3} \right)$$

第四十七圖

外力より生ずるものは $M_x = \frac{3}{2} Plx - \frac{P}{2} x^2 = \alpha x - \beta x^2$

等布荷重なるを以て $\nu=0$ となる。

$$\frac{E\delta_{1,m}}{l^3} = \frac{2}{3I_1} \left(\frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{4}\beta l \right) + \frac{13}{6I_3} \left(\frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{2}\beta l \right) + \frac{1}{6I_3} \left(\frac{7}{3}\alpha - \frac{11}{2}\beta l \right)$$

α, β の値を入れると

$$\frac{E\delta_{1,m}}{l^3} = \left(\frac{1}{4I_1} + \frac{13}{24I_2} + \frac{1}{8I_3} \right) Pl$$

同様に

$$\frac{E\delta_{2,m}}{l^3} = \left(\frac{1}{8I_1} + \frac{13}{24I_2} + \frac{1}{4I_3} \right) Pl$$

弾性方程式は

$$\begin{cases} X_1 \left(\frac{4}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{1}{I_3} \right) + X_2 \left(\frac{2}{I_1} + \frac{6.5}{I_2} + \frac{2}{I_3} \right) = \left(\frac{1}{I_1} + \frac{13}{6I_2} + \frac{1}{2I_3} \right) \frac{27}{4} Pl \\ X_1 \left(\frac{2}{I_1} + \frac{6.5}{I_2} + \frac{2}{I_3} \right) + X_2 \left(\frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{4}{I_3} \right) = \left(\frac{1}{2I_1} + \frac{13}{6I_2} + \frac{1}{I_3} \right) \frac{27}{4} Pl \end{cases}$$

此式を解けば

$$X_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{1}{I_1} + \frac{13}{6I_2} + \frac{1}{2I_3} & \frac{2}{I_1} + \frac{6.5}{I_2} + \frac{2}{I_3} \\ \frac{1}{2I_1} + \frac{13}{6I_2} + \frac{1}{I_3} & \frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{4}{I_3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{4}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{1}{I_3} & \frac{2}{I_1} + \frac{6.5}{I_2} + \frac{2}{I_3} \\ \frac{2}{I_1} + \frac{6.5}{I_2} + \frac{2}{I_3} & \frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{4}{I_3} \end{vmatrix}} \cdot \frac{27}{4} Pl = \frac{\begin{vmatrix} \frac{13}{6I_2} + \frac{3}{2I_3} & \frac{7}{6I_2} \\ \frac{1}{2I_1} - \frac{1}{2I_3} & \frac{1}{I_1} + \frac{1}{2I_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{4}{I_1} + \frac{5}{I_2} & \frac{2}{I_1} + \frac{4}{I_2} \\ \frac{3}{I_2} + \frac{3}{2I_3} & \frac{15}{4I_2} + \frac{3}{I_3} \end{vmatrix}} \cdot \frac{27}{4} Pl$$

$$= \frac{\frac{6.5}{I_2^2} + \frac{9.5}{I_1I_2} + \frac{8}{I_2I_3} + \frac{9}{I_1I_3}}{\frac{6.75}{I_2^2} + \frac{9}{I_1I_2} + \frac{9}{I_2I_3} - \frac{9}{I_1I_3}} \cdot \frac{9}{8} Pl$$

$$X_1 = \left(1 - \frac{\frac{0.25}{I_2^2} - \frac{0.5}{I_1I_2} + \frac{1}{I_2I_3}}{\frac{6.75}{I_2^2} + \frac{9}{I_1I_2} + \frac{9}{I_2I_3} + \frac{9}{I_1I_3}} \right) \frac{9}{8} Pl$$

$$= \left\{ 1 - \frac{0.25J - 0.5I_3 + I_1}{6.75J + 9(I_1 + I_2 + I_3)} \right\} \frac{9}{8} Pl \quad \text{但し } J = \frac{I_1I_3}{I_2}$$

$I_1 = I_2 = I_3$ の時には普通の運桁の場合である。

$$X_1 = \left(1 - \frac{0.75}{33.75}\right) \frac{9}{8} Pl = \left(1 - \frac{1}{45}\right) \frac{9}{8} Pl = \frac{11}{10} Pl$$

次に惰率不同の際に此標準反力に施す可き補正を求むるに

$$\begin{aligned} X_1 &= \left\{1 - \frac{1}{45} + \frac{1}{45} - \frac{0.25J - 0.5I_3 + I_1}{6.75J + 9(I_1 + I_2 + I_3)}\right\} \frac{9}{8} Pl \\ &= \left\{1 + \left(\frac{1}{45} - \frac{0.25J - 0.5I_3 + I_1}{6.75J + 9(I_1 + I_2 + I_3)}\right) \frac{45}{44}\right\} \frac{11}{10} Pl \\ &= \left\{1 + \frac{5}{44} \left(0.2 - \frac{0.25J - 0.5I_3 + I_3}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right)\right\} \frac{11}{10} Pl \end{aligned}$$

X_1, X_2 を得るために $\frac{11}{10} Pl$ に施すべき補正比を夫々 A_1, A_2 とすれば

$$(XXXIII) \quad \begin{cases} A_1 = \frac{5}{44} \left\{0.2 - \frac{J - 2I_3 + 4I_1}{3J + 4(I_1 + I_2 + I_3)}\right\} \\ A_2 = \frac{5}{44} \left\{0.2 - \frac{J - 2I_1 + 4I_3}{3J + 4(I_1 + I_2 + I_3)}\right\} \end{cases}$$

但し $J = \frac{I_1 I_3}{I_2}$

又 $X_0 = \frac{3}{2} Pl - \frac{2}{3} X_1 - \frac{1}{3} X_2$

$$X_1 = \left(9 - \frac{0.25J + I_1 - 0.5I_3}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right) \frac{1}{8} Pl$$

$$X_2 = \left(9 - \frac{0.25J - 0.5I_1 + I_3}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right) \frac{1}{8} Pl$$

$$X_3 = \frac{3}{2} Pl - \frac{1}{3} X_1 - \frac{2}{3} X_2$$

之より

$$(XXXIV) \quad \begin{cases} X_0 = \left\{3 + \frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right\} \frac{Pl}{8} \\ X_3 = \left\{3 + \frac{0.25J + 0.5I_3}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right\} \frac{Pl}{8} \end{cases}$$

$I_1 = I_2 = I_3$ の場合の反力即ち標準反力 $X_0 = \frac{2}{5} Pl$ に施すべき補正比は

$$\begin{aligned} X_0 &= \left\{\frac{3}{8} \times \frac{5}{2} + \frac{5}{16} \left(\frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right)\right\} \frac{2}{5} Pl \\ &= \left\{1 - \frac{1}{16} + \frac{5}{16} \left(\frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3}\right)\right\} \frac{2}{5} Pl \end{aligned}$$

X_0 及び X_3 に施すべき補正比を夫々 A_0, A_3 とすれば

$$(XXXV) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_0 = \frac{1}{16} \left\{ \frac{1.25J + 2.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} - 1 \right\} \\ A_3 = \frac{1}{16} \left\{ \frac{1.25J + 2.5I_3}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} - 1 \right\} \\ \text{但し } J = \frac{I_1 I_3}{I_2} \end{array} \right.$$

例 $I_1 : I_2 : I_3 = 3 : 2 : 1$ ならば (XXXIII), (XXXV) 兩式に依り $J = 1.5$

$$A_0 = \frac{1}{16} \left\{ \frac{1.875 + 7.5}{1.125 + 6} - 1 \right\} = 0.01975 \doteq 2\%$$

$$A_1 = \frac{5}{44} \left\{ 0.2 - \frac{1.5 - 2 + 12}{4.5 + 24} \right\} = -0.0231$$

$$A_2 = \frac{5}{44} \left\{ 0.2 - \frac{1.5 - 6 + 4}{4.5 + 24} \right\} = 0.0247$$

$$A_3 = \frac{1}{16} \left\{ \frac{1.875 + 2.5}{1.125 + 6} - 1 \right\} = -0.0241$$

何れも 2.5% 以内である。

例 $I_1 : I_2 : I_3 = 10 : 5 : 1$ ならば $J = 2$.

$$A_0 = \frac{1}{16} \left\{ \frac{2.5 + 25}{17.5} - 1 \right\} = 0.0356$$

$$A_1 = \frac{5}{44} \left\{ 0.2 - \frac{2 - 2 + 40}{6 + 64} \right\} = -0.0422$$

$$A_2 = \frac{5}{44} \left\{ 0.2 - \frac{2 - 20 + 4}{6 + 64} \right\} = 0.0455$$

$$A_3 = \frac{1}{16} \left\{ \frac{2.5 + 2.5}{17.5} - 1 \right\} = -0.0446$$

何れも先 4.5% 以内である。實地設計上支線の断面を決定するには柱の惰率の不同は餘り考慮を要しないで標準断面を使用してよいことになる。

次に彎曲力率を見るに $M_1 = M_2 = \frac{1}{10} PF^2$ が標準力率である。

$$\begin{aligned} M_1 = -X_0 J + \frac{PF^2}{2} &= - \left(3 + \frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} \right) \frac{PF^2}{8} + \frac{PF^2}{2} \quad (XXXIV) \text{ 式による} \\ &= \left(1 - \frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} \right) \frac{PF^2}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(1 - 0.2 + 0.2 - \frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} \right) \frac{10}{8} \cdot \frac{1}{10} Pl^2 \\
 &= \left(1 + 1.25 \left(0.2 - \frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} \right) \right) \frac{1}{10} Pl^2
 \end{aligned}$$

M_1 の $\frac{1}{10}Pl^2$ に対する補正比を $\Delta\mu_1$, M_2 の補正比を $\Delta\mu_2$ とすれば

$$\text{(XXXVI)} \quad \begin{cases} \Delta\mu_1 = 1.25 \left(0.2 - \frac{0.25J + 0.5I_1}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} \right) & \text{同様に} \\ \Delta\mu_2 = 1.25 \left(0.2 - \frac{0.25J + 0.5I_3}{0.75J + I_1 + I_2 + I_3} \right) \end{cases}$$

例 $I_1 : I_2 : I_3 = 3 : 2 : 1$, $J = 1.5$ ならば

$$\Delta\mu_1 = 1.25 \left(0.2 - \frac{0.375 + 1.5}{1.125 + 6} \right) = -0.0788$$

$$\Delta\mu_2 = 1.25 \left(0.2 - \frac{0.375 + 0.5}{1.125 + 6} \right) = +0.0962$$

若し $I_1 : I_2 : I_3 = 10 : 5 : 1$, $J = 2$ となれば

$$\Delta\mu_1 = 1.25 \left(0.2 - \frac{0.5 + 5}{1.5 + 16} \right) = -0.143$$

$$\Delta\mu_2 = 1.25 \left(0.2 - \frac{0.5 + 0.5}{1.5 + 16} \right) = 0.1785$$

此外支點の中間に於ける負力率の最大値は普通支點の力率より小さく其必要も少いから一々計算式を擧ぐるも徒に複雑するのみなるを以て、次に以上得たる結果と共に表示(第二十表)することに止めん。

第二十表

標準反力又は力率に施すべき補正比表

$I_1 : I_2 : I_3$	1 : 1 : 1	3 : 2 : 1	10 : 5 : 1
X_0	0.4 Pl	0.0198	0.0356
X_1	1.1 Pl	-0.0231	-0.0422
X_2	1.1 Pl	0.0247	0.0455
X_3	0.4 Pl	-0.0241	-0.0446
$\max M_0 - 1$	-0.08 Pl ²	0.038	0.072
M_1	0.1 Pl ²	-0.0788	-0.143
$\max M_1 - 2$	-0.025 Pl ²	-0.036	-0.072
M_2	0.1 Pl ²	0.0962	0.178
$\max M_2 - 3$	-0.08 Pl ²	-0.049	-0.088

之を標準反力 4,217.5 に比するに $+0.0128=1.28\%$

$$X_2 = \frac{1,234.2 + 2,652 + 1,777.2 + 1,021}{7.125} \times 3 = \frac{6,684.4}{2.375} = 2,815$$

之を標準反力 2,894.1 と比するに $-0.0272=-2.72\%$

$$X_0 = 5,045 - \frac{2}{3} \times 4,272 - \frac{1}{3} \times 2,815 = 1,259 \quad -0.71\%$$

$$X_3 = 9,555 - \frac{1}{3} \times 4,272 - \frac{2}{3} \times 2,815 = 6,255 \quad +0.56\%$$

$$M_1 = -1,259 \times 18 + 0.09 \times 18^2 + \frac{5,832}{6,000} = 7,470 \quad +2.24\%$$

$$M_2 = \frac{(P+rl)^2}{2} - 4M_1 = 72X_0 - 88,452 = 2,196 \quad -23.2\%$$

例 $I_1 : I_2 : I_3 = 10 : 5 : 1$, $J=2$ の場合

$$X_1 = 3 \times \frac{1.94 + 14,638 + 7,273.5 + 1,388.5}{17.5} = \frac{75,720}{17.5} = 4,327 \quad +2.61\%$$

$$X_2 = 3 \times \frac{1,645.6 + 8.84 + 4,443 + 1,021}{17.5} = \frac{47,848.8}{17.5} = 2,734 \quad -5.52\%$$

$$X_0 = 5,045 - \frac{2 \times 4,327}{3} - \frac{2,734}{3} = 1,250 \quad -1.42\%$$

$$X_3 = 9,555 - \frac{4,327}{3} - \frac{2 \times 2,734}{3} = 6,290 \quad +1.1\%$$

$$M_1 = -1,250 \times 18 + 0.09 \times 18^2 + \frac{5,832}{6,000} = 7,632 \quad +4.46\%$$

$$M_2 = \frac{(P+rl)^2}{2} - 4M_1 = 1,548 \quad -45.7\%$$

以上の結果を表示すれば第二十一表及び第二十二表の如し。但し餘り重要ではないけれども支點の中間に於ける負力率の最大値をも参考のため添加する。

第二十一表 標準反力に對し反力の補正表

$I_1 : I_2 : I_3$	1 : 1 : 1	標準	3 : 2 : 1	%	10 : 5 : 4	%
X_0	1,268	0	1,259	-0.71	1,250	-1.42
X_1	4,217	0	4,272	1.28	4,327	2.61
X_2	2,894	0	2,815	-2.72	2,734	-5.52
X_3	6,220	0	6,255	0.56	6,290	1.1

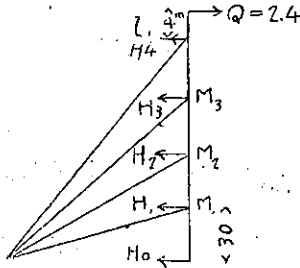
第二十二表 標準力率に對し力率の補正表

$I_1 : I_2 : I_3$	1 : 1 : 1	%	3 : 2 : 1	%	10 : 5 : 1	%
max M_{0-1}	-4,409 kgm	0	-4,346	-1.42	-4,283	-2.86

M_1	7,306	0	7,470	2.24	7,632	4.46
$\max M_{1-2}$	-3,488	0	-3,808	9.2	-4,088	17.2
M_2	2,850	0	2,196	-23.2	1,548	-45.6
$\max M_{2-3}$	負力率なし	—	負力率なし	—	負力率なし	—
M_3	16,284	0	16,284	0	16,284	0

斯く等變荷重にして集中荷重を有する偏心荷重の場合にも (a) の場合と同一の結論を得られる。

29. 4段支線の場合



第四十九圖

實例 (第四十九圖) の條件は總高 124m 支線間は各 30m, $l=4m$, $Q=2.4\text{ton}$ にて柱に於ける風壓は均一として 0.3ton/m とする。

