論　說　報　告

土木學會誌　第十卷第三號　大正十三年六月

大地測量と平面測量との關係

會員　工學士　中　桐　春　太　郎

內　容　梗　概

先づ地球の形狀を回轉楕圓體とし大地測量により觀測すべきも其半徑は大なるを以て其一定部分は平面測量により得べきを我府縣及內務省の所謂第一期河川を以て例示し次に平面上の地點の位置を決定すべき坐標の種類及子午線集合差等を述べ坐標原點を平面測量區域の中央附近なる陸地測量部の三角點とする時其眞北及欠測塡補の原理を用ひ三角邊の方位より他の多角邊の方位を求むる方法等を說き次に水準測量に於て縱斷面上の地點の位置の決定法水準原點及基準面の種類並に水位等を述べ次に誤差を成るべく少くすべきこと及終局の誤差球過量等を更正の理により各角に配賦すべきことを述べ終りに大地及平面測量によれるものを各別に圖示せり。

大地測量は測地學を應用する測量にして平面測量は範圍狹き場合地表を平面としての測量なり而して兩者の關係は次の如し。

第一章　測量の範圍

I　地球の形　地球の形狀及大さの決定は測法中の最も困難なる題目に屬し第十七世期の末ニユウトンは物理學上より地球を極の方に扁平なる似球體とし第十八世期の始佛國學士院に於て實測上之を確め地球の形は楕圓形を其短軸の周りに回轉して生じたる極の方に扁平なる回轉楕圓體なる事を信ずるに至り其長短兩軸を含む斷面は第1圖の如し、1841年獨逸のベッセルの發表によれば地球の要素は

半長軸　$a = 6,377,397.15\,m$

半短軸　$b = 6,356,078.96\,m$

楕圓率　$P = (a-b) \div a = 0.00342773 = \dfrac{1}{299}$ にして其後米國のクラーク澳國のヘルメルト等の發表あれども種々の理由により尙一般にベッセルの計算に從ふ孰れにしても長短兩軸の差は微小にして $a=b$ とし地球を眞球と見做すも地球の小部分に於ては大なる變化なし故に普通の測定には地球を回轉楕圓體と同一の容

積を有する球と見做し其半徑を R_1 とすれば

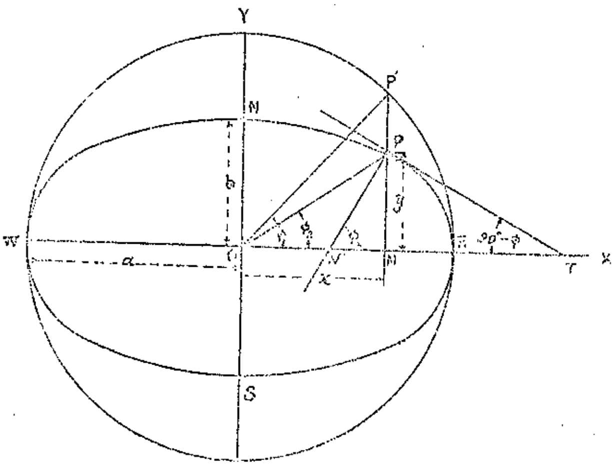
$$R_1=\sqrt[3]{aab}=6,370,283m$$

又回轉楕圓體と同一の面積を有する球と見做し其半徑を R_2 とすれば $R_2=(a+a+b)\div 3=6,370,291\,m$ にして R_1 との差は $8m$ に過ぎざるのみならず計算上の便宜より地球の平均半徑を

$$R=6,370,000\,m=6,370\,km$$

として可なり

但し m はメートル即米 km はキロメートル即ち粁の略字なり



第１圖 地球の形及其要素

地點の測定法種々あれども我陸地測量部に於ては三角點を以て地表を蔽ひて地點の位置を決定し三角測量を其精度に從ひ一等乃至四等に分ち一等三角測量に於ては地球を上記回轉楕圓體とし二等乃至三等三角測量に於ては上記平均半徑を有する球體とし四等三角測量に於ては平面とし實測計算製圖をなす。

II 定義 地球表面の起伏を削平し全く靜水面を以て圍まれたる數學上の地球を地球體と云ひ其形狀は回轉楕圓體なり第１圖に於て其表面 $NESW$ に並行なる曲線を水平線と云ひ其曲面を水平面と云ひ其一點 P に於て之れに接する直線 PT を切線と云ひ之れに直角なる直線 PN' を法線と云ひ法線中地球重力の方向を示す線を垂線と云ひ垂線を含む任意の面を垂直面と云ひ地球を眞球と見做せば垂線及垂直面は皆地球の中心 O を通過し地球を回轉楕圓體とせば短軸の中央にて長軸を含み地球に直角にして之を兩分する垂直面即ち赤道面及短軸を含み長軸に直角なる垂直面のみが地球の中心を通過し其の他の法線は一般に地心を過ぐることなし實際に於ては地表に起伏あり地殼の密度一樣ならざる故垂線は多少重力の方向よりも偏倚す之を重力偏差と云ひ角度を以て現せば此偏差は山地にては10秒乃至20秒平地にては約１秒なり而して地球の半徑は大なる故地表上小區域は之を平面と見做し得べく此場合垂線は地心を通過す而して地表の一點に於て垂線に直角な

る切線を地平線と云ひ之を含む面を地平面と云ふ故に大地測量に於ては地球の形を回轉楕圓體又は球體として水平面を考へ平面測量に於ては地球の一部を平面とし地平面を考ふ。

III 地球の弧及弦の長さ 地球を眞球とし二つの垂線が其中心に於て成す中心角を測るに角度及弧度の二つの單位あり同一の角を測るに度分秒を以てすれば之を角度と云ひ此角の挾む弧の延長を半徑にて除して現はせば之を弧度と云ふ今第2圖の如く任意の中心角の弧度を θ とし此角の挾む弧 P_1PP_2 の長さを l とし半徑を R とすれば

$$l = \theta R \quad \dots\dots \quad (1)$$

而して角度及弧度の關係を示せば四直角即ち360°の弧度は半徑を1とすれば2πなるを以て

$$1° = 2\pi \div 360 = \pi \div 180 = 0.0175\text{弧度}$$

而して $\rho°, \rho', \rho''$ を夫々度分秒にて現はしたる弧度とすれば

$$\rho° = 180 \div \pi = 57°.29577951$$

$$\rho' = 180 \times 60 \div \pi = 3{,}437''.74677$$

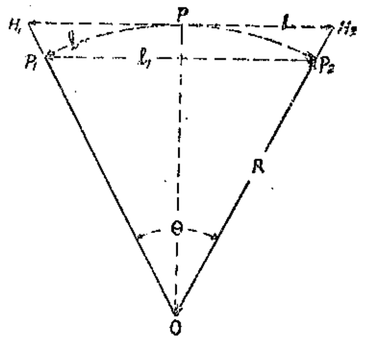
$$\rho'' = 180 \times 60 \times 60 \div \pi = 20{,}624''.806$$

故に中心角 $\angle P_1OP_2$ を角度にて現はし之を θ とすれば

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{l}{R}$$

今 θ'' を秒數とし R を6,370,000 m とすれば

$$\theta'' = 0.03238\, l$$



第2圖 中心角水平線及地平線

第2圖に於て地球を球體とすれば弧 P_1PP_2 は卽ち水平線なり今 P 點を P_1P_2 の中央とすれば $PP_1 = PP_2$ にして P 點を通し垂線たる OP 半徑に直角なる切線 H_1PH_2 は卽ち P 點に於ける地平線にして其長さを L とす P_1 點に於ける地平線の高さは水平線上 P_1H_1 なり、又直線 P_1P_2 は卽ち地球の弦にして其長さを l_1 とす、今水平線 P_1PP_2 及地平線 H_1PH_2 の正投影は共に弦 P_1P_2 に歸し地球の小區域にありては Ll 及 l_1 を同一の長と考ふるを得其の理由次の如し。

θ を弧度にて現はしたる中心角とすれば

$$l_1=P_1P_2=2R\sin\tfrac{1}{2}\theta=2R\left(\tfrac{1}{2}\theta-\frac{\theta^3}{2^3 3!}+\frac{\theta^5}{2^5 5!}-\cdots\cdots\right)$$

角の正弦は常に1より小なる故θを小なるものとし上記開展式の最初の二項のみを取れば

$$l_1=2R\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\theta^3}{48}\right)=R\theta\left(1-\frac{\theta^2}{24}\right)$$

