論　說　報　告

土木學會誌　第十二卷第一號　大正十五年二月

天然濾過に依る水量の算定公式

會員　工學博士　佐野藤次郎

内　容　梗　概

天然濾過水による上水道に於てその利用し得べき水量を，地下水の流速は動水勾配並に間隙斷面積に比例することを基として算定せんとすのものなり。

河川を水源とする水道に於て平時清冽なる水も一朝洪水の際著しく溷濁するは我國の常態なり，之が爲め廣大なる沈澱池を要し或は藥液を用ゆる等甚しく建設費並に營業費を增し不經濟を來たすこと多し。斯の場合其地勢を利用し堤防の內外若くは中洲に於て河流に並行する溝渠を造り，又は暗管を埋設し河床を滲透し來る水を集むるに於ては自然濾過作用のため沈澱池を要せざるのみならず，往々濾過池をも省略し得ることあり，往年著者が朝鮮羅南の軍用水道に於て此方法を採り好果を收め，近く和歌山市水道の紀の川水源に立案したることあり，是又好成績なるが如し，最近澁谷町水道も多摩川より此方法に依り集水すると聞き私かに我意を得たるを喜び廣く世に行はれんことを切望する次第なり。

然るに此方法に於ける弱點は一般地下水に於けると同じく水量の測定不確實なるにあり，從て設計者は不安なる憶測を抱き算出の基礎に迷ふ傾きあり，以下少しく其算定法に就き合理的なる公式を論ぜんとす，此種水源を考慮するに當り多少の參考ともならば著者の滿足する所なり。

計算の基く所は地下水の流速は動水勾配並に間隙斷面積に正比例すと云ふにあり（本會誌第三卷第四號拙著掘拔井の水理參照），故に一定の地層を考ふる場合は單に動水勾配に正比例すと以ふを得べし，即ち

$$v=ks \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

上式に於て v; 或地點の地下水の流速

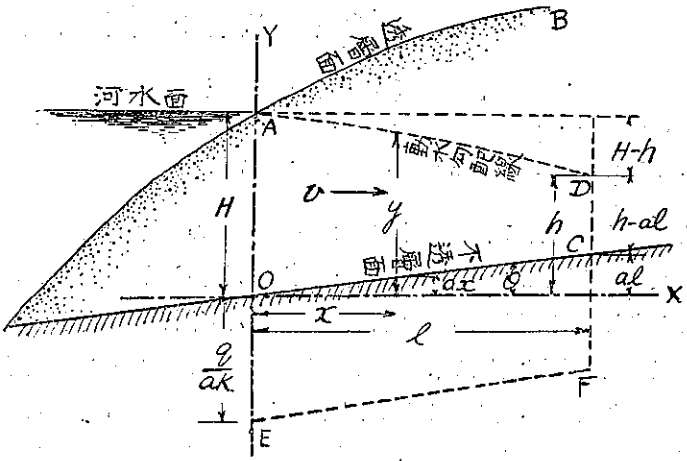
s: 同地點の動水勾配

k; 地層の性質即ち濾過層を構成する粒の大さ若くは間隙に對する係數

(1) 式は極めて簡單なれども簡單ならざるは實に k の値なり，Lembke 氏に依れば k を下の如く定めたり。

	v (米/24時)	v (尺/24時)
砂礫混交	1,146	3,782
粗大砂	342	1,129
中位砂	93	307
細　砂	18	59

上記の如く k の値は非常に變化するものなれば，設計者は周圍の狀況を考へ常識判斷するの外なし。



第　一　圖

第一圖は一般的に自然濾過作用の横斷面を表はす，即ち河水面は A を岸として AB なる堤防，若くは中洲に遮られ，又 OC なる不透層にて限らる，今 A なる河岸より l なる水平距離に於て自然濾過水を集收するものとせば透層を通過する動水勾配線は AD の如くなる可し，A 點を通過する垂直軸を Y とし其不透層を切る點 O を基點として水平軸 X を取り下の記號を用ゆ。

已知數
- q；集水路長 1 尺に付 24 時間に集水せらるゝ流量（立方尺）
- H；河岸に於ける透層の厚（尺）
- l；河岸より集水路までの水平距離（尺）
- $a=\tan\theta$；不透層の傾斜（水平より上向を ＋ とし下向を － とす）
- k；(1) 式に於ける係數

h；集水路に於ける基點上水頭（尺）

v；河岸より x 水平距離に於ける流速（尺/24 時間）

s；xy 點に於ける動水勾配

今動水勾配線 AD の形狀を求めんとするに其勾配は常に下向なるが故に

$$s=-\frac{dy}{dx}$$

なり。故に (1) 式に依り

$$v=-k\frac{dy}{dx}$$

となる，尙計算を簡單化する爲め OA 軸左側には濾過層存在せず，即ち河岸は A より垂直なりと假定す。(之に基く誤差の改定は末尾に說く)，而して濾過水の通過する面積は圖面に直角に長 1 尺を考ふれば $y-ax$ なるに依り

$$q=v\,(y-ax)=-k\frac{dy}{dx}(y-ax)$$

となる，之より

$$\frac{dx}{dy}=-\frac{k}{q}(y-ax)$$

$$\frac{dx}{dy}-\frac{ak}{q}x+\frac{k}{q}y=0$$

を得，之基準一次微分方程式にして容易に解決し得て次式となる。

$$x=Ce^{\frac{ak}{q}y}+\frac{1}{a}\left(y+\frac{q}{ak}\right)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