先情率常數なる標準の場合を直線法に依りて解き後に彈性方程式を論せん。

(A) 直線法

(XVII), (XVIII) 兩式に依り

$$P=0.3, \quad l=30, \quad r=0, \quad l_1=4, \quad Q=2.4,$$

$$Pl=9, \quad Pl^2=270 \quad \text{とすれば}$$

$$M_4 = 2.4 \times 4 + \frac{0.3 \times 16}{2} = 12\text{ton m}$$

$$S = 2.4 + 1.2 = 3.6^t$$

$$M_1 = \frac{3}{28} \times 270 - \frac{M_4}{56} = 28.714\text{ton m}$$

$$M_2 = \frac{1}{14} \times 270 + \frac{M_4}{14} = 20.143$$

$$M_3 = \frac{3}{28} \times 270 - \frac{15M_4}{56} = 25.715$$

$$H_0 = \frac{11}{28} \times 9 + \frac{M_4}{56l} = 3.543^t$$

$$H_1 = \frac{8}{7} \times 9 - \frac{6}{56} \cdot \frac{M_4}{l} = 10.243^t$$

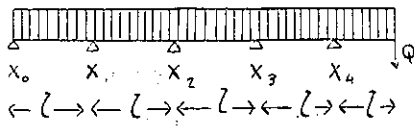
$$H_2 = \frac{13}{14} \times 9 + \frac{24}{56} \cdot \frac{M_4}{l} = 8.528$$

$$H_3 = \frac{8}{7} \times 9 - \frac{90}{56} \cdot \frac{M_1}{l} = 9.643$$

$$H_4 = \frac{11}{28} \times 9 + \frac{71}{56} \cdot \frac{M_1}{l} + S = 7.643$$

$$\sum H = 39.600^t$$

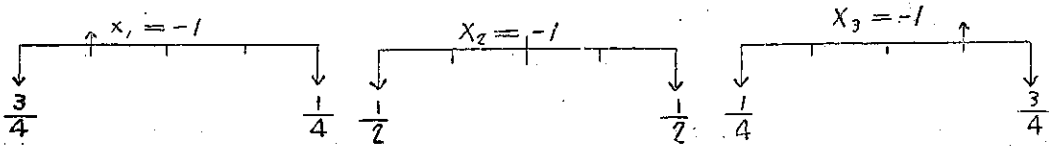
(B) 弾性方程式法



第五十圖

$$\begin{cases} X_1\delta_{1,1} + X_2\delta_{1,2} + X_3\delta_{1,3} = \sum P_m\delta_{1,m} \\ X_1\delta_{2,1} + X_2\delta_{2,2} + X_3\delta_{2,3} = \sum P_m\delta_{2,m} \\ X_1\delta_{3,1} + X_2\delta_{3,2} + X_3\delta_{3,3} = \sum P_m\delta_{3,m} \end{cases}$$

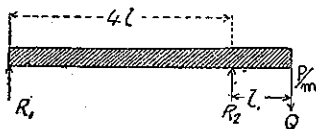
$X = -1$ なる荷重よりの彎曲率は (第五十一圖)



第五十一圖

$$\begin{cases} m_1 = \frac{3}{4}x, & 0 \sim l, \\ m_1 = \frac{1}{4}(4l-x), & l \sim 4l, \end{cases} \begin{cases} m_2 = \frac{1}{2}x, & 0 \sim 2l, \\ m_2 = \frac{1}{2}(4l-x), & 2l \sim 4l, \end{cases} \begin{cases} m_3 = \frac{1}{4}x, & 0 \sim 3l, \\ m_3 = \frac{3}{4}(4l-x), & 3l \sim 4l \end{cases}$$

等布荷重及び集中荷重よりの彎曲率は (第五十二圖)



第五十二圖

$$m_x = \left\{ 2Pl - \left(\frac{Pl_1}{2} + Q \right) \frac{l_1}{4l} \right\} x - \frac{Px^2}{2} = \alpha x - \beta x^2 = 17.9 - 0.15x^2$$

$$R_1 = 2Pl - \left(\frac{Pl_1}{2} + Q \right) \frac{l_1}{4l}$$

$$R_1 = 17.9^t = \alpha$$

$$R_2 = 18.1 + Pl_1 + Q = 21.7^t$$

以上の彎曲率及び惰率は第二十三表に示すが如し。

第二十三表

區間	荷率	$X_1 = -1$	$X_2 = -1$	$X_3 = -1$	外力
0~ l	I_1	$\frac{3}{4}x$	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{4}x$	} $\alpha x - \beta x$
l ~ $2l$	I_2	$\frac{1}{4}(4l-x)$	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{4}x$	
$2l$ ~ $3l$	I_3	$\frac{1}{4}(4l-x)$	$\frac{1}{2}(4l-x)$	$\frac{1}{4}x$	
$3l$ ~ $4l$	I_4	$\frac{1}{4}(4l-x)$	$\frac{1}{2}(4l-x)$	$\frac{3}{4}(4l-x)$	

但し $\alpha = 17.9^c$, $\beta = 0.15$

$$E\delta_{1,1} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{9}{16} x^2 dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{16} (4l-x)^2 dx + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{16} (4l-x)^2 dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{1}{16} (4l-x)^2 dx$$

$$\frac{48E\delta_{1,1}}{l^3} = \frac{9}{I_1} + \frac{19}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4}$$

$$E\delta_{1,2} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{3}{8} x^2 dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{8} x(4l-x) dx + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{8} (4l-x)^2 dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{1}{8} (4l-x)^2 dx$$

$$\frac{24E\delta_{1,2}}{l^3} = \frac{3}{I_1} + \frac{11}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4}$$

$$E\delta_{1,3} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{3}{16} x^2 dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{16} x(4l-x) dx + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{16} x(4l-x) dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{3}{16} (4l-x)^2 dx$$

$$\frac{48E\delta_{1,3}}{l^3} = \frac{3}{I_1} + \frac{11}{I_2} + \frac{11}{I_3} + \frac{1}{I_4}$$

$$E\delta_{2,2} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{1}{4} x^2 dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{4} x^2 dx + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{4} (4l-x)^2 dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{1}{4} (4l-x)^2 dx$$

$$\frac{12E\delta_{2,2}}{l^3} = \frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4}$$

$$E\delta_{2,3} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{1}{8} x^2 dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{8} x^2 dx + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{8} x(4l-x) dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{3}{8} (4l-x)^2 dx$$

$$\frac{24E\delta_{2,3}}{l^3} = \frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{11}{I_3} + \frac{3}{I_4}$$

$$E\delta_{3,3} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{1}{16} x^2 dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{16} x^2 dx + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{16} x^2 dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{9}{16} (4l-x)^2 dx$$

$$\frac{48E\delta_{3,3}}{l^3} = \frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{19}{I_3} + \frac{9}{I_4}$$

$$E\delta_{1,m} = \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{3}{4} x(\alpha x - \beta x^2) dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{4} (4l-x)(\alpha x - \beta x^2) dx$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} (4l-x)(\alpha x - \beta x^2) dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} (4l-x)(\alpha x - \beta x^2) dx \\
\frac{4E\delta_{1,m}}{P} &= \frac{1}{I_1} \left(\alpha - \frac{3}{4} \beta l \right) + \frac{1}{I_2} \left(\frac{11}{3} \alpha - \frac{67}{12} \beta l \right) \\
& + \frac{1}{I_3} \left(\frac{11}{3} \alpha - \frac{109}{12} \beta l \right) + \frac{1}{I_4} \left(\frac{5}{3} \alpha - \frac{67}{12} \beta l \right) \\
E\delta_{2,m} &= \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{1}{2} x(\alpha x - \beta x^2) dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{2} x(\alpha x - \beta x^2) dx \\
& + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{2} (4l-x)(\alpha x - \beta x^2) dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{1}{2} (4l-x)(\alpha x - \beta x^2) dx \\
\frac{2E\delta_{2,m}}{P} &= \frac{1}{I_1} \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{1}{4} \beta l \right) + \frac{1}{I_2} \left(\frac{7}{3} \alpha - \frac{15}{4} \beta l \right) \\
& + \frac{1}{I_3} \left(\frac{11}{3} \alpha - \frac{109}{12} \beta l \right) + \frac{1}{I_4} \left(\frac{5}{3} \alpha - \frac{67}{12} \beta l \right) \\
E\delta_{3,m} &= \frac{1}{I_1} \int_0^l \frac{1}{4} x(\alpha x - \beta x^2) dx + \frac{1}{I_2} \int_l^{2l} \frac{1}{4} x(\alpha x - \beta x^2) dx \\
& + \frac{1}{I_3} \int_{2l}^{3l} \frac{1}{4} x(\alpha x - \beta x^2) dx + \frac{1}{I_4} \int_{3l}^{4l} \frac{3}{4} (4l-x)(\alpha x - \beta x^2) dx \\
\frac{4E\delta_{3,m}}{P} &= \frac{1}{I_1} \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{1}{4} \beta l \right) + \frac{1}{I_2} \left(\frac{7}{3} \alpha - \frac{15}{4} \beta l \right) \\
& + \frac{1}{I_3} \left(\frac{19}{3} \alpha - \frac{65}{4} \beta l \right) + \frac{1}{I_4} \left(5\alpha - \frac{67}{4} \beta l \right)
\end{aligned}$$

$\alpha = 17.9 = \left(2 - \frac{1}{90} \right) Pl$, $\beta = \frac{P}{2}$, $\beta l = \frac{Pl}{2}$ と置けば次の弾性方程式を得

$$\begin{aligned}
X_1 \left[\frac{9}{I_1} + \frac{19}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right] + 2X_2 \left[\frac{3}{I_1} + \frac{11}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right] + X_3 \left[\frac{3}{I_1} + \frac{11}{I_2} \right. \\
\left. + \frac{11}{I_3} + \frac{3}{I_4} \right] = \left[1.614 \frac{1}{I_1} + 4.501 \frac{1}{I_2} + 2.751 \frac{1}{I_3} + 0.523 \frac{1}{I_4} \right] 12Pl
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_1 \left[\frac{3}{I_1} + \frac{11}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right] + 2X_2 \left[\frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{7}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right] + X_3 \left[\frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} \right. \\
\left. + \frac{11}{I_3} + \frac{3}{I_4} \right] = \left[0.538 \frac{1}{I_1} + 2.766 \frac{1}{I_2} + 2.751 \frac{1}{I_3} + 0.523 \frac{1}{I_4} \right] 12Pl
\end{aligned}$$

$$X_1 \left[\frac{3}{I_1} + \frac{11}{I_2} + \frac{11}{I_3} + \frac{3}{I_4} \right] + 2X_2 \left[\frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} + \frac{11}{I_3} + \frac{3}{I_4} \right] + X_3 \left[\frac{1}{I_1} + \frac{7}{I_2} \right]$$

$$+\frac{19}{I_3} + \frac{9}{I_4}] = \left[0.538 \frac{1}{I_1} + 2.766 \frac{1}{I_2} + 4.471 \frac{1}{I_3} + 1.569 \frac{1}{I_4} \right] 12Pl$$

此方程式を定列式 (Determinant) に依りて解くに分母の determinant D は

$$D = 32 \begin{vmatrix} \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} & \frac{1}{I_2} & 0 \\ \frac{1}{I_2} & 4\left(\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3}\right) & \frac{1}{I_3} \\ 0 & \frac{1}{I_3} & \frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \end{vmatrix}$$

$$= 32 \left[4 \left(\frac{1}{I_1 I_2 I_3} + \frac{1}{I_2 I_3 I_4} + \frac{1}{I_3 I_4 I_1} + \frac{1}{I_4 I_1 I_2} \right) + 3 \left\{ \frac{1}{I_3} \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) + \frac{1}{I_2} \left(\frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \right) \right\} \right]$$

$$= \frac{32}{I_1 I_2 I_3 I_4} \left[4 (I_1 + I_2 + I_3 + I_4) + 3 \left\{ \frac{I_4}{I_3} (I_1 + I_2) + \frac{I_1}{I_2} (I_3 + I_4) \right\} \right]$$

今 X_1, X_2, X_3 等の分子の determinant を夫々 D_1, D_2, D_3 とする

$$D_1 = 192Pl \begin{vmatrix} 0.538 \frac{1}{I_1} + 0.868 \frac{1}{I_2} & \frac{1}{I_1} + \frac{2}{I_2} & 0 \\ 1.898 \frac{1}{I_2} + 1.891 \frac{1}{I_3} & \frac{5}{I_2} + \frac{4}{I_3} & \frac{1}{I_3} \\ 0.860 \frac{1}{I_3} + 0.523 \frac{1}{I_4} & \frac{1}{I_3} & \frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{192}{I_1 I_2 I_3 I_4} Pl \left\{ 0.736 I_1 + 0.784 I_2 + 0.792 (I_3 + I_4) + 0.544 \frac{I_1}{I_2} (I_3 + I_4) + 0.542 \frac{I_1 I_4}{I_3} + 0.583 \frac{I_2 I_4}{I_3} \right\}$$

$$D_2 = 96Pl \begin{vmatrix} \frac{1}{I_1} & -0.538 \frac{1}{I_1} - 0.868 \frac{1}{I_2} & -\frac{1}{I_2} \\ \frac{3}{I_2} + \frac{9}{I_3} & 1.898 \frac{1}{I_2} + 1.891 \frac{1}{I_3} & \frac{4}{I_2} + \frac{8}{I_3} \\ \frac{6}{I_3} + \frac{5}{I_4} & 0.860 \frac{1}{I_3} + 0.523 \frac{1}{I_4} & \frac{5}{I_3} + \frac{4}{I_4} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{96}{I_1 I_2 I_3 I_4} Pl \left\{ 1.276 I_1 + 1.228 I_2 + 1.196 I_3 + 1.208 I_4 + 0.977 \frac{I_1 I_3}{I_2} + 0.996 \frac{I_1 I_4}{I_2} \right\}$$

$$D_3 = 192Pl \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} & \frac{1}{I_2} & 0.538 \frac{1}{I_1} + 0.868 \frac{1}{I_2} \\ \frac{1}{I_2} & \frac{4}{I_2} + \frac{5}{I_3} & 1.898 \frac{1}{I_2} + 1.891 \frac{1}{I_3} \\ 0 & \frac{2}{I_3} + \frac{1}{I_4} & 0.860 \frac{1}{I_3} + 0.523 \frac{1}{I_4} \end{array} \right] + 1.002 \frac{I_1 I_4}{I_3} + 0.91 \frac{I_2 I_4}{I_3} \Big\}$$

$$= \frac{192}{I_1 I_2 I_3 I_4} Pl \left\{ 0.724 (I_1 + I_2) + 0.732 I_3 + 0.720 I_4 + 0.539 \frac{I_1 I_3}{I_2} + 0.52 \frac{I_1 I_4}{I_2} + 0.518 \frac{I_4}{I_3} (I_1 + I_2) \right\}$$

$$X_1 = \frac{D_1}{D} = 6Pl \frac{0.736 I_1 + 0.784 I_2 + 0.792 (I_3 + I_4) + 0.544 \frac{I_1}{I_2} (I_3 + I_4)}{4(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) + 3 \left\{ \frac{I_4}{I_3} (I_1 + I_2) + 0.542 \frac{I_1 I_4}{I_3} + 0.583 \frac{I_2 I_4}{I_3} + \frac{I_1}{I_2} (I_3 + I_4) \right\}}$$

$$X_2 = \frac{D_2}{D} = 3Pl \frac{1.276 I_1 + 1.228 I_2 + 1.196 I_3 + 1.208 I_4 + 0.977 \frac{I_1 I_3}{I_2}}{4(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) + 3 \left\{ \frac{I_4}{I_3} (I_1 + I_2) + 0.996 \frac{I_1 I_4}{I_2} + 1.002 \frac{I_1 I_4}{I_3} + 0.961 \frac{I_2 I_4}{I_3} + \frac{I_1}{I_2} (I_3 + I_4) \right\}}$$

(XXXVIII)

$$X_3 = \frac{D_3}{D} = 6Pl \frac{0.724 (I_1 + I_2) + 0.732 I_3 + 0.720 I_4 + 0.539 \frac{I_1 I_3}{I_2}}{4(I_1 + I_2 + I_3 + I_4) + 3 \left\{ \frac{I_4}{I_3} (I_1 + I_2) + 0.52 \frac{I_1 I_4}{I_2} + 0.518 \frac{I_4}{I_3} (I_1 + I_2) + \frac{I_1}{I_2} (I_3 + I_4) \right\}}$$

$$\begin{cases} X_0 = 17.9 - \frac{3}{4}X_1 - \frac{1}{2}X_2 - \frac{1}{4}X_3 \\ X_1 = 21.7 - \frac{1}{4}X_1 - \frac{1}{2}X_2 - \frac{3}{4}X_3 \end{cases}$$

(XXXVIII) 式に依り $I_1 : I_2 : I_3 : I_4 = 6 : 5 : 4 : 3$, $4 : 3 : 2 : 1$ 及び $8 : 4 : 2 : 1$ の場合を計算し標準の場合即ち皆等しき場合に比較しそれに施すべき補正比を求め表示すれば第二十四表の如し。

第二十四表

$I_1 : I_2 : I_3 : I_4$	$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$	%	6 : 5 : 4 : 3	%	4 : 3 : 2 : 1	%	8 : 4 : 2 : 1	%
X_0	3.543	0	3.553	0.27	3.562	0.54	3.596	1.5
X_1	10.243	0	10.218	-0.24	10.201	-0.41	10.124	-1.16
X_2	8.528	0	8.544	0.19	8.539	0.13	8.592	0.75
X_3	9.643	0	9.646	0.03	9.672	0.30	9.662	0.19
X_4	7.643	0	7.639	-0.05	7.626	-0.22	7.626	-0.22