之を(1)式に入るれば

$$l_1=l\left(1-\frac{l^2}{24R^2}\right)$$

にして此式より弧と弦との差は次の如し

$$l-l_1=\frac{l^3}{24R^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

又

$$L=2PH_1=2R\tan\frac{1}{2}\theta=2R\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta^3}{2^3\times 3}+\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$\fallingdotseq R\theta\left(1+\frac{\theta^2}{12}\right)=l\left(1+\frac{l^2}{12R^2}\right)$$

故に切線と弧卽ちP點に於ける地平線と水平線との差は

$$L-l=\frac{l^3}{12R^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

例へば $R=6{,}370{,}000,\ l=10\,km=10{,}000m$ とし之を(2)式及(3)式に入るれば
$l-l_1=0.00103\,m,\quad L-l=0.00205\,m.$

是等の差は弧P_1PP_2弦P_1P_2及切線H_1PH_2の長さに比すれば甚だ小にして三者は殆ど等しとして差支なし而して普通起る如き小區域の測量には水平線を地平線とし卽ち地表を平面と看做して著しき差なし是れ小區域は大地測量によらずして平面測量に依る所以なり。

IV　測量の範圍　宮内省御料局陸地測量部、海軍水路部、英本國の陸地測量部、印度大地測量部、北米合衆國沿海及大地測量部、佛獨等歐州大陸の陸地測量部等の事業は大地測量に依れども我陸海軍以外の各省各府縣及各法人に於ける測量は平面測量に依るを普通とす而して大地測量と平面測量との範圍界限及平面測量にありても其廣狹により精度を異にするの例は次の如し。

1 小數7位　地球を眞球とし圓の中心角が微小なるときは第2圖により

弦長$=l_1=2R\sin\tfrac{1}{2}\theta\fallingdotseq\theta R=l=$弧長

にしてチャンバー數表251頁及263頁により半徑を一とし小數7位迄取れば0°0′より0°18′迄は弦も弧も其長さ同じく

0.0052360にして(1)式及ρ'の等式により

$$\theta R=\frac{18'\times 6,370,000}{3,437.74677}=33,348.0\,m=8.49\text{里}$$

故に直徑8.49里を有する範圍の圓の面積56.64平方里迄は小數7桁を取る限りは平面測量によるも大地測量と同一の結果を得べき故大地測量の煩勞を避けて輕便なる平面測量に依るを得。

但0.0052360の最小の場合を取れば0° 15′卽ち1/4°にして直徑27,784m＝7.23里を有する地表の面積41.05平方里は平面測量に依るを得。

2 小數6位 數表同頁により小數6位を取り弦も弧も等しく0.010472なる値を有する最大の角度は0°36′なり故に

$$\theta R=\frac{36\times 6,370,000}{3,437.74677}=66,696.0\,m=16.98\text{里}$$

なるを以て此直徑を有する圓の面積226.37平方里は平面測量に依るを得。

3 小數5位 數表251頁及264頁により小數5桁を取れば弦も弧も等しく0.03083にして此値を有する最大の角度は1°46′卽106′なり故に

$$\theta R=\frac{106\times 6,370,000}{3,437.74677}=196,350.0\,m=50.0\text{里}$$

なるを以て此直徑を有する圓の面積1,963.70平方里は平面測量によることを得

4 例1 府縣 我邦各府縣の面積及最長は次表の如し

府縣名	面積(方里)	最長(里)	府縣名	面積(方里)	最長(里)	府縣名	面積(方里)	最長(里)
東京	138.23	23.1	奈良	241.85	25.9	山形	603.38	39.3
香川	119.65	20.0	京都	295.56	37.3	三重	369.70	44.9
秋田	760.17	47.2	愛媛	369.50	41.4	大阪	115.48	22.0
愛知	326.76	26.9	福井	260.55	34.6	高知	459.56	43.7
神奈川	155.39	20.5	靜岡	499.45	39.1	石川	272.15	43.1
福岡	319.14	30.0	兵庫	546.38	34.7	山梨	288.83	21.5
富山	276.04	26.5	大分	403.74	30.0	長崎	266.89	26.0
滋賀	261.33	25.4	鳥取	226.94	32.2	佐賀	158.43	18.3
新潟	816.58	66.2	岐阜	678.34	42.3	島根	429.09	48.3
熊本	481.89	33.8	埼玉	246.61	28.5	長野	879.01	55.4
岡山	455.07	29.0	宮崎	501.73	41.5	群馬	409.46	30.8
宮城	472.45	42.8	廣島	547.71	34.2	鹿兒島	591.51	33.0

千　葉	329.29	34.6	福　島	889.57	46.3	山　口	394.64	31.4
沖　繩	143.98	21.6	茨　城	395.51	35.3	岩　手	987.80	48.6
和歌山	306.85	29.7	栃　木	418.10	27.7	青　森	624.43	40.7
德　島	268.12	24.5						

上表の如きを以て小數7位を取る時は各府縣皆大地測量に依らざるべからず故に最小面積を有する大阪府も陸地測量部に於ては大地測量を施行す、然るに小數6位を取る時は長さを例外とし面積に於ては東京大阪神奈川香川佐賀及沖繩の6府縣は平面測量に依るを得べし、又小數5位を取る時は面積に於ては全府縣長さに於ては新潟長野二縣を除き其の他の各府縣は悉く平面測量に依るを得べし。

5　例 2　河川　內務省の所謂第一期河川に關しては次表の如し

河川名	流域平地面積(方里)	舟路延長(里)	河川名	流域平地面積(方里)	舟路延長(里)	河川名	流域平地面積(方里)	舟路延長(里)
利　根	602.30	176.3	吉　野	30.88	60.4	雄　物	94.10	58.3
神　通	28.70	14.0	信　濃	258.10	140.7	庄	21.70	50.6
荒	101.28	67.9	岩　木	41.97	25.1	木　曾	134.70	113.5
高　梁	23.07	40.8	阿賀野	98.40	88.6	加　古	21.98	19.6
淀	182.91	89.6	遠　賀	19.42	45.0	富　士	39.39	23.0
綠	26.65	24.4	九頭龍	30.66	46.1	北　上	116.94	91.8
最　上	40.81	87.8	斐　伊	30.24	38.6			

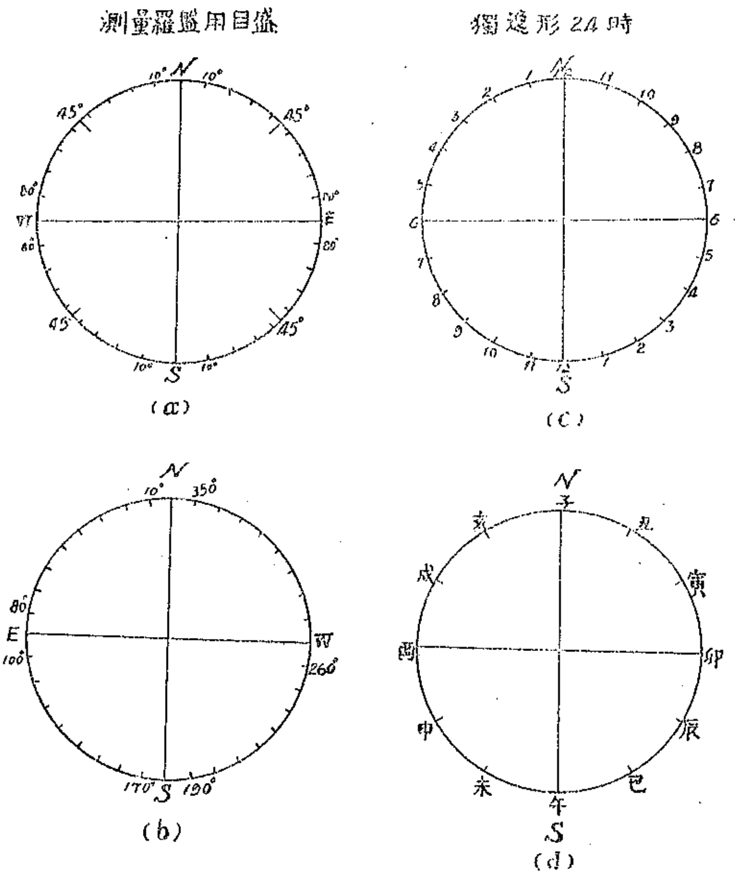
故に小數7位を取る時は流域平地面積に於ては利根、信濃、木曾、淀、北上、雄物、荒、阿賀野の8河川は大地測量に依るべく其の他の河川は皆平面測量に依るを得而して舟路延長に於ては皆大地測量に依らざる可からず小數6位を取れば流域平地面積に於ては利根、信濃の2川を除く外木曾以下18河川は平面測量に依るを得べく舟路延長に於ては神通川の外皆大地測量に依る可し而して小數5位を取れば流域平地面積に於ては全河川皆平面測量に依るを得べく舟路延長に於ては九頭龍、高梁、遠賀、富士、神通、岩木、加古、綠、斐伊の9河川は平面測量に依るべく其の他は皆大地測量に依るべし然れども是等河川の改修部分の流域及舟路は頗る小なるを以て大正10年12月內務省令第29號河川臺帳に關する細則には河川の測量は皆平面測量に依ることを規定せり。