C は積分上の常數にして容易に求めらる，即ち $x=0$ のとき $y=H$ なるを以て

$$C=-\frac{1}{a}\left(H+\frac{q}{ak}\right)e^{-\frac{ak}{q}H}$$

之を代入し變形すれば

$$e^{\frac{H-y}{\frac{q}{ak}}}=\frac{H+\frac{q}{ak}}{y-ax+\frac{q}{ak}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

之即ち求むる所の動水勾配線の公式なり，又集水路に於ける水頭 h を求むるには (3) 式に於て $x=l$, $y=h$ とすれば

$$e^{\frac{H-h}{\frac{q}{ak}}}=\frac{H+\frac{q}{ak}}{h-al+\frac{q}{ak}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

$$\frac{H-h}{\frac{q}{ak}}\log e=\log\left(H+\frac{q}{ak}\right)-\log\left(h-al+\frac{q}{ak}\right)$$

$$H-h=2.3026\frac{q}{ak}\left\{\log\left(H+\frac{q}{ak}\right)-\log\left(h-al+\frac{q}{ak}\right)\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(5)$$

上式より h を計算するには反復試算法に依り接近するの外なし。

第一圖に於て不透層 OC の下に $\frac{q}{ak}$ の距離に並行線 EF を想像すれば上記公式の意味一層明瞭なるを知るべし。

尙最初に述べたる如く a は傾斜の上下に從ひ ± 何れかとなる，若し $-a$ のときは (4) (5) は次の如し。

$$e^{-\frac{H-h}{\frac{q}{ak}}}=\frac{H-\frac{q}{ak}}{h+al-\frac{q}{ak}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)'$$

$$-\frac{H-h}{\frac{q}{ak}}\log e=\log\left(H-\frac{q}{ak}\right)-\log\left(h+al-\frac{q}{ak}\right)$$

$$H-h=2.3026\frac{q}{ak}\left\{\log\left(h+al-\frac{q}{ak}\right)-\log\left(H-\frac{q}{ak}\right)\right\}\quad\cdots\cdots(5)'$$

且つ圖解の EF 線は不透層より上に取るを要す。

然るに $a=0$, 即ち不透層が水平なる場合には (2) 以下の公式は不解に陷るを奈何んせん，強て此公式に依らんとせば後章實例を以て算出したるが如く $a=\pm\frac{1}{1,000}$ の如く $a=0$ に近きものを用ゆれば實際差支なきが如けれども，公式の根元に溯り別の公式を求むるに如かず。

$a=0$ なれば濾過水の通過する斷面積は $y-ax$ の代りに單に y となる故に

$$q=vy=-k\frac{dy}{dx}y$$

$$dx=-\frac{k}{q}y\,dy$$

$$x=-\frac{k}{2q}y^2+C$$

$x=0$ のとき $y=H$ なるを以て

$$C=\frac{k}{2q}H^2$$

$$x=\frac{k}{2q}(H^2-y^2)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

是動水勾配線の公式なり。

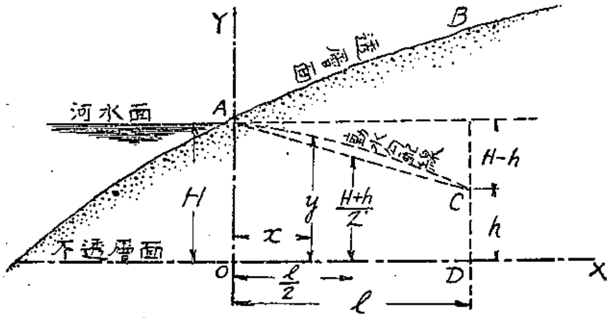
又 $x=l$ のとき $y=h$ なるを以て

$$l=\frac{k}{2q}(H^2-h^2)$$

$$q=\frac{k}{l}\quad\frac{H+h}{2}\quad(H-h)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$h=\sqrt{H^2-\frac{2lq}{k}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

此場合の圖解は第二圖の如し。



第　二　圖

例　　題

已知數	$q=300$	立方尺/24 時間/1 尺長
	$k=1{,}000$	粗大砂に對する係數
	$l=30$	尺（河岸より集水路までの距離）

$\alpha=0$ の場合 (8) 式に依り H と h との關係を見れば次表の如し。 $h=\sqrt{H^2-18}$

H	H^2-18	h	$H-h$	濾過速度 尺/24 時 河岸 $v_0=\frac{q}{H}$	集水路 $v_l=\frac{q}{h}$	備考
4.24	0	0	4.24	70.75	∞	H の最小極限
5.00	7.00	2.65	2.35	60.0	113.21	
5.50	12.25	3.50	2.00	54.54	85.71	