惰率が變化するも支點反力に影響すること極て微小で實際上設計には惰率常數として第三章の公式を以て支線を決定して不可なき事を知る。

彎曲率に及ぶ影響は第二十五表の如し。

第二十五表

$I_1 : I_2 : I_3 : I_4$	$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$	%	6 : 5 : 4 : 3	%	4 : 3 : 2 : 1	%	8 : 4 : 2 : 1	%
M_1	28.71 ^{ton m.}	0	28.41 ^{ton m.}	-1.5	28.14 ^{ton m.}	-2	27.12 ^{ton m.}	-5.65
M_2	20.16	0	21.36	6.0	22.44	11.3	26.52	31.6
M_3	25.6	0	21.15	-17.4	17.1	-33.2	1.8	-93.0

斯の如く頂上に近き彎曲率の小なる所に彎曲剛率の不同の及ぶ影響は少からず。然れども惰率の不同最大 2:1 に達せざれば猶標準の結果を流用するに 18% に止まり、之以上の不同の場合にも 3 段支線の項に述べしが如く單桁としての最大力率 $\frac{Pl^2}{8}$ 及び軸壓力を支持する如く設計する方安全なるが故に彎曲率に於ける誤差は意としないでもよい。要は支線の斷面の決定が出来れば充分である。

第七章 支線初張力及び垂弛

30. 垂弛考慮の必要

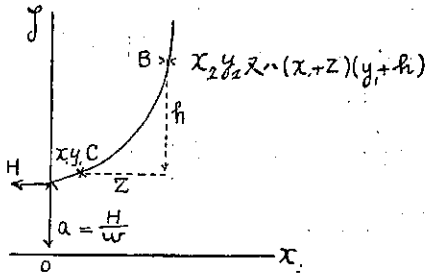
前章までの支線に関する理論は直線法並に彈性方程式の何れも皆支線は充分に張られ事實上垂弛 (Sag) の無き場合のみを考へて居つた。併し若し各支線の初張力が不同で張り方が異つて居れば強風の際にも支點を一直線に支持することは到底望まれない。平素無風の時は柱

は勿論一直線をなして居る。この外に少くも柱の設計の際假定したやうな風壓を受くる時に支點は一直線になるやうに初張力 (Initial pull) を恒に與へて置くことは絶對的に必要である。之が爲には場合に依り第二章の (VIII) 式の條件即ち初張力が最大張力に比例す可しと云ふ條件に多少狂ひを來すこともあるが、此方は犠牲としなければならない。從來初應力のことを等閑に附し又は之が理論の智識に乏しき爲煙突、無線柱等の倒れし例甚尠くない。

次に此解法を説くに先ちて垂弛の理論に就きて一寸述べやう。

31. 垂曲線の計算

支線は垂曲線 (Catenary) の一部分をなして居る。而して x_1, y_1 を控塊の支點、 x_2, y_2 を柱との結合支點とする。(第五十三圖)



第五十三圖

垂曲線の式は

$$y = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})$$

$$= a \cos h \frac{x}{a}$$

$$a = \frac{H}{w}$$

茲に H は支線の水平張力、 w は支線の單位長さの重量である。

さの重量である。

x_1, y_1 及び x_2, y_2 は此曲線上の點であるから

$$\begin{cases} y_1 = a \cos h \frac{x_1}{a} \\ y_1 + h = a \cos h \frac{x_1 + z}{a} \end{cases}$$

故に

$$\frac{h}{a} = \cos h \frac{x_1 + z}{a} - \cos h \frac{x_1}{a}$$

$$= 2 \sin h \frac{x_1 + \frac{z}{2}}{a} \sin h \frac{z}{2a}$$

$$\therefore \sin h \frac{x_1 + \frac{z}{2}}{a} = \frac{h}{2a \sin h \frac{z}{2a}} \cdot \frac{h}{z}$$

此式にて H と w が判れば h 及び z は始めより與へられて居るから雙曲函數表を使つ

て x_1 が出る。従て y_1 等も定まる。B 點及び C 點に於ける支線の張力 P_b 及び P_c は

$$P_b = wy_2, \quad P_c = wy_1$$

支線上の一點 x, y に於ける傾斜角は

$$\frac{dy}{dx} = \sin h \frac{x}{a}$$

最大垂弛の位置 (x_0, y_0) は (第五十四圖)

$$\frac{dy}{dx} = \sin h \frac{x_0}{a} = \tan \alpha$$

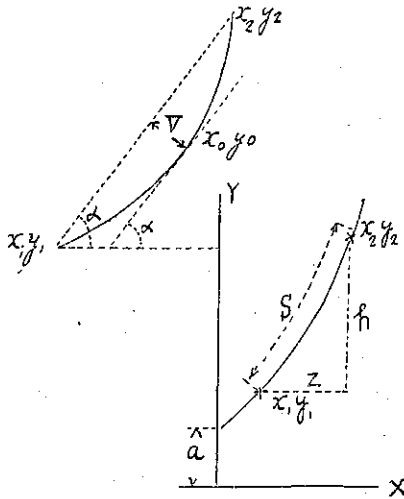
より x_0 を見出し従て y_0 を求め最大垂弛の量を V とすれば

$$V = \{(x_0 - x_1) \tan \alpha - (y_0 - y_1)\} \cos \alpha$$

曲線の長さ S は

$$S = a \left(\sin h \frac{x_2}{a} - \sin h \frac{x_1}{a} \right)$$

以上の公式を列記すれば



第五十四圖

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 y = a \cosh \frac{x}{a} \\
 a = \frac{H}{w} \\
 \sin h \frac{x_1 + \frac{z}{2}}{a} = \frac{h}{2a \sin h \frac{z}{2a}} = \frac{h}{z} \\
 P = wy \\
 \frac{dy}{dx} = \sin h \frac{x}{a} \\
 V = \{(x_0 - x_1) \tan \alpha - (y_0 - y_1)\} \cos \alpha \\
 S = a \left(\sin h \frac{x_2}{a} - \sin h \frac{x_1}{a} \right)
 \end{array} \right\} \text{(XXXIX)}
 \end{array}$$

本式に依りて理論的に支線の初張力及び設計に假定せる最大風壓の際に生ずる終張力に於ける垂弛 S 及び V , 支線上一點の張力, 傾斜角, 曲線の長さ等を知ることが出来る。

併し (XXXIX) 式に依りて, 一々張力に依りて x_1, y_1 を求め之によりて V, S 等を定むることは煩雜に亙り且つ張力に依り曲線長さの伸張等は雙曲函數の差にて入り來り, 餘程

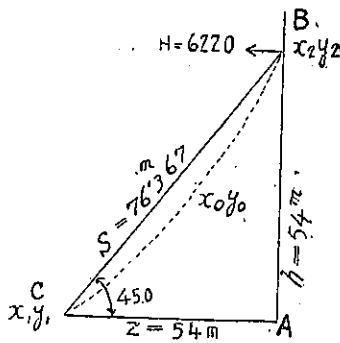
精しき雙曲函數表を使用するも猶分厘を争ふ所は不精密である。

然れども事實上徑間に比して垂弛の量は比較的小なるを以て、支線の曲線を水平拋物線と假定し、此假定の下に張力に依る垂弛及び曲線長さの變化を補正 (Correction) の形にて直接求むる方が却て簡易に且つ實際の目的に副ふ結果を得らるゝやうである。

次項より支線を拋物線と假定することにする。

又支線の張力が $P = wy$ 式に依り上に行く程自重に依りて増加するが、本章にては其中央最大垂弛の所の平均張力と假定する。實際支點に於ける水平反力は此假定の P より生ずるものより多少大きい。

又 $\frac{dy}{dx} = \sin h \frac{x}{a}$ なる式に依り上の支點に於ける支線の傾斜は $\tan \alpha$ より張力によりて異



第五十五圖

るが幾分急になる。之も $\tan \alpha$ と假定する。之よりは實際支點に於ける水平反力は多少小さい。兩者の省略は水平力には互に相殺する傾きがある。併し軸壓力の方には累積する。

例 第五十五圖の如き支線 BC の 1 m の重量を 2.54 kg とする。最大の H を $6,220\text{ kg}$. 初張力の際の H を其 $1/10$ とする各の場合に於て $x_1, y_1, x_2, y_2, x_0, y_0$ 及び夫れ等の點に於ける垂曲線の傾斜角、張力及び最大垂弛を求めよ。

先最大張力の場合を計算せん (XXXIX) 式に依り

$$\alpha = \frac{6,220}{2.54} = 2,449$$

$$y = 2,449 \cos h \frac{x}{2,449} \quad (\text{林博士の雙曲函數表に依り})$$

$$\sin h \frac{x_1 + 27}{2,449} = \frac{h}{2 \times 2,449 \sin h \frac{z}{2 \times 2,449}} \div \frac{h}{z} = 1$$

$$\frac{x_1 + 27}{2,449} = 0.88137$$

$$x_1 = 2,158.48 - 27 = 2,131.48$$

$$y_1 = 2,449 \cos h \frac{2,131.48}{2,449} = 2,449 \times 1.40327 = 3,436.61$$

$$\begin{cases} x_1 = 2,131.48 \\ y_1 = 3,436.61 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 2,185.48 \\ y_2 = 3,490.61 \end{cases} \quad \text{を得}$$

$$\tan \alpha_1 = \sin h \frac{2,131.48}{2,449} = \sin h 0.870347 = 0.98447$$

$$\therefore \alpha_1 = 44^\circ 33'$$

$$\tan \alpha_2 = \sin h \frac{2,185.48}{2,449} = \sin h 0.892396 = 1.01565$$

$$\alpha_2 = 45^\circ 27'$$

C 點にては 33 分だけ緩かになり、B 點にては之だけ急になる。最大張力の時は大差がないことが判る。

曲線長さは

$$S = 2,449(1.01565 - 0.98447) = 76,360 \text{ m}$$

却て BC 直線より 7mm だけ短く出づるやうになる。之算式が差の形なるを以て最大張力の際等は餘程精密なる表と小數以下の計算を正確に行はなければ曲線長さの變化 $4S$ を求むることは困難である。

支線張力は $P = wy$ であるから

$$P_1 = 2.54 \times 3,436.61 = 8,729 \text{ kg}$$

$$P_2 = 2.54 \times 3,490.48 = 8,866 \text{ ,,}$$

中央にては此平均即ち 8,797 を得

最大垂弛の位置は

$$\sin h \frac{x_0}{a} = \tan \alpha = 1$$

$$\frac{x_0}{a} = 0.88137$$

$$x_0 = 2,158.48 \quad x_1 \ x_2 \text{ の中央である。}$$

$$y_0 = 2,449 \times \cos h \frac{2,158.48}{2,449} = 2,449 \times 1.4142 = 3,463.38$$

$y_1 \ y_2$ の中央 3,463.61 より僅か下である。

$$\text{最大垂弛の量 } V = \{(x_0 - x_1) \tan \alpha - (y_0 - y_1)\} \cos \alpha$$

$$= (27 - 26.77) \times 0.707 = 16. \text{mm} 26$$

上の計算と同様にして $H = 622$ の初張力の場合に下の結果を得る。

$$a = 244.9$$

$$\begin{cases} x_1' = 188. \text{m} 848 \\ y_1' = 321. \text{m} 392 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2' = 242. \text{m} 848 \\ y_2' = 375. \text{m} 392 \end{cases}$$

同様に

$$v \doteq \frac{Wz}{8P_i} = \frac{WS}{8P_i \sec \alpha} \dots\dots\dots(XL)$$

又垂地に依る徑間と曲線の長さとの差異は $\frac{8V^2}{3S}$ である。故に垂地よりの伸びは

$$\Delta S_2 = \frac{8}{3S} (v^2 - V^2) = \frac{W^2 S}{24 \sec^2 \alpha} \left(\frac{1}{P_i^2} - \frac{1}{P^2} \right)$$

全體の伸び ΔS は

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \left\{ \frac{P - P_i}{AE} + \frac{W^2}{24 \sec^2 \alpha} \left(\frac{1}{P_i^2} - \frac{1}{P^2} \right) \right\} S$$

支點の水平變位 δ は $\delta = \Delta S \sec \alpha$, $S = z \sec \alpha$ なるを以て

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{P - P_i}{AE} + \frac{W^2}{24 \sec^2 \alpha} \left(\frac{1}{P_i^2} - \frac{1}{P^2} \right) \Big\} z \sec^3 \alpha \\ &= \frac{P - P_i}{AE} z \sec^3 \alpha + \frac{W z^2}{24} \left(\frac{1}{P_i^2} - \frac{1}{P^2} \right) \end{aligned}$$

若し $P = H \sec \alpha$, $P_i = KP = KH \sec \alpha$, $W = Awz \sec \alpha$

$$\delta = \frac{H(1-K)}{AE} z \sec^3 \alpha + \frac{A^2 w^2 z^3}{24 H^2} \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right) \dots\dots\dots(XLI)$$

但し A は支線の斷面積, w は支線の單位容積の重量

K は初張力と終張力との割合

支線の張り方には次の 3 項に述ぶるやうに 3 種の形式がある。

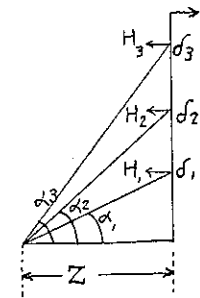
33. 一控塊より支線を張る場合 (第五十七圖)

(I) 式により支線の斷面積 A と H との間には次の關係がある。

$$\frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} = \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2} = \frac{H_3 \sec^3 \alpha_3}{3A_3} = C \dots\dots\dots(I)$$

之を (XLI) 式に入れて

$$(XLII) \begin{cases} \delta_1 = C \frac{(1-K_1)z}{E} + \frac{\sec^6 \alpha_1}{C^2} \cdot \frac{w^2 z^3}{24} \left(\frac{1}{K_1^2} - 1 \right) \\ \delta_2 = 2C \frac{(1-K_2)z}{E} + \frac{\sec^6 \alpha_2}{4C^2} \cdot \frac{w^2 z^3}{24} \left(\frac{1}{K_2^2} - 1 \right) \\ \delta_3 = 3C \frac{(1-K_3)z}{E} + \frac{\sec^6 \alpha_3}{9C^2} \cdot \frac{w^2 z^3}{24} \left(\frac{1}{K_3^2} - 1 \right) \end{cases}$$



第五十七圖

此場合に $K_1 = K_2 = K_3 = K$ とすれば第一項は $\delta_1 : \delta_2 : \delta_3 = 1 : 2 : 3$ となりて高さに比例し

して理想的である。之は (I) 式は第一項の張力のみを考へたる條件なるを以て斯くあること勿論である。第二項の垂弛に基因する方を見るに α を緒論又は (IX) 式の所にて論ぜるが如く 35° と 55° の間に撰定すれば $\sec^2\alpha_1 : \sec^2\alpha_2 : \sec^2\alpha_3 \doteq 1 : 2 : 3$ である。

故に $\sec^6\alpha_1 : \sec^6\alpha_2 : \sec^6\alpha_3 \doteq 1 : 8 : 27$

故に第二項も之を夫々 1, 4, 9 にて除して居るから約 1:2:3 となり高さに比例して水平變位をなす。

而して此場合には (VIII) 式の條件も完全に満足して居る。故に K を各支線に都合よきやうに一つ假定する。例へば $P=10$ ton ならば初張力を 1 ton 即ち $K=\frac{1}{10}$ と云ふやうに假定すればそれでよい。

斯る場合に V_1, V_2, V_3 は (XL) 式により

$$V = \frac{WS}{8P \sec \alpha} = \frac{AwS^2}{8H \sec^2 \alpha} = \frac{Awz^2}{8H}$$

之に (I) 式の $\frac{A}{H}$ に $\frac{A_1}{H_1} = \frac{\sec^3 \alpha_1}{C}$ を入れて

$$(XLIII) \quad \begin{cases} V_1 = \frac{wz^2}{8C} \sec^3 \alpha_1 = C_1 \sec^3 \alpha_1 \\ V_2 = \frac{wz^2}{16C} \sec^3 \alpha_2 = \frac{C_1}{2} \sec^3 \alpha_2 \\ V_3 = \frac{wz^2}{24C} \sec^3 \alpha_3 = \frac{C_1}{3} \sec^3 \alpha_3 \end{cases} \quad \text{但し } C_1 = \frac{wz^2}{8C}$$

$\sec^2\alpha_1 : \sec^2\alpha_2 : \sec^2\alpha_3 \doteq 1 : 2 : 3$ の式を入れるれば

$$(XLIV) \quad \begin{cases} V_1 \doteq C_2 \sec \alpha_1 \\ V_2 \doteq C_2 \sec \alpha_2 \\ V_3 \doteq C_2 \sec \alpha_3 \end{cases}$$