6　例 3　地形圖　我陸地測量部三角科に於ては四等三角測量を除く外皆大地測量に依るも地形科に於ては皆平面測量に依る同部縮尺 1/25,000 地形圖に於ては一切圖の面積は測地便覽附表第25頁及26頁により北緯21°,35°,50° に於て夫々7.77方里、6.83方里、5.37方里にして且一切圖は四平板測圖より成るを以て其の他の縮

尺の地形圖も精度小數7位以上なり但1/200,000帝國圖は精度小數5位とす。

第二章　方位偏差及集合差

I 磁北　普通の考へを以てすれば日の出づる方向を東なる方位と命名し人が東に面して立つとき左手右手及背後の方向を夫々北南及西の方位とするも羅盤測法に於ける方位は鋼製にして附磁せる磁針により之を示し磁針は鐵分其他の影響を受けざれば常に不動なる一定の方向を指し其裝飾を加へ若くは黑染せる方向を北とし之を磁北と云ひ N なる略字を以て之を現はし其反方向を南とし S を以て示し北に面して右手に當り南北の中央なる方向を東とし E を以て示し其反方向を西とし W にて示す磁針を入るゝに羅圈なる圓筐を以てし普通第3圖 (a) の如く

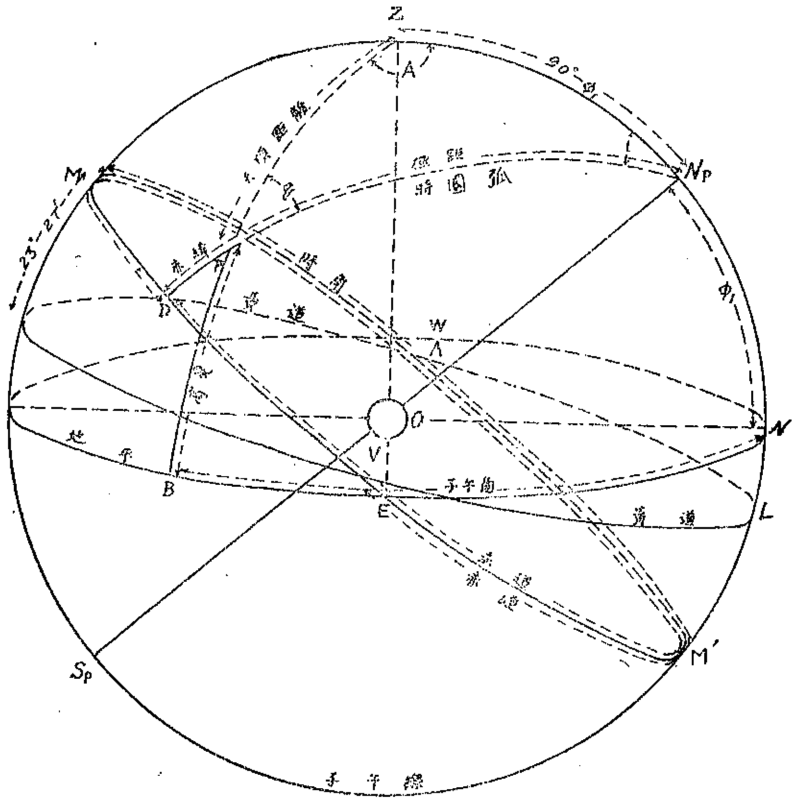


第3圖　方位及羅圈

之に $NSEW$ なる四方位及南北線より双方に分度し0°に起り90°に終る又(b)の如く羅圏の全周を 360° に分ち之を左方に向ひて刻し E と W とを實地と反對にしたるものあり是れ實際の測量に於ては磁針は常に北を指して動かざるに反して測進中一點の方向を指さしむるには常に N を前頭にあらしめ羅圏を回轉して羅圏にて磁針の北端の指す方向を讀定する故反對に分刻し E と W とを反對に記せば其讀數は直ちに實地及地圖の方位に一致すればなり又獨逸にては地球が360°の角距離を一自轉するに24時間を費やすの理により (c) 圖の如く N 及 S より左方に各12時を刻し東洋にては (d) 圖の如く NS 線を子午線とし N 即ち子方位より右方に12方位を刻せり磁針の南北線及地球の回轉軸を含む面を磁氣子午面と云ひ其の地表と交はる大圓を磁氣子午線と云ふ。

II 眞北 地球の回轉軸の北端を眞北と云ひ之を示すに次の二法あり

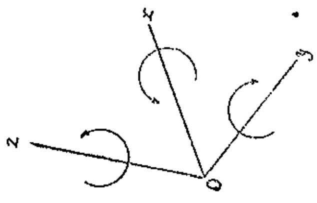
1 **眞北測定** 地表の觀測者が第4圖の如く O にあるときは天體は皆一樣に O



第4圖 天球及眞北

を中心とし無限大の直徑を有する球面内にある如く見ゆ此球を天球と云ふ O の眞上にありて0よりの垂線が天球を貫く點 Z を天頂と云ふ、Oz に直角にして O 及地心を通過する大圓を地心地平と云ひ地球の廻轉軸卽ち地軸を延長して天體を N_p 點及 S_p 點にて切れば磁針方位に應じ夫々天球の北極及南極となり此兩極を結ぶ線を天軸と云ふ故に天軸は地軸と一致し其北極の方向を眞北と云ふ天軸に直角にして地球の中心を通過する大圓の面を赤道面と云ひ此面が天球又は地表面と交はる線を天球又は地球の赤道と云ふ赤道に直角にして天軸を含む大圓を時圈又は赤緯圈と云ふ太陽が運行して1年間に畫く所の軌道たる大圓を黃道と云ひ天球の赤道に對し23°27′08.″26の角度をなし從つて地軸は太陽の軌道と約23°27′の角をなす北半球に於ける赤道と黃道との交點 V を春分點と云ひ其反對の點を秋分點と云ふ夏至及冬至は夫々此兩點間の中央にして赤道上に在りて天頂と兩極とを含む大圓の面を觀測者の子午面と云ひ此子午面と地心地平の面との交線を眞子午線と云ふ第4圖の NS 線是なり天軸を地心地平の面卽ち地表たる水平面に投射すれば卽ち NS と一致す故に眞北は北極星の如き恒星又は太陽の如き天體の位置より地軸の方向を求むることにより觀測者の地點 O を通過する子午線を決定することを得其北極 N の方向は卽ち眞北なり眞北の測定法は別に之を述ぶることゝす。

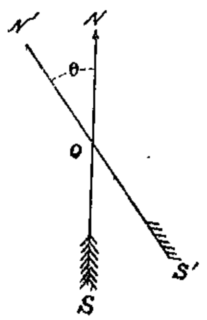
2 眞北指示 明治43年4月天文月報に中野理學士の方位の測定に一新機軸を示せる獨樂羅針儀なる論文あり環動輪の原理を應用し磁針をして眞北を指示せしむる方法なり今一の環動輪が水平軸の周りに回轉しつゝある間に此軸に直角なる第二の水平軸の周りに一つの偶力が働らくときは其の環動輪は垂直軸の周りに徐々に回轉す例へば第5圖に於て環動輪は Ox なる水平軸に就て右廻りに而して外偶力は Ox と直角なる Oy なる他の水平軸に就て右廻りをなせば環動輪は遂に垂直軸 Oz に於て徐々に右廻りをなす、環動輪が其軸を常に水平に保持し東西方向に回轉する如く構造せられ同時に地球は之を載せて西より東へ自轉しつゝある故自轉力は偶力となり環動輪に働きて環動輪をして垂直軸に就て徐々に回轉せしめ其軸が子午面と合致するに至りて始めて止むべく此子午線の方向は地球の重力と自轉運動とが環動輪の軸に何等の外偶力