6.00	18.00	4.24	1.76	50.00	70.75	
6.50	24.25	4.9244	1.5756	46.16	60.92	$a \neq 0$ の場合參照
7.00	31.00	5.57	1.43	42.86	53.86	
7.50	38.25	6.18	1.32	40.00	48.54	
8.00	46.00	6.78	1.22	37.50	44.25	
8.50	54.25	7.36	1.14	35.30	40.76	
9.00	63.00	7.94	1.06	33.33	37.78	
9.50	72.25	8.50	1.00	31.58	35.29	
10.00	82.00	9.05	0.95	30.00	33.15	

次に $a \neq 0$ の場合前記已知數の外一例として $H=6.5$ と假定し (5) 又は (5)′ 式を用ひ反復試算法に依りたる結果は a の各種に對し次表の如し。

					濾過速度 河岸	尺/24 時 集水路
a	al	$H-h$	h	$h-al$	$v_0=\frac{q}{H}$	$v_l=\frac{q}{h-al}$
$\frac{1}{10}$	3.00	2.95	3.55	0.55	46.16	545.45
$\frac{1}{20}$	1.50	1.91	4.59	3.09	〃	97.09
$\frac{1}{100}$	0.30	1.62	4.88	4.58	〃	65.50
$\frac{1}{1{,}000}$	0.03	1.576	4.924	4.894	〃	61.30
0	0	15.736	4.9244	4.9244	〃	60.92 (前表より)
$\frac{-1}{1{,}000}$	−0.03	1.576	4.924	4.954	〃	60.56
$\frac{-1}{100}$	−0.30	1.53	4.97	5.27	〃	56.93
$\frac{-1}{20}$	−1.50	1.37	5.13	6.63	〃	45.25
$\frac{-1}{10}$	−3.00	1.23	5.27	8.27	〃	36.28

前 2 表の結果が示すが如く $a=\frac{\pm 1}{1{,}000}$ として公式 (5) (5)′ を用ひたると $a=0$ として公式 (8) を用ひたると事實上同一なり。

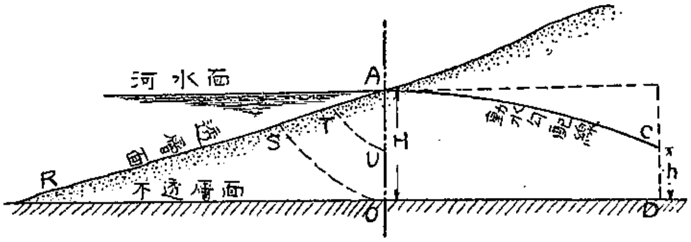
q は集水路長 1 尺に對する流量なるを以て實際所要の水量を得るには夫に相當する水路延長を供へざる可からず, 前例に於て若し 1 晝夜 300,000 立方尺の水量を得んとせば延長 1,000 尺の集水路を要するが如し。

若し水路の位置が河中洲の如く左右兩側より集水せらるゝ場合は各距離 l に應じて q を分割す可きなり。

h は集水路の位置に於ける地下水位を示すものなれば更に其集水路に注入するに要する水頭は普通の水理公式に依り算出して考慮するを要す。

集水路の構造は地勢に應じ開渠，暗溝，隧道，土管，鐵管，コンクリート管等とし何れも其周壁より容易に地下水の注入し得べきものたるを要す，又集水路の代りに其線に沿ひ等距離に多數の小鐵管を打ち込み井となし，之を地表にて連絡し喞筒機の吸込管に連續せしむるを便とすることあり。

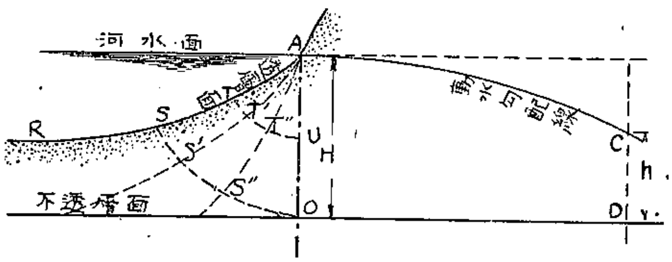
前掲公式を求むるに當て理論を簡單にするため OA 軸の左側には濾過層存在せざるもの，即ち河岸は A より垂直なりと假定したり，然れども實際に當り砂礫層にして垂直なることなく，河岸は第三圖の如く相當の勾配 $ATSR$ の如くなる可し，此場合公式を訂正する一方法として $AS=AO=H$ とせば河水は AS 面より弧形に沿ひ AO 面に向て濾過するものと



第　三　圖

想像し得ん，從て公式中 l は OD に弧形の中間距離 TU を加へたるものと見做せば妥當ならん。

次に河岸の勾配一定せず，且つ水深淺き場合第四圖の如きことあらん，此場合公式を訂正



第　四　圖

するには $AS=AS'=AS''=AO=H$ の如く想像し l は OD に中間距離 $TT'T''U$ を加へたるものとせば大差なきを得ん。（完）