C_2 は或る常數である $C_2 = \sec^2 \alpha_1 C_1$

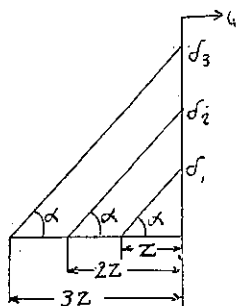
即ち垂弛は大體に $\sec \alpha$ に比例す可きである。

初張力の際に於ける垂弛を夫々 v_1, v_2, v_3 とすれば上式中の H の代りに KH を置きし許りである。

$$(XLV) \quad \begin{cases} v_1 = \frac{V_1}{K} = \frac{C_1}{K} \sec^3 \alpha_1 \\ v_2 = \frac{V_2}{K} = \frac{C_1}{2K} \sec^3 \alpha_2 \\ v_3 = \frac{V_3}{K} = \frac{C_1}{3K} \sec^3 \alpha_3 \end{cases} \quad \text{但し } C_1 = \frac{wz^2}{8C}$$

而して若し支線段數を増し α_1 が 35° より小さくなれば $\sec^2\alpha$ の比が上述の如く好都合でなくなる。此場合は更に 35 項に於て説くことにする。

34. 平行支線の場合 (第五十八圖)



第五十八圖

(XLI) 式にて $\frac{P}{A} = \frac{H \sec \alpha}{A} = f$ を常數とする條件を入れて

$$\delta_1 = \frac{f(1-K_1)}{E} z \sec^2 \alpha + \frac{\sec^2 \alpha w^2 z^3}{24 f^2} \left(\frac{1}{K_1^2} - 1 \right)$$

$$C' = \frac{fz}{E} \sec^2 \alpha, \quad C'' = \frac{w^2 z^3}{24 f^2} \sec^2 \alpha \text{ と置けば}$$

$$(XLVI) \quad \begin{cases} \delta_1 = C'(1-K_1) + C'' \left(\frac{1}{K_1^2} - 1 \right) \\ \delta_2 = 2C'(1-K_2) + 8C'' \left(\frac{1}{K_2^2} - 1 \right) \\ \delta_3 = 3C'(1-K_3) + 27C'' \left(\frac{1}{K_3^2} - 1 \right) \end{cases}$$

此式を見るに前項の場合と異り (VIII) 式の條件 $K_1 = K_2 = K_3 = K$ と置けば第一項は都合よきも第二項の垂弛の方は餘りに伸び過ぎる。 δ_2 の第二項は δ_1 のそれに比して 2 倍にて可なるものが 8 倍即ち 2^3 倍だけ大に失する。又 δ_3 の第二項は $3C'' \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right)$ でよいものが 27 倍即ち 3^3 倍だけ大き過ぎる。故に K_1, K_2, K_3 等を同一にせず換言すれば (VIII) 式の條件には戻りけれども初張力の終張力に對する比を段により少し變化して初張力の時と終張力の時だけは少くとも支點を一直線上に置くやうに各段の初張力を定むることにする。之には最上段の K (本例では K_3) を適當に假定する。例へば $K_3 = \frac{1}{10}$ の如く定める。

$$\frac{\delta_1}{\delta_3} = \frac{C'(1-K_1) + C'' \left(\frac{1}{K_1^2} - 1 \right)}{3C'(1-K_3) + 27C'' \left(\frac{1}{K_3^2} - 1 \right)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\delta_2}{\delta_3} = \frac{2C'(1-K_2) + 8C'' \left(\frac{1}{K_2^2} - 1 \right)}{3C'(1-K_3) + 27C'' \left(\frac{1}{K_3^2} - 1 \right)} = \frac{2}{3}$$

$$(XLVII) \quad \begin{cases} C'(1-K_1) + C'' \left(\frac{1}{K_1^2} - 1 \right) = C'(1-K_3) + 9C'' \left(\frac{1}{K_3^2} - 1 \right) \\ C'(1-K_2) + 4C'' \left(\frac{1}{K_2^2} - 1 \right) = C'(1-K_3) + 9C'' \left(\frac{1}{K_3^2} - 1 \right) \end{cases}$$

$$\left(\text{但し } C' = \frac{fz}{E} \sec^2 \alpha ; \quad C'' = \frac{w^2 z^3}{24f^2} \sec^2 \alpha \right)$$

n 段の場合の一般式は

$$\begin{aligned} \text{(XLVIII)} \quad C'(1-K_1) + C''\left(\frac{1}{K_1^2} - 1\right) &= C'(1-K_2) + 2^2 C''\left(\frac{1}{K_2^2} - 1\right) \\ &= C'(1-K_3) + 3^2 C''\left(\frac{1}{K_3^2} - 1\right) = \dots = C'(1-K_n) + n^2 C''\left(\frac{1}{K_n^2} - 1\right) \end{aligned}$$

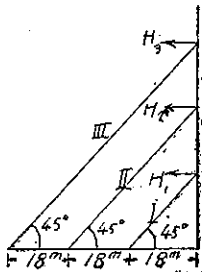
此最後の $K_n=0.1$ と云ふやうに假定する。

(XLVII) の上の式にて K_1 を定め下の式より K_2 を定める。斯く K_1, K_2 を求めて各支線の初張力を定め、之に對する垂弛を計算にて出し、之だけの垂弛を與ふるやうに支線を張ればよいことになる。

唯 (XLVII) 式は三次式であるが次の例題の如くにして容易に解くことが出来る。斯て P 及び $P_1=KP$ が判るから (XL) 式によりて垂弛 V 及び v が判る。

例 第五章(23)項の實例に於て $\alpha=45^\circ$ として平行支線を張らんとす。 $K_3=1/10, f_1=3,000$ kg/sqcm, $E=2,100,000$ kg/sqcm と假定して各支線の初張力、斷面及び垂弛の量を定めよ。
(第五十九圖)

(24) 項 A の計算により H_1, H_2, H_3 を知る。



第五十九圖

	$H \sec 45^\circ$
$H_1 = 4,217$	$P_1 = 5,964$
$H_2 = 2,894$	$P_2 = 4,093$
$H_3 = 6,220$	$P_3 = 8,796$
$S_1 = 25.46^m$	$\sec \alpha = 1.4142$
$S_2 = 50.91$	$\sec^2 \alpha = 2.$
$S_3 = 76.37$	
$z = 1,800 \text{ cm}$	$w = \frac{7.86}{1,000} \text{ kg/cbcm}$

之等の値を (XLVII) 式中に入れば

$$\begin{aligned} C' &= \frac{fz}{E} \sec^2 \alpha = \frac{3,000 \times 1,800}{2,100,000} \times 2 = 5.143^m \\ C'' &= \frac{w^2 z^3}{24f^2} \sec^2 \alpha = \frac{61.78 \times 1,800 \times 1,800 \times 1,800}{1,000,000 \times 24 \times 3,000 \times 3,000} \times 2 = 0.003336 \\ K_3 &= \frac{1}{10} \text{ とすれば} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 5.143(1-K_1) + 0.003336\left(\frac{1}{K_1^2} - 1\right) = 4.6287 + 9 \times 0.003336 \times 99 = 7.6011 \\ 5.143(1-K_2) + 4 \times 0.003336\left(\frac{1}{K_2^2} - 1\right) = 7.6011 \end{cases}$$

此兩式は K_1, K_2 に付き三次式なるも $K=0.1$ 以下にては恒に第一項の變化は割合に少く、主に第二項 $\frac{1}{K^2}$ の値に依りて支配せらるゝから始め $K_1=0.05$ 即ち $(1-K_1)=0.95$ 位に假定して $\frac{1}{K^2}$ を定め、其略近値を使用して更に同式に試みれば、二回にて精しく根を得らる。

先づ K_1 を求めんに第一略近値は

$$0.003336\left(\frac{1}{K^2} - 1\right) = 7.6011 - 5.143(0.95) = 2.7152$$

$$\frac{1}{K_1^2} = 815.81, \quad K_1 \doteq 0.035$$

第二略近値は

$$0.003336\left(\frac{1}{K_1^2} - 1\right) = 7.6011 - 5.143(0.965) = 2.6381$$

$$\frac{1}{K_1^2} = 792.52, \quad K_1 = 0.0355 \text{ 十分に精度を有す}$$

K_2 は同様にして第一略近値は

$$4 \times 0.003336\left(\frac{1}{K_2^2} - 1\right) = 2.7152$$

$$\frac{1}{K_2^2} = 204.7, \quad K_2 = 0.0699$$

之を再び原式に入れて第二略近値は

$$4 \times 0.003336\left(\frac{1}{K_2^2} - 1\right) = 7.6011 - 5.143(0.9301) = 2.8176$$

$$\frac{1}{K_2^2} = 212.15, \quad K_2 = 0.0687$$

故に初應力に支線の断面及び之に與ふべき垂弛は第二十六表の如く算出できる。

第二十六表

	I 支線	II 支線	III 支線
風壓よりの最大張力	5,964 kg	4,093	8,796
初張力の割合	0.0355	0.0687	0.1

初張力	212 kg	281	880
全張力*	6,176	4,374	9,676
支線断面積	2.06 sqcm	1.46	3.23
支線の重量	41.2 kg	58.4	193.9
▽ 初張力の時の垂弛 (XL)式に依り	$\frac{41.2 \times 18}{8 \times 212} = 0.435$ m	$\frac{58.4 \times 36}{8 \times 281} = 0.935$ m	$\frac{193.9 \times 54}{8 \times 880} = 1.487$ m

* 強雨の際は風下側の支線張力を減じ初張力の或る部は風壓に對し抵抗するが如く働くから、最大張力は此全張力より小さい。柱が非常に傾かざる限り反對側の支線に猶相當の初張力が残るから全然初張力を省くことも出来ない。安全のため全張力を断面の決定に使ふこととした。

上表の如く精密に支線断面を定め建設の際垂弛を與へて置く。

本項の場合には前項と異り各段に依りて(VIII)式の K の値が多少變つて居るから、初張力即ち無風の時と大風壓の時には柱の支點は一直線に来るけれども、其間の風力で位置が多少狂ふかも知れない。併し之は風の小さい時のことであり其不規則も全體に比して小なる初張力の一部に起因するもので、且つ最初と終りの2點にて押へて居るのだから、中間の不規則の變位も其量は極て僅であることを信ずる。

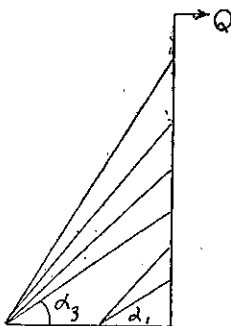
35. 前兩項兼用の場合

前記の如く(33)項の張り方が最初支線に相當の垂弛を與ふる場合には最理論的であるけれども、支線角度 35° 乃至 55° 附近のことにして、之を去ること大なるに従ひて $\sec^2 \alpha$ が高さ即ち $\tan \alpha$ に約比例するの性質を失ひて不合理となる。而して段數を増すに従ひ下の段に

ては α は 35° より小さくなる。斯る場合には第一章結論に述べしやうに、下の支線を第二、第三の控塊より張る如くする。

第六十圖の場合に於ける初張力、垂弛等の定め方は上の4段は全く(33)項の場合と同様に $P_i = K_3 P$ とし、下の2段は又(33)項の如く定め $P_i = K_1 P$ とし、兩者の内一つ宛は互に平行する如く設計する。例へば $\alpha_1 = \alpha_2$ の如し。此兩者の K_1 及び K_3 は前項の場合と同一理論に依りて決定する。

斯くの如く定むれば前項の場合と同様に平常も最大風壓の場合も支點は一直線に来る。



第六十圖

36. 三形式の力學上の性質

前3項に於ける3種の張り方に就て力學上の應力關係其他を約言すれば下の様である。

(33)項の場合が最も多くして柱高く支線の段數を増せば(35)項の方法を取るのが普通である。(33)項の場合にては α が 35° と 55° との間であれば力學上實に都合よく、各段の支

0.1	880	0.9	13.89	99.	8.92	22.81	16.13	148.7	10.75 10.30
0.09	792	0.91	14.04	122.46	11.03	25.07	17.73	165.2	9.90 9.40
0.08	704	0.92	14.19	155.25	13.98	28.17	19.93	185.9	8.96 8.43
0.07	616	0.93	14.35	203.08	18.29	32.64	23.08	212.5	7.96 7.35
0.06	528	0.94	14.50	276.78	24.93	39.43	27.88	247.8	6.89 6.28
0.05	440	0.95	14.66	399.	35.94	50.60	35.78	297.4	5.79 5.15
0.04	352	0.96	14.81	624.	56.21	71.02	50.22	371.8	4.65 3.98
0.03	264	0.97	14.97	1110.11	99.99	114.96	81.29	495.7	3.50 2.80
0.02	176	0.98	15.12	2499.	225.09	240.21	169.86	743.6	2.33 1.55
0.01	88	0.99	15.28	9.999	900.63	915.91	647.65	1487.1	1.167

† 本表の計算には支線の最大張力として 8,796 kg. 即ち風壓より生ずるもののみを取つた。之は風下の支線の初張力は斯る場合に減少して初張力が風壓に抵抗する様になるからである。然れども最大風壓の際にも風下の支線には猶相當の張力がある。本表で見ると最大風壓の時に支線の水平變位は $K=0.1$ としたから 22.81 である。之だけ風下の支線が弛むと之に應じて弛みを増し張力は約 500 kg に減ずる。初張力は 880 kg であるから差引 380 kg だけ弛む事になる。故に風上の支線の最大張力は

$$8,796 + 500 = 9,300 \text{ kg とするが本當である。}$$

(34) 項の計算表の

8,796 + 880 = 9,676 とせるは大き過ぎ本項の 8,796 とせるは小さ過ぎる。支線断面の決定は安全に (34) 項の例による方が安全である。

* $\frac{dV}{dAS}$ の列中二行の間に記せる方は前列の V の差を AS の差にて除したるものにして、各行の中央に記せるは後掲の R 式に依りて算出せるものを示す。兩者共に曲線にするとよく符合する。

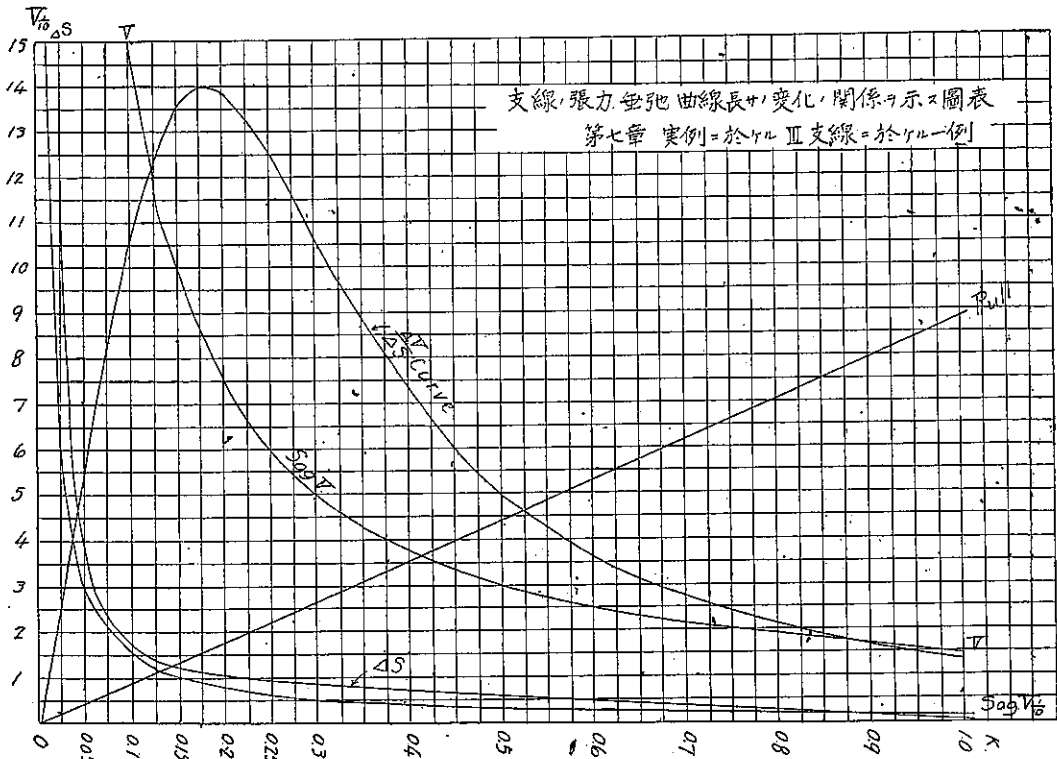
本表は一例に過ぎざれども仔細に検査すれば種々の必要なる性質が判る。 $K=1$ 即ち支線に最大張力の働く時は張力よりの水平變位或は支線長さの變化は、垂弛よりの水平變位或は支線長さの變化に比して 73 倍の多きに達して居る。故に支線が充分に張られて居る時は張力による伸びの項 (XLI) 式の

$$\delta = \frac{H(1-K)}{AE} z \sec^3 \alpha + \frac{A^2 w^2 z^3}{24H^2} \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right)$$