第5圖 環動輪の回轉

を與へざる唯一の方向にして環動輪の軸は眞南北を生ず環動羅盤即ち獨樂羅針儀は此理を實現したるものなり其構造は別に之を述ぶることゝす。

III 偏差 精密なる調査に依れば磁極は地極と一致せず磁氣子午線と眞子午線は同一ならずして第6圖の如く磁北 ON' は眞北 ON よりも多少偏倚し眞子午線と磁氣子午線との間の地平角 θ を磁針偏差と云ふ偏差の値は地表上所々により異同ありて偏差の相等しき地點を結合する線を等偏線と云ふ偏差は又一箇所に於ても絕へず變化しつゝあり之を偏差の變化と云ふ變化の現象の最も著しく且不規則なるは太陽の黑點及北極光に原因する磁嵐なり變化には又年差及月不等の如き稍規則正しきものあれども其値小にして實測に著しき差を生せず、磁北は一日の間にても又變化し午前8時頃最も東に偏し漸次變移して午後1時半頃最も西に達す此1日中の變化を日差と云ひ日差の振幅も時と所とにより同じからずして約 $5'$ 乃至 $10'$ なる故平面測量に於ては之を省略することを得れども大地測量にて磁針を用ゆる場合あらば之を省略するを得ず、磁北は年々東又は西へ移動しつゝあり此變化を週差と云ひ其1年の變化の値を年差と云ふ佛國巴里に於ける偏差が16世期の末より凡そ230年の周期を以て $9°07'\,E$ より $22°\,06'\,W$ の間に動き今は漸次東に復歸しつゝあり我邦に於ては1895年即ち明治27年田中館博士が地球磁氣の測定をなし偏差の式を得しが海軍水路部は之に倣ひ1913年即ち大正2年の實測により偏差 δ 度及週差 $d\delta$ 分を最小自乘法を用ひて算出し次の式を得て東經130° 即ち九州西端以東に適用して等偏線の圖を作れり、其後1923年即ち大正12年磁力測定の結果を出版せんとせしに同年9月1日の震火災に罹りて果さず。



第6圖 磁針偏差

$$\left.\begin{aligned} \delta &= +5°\ 14.'62 - 1.'124\,\Delta\lambda + 17.'709\,\Delta\varphi - 0.'625\,\Delta\lambda^2 \\ &\quad -0.'099\,\Delta\lambda\Delta\varphi - 0.'054\,\Delta\varphi^2\ W \\ \frac{d\delta}{dt} &= +1.'68 + 0.'052\,\Delta\lambda + 0.'103\,\Delta\varphi + 0'0045\,\Delta\lambda^2 \\ &\quad +0.'0078\,\Delta\lambda\Delta\varphi - 0.'0090\,\Delta\varphi^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (4)$$

上の式に於て $\Delta\lambda=\lambda-135°$, $\Delta\varphi=\varphi-35°$, $t=$ 時 にして經度を λ とし緯度を φ とす而して水路部の用ゆる經緯度は大正7年9月文部省告示號外による東京市麻布區狸穴町天文臺の位置にして其東經及北緯は次の如し。

$$\lambda = 139°44'\,41''\,E, \qquad \varphi = 35°\,39'\,16''\,N$$

例 東京に於ける大正11年1月1日の偏差を求む。

天文臺にては $\Delta\lambda = 139°44'41'' - 135° = 4.°745,\quad \Delta\varphi = 35°39'16'' - 35° = 0.°694$

$\Delta\lambda^2 = 22.'515,\quad \Delta\lambda\Delta\varphi = 3.'737 \quad \Delta\varphi^2 = 0.'482$ 故に(4)より

$$\delta° = +5°\,14.'62 - 5.'333 + 12.'293 - 14.'072 - 0.'370 - 0.'026 = 5°\,07.'11$$

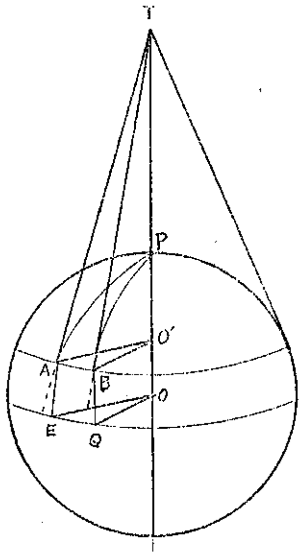
$$\frac{d\delta}{dt} = +1.'68 + 0.'242 + 0.'071 + 0.'101 + 0.'029 - 0.'004 = 2.'12$$

故に大正11年1月1日卽ち1922年の偏差は

$$\delta = \delta° + d\delta/dt \times (1922 - 1913) = 5°07.'11 + 2.'12 \times 9 = 5°26.'19\ W$$

週差は長期に亙る現象なる故本年測りたる一線の方位と幾年前に於ける同一線の實測の方位とを異にすることあり前後兩測量の積度同一なれば此差は卽ち此期間に於ける偏差の變化を示す、此の如く磁針には偏差及偏差の變化あり故に測量の方位は磁北よりも眞北を可とし眞北を知れば其時其地の偏差を知ることを得べし故に地圖には第6圖の如き眞北磁北の二方位を示す大正8年內務省土木局河川測量規定第四章第三條に圖面には縮尺磁北眞北等を記入すべしとあり然れども切圖には陸地測量部と省府縣とを問はず皆眞北を上とせるのみにて磁北を示さず故に大正10年內務省令第二十九號第六條に河川平面圖には眞南北を經とせる經緯線を記入すべしとあり。

IV 集合差 北又は南は點にして北方又は南方は線なり故に眞北の方向は各地相異れども皆北極の一點に集合す子午線を異にする二地點間の眞北の差を角度にて現はし水路部は之を子午線集合差と云ひ陸地測量部は子午線輻輳角と云ひ其成果表に於ては一度方向に對し眞北と稱せり此角が此一定方向の右或は左にあるに應じ夫々眞北に正負の別あり、今第7圖に於て AB を緯度の弧たる一測線とし EQ を子午線 AE 及 BQ にて夾める赤道の弧とし AT 及 BT を A と B とに於ける子午線の切線を延長して天軸 T に會したるものとし地表に於ける其投影を AN 及 BN とし EQ



第7圖 集 合 差

赤道の中心を O とし AB を含む小圓の中心を O' とし圖の如く EO, QO, AO', BO', 及 BO 線を引けば $\angle ATB$ は卽ち集合差にして$\angle AO'B$ は A 及 B 點の經度差なり今(1)式により扇形 $AO'B$ 及 ATB に於て $AB=BO'\times\angle AO'B=BT\times\angle ATB$ 然るに

$\triangle BTO'$ に於て $BO'=BT\sin BTO'=BT\sin BOQ$ 何となれば B 點の緯度として $\angle BOQ=\angle BTO=\angle BTO'$ なればなり。

$$\therefore \angle ATB=\frac{AB}{BT}=\frac{AB\sin BOQ}{BO'}=\frac{BO'\times\angle AO'B\sin BOQ}{BO'}=\angle AO'B\sin BOQ$$

卽ち集合差は緯度の正弦に經度差を乘じたるものにして集合差を θ, 緯度を φ, 經度差を $\lambda_0-\lambda$ とすれば

$$\theta=(\lambda_0-\lambda)\sin\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

例　陸地測量部の東部縱橫線に對する其牟禮二等三角點の集合差を求む。

陸地測量部武藏國成果總覽 166 頁によれば其所謂東部縱橫線の縱線たる眞子午線なる一定方向に對する二等三角點牟禮の眞北卽ち集合差は $\theta=+5'\,32.''4$にして其の點の經緯度は

$\lambda=139°35'\,0.''2596$　$\varphi=35°\,41'12''.1947$ なり而して麻布天文臺の小子午儀の中心を通ずる經度は $\lambda_0=139°44'30''.0970$ なり　故に

$$\theta=(139°44'30.''0970-139°\;35'\,00''.2596)\sin 35°\,41'12.''1947$$
$$=+9'\;29''.8374\times0.5833530=+5'\;32''.4$$

大地測量に於ては此の集合差を算出すべきも平面測量に於ては之を考へに入れずして AB 二點は同じく北なる一點を指し且つ其方向を同じくし子午線は互に平行なるものとす。