の第一項のみを考慮すれば充分である。此場合には前章までの垂弛の項を考へざる理論が成立する。而して普通構造物の設計の際は恒に其最大應力の場合を考ふるから之でよいのである。併し支線式柱にては平素の初應力の場合の垂弛が最大張力の時の支線の長さに影響するから餘程注意を要する。従來の設計々算法では初應力を非常に大きく取つて上の條件が成立つやうにして置かなければならない。之は次の項で改めて論ずるが餘り面白いことでない。平素は緩く張るとすれば前表で見ると如く P_1 なる初應力が $0.08P$ 即ち $K=0.08$ 附近にては丁度張力と垂弛とより生ずる變位が略同様である。猶張力が減つて $K=0.01$ 位になれば垂

弛の項が張力の項に比して 60 倍の量に達し、逆に上式の第二項のみを考ふれば足りることになる。此兩方の中間にては前項に述べたやうに兩者を考へて初應力の時にも又最後の最大張力の時にも共に (I) 式の條件を満足するやうに初應力を定むることが極めて必要である。又上の (XLI) 式にて見るやうに支線が太く且長さが増せば急に第二項の影響が増大することが判る。又 (34) 項の例にて三次式を解くに利用せる性質も此兩者の増し方を見れば判明する。

次に此表を見て判る重要なことは支線の長さの變化と垂弛及び張力の變化のことにて、此三者は (XL) 及び (XLVI) 式にて結び付けられる關係にて何れの一つを變化するも他はそれに應ずる變化を生ずるものにて、張力の一定の變化より生ずる垂弛の變化 ΔV と、曲線長さ ΔS との比の行を見るに第六十一圖に示すやうに $K=0.18$ の時に最大となりて、前後に



第六十一圖

は減じて居る。此際には支線を 1 だけ弛めてやれば垂弛は 14 だけ垂れることになる。此比及び其最大の點は次式のやうにしても求められる。本例の數字を直ちに入れば

$$V = \frac{193.9 \times 5,400}{8K 8,796}, \quad dV = \frac{14.88}{K^2} dK$$

$$\Delta S = \left\{ 15.429(1-K) + 0.090072 \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right) \right\} \frac{1}{1.4142}$$

$$d\Delta S = \left(-15.429 - 0.18014 \frac{1}{K^3} \right) \frac{dK}{1.4142}$$

$$R = \frac{dV}{d\Delta S} = \frac{14.88 \times 1.4142}{K^2 \left(15.429 + 0.18014 \frac{1}{K^3} \right)} = \frac{21.042 K}{15.429 K^3 + 0.18014}$$

$$\frac{dR}{dK} = 0 \quad \text{として} \quad 2 \times 15.429 K^3 = 0.18014$$

$$K = 0.18$$

之を上式 R に入れて

$$\frac{dV}{d\Delta S} = 14.02$$

$K=0.18$ 以上の時は少し弛めても支線の張力が減じてそのため長さが縮むから垂弛は餘り増さない。又 K がそれ以下になれば支線が餘計に垂れて来るから ΔS に對する効果が少くなるのである。

38. 温度の變化と支線の初應力

温度の變化により支線も柱も共に膨脹するも地面は不變である。故に水平に近き支線程大きな影響を被る。其程度は θ を膨脹係數 = 0.000011

t を温度の變化範圍にて $\pm 40^\circ\text{C}$

$$\Delta S = \theta ts, \quad \Delta h = \theta th$$

支線が ΔS 伸びても柱の伸びの支線の方に於ける伸びは兩方同一方向に伸びるもので影響がない。故に支線の張力や垂弛に影響する伸び $\Delta S'$ は

$$\begin{aligned} \Delta S' &= \Delta S - \Delta h \sin \alpha = \theta ts - \theta th \sin \alpha \\ &= \theta ts (1 - \sin^2 \alpha) \\ &= \theta tz \cos \alpha \end{aligned}$$

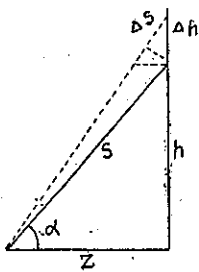
今 t を平均温度より 40°C として θ の値を入れるれば

$$\Delta S' = 0.00031z$$

$z = 54.00\text{m}$ とすれば

$$\Delta S' = 1.68 \div 17\text{mm}$$

此影響は前表を見るに初應力を大にする時程大きく餘り支線を常時充分張る事は温度下降



第六十二圖

の際極めて大なる張力を生じ危険なることを知る。初張力を前頂例の如く $K=0.1$ 或は夫れ以下とすれば温度の影響は最大初張力の1割程度にして餘り心配することはない。本章の K の値を多少狂はせるが程度も少い、初張力を少くする程垂弛を大にする程此心配は少くなる。

39. 支線設計及び施工の注意

従來の彈性方程式に依る設計法は複雑なる計算法の結果として、4段以上の支線は實際計算勞力上不能とせられ且つ垂弛の如きは之を設計上應力計算中に考慮することは全然不可能と見做されて居つた。而して垂弛の不規則なる影響を恐れて之を出来るだけ小ならしむるため支線を強く張ることを努め、又は第二支線を用ひて垂弛の變化及び動搖を防ぐやうにして居る。

前項に詳説せるやうに餘り支線を強く張ることは換言すれば初張力を無暗に多くして垂弛を少くすることは温度の變化にても危険あるのみならず、突風に際しても張力の増加極て急激にして爲に切斷を來たすこと往々あり、又1本の支線の或る原因のために切斷せらるゝや強大なる初張力の均衡を失ひ之が爲に柱の顛倒を招きし例が少くない。

理學士門岡速雄氏が會て中野電信隊に於て、支線を強く張りたる時と緩く張りたる時に於ける風壓の影響を、力量計を以て測定せるに弛るく張りしときは格別に感ぜざる程度のものも強く張れる場合には急速非常なる張力を支線に生ずることを確められた。兎に角餘り直線に近く支線を張ることは考へ物である。然りと云つて餘り弛く張るも又柱の剛性を減し空中線の取り付け、滑車等に害を及ぼすことの不可なるは明である。併し實際に試むるに支線を施廻緊子 (Turnbuckle) にて緊むるに僅々一二廻轉が垂弛には十數倍の影響を及ぼすことが判り、可なり支線が弛るんで居るやうに見へても、それが爲柱の水平變位は想像より少きものである。而して之が爲に支線の受くる衝動的張力を遙に減することが出来る。

既に相當に垂弛を與へて柱を建てる以上は此垂弛を正確に計算して、平素は勿論最大風壓の時に計算通りの張力を生ずるやうに張ることは根本的に肝要である。之は建設の際に張力計を以て所定の初張力を與ふればよいが、此張力計を用ふることは困難である。寧ろ支線は太さも長さも定まつて居るから、其張力に應ずる垂弛を (XL) や (XLV) 式等にて精しく計算して定めて之だけの垂弛を正確に與ふるやうにすればよい。即ち柱を垂直にしなから3方又は4方よりの支線を同時に與へられたる垂弛となるやうに弛廻緊子にて定むればよい。之は檢見川の例によるに比較的容易に出来る。

支線には急いで建つる場合には折々線條 (Wire rope) の繩のやうに捻れるものを使ふが、之は永き間に捻れが戻るとか其他にて長さの變化も有り、又市場の型に制限せられて正確に計算通りの斷面を與へにくい。寧ろ平行線條にして丁度計算通り數の針金を並列するがよ

い。直線法では支線の断面積の過不足なきことが絶對的必要なる基礎條件になつて居ることを忘れてはならない。

第八章 検見川無線電信柱

40. 總 說

千葉県検見川無線電柱は高さ 90 m 柱 6 基, 75 m 柱 3 基より成り各三角形をなせる鋼鐵の結構柱にして, 3 方より 4 段支線を以て支持されて居る。(卷末寫眞第八参照) 大正十三年三月急遽短日時間に設計することを要したので從來の彈性方程式に依りては非常に手間取るから, 簡易設計法を思い着いたのか本論文の支點直線法である。其時に第三章の (XVII) 及び (XVIII) 式を拵へて是に依りて計算をしたが, 當時精細なる點までは研究をして居らず, 一方仕事の期限の關係上最も肝要なる支線の断面積の決定にも止むを得ず鋼索 (Wire rope) を使用したから正確な断面積を使用することが出来ず, 又最下支線の傾斜は餘り緩になり之を水平變位が高さに比例すると考へたから略近のものとなつた。今後の設計には前章迄に述べしやうにして改良を要する點が少くない。併し直線法に依れる最初のものであるから, 不完全の點を指摘しながら其支柱設計の梗概を述べることにする。

41. 設計條件及び假定

(a) 風壓 は著者が先に設計せる磐城無線電信の例に倣ひ, 地面上にて 60 #/sq ft とし, 高さ 10 呎上昇する毎に 1 #/sq ft 宛増すものとする。風壓 P' の式は

$$P' = 60 + \frac{x}{10}, \quad x \text{ を地面上の高(呎)とす}$$

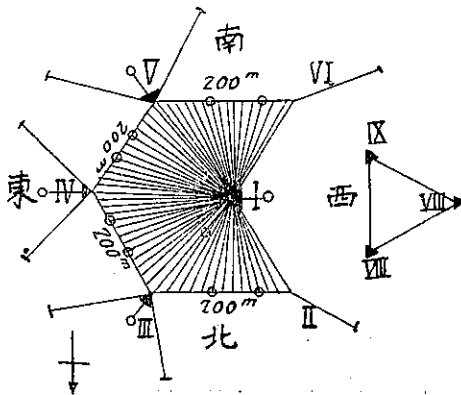
90 m 即ち 300 呎の柱頂に於ては $P' = 90$ #/sq ft となる。

(b) 柱の配置及び形狀寸法 90m 柱6基

は第一號柱を主柱とし, 之より南東北3方に向ひ互に 60° の角度をなし 200m の距離を以て建設せる 5 基より成り, 更に西方に正三角形をなす第七, 八, 九の 3 基の 75m 柱がある。第二號より六號に至る 5 柱は控索を以て連結し, 之に主柱より 48 本の空中線を傘型に張る (第六十三圖参照)。支線は各 4 段にして 9m 柱の支線間の距離は第六十四圖の如く各 21.7m 之を 14 格間に分ち 1 格間を 5ft-1in とする。

Q なる空中線の張力は全體にて 48 本 180°

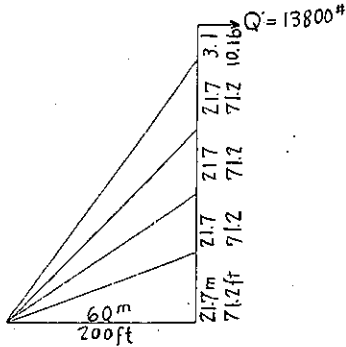
即ち π 間に 36 本となり, 1 本の空中線の切斷力を 1,200 呎とし, 安全率を 2 とすれば最大



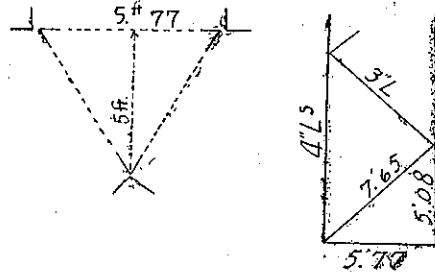
第六十三圖

600# となるから

$$Q = 699 \times \frac{36}{\pi} \times 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{600 \times 72}{\pi} \left[\sin \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 13,800\#$$



第六十四圖



第六十五圖

(c) 受風面 は結構の形状寸法 (第六十五圖及び六十六圖) を下のやうに假定すれば柱の高 1 ft に付き

隅柱 $2s \angle 4'' \times 4'' \frac{2 \times 4 \times 3}{12} = 2 \text{ sq ft}$

斜材 $\angle 3'' \times 3'' \frac{3 \times 7.65}{12 \times 5} (1 + 2 \sin^3 30^\circ)$

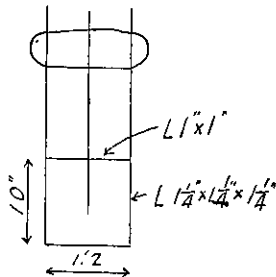
併し $\sin^3 30^\circ$ は $\frac{1}{8}$ となるけれども風を包む傾きがあるら安全に此 2 倍を取りて

$$\frac{3 \times 7.65}{12 \times 5} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 0.58$$

水平材 $\angle 3'' \times 3''$ とし 7 段に 1 本宛入るれば

$$\frac{5.77 \times 3}{5 \times 12 \times 7} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 0.06$$

梯子



第六十六圖

梯子 $\frac{1 \times 1.2 \times 6}{12 \times 5} + 3 \times \frac{1.25}{12} + \frac{1 \times 2}{12 \times 6} = 0.46$

接合鈹 $12'' \times 6'' \frac{1 \times 0.5}{5} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 0.15\#$

全體にて $2 + 0.58 + 0.06 + 0.46 + 0.15 = 3.23 \text{ sq ft}$

柱の 1 呎に付き最大風壓は鋸釘頭等餘裕を見て

地面 $3.25 \times 60 \doteq 200 \#/\text{ft of mast}$

頂上 $3.25 \times 90 \doteq 300 \#/\text{ft of mast}$

とする。

風壓の増す割合 r は

$$r = \frac{300 - 200}{300} = \frac{1}{3} \text{ \#/ft}$$

此外主柱の頂點に於ける構造物の受風面は約 40 sq ft とする故に風壓が $40 \times 90 = 3,600\#$

(d) 自重 柱 1 ft につき

隅柱 $3 - 2 \angle 4'' \times 4'' \times 3/8'' - 9.8\#$

$$9.8 \times 6 = 58.8 \text{ \#/ft}$$

斜材 $3 - \angle 3'' \times 3'' \times 3/8'' - 7.2\#$

$$\frac{3 \times 7.2 \times 7.65}{6} = 33\#$$

水平材 $\frac{3 \times 7.2 \times 5.77}{35} = 3.55\#$

梯子 $3 - \angle 11/4'' \times 11/4'' \times 11/4'' - 1.48\# \angle 1'' \times 1'' \times 3''/16 \quad 1'' \times \frac{1}{4} \times 5'$

$$3 \times 1.48 + \frac{1.16 \times 1.25 \times 12}{10} + \frac{0.85 \times 5}{6} = 6.86$$

接合鈹 $12'' \times 12'' \times \frac{3''}{8} - 15.3 \text{ \#/sq ft}$

$$\frac{15.3 \times 3}{5} + \frac{15.3 \times \frac{1}{2} \times 3}{5} = 12.2\#$$

ボルト頭 1 呎に付 10 箇として 3.3

合計 117.71\#/ft

此外接合プラットフォーム其他計上せざる種々のものを見込みて 130\#/ft とする

柱の全重量は $130 \times 300\text{ft} = 39,000\#$

但し支線の重量は含まれて居らない。

(e) 安全應力強度

鋼の安全應力強度は American Bridge Co. とか Des Moin とか Carnegie 等により異つて居る。

American Bridge Co. では安全應張力を 20,000\#/sq

$$\text{安全應力強度は } 20,000 - 85 \frac{l}{r} \quad \left(\frac{l}{r} < 150 \text{ の時} \right)$$

$$15,500 - 55 \frac{l}{r} \quad \left(\frac{l}{r} > 150 \text{ の時} \right)$$

$$\text{Des Moin} \quad 18,000 - 70 \frac{l}{r}$$

Carnegie には風荷重を同時に受くる時は 25% を増して

$$\text{應張力強度} \quad 20,000 \text{ \#/} \square''$$

$$\text{應圧力強度} \quad 23,750 - 125 \frac{l}{r} \quad \left(\frac{l}{r} < 120 \text{ の時} \right)$$

必ず 16,250 \#/ \square'' より以下とする

$\frac{l}{r}$ に依りこの 3 者を比較すれば第二十八表の如し

第 二 十 八 表

$\frac{l}{r}$	Carnegie	American Bridge Co.	Des Moin
60 以下	16,250	15,750	14,500
60	16,250	14,900	13,800
70	15,000	14,050	13,100
80	13,750	13,200	12,400
90	12,500	12,350	11,700
100	11,250	11,500	11,000
110	10,000	10,650	10,300
120	8,750	9,800	9,600

大差なきも Carnegie のものが少し大きい。併し風壓の假定を大きくしたから Carnegie の規格に依ることとする。 $\frac{l}{r}$ が 120 倍以上になると少しく式を變へて、同じ Carnegie の下の表(第二十九表)に依る

第 二 十 九 表

$\frac{l}{r}$	安全應圧強度	$\frac{l}{r}$	安全應張強度
130	8,125	170	5,625
140	7,500	180	5,000
150	6,875	190	4,375
160	6,250	200	3,750

ボルトの強さは徑 3/4" のものは單剪にて最も弱く

$$0.4418 \times 12,500 = 5,500\#$$

抗壓強度の方は 3/8" の鋼に接しても $\frac{3}{4} \times \frac{3}{8} \times 25,000 = 7,000\#$ 故に 1 本の 3/4" ボルト

トの強さを 5,500# と定める。

ワイヤ・ロープは米國 Trenton Iron Co. の型録 Cast steel hoisting rope の強さに依る。

42. 彎曲率及び支線張力

(a) 西風の場合 主柱西側の彎曲率及び張力

頂支點に於ける彎曲率及び剪力は

$$M_1 = (13,800 + 3,600) \times 10.16 + 300 \times \frac{10.16^2}{2} = 190,000 \text{ #}$$

$$S = 13,800 + 3,600 + 3,000 = 20,400 \text{ #}$$

次に第三章 (XVII) 及び (XVIII) 式中に

$$l = 71.2, \quad l^2 = 5,070, \quad Pl^2 = 1,014,000$$

$$P = 200, \quad l^3 = 360,944, \quad r^2 l^3 = 120,315$$

$$r = \frac{1}{3}, \quad M_1 = 190,000, \quad \frac{M_1}{56} = 3,400$$

を代入すれば彎曲率は

$$M_1 = \frac{3}{28} Pl^2 + \frac{5}{56} r^2 l^3 - \frac{M_1}{56} = 116,000 \text{ #}$$

$$M_2 = \frac{1}{14} Pl^2 + \frac{r^2 l^3}{7} + \frac{M_1}{14} = 103,230 \text{ #}$$

$$M_3 = \frac{3}{28} Pl^2 + \frac{19}{56} r^2 l^3 - \frac{15}{56} M_1 = 986,000 \text{ #}$$

$$M_4 = 190,000 \text{ #}$$

従て支點に於ける水平反力は

$$Pl = 200 \times 71.2 = 14,240$$

$$r^2 l^3 = \frac{1}{3} \times 5,070 = 1,690$$

$$\frac{M_1}{l} = \frac{190,000}{71.2} = 2,670$$

第 三 十 表

XVIII 式の 係数	係数	14,240	係数	1,690	係数	2,670	S	合計
H_0	$\frac{11}{28}$	5,600	$\frac{13}{168}$	131	$\frac{1}{56}$	47.6		5,778
H_1	$\frac{16}{14}$	16,270	$\frac{29}{28}$	1,750	$-\frac{3}{28}$	-286		17,734

H_2	$\frac{13}{14}$	13,230	$\frac{13}{7}$	3,140	$\frac{12}{28}$	1,144		17,514
H_3	$\frac{16}{14}$	16,270	$\frac{99}{28}$	5,980	$-\frac{45}{28}$	-4,290		17,960
H_4	$\frac{11}{28}$	5,600	$\frac{251}{168}$	2,530	$\frac{71}{56}$	3,385	20,400	31,914

M_1, M_3, H_1, H_3 等は M_4 の項が負数になつて居るから、 M_4 が小なる時に却て大きくなる。或る機會に風下の空中線が緩みて風上の空中線が引張りて $M_4=0$ となれる時が最大である。

最大 $M_1=119,400'$ # 最大 $H_1=18,020'$ #

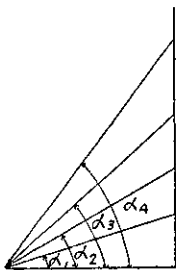
最大 $M_3=149,600'$ # 最大 $H_3=22,250'$ #

又支點間に於ける最大の力率は單桁として且つ最大風壓を取りて

$$\frac{WP^2}{8} = \frac{300 \times 5,070}{8} = 19,012'$$

を見れば充分である。

$\alpha, \tan \alpha, \sec \alpha$ 等



第六十七圖

$\tan \alpha_1=0.35588,$	$\alpha_1=19^\circ 35' 20''$	
$\tan \alpha_2=0.71176,$	$\alpha_2=35^\circ 26' 30''$	
$\tan \alpha_3=1.06764,$	$\alpha_3=46^\circ 52'$	
$\tan \alpha_4=1.42352,$	$\alpha_4=54^\circ 55'$	比
$\sec \alpha_1=1.06143,$	$\sec^2 \alpha_1=1.12665,$	0.37
$\sec \alpha_2=1.22743,$	$\sec^2 \alpha_2=1.50660,$	0.498
$\sec \alpha_3=1.46263,$	$\sec^2 \alpha_3=2.13986,$	0.706
$\sec \alpha_4=1.73983,$	$\sec^2 \alpha_4=3.02641,$	1.

此 $\sec^2 \alpha$ の表を見るに α_1 は 35° より小なること甚しいから偏差が多いが、 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ を見るに $\sec^2 \alpha$ は殆ど 2:3:4 の比例に甚近いことが判る。 α_1 は別に補助控塊を設けて α_3 と平行にする方が理論上面白い、經濟的には支線を細く短くすることが出来るが、別に控塊を1個築造するやうになるから (I) 又は (X) 式によりて長大なる支線を第六十七圖の如く張る方がよいが場所により比較を要する。

支線の張力 P は

$$P_1 = H_1 \sec \alpha_1 = 18,020 \times 1.06143 = 19,100'$$

$$P_2 = H_2 \sec \alpha_2 = 17,514 \times 1.22743 = 21,500'$$

$$P_3 = H_3 \sec \alpha_3 = 22,250 \times 1.46263 = 32,550'$$

$$P_4 = H_4 \sec \alpha_4 = 31,914 \times 1.73983 = 55,500^\#$$

之は各支線に於ける最大の風壓より生ずる張力である。検見川無線柱にては直ちに之より支線断面を決定した。之は最初に $\sec^2 \alpha$ が 1:2:3:4 の比例に略なつて居ると云ふ假定を入れて應力より決定すれば、(I) 即ち (X) 式が満足されるものとして計算を進行したからである。併し直線法に依れば斯る略近法を使用せず直ちに 1 種類の荷重系より生ぜる反力 H を使用して (I) 又は (X) 式にて各支線の断面の比例を定める。次に上例にて H_1, H_2 等は外の荷重系にて最大が起るから、之にて其必要断面を定めて其最大を取り、當初の断面比によりて全支線の断面を決定することを要する。此注意は以下總ての場合に必要なである。

(b) 東風の場合 支柱

東側の空中線が弛みて張力のない時に最大である。

$$M_4 = 51,000^\#$$

$$S = 6,600$$

として基本公式 (XVIII) に入れると水平反力 H 及び支線張力 P は

$$H_0 = 5,744^\#,$$

$$H_1 = 18,000,$$

$$H_2 = 16,700,$$

$$H_3 = 21,100,$$

$$H_4 = 15,637,$$

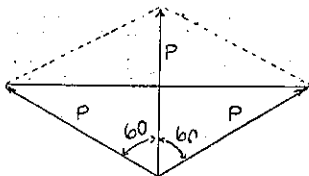
$$P_1 = 19,100^\# = 9.6^\# \text{ 但 } 2,000^\# \text{ を } 1 \text{ 噸とす}$$

$$P_2 = 20,400 = 10.2$$

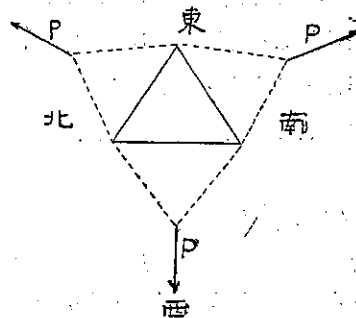
$$P_3 = 30,700 = 15.4$$

$$P_4 = 27,100 = 13.6$$

東側の支線は 2 本の支線が 120° の角をなして張つてある。此二つの合成力が P となるから、第六十八圖に示すが如く各々 P と云ふ張力を出して丁度 1 本の支線が東に正面して P なる力を出して居ると同様である故に、2 本あつても 1 本と同様に考へてよい。而して



第六十八圖



第六十九圖

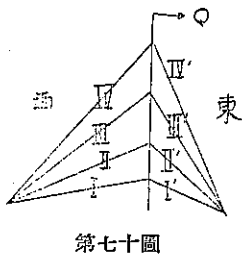
第六十九圖のやうに支線の取付けは三角形の 1 頂點に結ばずに、必ず 2 頂點に結び 1 邊の中

間に向ふ方が一つの隅柱に力がかゝらなくてよい。

43. 支線の設計

(a) 初張力

支線は以上の張力の外に支線を張る初張力を考へなければならぬ。之は第七章の第(33)項の (XLIV) 式により垂弛を $\sec \alpha$ に比例するやうに初張力を與ふればよい。併し本主柱は特別の條件にありて、西側の支線は東側のものより空中線の關係にて斷面を大にする必要あり。一方には 3 方共に同一の初張力を必要とするものであり且市場のワイヤ・ロープを使った關係上餘り任意の斷面を與へられなかつたので、當初より完全に (I) 式によりて斷面を正確には定めて無かつたから、初應力だけ前のやうに精しく定めても餘り意味をなさないの
で初張力を 3 方共最大張力の約 1/10 として下のやうに假定して設計した。この約が頗る理論的ではないが當時止むなき事情にあつた。空中線の張力が方向に依りて異なる場合には理論通りには行かないが出来るだけ前章 (33) 項又は (34) 項の公式にて初張力を與へなければならぬ。此方法は本項 (C) に述べてある。



初張力は斯る事情の下に多少 (VIII) 式にも戻るが下のやうに
(第七十圖)

I — I'	2,000#
II — II'	2,000#
III — III'	3,000#
IV — IV'	4,000#

と假定した。

(b) 斷面の決定

ワイヤ・ロープは米國の Trenton Iron Co. 型錄の Cast steel hosting rope に依り切斷強度及び重量を知り安全率を 3 としたが、風に對しては安全強度を 25% 増してもよいから結局安全率を 4 としたことになる。又支線の上に来る風壓は支線の張力を増加するけれども、支線張力の最大は風の方向に一致する場合であるから其量は僅少である。故に之を省くことにする。

西側支線

番號	最大張力	徑	切斷強度	最重 #/ft	
IV	55,500+4,000=59,500	30 ^{ton}	1 ³ / ₄ in	96 ^{ton}	4.85
III	32,550+3,000=35,550	18	1 ¹ / ₂	62	3.00
II	21,500+2,000=23,500	11.8	1	34	1.58
I	19,100+2,000=21,100	10.6	1	34	1.58

東側支線

IV'	27,100+4,000=31,100	15.6 ^{ton}	1 $\frac{1}{4}$ "	50 ^{ton}	2.45#/ft
III'	30,700+3,000=33,700	16.8	1 $\frac{1}{4}$ "	50	2.45
II'	20,400+2,000=22,400	11.2	1	34	1.58
I'	19,100+2,000=21,100	10.6	1	34	1.58

(c) 正確なる断面の決定法

以上は $\sec^2 \alpha_1$ が 1:2:3:4 なる比例に餘程戻るものを大體比例すると假定して略近に支線を決定せるものである。併し (X) 式に依りて猶正確に計算すれば支線断面は次のやうになり、支線 I は少し太くするを要するやうになる。

初應力を最大張力の $\frac{1}{10}$ と假定する。

西風の場合

$$\begin{aligned} H_1 &= 17,734, & P_1 &= 18,820 \\ H_2 &= 17,514, & P_2 &= 21,500 \\ H_3 &= 17,960, & P_3 &= 26,280 \quad \text{但し他の荷重系にて } 32,550 \text{ となる} \\ H_4 &= 31,914, & P_4 &= 55,500 \end{aligned}$$

(X) 式により

$$\frac{18,820 \times 1.12665}{A_1} = \frac{21,500 \times 1.5066}{2A_2} = \frac{26,280 \times 2.13986}{3A_3} = \frac{55,500 \times 3.02641}{4A_4}$$

A_3 が 45° に最も近し之を 1 とすれば

$$\frac{1.13}{A_1} = \frac{0.865}{A_2} = \frac{1}{A_3} = \frac{2.24}{A_4}$$

初應力を $\frac{1}{10}$ と見れば A_3 は 18 ton の力を受くる

$$\frac{20.3}{A_1} = \frac{15.5}{A_2} = \frac{18}{A_3} = \frac{40.3}{A_4}$$

Trenton Iron Co. の型録により安全率 3 のものを風壓なるが故に 25% 強さを増せば A_1 には 1 $\frac{1}{2}$ ", A_2 には 1", A_3 には 1 $\frac{1}{2}$ ", A_4 には 1 $\frac{1}{2}$ " 径のものでよい。即ち検見川のものより A_1 を少し太くするやうになる。

東風の場合も同様にして且つ初張力は西側と同一にする。

$$\frac{19,100 \times 1.12665}{A_1} = \frac{20,400 \times 0.7533}{A_2} = \frac{30,700 \times 0.7133}{A_3} = \frac{27,100 \times 0.7566}{A_4}$$

より $\frac{0.98}{A_1} \approx \frac{0.70}{A_2} = \frac{1}{A_3} = \frac{0.935}{A_4}$ となり A_1 には 1 $\frac{1}{2}$ ", A_2 には 1", A_3 には 1 $\frac{1}{2}$ ", A_4 にも 1 $\frac{1}{2}$ "

径のものでよい。

(d) 支線の長さ

IV—IV'	$200 \times \sec \alpha_4 = 348^{\text{ft}}$
III—III'	$200 \times \sec \alpha_3 = 292.5$
II—II'	$200 \times \sec \alpha_2 = 245.5$
I—I'	$200 \times \sec \alpha_1 = 212.3$

(e) 支線の重量

IV	$348 \times 4.85 = 1,745^{\#}$	IV'	$348 \times 2.45 = 854^{\#}$
III	$292.5 \times 3 = 878$	III'	$292.5 \times 2.45 = 717$
II—II'	$245.5 \times 1.58 = 388$		
I—I'	$212.3 \times 1.58 = 336$		
總重量	$3,347 + 2 \times 2,295 = 7,937^{\#}$		

$\div 2$ ton of 2,000[#]

(f) 垂 弛

(XL) 式により
$$V = \frac{Wz}{8P_i} = \frac{W200}{8P_i} = \frac{25W}{P_i}$$

西側の垂弛を V とし東側のものを V' とすれば

	$P_i^{\#}$	$V_{(西)}$	$V'_{(東)}$
IV	4,000	10.9	5.33
III	3,000	7.3	6.0
II	2,000	4.85	4.85
I	2,000	4.2	4.2

建設の場合には遞信技手渡邊氏はカテナリー曲線を傾斜せる垂曲線又は拋物線として一層精細に垂弛を計算決定し周到なる注意を以つて張つてある。

44. 柱 の 設 計

(a) 支線張力の垂直分力

垂直分力は $H \tan \alpha$ にて可なり。

西 風	$H_1 \tan \alpha_1 = 18,000 \times 0.35588 = 6,400^{\#}$
	$H_2 \tan \alpha_2 = 17,514 \times 0.71176 = 12,450$
	$H_3 \tan \alpha_3 = 22,250 \times 1.0676 = 23,750$
	$H_4 \tan \alpha_4 = 31,914 \times 1.4235 = 45,600$

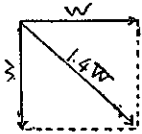
東風	$18,000 \times 0.35588 = 6,400$	2本にて	12,800
	$16,700 \times 0.71176 = 11,900$	„	23,800
	$21,100 \times 1.0676 = 22,520$	„	45,000
	$15,640 \times 1.4235 = 22,250$	„	44,500

故に支線の垂直分力は東風の時に却て大きい。

支線の垂直分力は一部は風下の弛を増すことによりて風壓に抵抗するため使用せらるゝけれども、前章(37)項の例の示すやうに大部分は残つて居る。計算には安全のために全部計上することとする。

- I $3 \times 2,000 \sin \alpha_1 = 2,011$
- II $3 \times 2,000 \sin \alpha_2 = 3,480$
- III $3 \times 3,000 \sin \alpha_3 = 6,567$
- IV $3 \times 4,000 \sin \alpha_4 = 9,820$

支線に當る風壓よりは之を種々の方向の風に付き研究するに、支線の重さだけ水平に来るものとすれば充分安全である。即ち初應力に比し 40% 増しとすれば充分である。(第七十一圖)



第七十一圖

- I $2,011 \times 0.4 = 800$
- II $3,480 \times 0.4 = 1,400$
- III $6,567 \times 0.4 = 2,640$
- IV $9,820 \times 0.4 = 3,930$

垂直分力の總計 東風の時に最大にして

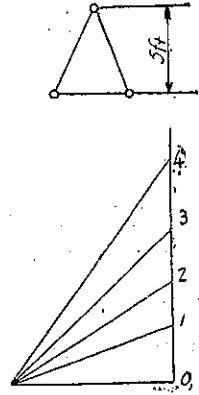
- IV $44,500 + 9,820 + 3,930 = 58,250$ #
- III $45,000 + 6,567 + 2,640 = 54,210$
- II $23,800 + 3,480 + 1,400 = 28,680$
- I $12,800 + 2,011 + 800 = 15,610$