第三章　坐　　　標

實測及製圖の便宜より一の地點の位置を定むるに座標を用ひ其原點として任意の點を選み此原點より其點への距離方向及高低を測定すべきものにして大地測量にては球坐標を平面測量にては平面坐標を用ふ、坐標の種類は次の如し。

I　天文坐標　第4圖に示す如く天球上の一の星 P の天球上に於ける位置を示すには球坐標を用ゆ此坐標に二種の系統あり卽ち次の如し。

1　地平系　此坐標系にては基本圓とし地平圏及之に直角なる垂直圏と稱する

大圓を用ひ其交點を原點とし一點の位置は其高度及子午角を以て之を表す一點 P の高度とは此點を通ずる垂直圈の弧に沿ひ地平圈より其の點迄測りたる角距離にして地球の場合には北極の緯度に等し、又一點 P の子午角とは子午圈と此垂直圈とにて夾まれたる地平圈の弧にして天文學に於ては普通 S なる南極より右方卽ち時針の方向に西方に測れども測量學にては北極より右方に東方に測るものとす高度の餘角を天頂距離と云ふ故に天頂距離を一に餘高度と云ふ赤道が子午線と交はる點 M の天頂距離 MZ 及北極 N_p の高度 N_pN は共に其の地の緯度に等し。

2 赤道系 此坐標系に於ける基本圓は赤道及之れに直角なる時圈と名くる大圓にして其坐標に二種あり甲は赤緯及赤經乙は赤緯及時角なり一點 P の赤緯とは赤道より北方に取りたる時圈の弧の角距離にして赤緯が北或は南なるに應じ夫々正負の別あり一點 P の赤經とは此點を通ずる時圈と春分點 V との間の赤道の弧の角距離にして0°乃至360°卽ち0時乃至24時として春分點より東方に向ひて算定す赤經は卽ち地球の經度に相當す一點 P の時角とは子午圈と此點を通ずる時圈とに夾まれたる赤道の弧の角距離にして子午圈より西方に0°乃至360°卽ち0時乃至24時として示す一點 P の變位角とは時圈卽ち赤緯圈と此點を通ずる垂直圈との間の角にして第4圖に於て球面三角形 ZPN_p を天文三角と云ひ $\angle ZN_pP \equiv t$ は時角、$\angle ZPN_p \equiv q$ は變位角、$\angle N_pZP \equiv A$ は子午角なり時圈に沿ひ P 點より北方に測りたる N_p 點迄の角距離を北極距離と云ひ北赤緯の餘角なる故之を一に餘赤緯と云ふ今 Z を天頂距離、δ を赤緯、ϕ_1 を天文緯度とすれば

$$Z=\phi_1-\delta \qquad (6)$$

緯度に三種あり一點 P の天文緯度とは天球の無線が赤道面となす角にして第1圖の ϕ_1 是なり陸地測量部にては之を化成緯度と云ふ地心緯度とは此地點 P を地心に結ぶ動徑 PO なる線が赤道面となす角にして天文緯度の如く直接觀測をなし得ざるも視差の計算に於て大地測量にては天文緯度を更正するに用ひ第1圖の ϕ_2 是なり地學緯度卽ち普通に所謂緯度とは地圖製作に用ひ垂線偏差卽ち垂線の外れを更正したる天文緯度にして第1圖の ϕ 是なり、此三種の緯度の關係を述べんに第1圖に於て半徑 a を以て一の圓を畫き其圓周上の一點 P' より OX に垂線 $P'M$ を引きて $P'M$ を $a:b$ なる比に分つべき P 點の軌跡は楕圓なり如何となれば $\angle P'OM=\phi_1$ とするときは $x=OM=a\cos\phi_1$, $P'M=a\sin\phi_1$ にして $PM=y$ とせば $a:b=P'M:PM=a\sin\phi_1:y$ $\therefore y=b\sin\phi_1$ 而して x 及 y の式より ϕ_1 を消去すれば $x^2/a^2+y^2/b^2=1$

なる楕圓式を得ん P の坐標は

$$x=a\cos\phi_1,\quad y=b\sin\phi_1 \quad \dots\dots\dots (7)$$

にて現はし得べし又 P に法線を引き OX と交はる角を ϕ とすれば P に於ける切線の等式は

$$\frac{x}{a}\cos\phi_1+\frac{y}{a}\sin\phi_1=1 \quad 卽ち y=\frac{-xb}{a}\cot\phi_1+\frac{b}{\sin\phi_1}$$

にして x の係數は切線の角係數なる故に

$$\tan(90=\phi)=\cot\phi=-\frac{b}{a}\cot\phi \qquad \therefore \frac{b}{a}\cot\phi_1=-\cot\phi$$

是れ ϕ_1 と ϕ との關係式にして P の坐標を ϕ の函數にて現はさんとせば前式より

$$-\frac{\cos\phi_1}{\sin\phi_1}=\frac{a\cos\phi}{b\sin\phi}$$

(7)式より $\sin\phi_1={}^{y}\!/_{b}$ $\cos\phi_1={}^{x}\!/_{a}$ を前式に入れ且つ 1 を加ふるときは

$$\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)\Big/\frac{y^2}{b^2}=\frac{b^2}{y^2}=\frac{a^2\cos^2\phi+b^2\sin^2\phi}{b^2\sin^2\phi}$$

$$\left.\begin{aligned}\therefore y&=\frac{b^2\sin\phi}{\sqrt{b^2\sin^2\phi+a^2\cos^2\phi}}=\frac{a(1-e^2)\sin\phi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\phi}}\\ \therefore x&=\frac{a^2\cos\phi}{\sqrt{b^2\sin^2\phi+a^2\cos^2\phi}}=\frac{a\cos\phi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\phi}}\end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

但し e は楕圓の偏心率にして

$$e=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}$$

又 OP を結び OX となす角を ϕ_2 とし OP を R とするときは

$R^2=x^2+y^2$ にして P の坐標は

$$x=R\cos\phi_2,\ y=R\sin\phi_2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

等式(7),(8),(9)により ϕ,ϕ_1 と ϕ_2 との關係を求め得べし今第 1 圖の楕圓を子午線に沿ひて切りたる地球の斷面とすれば OX は赤道に OY は地軸に相當すべし。

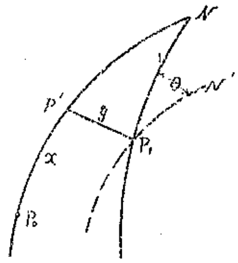
II 觀測者の球坐標 此坐標系に次の三種あり。

1 地學上の坐標 赤道坐標の赤緯及赤經は觀測者の地位には無關係なるも地平坐標の高度及子午角は之に關係あり是れ觀測者の位置により天頂を異にすればなり觀測者の地學上の位置卽ち地表の位置は緯度及經度を以て之を定む觀測者の

緯度とは其天頂より南或は北に測りたる赤道弧の角距離即ち赤道より子午線上其點迄の角距離又は之に相當する中心角にして赤道を0°とし極を 90° とし其北緯又は南緯なるに應じ正負の別を附す觀測者の經度とは本初子午線たる英國綠威天文臺の大子午儀の中心を通過する子午線と觀測者の子午線との間に夾まれたる赤道弧の角距離又は之に相當する中心角にして0°乃至180°或は特別に０時乃至12時として綠威より東に測りたるを東經と云ひ西に測りたるを西經と云ふ、緯度及經度は緯線及經線を以て測る緯線とは地軸に直角にして赤道に並行なる小圓が地表と交はる線を云ひ其圏を並行圏と稱し其面を並行面と云ふ經線とは子午線を現はす大圓にして其圏を子午圏と云ひ其面を子午面と云ふ緯線と經線との交點は即ち其地點の地球上の位置を示す。

２　球面極坐標　觀測者の地點より已知點たる原點に至る距離及一定方向よりの子午角は此極坐標に屬し距離は半徑を１としたる地球上の大圓の弧長にして子午角は通常眞北より右方に東に向ひ360 迄算す。

３　球面正坐標　此坐標は極坐標により實測したる距離を計算により互ひに直角なる二成分に分つものにして陸地測量部に於て之を球面直角縱橫線と云ひ坐標軸の交點たる原點より觀測者の地點に至る橫軸即ち橫線x及縱軸即ち縱線yにして第８圖に於てP_0を原點としP_0Nを原點の通過する子午線とすればP_1點の位置は$P_0P'=x$及$P'P=y$を以て示すを得但P_1PはP_1點より子午線P_0Nに直角に引ける大圓の弧なりP_1點より原子午線P_0Nに平行にP_1Nなる小圓を引けば此小圓とP_1Nなる子午線との交角θは即ち子午線集合差にして陸地測量部にて之を子午線幅輳角と云ひ成果總覽に眞北と記せるもの是なり、此種の坐標原點は測量及製圖の便宜上二個以上を用ゆることあり陸地測量部に於ける原點は次表の如し。