断面三角形なる支柱の隅柱には此 $\frac{1}{3}$ が来るものとする。而して下に行く程累加する。

支點	支線	累計 (1)
4	IV	19,417 #
3	III	37,487
2	II	47,047
1	I	52,250

(b) 彎曲率より生ずる應壓力 (第七十二圖)

支點	(3)
4	$\frac{M_4}{5} = \frac{190,000}{5} = 38,000 \#$
3	$\frac{M_3}{5} = \frac{149,600}{5} = 29,920 \#$
2	$\frac{M_2}{5} = \frac{103,230}{5} = 20,646 \#$
1	$\frac{M_1}{5} = \frac{119,400}{5} = 23,880 \#$



第七十二圖

(c) 自重より生ずる應壓力

空中線の重量

水 平 線	$0.184 \times 200^m = 36.8 \#$
	$36.8 \times \frac{48}{2} = 883. \#$
垂 直 線	440
碍子金物等	677
頂上構造物	2,000
柱自身の重さ	130 $\# / \text{ft}$
計	$4,000 + 130 \text{ } \ell$

なる式にて頂上よりとなる點までの自重を得られる。

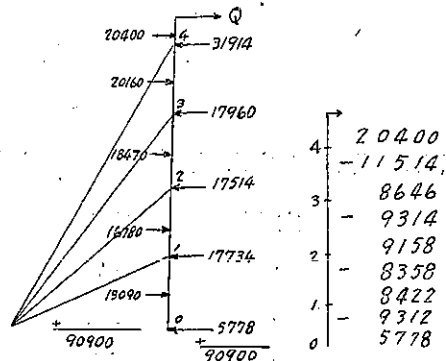
支點 1本の隅柱に掛る壓力 (2)

4	$4,000 + 130 \times 10 = 5,300$	1,767
3	$5,300 + 130 \times 71.2 = 14,556$	4,852
2	$14,556 + 9,256 = 23,812$	7,940
1	$23,812 + 9,256 = 33,068$	11,023
0	$33,068 + 9,256 = 42,324$	14,108

(d) 剪 力

各支點間の風壓及び(42)項の(a)に依りて第七十三圖の通りである。

故に各支點の剪力は第七十三圖に示する通りとるな。



第七十三圖

(e) 支點間の中央に於ける彎曲力率

$$M_{(0,1)} = -5,778 \times \frac{71.2}{2} + \frac{200 \times 71.2^2}{8} + \frac{71.2^3}{144}$$

$$= -5,778 \times 35.6 + \frac{71.2^2}{8} (200 + 4) = -77,000$$

$$M_{(1,2)} = M_1 - 8,422 \times 35.6 + \frac{71.2^2}{8} (223.7 + 4) = -41,000$$

$$M_{(2,3)} = M_2 - 9,156 \times 35.6 + \frac{71.2^2}{8} (247.4 + 4) = -63,300$$

$$M_{(3,4)} = M_3 - 8,646 \times 35.6 + \frac{71.2^2}{8} (271 + 4) = -34,900$$

以上の彎曲率の爲に生ずる (0,1), (1,2), (2,3), (3,4) 點の應壓力は

$$C_{(3,4)} = \frac{M_{(3,4)}}{5} = \frac{(4)}{5} = 6,980\#$$

$$C_{(2,3)} = \frac{M_{(2,3)}}{5} = 12,660\#$$

$$C_{(1,2)} = \frac{M_{(1,2)}}{5} = 8,200\#$$

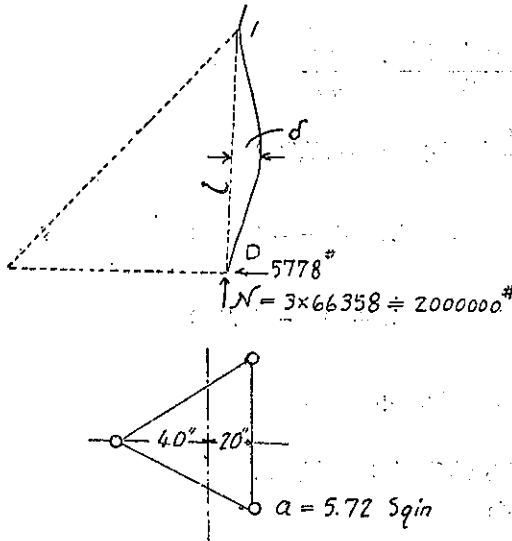
$$C_{(0,1)} = \frac{M_{(0,1)}}{5} = 15,400\#$$

(f) 隅柱に於ける最大應壓力

支點番號	支點に於て (1)+(2)+(3)	支點間の中央に於て (1)+(2)+(4)+1,543 (隅柱の支點間の 1/2 の重量)
4	59,184	29,707
3	72,259	56,542
2	75,633	64,730
1	87,153	80,216
0	66,358	216 (下の計算により少し下にては 81,724#)

*但し最下の徑間にては最大彎曲率は徑間の中央より少し下方地面上 27.5ft の所に生じ、自重も増して全體にて 81,058# となる。中央よりも此點を考へなければならぬ。

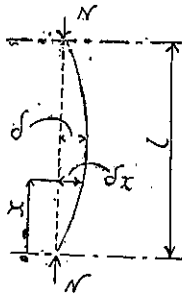
猶此外に徑間の中央にては柱が撓みを生じ、之に軸壓力 N が働きて彎曲率 $N\theta$ を起す。之が爲に隅柱に於て可なり之の壓力を増す。之は同じく最下の徑間 (01) の間にて最も大きく上に行けば風壓は増すけれども、隅柱の應壓力も小に又柱としても定端 (fixed end) であるから心配はない。次に最下の (01) 間を檢査して見やう。今簡單の爲に l の間の風壓を平均 210#/ft の等布荷重とする。又 0 支點より l なる高さの點を反曲點とする。 l は



第七十四圖

全體の撓 δ は $\delta = \delta_w + \delta_n = 0.1 + 0.1 = 0.2$ in

此假定でよいかを検査するに、先づ弾性曲線を拋物線と假定すると (第七十五圖)



第七十五圖

$$\delta_x = \frac{4\delta}{l^2} (lx - x^2)$$

$$\delta_n = \int_0^l \frac{1}{2} x \frac{N}{EI} \cdot \frac{4\delta}{l^2} (lx - x^2) dx = \frac{2N\delta}{l^2 EI} \int_0^l (lx^2 - x^3) dx = \frac{N\delta l^2}{6EI}$$

$$\delta_n = \frac{200,000 \times 0.2 \times 660^2}{6 \times 13,728 \times 30,000,000} = 0.1 \text{ in} \quad \text{假定の通りである}$$

N より起る最大彎曲率は同じく $\frac{l}{2}$ 高さの所にて $200,000 \times 0.2 = 40,000 \text{ in}^{\#}$ 壓力の増しは $\frac{40,000}{60} = 666^{\#}$ 故に最大壓力は

$81,058 + 666 = 81,724^{\#}$ となる。1 なる支點の風下側に又同じ壓力の増加あるも反曲點間の距離が遙に短いから上のものを考ふれば充分である。

(g) 柱の部材の決定

隅柱 (Corner post) $2\angle 4'' \times 4'' \times \frac{3''}{8}$ を使用する。

斷面積 $a = 2 \times 2.86 = 5.72 \text{ sq ins.}$

一つの角釘の重心を通る水平軸 XX に就ての惰率は 4.4 in^4 である。其下端縁に就ての

$$5,778l - \frac{210}{2} l^2 = 0$$

$$l = 55^{\text{ft}} = 660^{\text{in}}$$

又正三角柱の I なる惰率は豎横軸何れ
の方向にも同一にて (第七十四圖)

$$I = 5.72(40^2 + 2 \times 20^2)$$

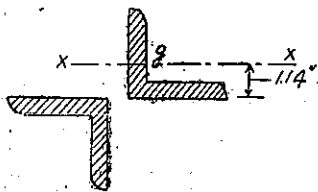
$$= 13,728 \text{ in}^4$$

$$\text{風壓よりの撓み } \delta_w = \frac{5Pl^4}{384IE}$$

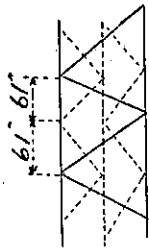
$$= \frac{5 \times 210 \times 660^4}{384 \times 12 \times 13,728 \times 30,000,000}$$

$$= 0.1 \text{ in}$$

此外に直垂力 N の爲に更に δ_n なる撓
を生ず。之を先づ 0.1 in と假定する。



第七十六圖



第七十七圖

惰率は (第七十六圖)

$$4.4 + 2.86 \times 1.14^2 = 4.4 + 3.72 = 8.12^{in^4}$$

$$\text{最小環動半徑は } r = \sqrt{\frac{8.12}{2.86}} = 1.685^{in}$$

隅柱の柱長は $5^{in} - 1^{in}$ 即ち 61^{in} 然れども 1 面よりの支持であるから安全には此 2 倍 122^{in} とするがよい。(第七十七圖) 有効長は 1 端支, 1 端定として此 $\frac{3}{4}$ 即ち 92^{in} を取る。

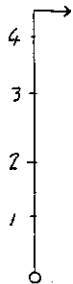
$$\frac{l}{r} = 55$$

Carnegie の仕様書に依りて $16,250^{#}/in^2$ を安全強度とすれば

$$16,250 \times 5.72 = 92,950^{#}$$

充分安全である。——全柱に此断面を使用する。

斜材 (Diagonals) (d) 項剪力の表に示してある。之は 60° をなせる三角稜工の 2 面にて抵抗されるから下の計算の 0.5773 にて可なる筈なるも、風の方角により 1 面にて支ふるものとする



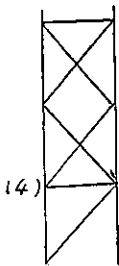
第七十八圖

支 點 (4)	$20,400 \times \frac{133.4}{5.775} = 27,200^{#}$
	$-11,514 \times 1.334 = -15,350^{#}$
支 點 (3)	$8,646 \times 1.334 = 11,500^{#}$
	$-9,314 \times 1.334 = -12,450^{#}$
支 點 (2)	$9,156 \times 1.334 = 12,200^{#}$
	$-8,358 \times 1.334 = 11,150^{#}$
支 點 (1)	$8,422 \times 1.334 = 11,220^{#}$
	$-9,312 \times 1.334 = 12,450^{#}$
支 點 (0)	$5,778 \times 1.334 = 7,730^{#}$

斜材の長さ $7.7^{in} = 92.4^{in}$

$$\angle 3'' \times 3'' \times \frac{3''}{8} \text{ を使用すれば } r = 0.58^{in}, \quad a = 2.11^{sq\ in}$$

$$r = \frac{92.4}{0.58} = 160$$



第七十九圖

安全應壓強度は $6,250^{#}$ となるから

$$6,250 \times 2.11 = 13,200$$

支點 (0) より (3) までには之にて充分である。

(4) 以上は複絞構として張力にて抵抗せしむれば同じ角釘にて (第七十九圖)

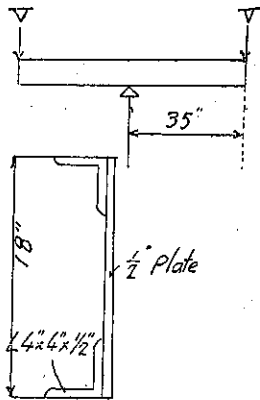
$$20,000 \times 2.11 = 42,200^\#$$

ポールの普通 3 本にて $3 \times 5,500 = 16,500$ にて充分である。

(4) 以上は 6 本を使用する。

(4) 以下は (4) に近き所は少し $\angle 3'' \times 3'' \times \frac{3}{8}$ 1 本にては足りないやうであるが實は兩面にて支ふるから安全である。

45. 柱の底部の設計



第八十圖

$$V = \frac{66,358}{2} = 33,200^\#$$

$$M = 33,200 \times 35 = 1,162,000^{\text{in}\#}$$

$\angle 4'' \times 4'' \times 1/2''$ の角釘と $1/2^{\text{in}}$ 鋼の 18th 深さのものを使用する。

$$I = 243.25 + 2 \times 3.75 \times 7.82^2 = 700.25$$

$$f = \frac{1,162,000 \times 9}{700.25} = 15,000^\#/\text{in}^2$$

f を $16,000^\#/\text{in}^2$ とするを以て釘孔の餘裕あり。

$$M_1 = 66,400 \times 1.1 \times 12 = 876,480^{\text{in}\#}$$

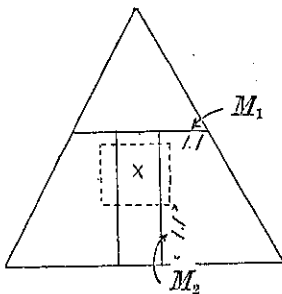
15" I 桁を使用すれば

$$f = \frac{876,480}{60.5} = 14,500^\#/\text{in}^2$$

$$M_2 = 66,400 \times 1.1 \times 12 = 876,480^{\text{in}\#}$$

2-12" □ を使用する □ □

$$f = \frac{876,480}{2 \times 29.9} = 14,600^\#/\text{in}^2$$



第八十一圖

此外基礎、絶縁、震動止め、控塊等普通設計と別に異なる点がない。又二號柱より六號柱に至る 90 m 柱、七號柱より九號柱に至る 75 m 柱も同様な計算に依り之を設計した。之を繰返すも徒らに冗長に亘るから之を以て終りとする。

第九章 結 論

本論の結論とも稱すべき梗概は既に第一章緒論に於て述べてあるが茲に箇條別にして再び略述することとする。

(1) 支線を有する柱の理論的設計法は從來専ら弾性方程式に依りてなし頗る複雑にして4段支線を以て普通勞力の限度とされ居りしが、著者の支點直線法に依りて各支點を一直線上に置く條件

$$\text{即ち} \quad \frac{H_1 \sec^3 \alpha_1}{A_1} = \frac{H_2 \sec^3 \alpha_2}{2A_2} = \dots = \frac{H_n \sec^3 \alpha_n}{nA_n}$$

を入れて段數に關せず、普通桁の三個反偶力の定理を應用して容易に水平反力 H_1, H_2, \dots, H_n を出し、上記條件の如く支線の斷面 A_1, A_2, \dots, A_n を定むることに依り應力より決定せるものに比し、格別不經濟に亘ることなく、且つ理論的に設計される。而して計算の容易なるため段數を任意に増し爲に支線も餘り太くならず特種製造の鋼線を必要とせず。柱自身の斷面も小にして足る經濟的の設計をなし且支線の弛みのことを設計上考慮に入れる事が出来る。

(2) 一般の斷性支點を有する桁に於て等布荷重は勿論等變荷重定位置に於ける集中荷重を受くる場合に先支點を一直線上に置く假定の下に支點の反力を求め、豫め支點の構造を夫れ等の反力に依りて桁の直線上の1點よりの距離に比例して變位するが如く準備すれば上述の荷重により桁の支點は矢張り恆に一直線上にあることを理論並に實驗的に證明せられる。

(3) 第三章には風壓の地面を距るに従ひ強さを増すが如き等變荷重及び風力の増加に従つて増す空中線の張力の如き集中荷重を受くる場合に支點間の距離を等しくせる無線電信柱の支線段數8段以下の一般公式が掲げてある。之により一層容易に支線張力及び柱の力率を算定出来る。

(4) 以上の直線法に依りて得たる支線の斷面を、從來の Maxwell の支點變位の法則より出せる弾性方程式の支線斷面の假定に入れば、之を解きて得らるゝ不靜定應力は恆に直線法に依りて得たるものと全く一致する。

(5) 直線法により定めたる斷面を標準斷面と稱すれば、此標準斷面を使用する時は弾性方程式をなす支點の變位を2種に分ちて、柱自身の力率より生ずる支點の變位のみの方程式を解くも亦支線の張力より生ずる支點の變位のみよりの弾性方程式を解くも各不靜定應力に同一の結果を與へ共に直線式にて簡易に求めたる標準反力に全く合致する。

(6) 任意の支線斷面又は柱に於ける不靜定應力は其支線の標準斷面よりの差異を求め支線及び柱に生ずる内働の式より最小働の原則に依り標準反力に施すべき補正を求めて正確に

知ることが出来る。

(7) 連桁の公式は總て桁の彎曲剛率を常數とせるものなるも此剛率が 1:10 位の範圍に變化するも支點反力に及ぼす影響は常數とせる場合の 5.5% 以内に止るを以て實際設計上には場所により可なり太さの異なる柱に直線法を適用して支線を決定しても差支なし。力率の方は同じく此影響一般に小なるも細き部分にては見廻し難き差を生ずることあり。然れども剛率常數として計算せる方が一般に安全に出づるを以て設計上危険はない。

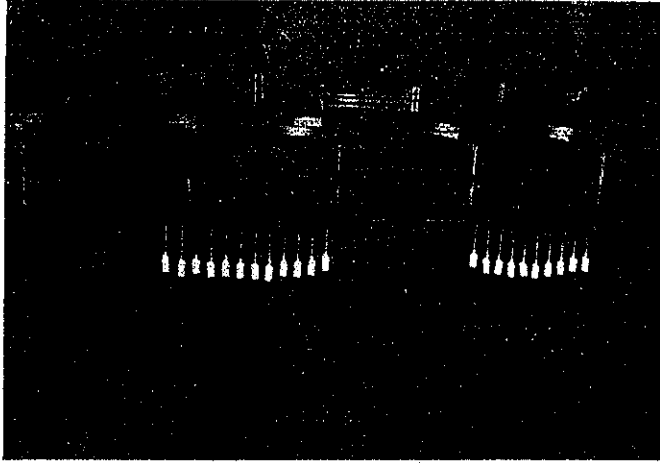
(8) 従來の彈性方程式法にては支線の弛みを考に入れざりしが之は柱の安定上極て不可である。垂弛の影響を省略出来る様にするには支線の初張力を可成大にしなければならぬ。従て溫度低下の際生ずる大なる張力、突風の時に切斷を招き易き事或は支線 1 本の切れたる場合に殘れる支線の初張力等のために煙突、無線電信柱等の倒壞を來せし例が尠くない。垂弛を與ふるも吾人の一寸想像する程柱の剛性を減ずるものでない。而して垂弛を與へて張るには垂弛の性質の研究が必要である。第七章の公式に依り適當に初張力を決定すれば平素は勿論最大風壓の際にも支點を一直線上に置くことが出来る。

(9) 斯る精細なる設計をなすには支線斷面は極て正確を要する。又初張力も正確を要する。之が爲には捻れるワイヤ・ロープは年と共に長さの變化がありてよくない。平行鋼線の索條を使用するがよい。初張力を正確に與ふるには垂曲線を拋物線と假定して垂弛を求め柱を垂直に保ち乍ら總ての支線の方向より旋廻緊子 (Turnbuckle) を以て正確に前記の垂弛を與ふることによりて容易に目的を達せられる。建設の時のみならず維持の際も折々此正確なる垂弛を有するや否やを檢查することを必要とする。

(10) 支點直線法の設計法並に前記の注意は單に無線電信柱の設計に止まらず適當に考慮して支線付きの小煙突及び近來頗る増加せる混凝土施工塔の支線にも應用出来るものと信ずる。

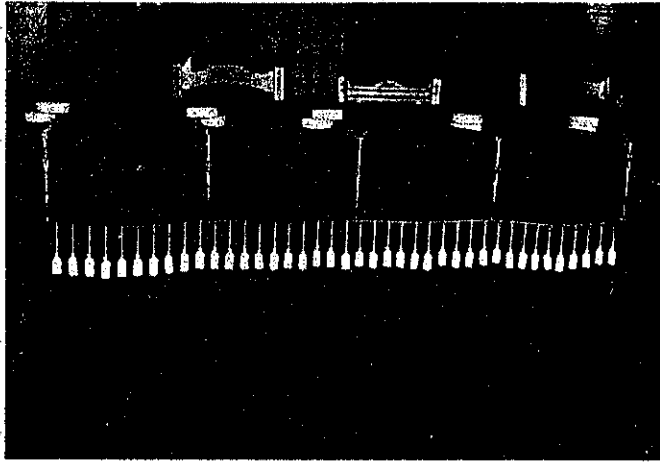
(完)

寫真第一(其一)



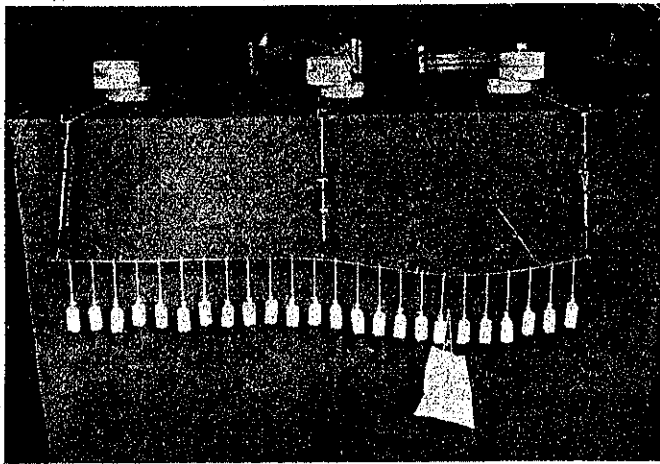
實驗(一)に於て 一部荷重を課せる場合

寫真第一(其二)



實驗(一)に於て 全部等布荷重を課せる時に支點一直線になれる光景

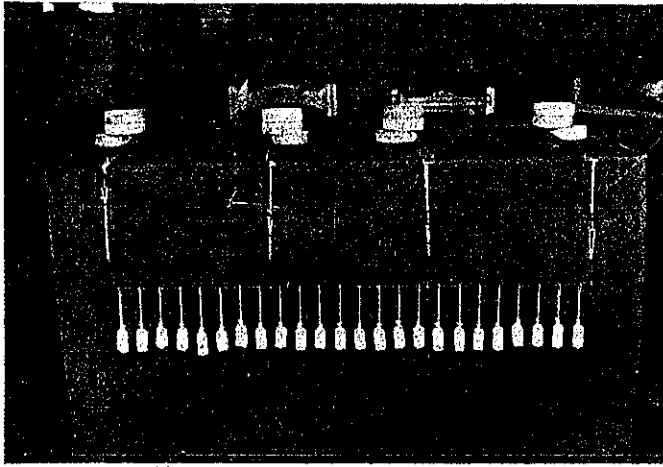
寫真第二



(土木學會誌第十二卷第四號附圖)

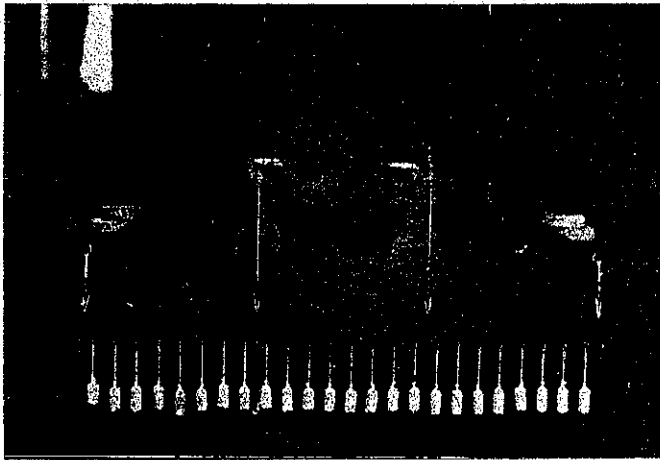
實驗(二)に於て 等布荷重と集中荷重を共に課せる場合

寫 真 第 三



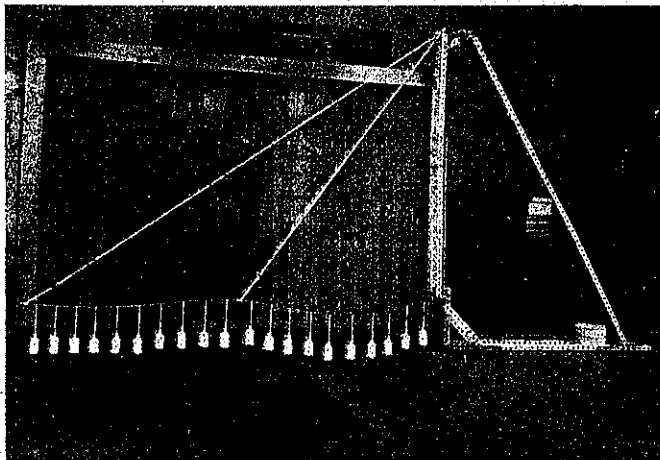
實驗(三)に於て 一支點を不動とせし場合

寫 真 第 四



實驗(四)に於て 天秤を用ひての證明

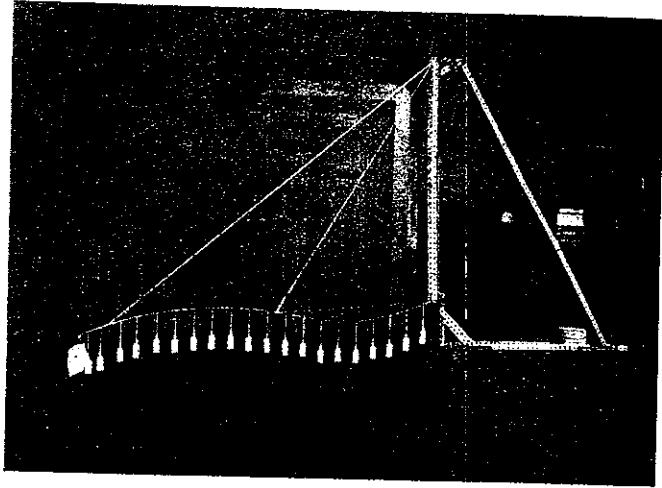
寫 真 第 五



實驗(五)の場合

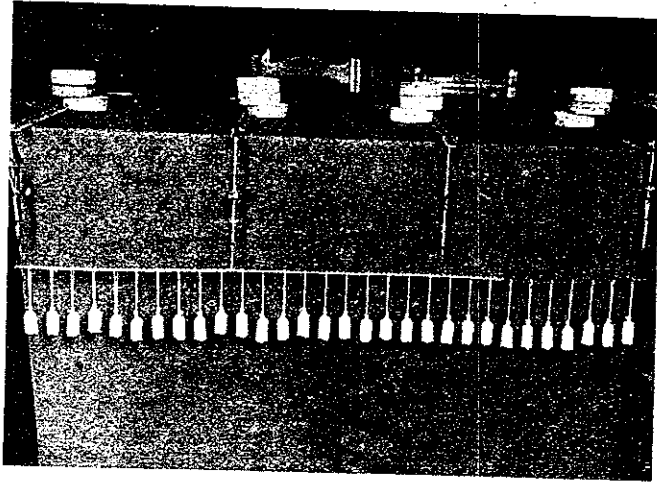
土木學會誌第十二卷第四號附録

寫 眞 第 六



實驗(六)の場合

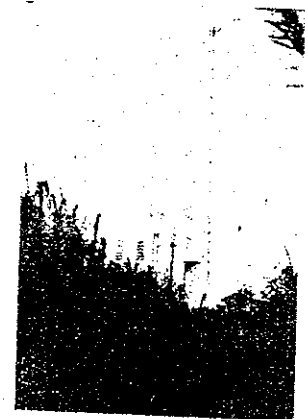
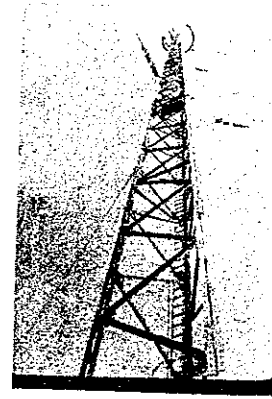
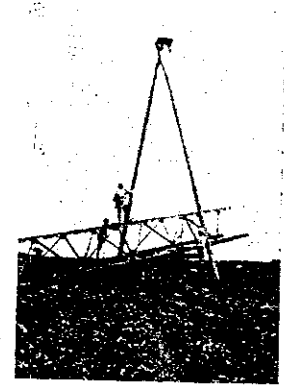
寫 眞 第 七



實驗(七) 惰率不同なる場合

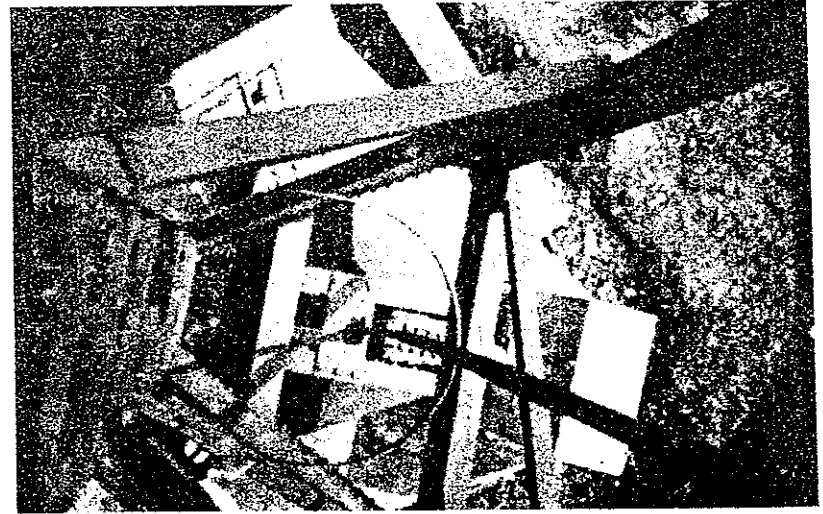
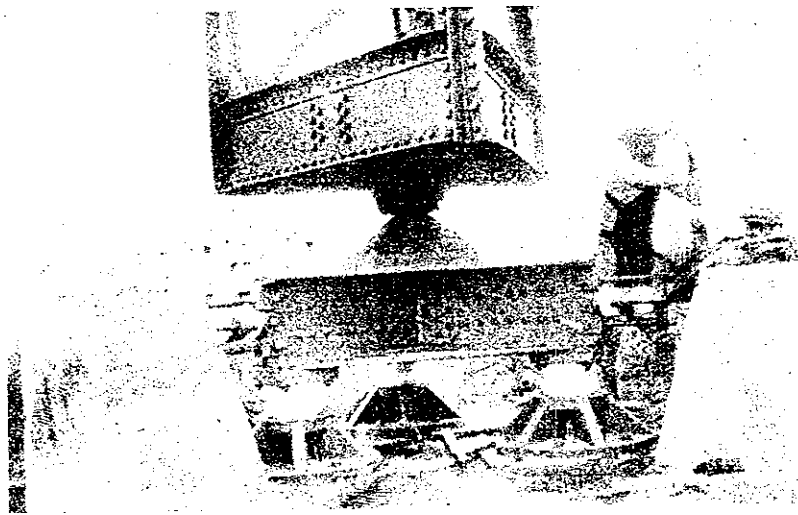
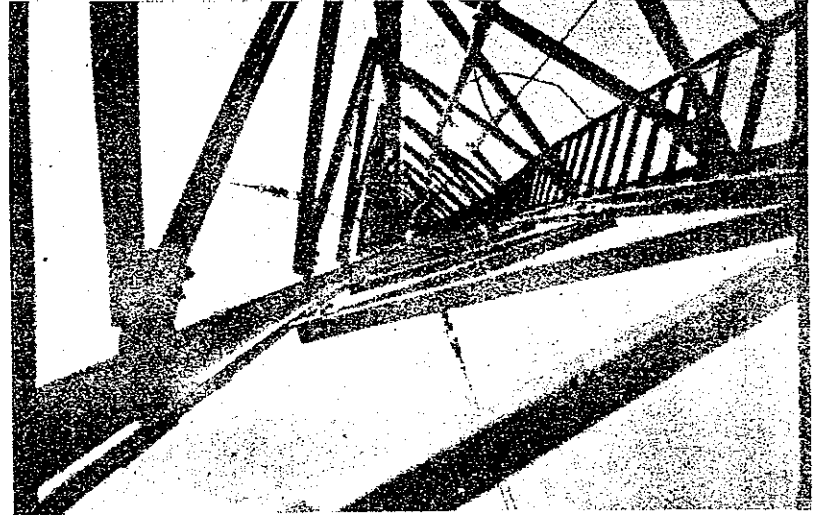
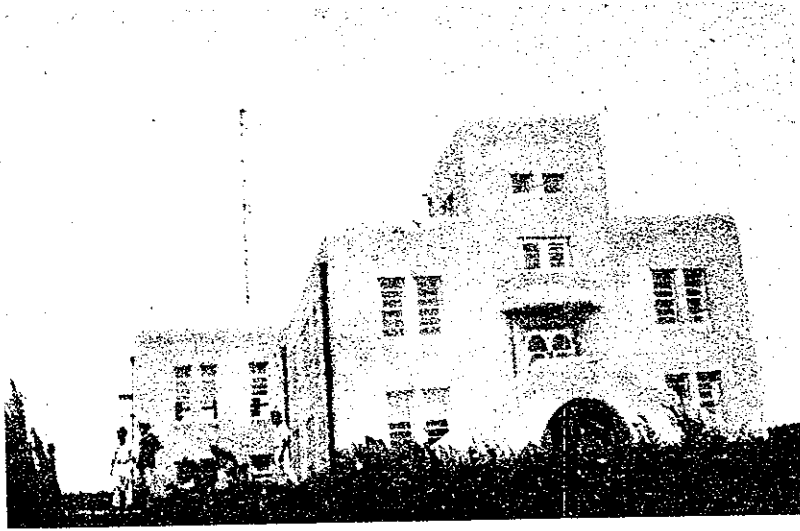
(土木學會誌第十二卷第四號附圖)

寫 眞 第 八



千葉縣檢見川無線電信柱

寫 眞 第 九



千葉縣檢見川無線電信柱