第８圖　球面正坐標

陸地測量部縱橫線原點の位置

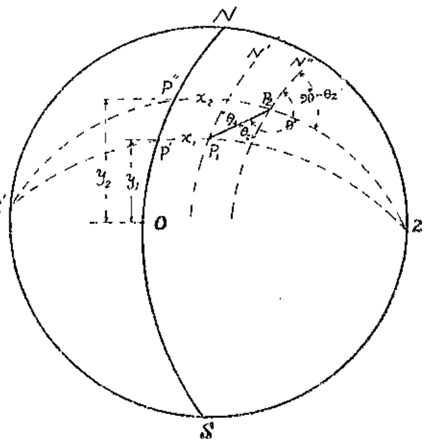
原點名稱	經(λ)緯(φ)度	備考
東部	$\phi = 36°03'34.''9523$ $\lambda = 139°44'40.''5020$	東京天文臺大子午儀の中心を通過する子午線を橫軸とし東經135°より145°迄の計算に用ゆ
西部	$\phi = 36°03'3.''9523$ $\lambda = 132°04'42.''9196$	廣島縣安藝國冠山一等三角點を通過する子午線を橫軸とし其縱線は東西兩部共に同緯度を假想す東經126°より135°迄の計算に用ゆ

北　　部	$\phi = 45°00'0.''0000$ $\lambda = 142°15'17.''2035$	北海道石狩國夕張山一等三角點を通過する子午線を以て横軸とし北海道及樺太の計算に用ゆ
南　　部	$\phi = 23°58'32.''3400$ $\lambda = 120°58'25.''9750$	臺灣南投廳虎仔山一等三角點を通過する子午線を以て横軸とし臺灣の計算に用ゆ

但し上の表は測地便覽73頁より寫取したるものにして陸地測量部に於ては正坐標に於て子午線を横軸とせるに前に說明したる所は之を縱軸とせる故其 xy は同部にては yx となる又東京天文臺の位置は同部にて最初小子午儀の中心を通過する子午線を用ひ $\phi=35°39'17.''514$ $\lambda=139°44'30.''0970$ とし其成果總覽及地形圖を作りし故前の例題にて二等三角點牟禮の眞北を成果總覽により算出せしが後天文臺に於て大子午儀を設置するに及び其中心を通過する子午線を用ゆるに至り ϕ は前と同じきも $\lambda=139°44'40.''502$ とし地形圖及帝國圖に其更正數を記載せり、而して此數値も海軍水路部に於て用ふる大正7年文部省告示號外の値より異れり蓋し其位置を少しく異にせる爲ならん。

球面正坐標に基づく計算は19世紀の始ゾルドネルが南獨逸の大地測量に用ひたるものにして現時も地籍の測量には尙此法を襲用す依て此球面正坐標をゾルドネル坐標と云ふ。

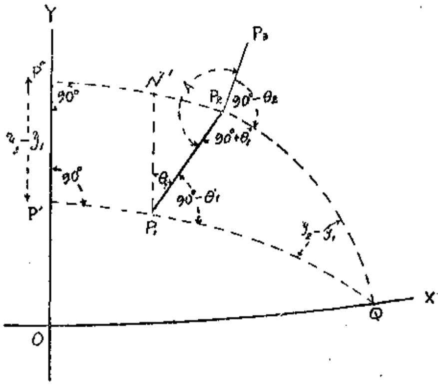
1° ゾルドネル坐標　第9圖 (a) に於て NOS を主子午線とし同線上 O を坐標原點とし任意の地點 P_1 の球面縱横距をゾルドネル坐標により求むるには P_1を通過して主子午線 ON に直角なる大圓 $QP_1P''Q'$ を畫くときは P'' は ON 上に於ける P_1P'' の投影による趾點にして $x_1=P_1P''=P_1$ の横距, $y_1=OP''=P_1$ の縱距なり之と同樣に他の一點 P_2 より主子午線に直角なる大圓 $QP_2P'''Q'$ を畫くときは $x_2=P_2P'''=P_2$ の横距, $y_2=OP'''=P_2$ の縱距にして横線は原點より東方を縱線は北方を正とし西方及南方を負とす一點の位置を決定するに其縱横距を以てする外尙其子午角を以てす卽ち P_1 に於て大圓 P_1P_2 の子午角 θ_1 はP_1 點より主子午線と並行なる小圓の弧P_1N' が大圓 P_1P_2 となせる角なり而して子午角は北方より右に東方に算するものを



第9圖 (a) ゾルドネル坐標

正とし其反對の方向に算するものを負とす又 P_2 に於ける大圓 P_2P_1 の子午角 θ' は同點より主子午線に平行なる小圓の弧 P_2N'' が P_2P_1 となす角にして θ_1 に集合差を加へ之に180°を加減したるものに等し又 θ_2 を P_1P_2 邊の次の邊の子午角とすれば $\theta_1-\theta_2$ が子午線集合差なり。

2° 縱横距及子午角　P_1 點の縱横距 y_1x_1 と P_1 より P_2 に至る水平距離 l 及 P に於ける子午角 θ_1 を已知して P_2 點の縱横距 y_2x_2 及 P_2 に於ける P_2P_1 の子午角 θ' 若くは其子午線集合差 $\theta_1-\theta_2$ を求めんとす第9圖 (b) は同圖 (a) の一部を擴大して示せるものにして P_1 より OY に並行して P_1N' を引けば $P_2N'=x_2-x_1=\varDelta x$, $P'P''=y_2y_1=\varDelta y$, 球面角 $P_2P_1N'=\theta_1$, $QP_1=\frac{\pi}{2}-x_1$, $QP_2=\frac{\pi}{2}-x_2$ 又 x 弧邊等に對する中心角を X 等とすれば等式(1)により $x=XR$, $y=YR$, $l=LR$, 今球面三角形 P_1P_2Q に於て P_2 點の横距 X_2 を求むるには球面三角法の正弦公式より $\sin(X_2-X_1)\sin\left(\frac{\pi}{2}-Y_2\right)=\sin L\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right)$



第9圖(b) ゾルドネル坐標及球面三角形

此式に於て $X_2-X_1=\varDelta X$ とし上式を變化すれば $\sin\varDelta X=\sin L\cos\theta_1\sec Y_2$ 然るに三角函數の開展式によれば

$$\sin L=L-\tfrac{1}{6}L^3+\tfrac{1}{120}L^5+\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\sec Y_2=1+\tfrac{1}{2}Y_2^2+\tfrac{5}{24}Y_2^4+\ldots\ldots\ldots$$

にして四乘項以上を省くときは

$\sin\varDelta X=(1-\frac{1}{6}L^2)(1+\frac{1}{2}Y_2^2)L\cos\theta_1$ 今 $u=l\cos\theta_1$, $v=l\sin\theta_1$ とすれば等式 (a) の $l=LR$ 式に於て $R=1$ とすれば $l=L$ なる故 $u=L\cos\theta_1$, $v=L\sin\theta_1$　$u^2+v^2=L^2$ 故に前式は次の次くなる。

$$\sin\varDelta X=u(1-\tfrac{1}{6}L^2+\tfrac{1}{2}Y_2^2-\tfrac{1}{12}L^2Y_2^2)$$

而して $Y_2-Y_1=\varDelta Y$ とすれば $Y_2=Y_1+\varDelta Y$ 故に前式は次の如くなる

$$\sin\varDelta X=u\{1-\tfrac{1}{6}(u^2+v^2)-\tfrac{1}{2}(Y_1+\varDelta Y)^2-\tfrac{1}{12}(u^2+v^2)(Y_1+\varDelta Y)^2\}$$

此式を解きて $Y_1\varDelta Y$ 及 $\varDelta Y^2$ を含む項を省くときは

$$\sin \varDelta X = u\left(1 - \tfrac{1}{6}u^2 - \tfrac{1}{6}v^2 + \tfrac{1}{2}Y_1^2 - \tfrac{1}{12}u^2Y_1^2 - \tfrac{1}{12}v^2Y_1^2\right)$$

此式の括弧内に於て u^2, $u^2Y_1^2$, $v^2Y_1^2$ を含む項を省き且つ $\sin\varDelta X = \varDelta X$ とするときは $\varDelta X = u(1 + \tfrac{1}{2}Y_1^2 - \tfrac{1}{6}v^2) = u + \tfrac{1}{2}u(Y_1^2 - \tfrac{1}{3}v^2)$

而して $x_2 - x_1 = \varDelta x = \varDelta X, \times\ Y_1 = y_1/R$ にして又 $R=1$ とすれば $v = v/R$ とし得べきにより前式は結局次の如くなる

$$x_2 - x_1 = u + \left(y_1^2 - \frac{1}{3}v^2\right)\frac{u}{2R^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

第二に同一の球面三角形 P_1P_2Q に於て Y_2 を求むるには餘弦公式により

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - Y_2\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - Y_1\right)\cos L + \sin\left(\frac{\pi}{2} - Y_1\right)\sin L\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right)$$

$$\therefore \sin Y_2 = \sin Y_1\cos L + \cos Y_1\sin L\sin\theta_1$$

然るに $Y_2 = Y_1 + \varDelta Y_1$ なる故 $\sin Y_2 = \sin Y_1\cos\varDelta Y + \cos Y_1\sin\varDelta Y$

$$\therefore\ \sin Y_1\cos\varDelta Y + \cos Y_1\sin\varDelta Y = \sin Y_1\cos L + \cos Y_1\sin L\sin\theta_1$$

$$\therefore\ \sin\varDelta Y = \sin L\sin\theta_1 + \tan Y_1(\cos L - \cos\varDelta Y)$$

然るに開展式により

$$\sin L = L - \tfrac{1}{6}L^3 + \tfrac{1}{120}L^5 + \cdots\cdots$$

$$\tan Y_1 = Y_1 + \tfrac{1}{3}Y^3 + \tfrac{2}{15}Y^5 + \cdots\cdots$$

$$\cos L = 1 - \frac{1}{2}L^2 + \frac{1}{24}L^5 - \frac{1}{720}L^6 + \cdots\cdots$$

にして四乘項以下を省き前式に入るゝときは

$\sin\varDelta Y = L\left(1 - \frac{1}{6}L^2\sin\theta_1 + \frac{1}{2}Y_1\left(1 + \frac{1}{3}Y_1^2\right)(\varDelta Y^2 - L^2)\right.$ 此式より $\varDelta Y$ 及 $\varDelta Y^2$ を含む項を省き且つ微角の故を以て $\sin\varDelta Y = \varDelta Y$ とすれば

$\varDelta Y = v\left(1 - \frac{1}{6}u^2 - \frac{1}{6}v^2\right) - \frac{1}{2}Y_1\left(1 + \frac{1}{3}Y_1^2\right)(u^2 + v^2)$ 此式より微量なる Y_1^2 及 v^2 を含む項を省くときは

$$\varDelta Y = v\left(1 - \frac{1}{6}u^2\right) - \frac{1}{2}Y_1u^2 = v - \frac{1}{2}\left(Y_1 + \frac{1}{3}v\right)u^2$$

而して $Y_1 = {}^{y_1}\!/_{R}$, $\varDelta Y = y_2 - y_1$ にして $u = {}^{u}\!/_{R}$ と書き得る故

$$y_2 - y_1 = v - \left(y_1 + \frac{v}{3}\right)\frac{u^2}{2R^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

等式(10)及(11)により x_2, y_2 を x_1, y_1, l, θ_1 の函數として求め得べし。

第三に $\theta_1-\theta_2$ の値を求めんとす、今ネーペル公式によれば球面三角形 P_1P_2Q に於て

$$\tan\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\pi}{2}+\theta_2\right)+\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right)\right\}=\frac{\cos\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\pi}{2}-Y_1\right)-\left(\frac{\pi}{2}-Y_2\right)\right\}}{\cos\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\pi}{2}-Y_1\right)+\left(\frac{\pi}{2}-Y_2\right)\right\}}\cot-\frac{1}{2}(X_2-X_1)$$

$$\therefore\quad \cot\frac{1}{2}\left(\theta_2-\theta_1\right)=-\frac{\cos\frac{1}{2}\left(Y_2-Y_1\right)}{\sin\frac{1}{2}\left(Y_2+Y_1\right)}\cot\frac{1}{2}\varDelta X$$

今 $\theta_2-\theta_1=\varDelta\theta$ 及 $Y=\frac{1}{2}(Y_1+Y_2)$ として前式の分母子を互ひに置き換ふれば

$$\tan\frac{1}{2}\varDelta\theta=\frac{\sin Y}{\cos\frac{1}{2}\varDelta Y}\tan\frac{1}{2}\varDelta X=-\sin Y\sec\frac{1}{2}\varDelta Y\tan\frac{1}{2}\varDelta X$$

然るに微小角にありては $\tan\frac{1}{2}\varDelta\theta=\frac{1}{2}\varDelta\theta$ 又開展式によれば

$$\sin Y=Y-\frac{1}{6}Y^3+\frac{1}{120}Y^5-\;.\;.\;.\;.\;.$$

$$\sec\frac{1}{2}\varDelta Y=1+\frac{1}{8}\varDelta Y^2+\frac{5}{384}\varDelta Y^4+\;.\;.\;.\;.$$

$$\tan\frac{1}{2}\varDelta X=\frac{1}{2}\varDelta X+\frac{1}{24}\varDelta X^3+\frac{2}{480}\varDelta X^5+\;.\;.\;.\;.$$

にして四乘項以上を省きて變化すれば

$$\varDelta\theta=-Y\varDelta X\left(1-\frac{1}{6}Y^2\right)\left(1+\frac{1}{8}\varDelta Y^2\right)\left(1+\frac{1}{12}\varDelta X^2\right)$$

$\varDelta X^2$ 及 $\varDelta Y^2$ は通常小なる故之を省けば

$$\varDelta\theta=-Y\varDelta X\left(1-\frac{1}{6}Y^2\right)$$

今 $Y=\frac{1}{2}(Y_1+Y_2)=Y_1+\frac{1}{2}\varDelta Y$ にして(11)式の u^2 を含む項を省けば $Y=Y_1+\frac{1}{2}v$ 而して前式の Y^2 を含む項を省き且つ(10)式の初項のみを取れば $\varDelta X=u$ なるが故前式は次の如くなる

$$\varDelta\theta=-(Y_1+\frac{1}{2}v)u\qquad\therefore\varDelta\theta=-(y_1+\frac{1}{2}v)\,{}^{u}\!/_{R^2}$$

今 $\varDelta\theta$ 及 ρ'' を秒數にて現せば

$$\varDelta\theta''=-\rho''(y_1+\frac{1}{2}v)\,\frac{u}{R^2}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(12)$$

等式(12)により子午線集合差 $\theta_1-\theta_2$ を y_1, l_1, θ_1 の函數として求め得たり第四に P_1P_2 邊及次の邊 P_2P_3 との間の夾角を A とすれば第9圖により $\theta'=\angle P_1P_2Q+\angle QP_2P_3=\pm 90°+\theta_1+\pm 90°-\theta_2=\pm 180°+\theta_1-\theta_2=\pm 180°+\varDelta\theta$ なる故 P_2P_3 の子午角は $\theta_2=\theta_1+\varDelta\theta+A\pm 180°$ にして Z を邊の方向を示す所の子午角とし一般の式とすれば

$$Z_n=Z_{n-1}+\varDelta Z+A\pm 180° \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

3° ゾルドネル坐標の精度 球の半徑を無限大とするときは地表を一つの平面と看做すを得べく縦横距及測邊は直線となる故に(10)、(11)、(12)及(13)式に於て $R=\infty$ とすれば夫々 $x_2-x_1=u$, $y_2-y_1=v_1$

$$\varDelta\theta=0,\quad Z_n=Z_n+A\pm 180° \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

(10)乃至(14)式は卽ち大地測量と平面測量との關係を示すものなり(14)式に於て省略したる最大項は x_2-x_1 に於ては $(y_1^2-\frac{1}{3}v^2)u/2R^2$ にして y_2-y_1 に於ては $(y_1+\frac{1}{3}v)u^2/2R^2$ なり、今三角形の邊長及縦距の値を l に等しきものと假定すれば是等省略せる項の値は

$(\cos\theta_1-\frac{1}{3}\cos\theta_1\sin^2\theta_1)\,l^3/2R^2$ 及 $(\cos^2\theta_1+\frac{1}{3}\cos^2\theta_1\sin\theta_1)\,l^3/2R^2$ にして是等の値は $l^3/2R^2$ より小なるべし之を $1\,mm$ より小ならしめんとすれば

$l^3/2R^2<1\,mm$ 而して $R=6{,}370{,}000\,m$ とすれば

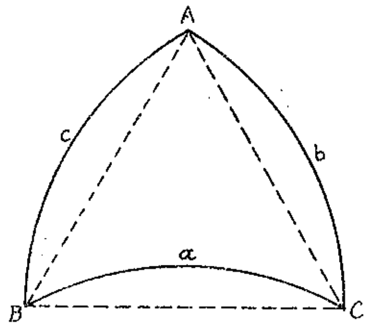
$l^3/R^3<0.002/6{,}370{,}000$ 卽ち $l/R<1/1{,}500$ 卽ち $l_3<4\,km$

(12)式に於て y_1 並に u 及 v の係數たる l を共に $4\,km$ とすれば此式に於て省きたる第四次項の値は約 $0''.1$ にして此値は $4\,km$ の如き短距離にありては省略するを得べし故に球面正坐標の計算に於ては三角形の最大邊及縦距の長約 $4\,km$ 以內にありては之を平面正坐標として計算するも $1\,mm$ 以上の誤差を生せす。

次に $u=l\cos\theta$ $v=l\sin\theta$ なるを以て(10)及(11)式に於て省きたる第五次項にて $u^2v^2=\frac{1}{4}l^4\sin^2 2\theta$, $u^2v=l^3\cos^2\theta\sin\theta$ にして其最大値は夫々 $0.25\,l^4$ 及 $0.38\,l^3$ なり而して縦距の最大値を l と同一なるものとし(10)式の x_2-x_1 に於ては負數の諸項を(11)式の y_2-y_1 に於ては $1/24$ を有する因子の諸項を省略する時は第五次の諸項の最大値は約 $0.4l^5/R^4$ に等しかるべし今 $0.4\,l^5/R^4<1\,mm$ と置くときは $R=6{,}370{,}000$ に對し $l/R<{}^1/_{75}\,m$ 卽ち $l<100\,km$ 此値に對する(12)式に省略したる第四次項は $0''.002$ より小なること明かにして x_2-x_1 及 y_2-y_1 の精度に對し省略するを得何となれば $100\,km$ の距離に對し $0''.002$ は僅かに $1\,mm$ の誤差な

ればなり、故に三角形の邊及縱距が 100 km 以内に在りては x_2-x_1 及 y_2-y_1 に於て第三次迄の項を使用して 1 mm 迄の精度を保つことを得べし今陸地測量部の一二三四等三角の邊長は夫々 60 乃至12 km 12乃至 4 km 4乃至2 km 及 2km 以下なるを以て許すべき誤差の制限卽ち容差を 1 mm とすれば一二等三角は大地測量二三四等三角は平面測量に依るを得べきも同部に於ては一等三角を似球體たる回轉楕圓體二等以下の三角を眞球として計算せるを以て一等乃至三等三角を大地測量に依り四等三角を平面測量により計算せり、又同部にては三角形の三內角の合誤差を一等にて 2.″5 二等にて 5.″0 とし邊長に容差の規定なく三等にて 10.″0 とし四等には別段の規定なきも內務省の河川測量にては此角誤差を 20.″0 とし測量部の邊誤差は三等にて 6 位對數表を用ひ50以內四等にて80以內とせり、此對數差を眞數に改算すれば容差は 1 mm 以上となる而して同部にては三角の各等とも精度測者測器測法計算法及對數表等を異にせり。

4° 基線 第 10 圖の如き A B 及 C なる三角點にて作られたる三角形の網卽ち三角網を以て地表を蔽ひルジャンドルの公式により三角術の原理たる $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$ を用ひ一邊 a 及其兩端にある $\angle B$ 及 $\angle C$ の二角を非常に精密に實測するときは殘りの二邊 b, c 及一角を球面極坐標により算出するを得べく此極坐標を球面正坐標に改算して地點の位置を定め以て地圖を作るを得べし、此實測すべき邊を基線と云ひ天體を觀測して眞北を定め地球の曲率半徑光線の屈折等を考に入れ諸三角點の絕體位置卽ち地學上の經緯度及平均海面上の高さを定む、而して陸地測量部の基線の延長は 3 乃至8 km にして其容差は長程の 100萬分の 1以內とし長さを實測するには始め測鍵を用ひしが現時は溫度の爲の伸縮最も少くして輕便精確なる基線尺を用ふ此尺は白銅 36％鋼64％の合金にしてアンバールと名くる卷尺なり、同部の基線及推差と名くる誤差の或是値は次表の如し。



第10圖 三 角 形

陸地測量部測定の基線位置及結果

基線名	位 置	測定年度	基線全長(m)	推 差 (m)
相模原	相模國高座郡	明治15年	5,209.9697	± 0.00293

三方原	駿河國敷地郡	同 16	10,839.7698	±	0.00697
饗庭野	近江國高島郡	同 18	3,065.7239	±	0.00077
西林村	阿波國阿波郡	同 20	3,832.2124	±	0.00169
天神野	伯耆國久米郡	同 21	3,301.8051	±	0.00089
久留米	筑後國御井郡	同 22	3,161.0071	±	0.00169
笠野原	大隅國肝屬郡	同 25	5,875.5088	±	0·00092
鷗野原	羽前國最上郡	同 27	5,129.5872	±	0.00187
須　坂	信濃國上高井郡	同 29	3,291.9120	±	0.00074
鶴　兒	陸奥國三戸郡	同 31	4,006.0809	±	0.00053
札　幌	石狩國札幌郡	同 33	4,539.7703	±	0.00143
蘂　別	根室國目梨郡	同 36	4,069.8502	±	0.00039
聲　問	北見國宗谷郡	同 41	2,677,5033	±	0.00040
沖　繩	琉球國中頭郡	同 44	4,151.6773	±	0.00041
擇　捉	千島國紗那郡	大正2年	4,105.6081	±	0.00079

沖繩基線はエーデリン式25m線條基線尺を其他は 4m 測鋅を用ふ計算長は基線の實測長と對照せざる可からず此基線を檢基線と云ふ。

5°測點測標及覘標　觀測すべき地點を測點と云ひ此點を通づる垂線中の何れの點も其正投影は皆一點に歸すべし、觀測を行ふ測點を觀測點と云ひ觀測點より覘視すべき他の測點を被測點と云ひ測點が三角の頂點なれば之を三角點と云ひ多角形の頂點なれば之を多角點と云ふ、測點の標識を測標と云ひ永久的には石標又は金屬標を一時的には木標を用ひ普通地表に之を設くれども坑内にては其天井に設くること多し觀測點より被測點の覘視に便する爲め標的を有する構造物を設く之を覘標と云ひ測點測標及覘標の中心は同一垂線中にあるを要す兩隣の測點を結ぶ線を測線と云ひ多邊形の邊を測邊と云ふ。

6°球過量　一測點にて觀測したる他の二測點間の角は觀測點に於ける球面に接せる地平面内の角にして即ち第10圖に於て C を觀測點とすれば觀測角は測邊 CB 弧及 CA 弧に接せる切線間の角なり而して球面三角の三頂點に於ける地平面は同一平面にあらず故に三角形の三内角の和は180°とならずして幾分の球面過剩あり此値を陸地測量部に於て球過量と云ひ常に正量にして ε を以て現はす今 S を球面三角形の面積とすれば

$$\varepsilon : 2\pi = S : 2\pi R^2 \quad \therefore \quad \varepsilon = 2\pi S/2\pi R^2 = S/R^2$$

然るに $S = \frac{1}{2} ab\sin C \quad \therefore \quad \varepsilon = ab\sin C/2R^2$

上式によれば球過量は邊長の函數なる故三角形が大なる程大なり而して普通大地

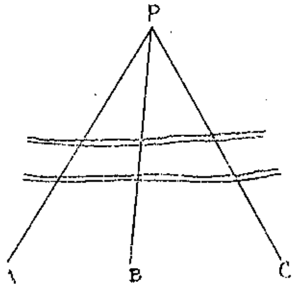
測量の球過量は $4''$ 乃至 $5''$ にして邊長 2.5 *km* 以内にては之を考へに入れず是陸地測量部に於て四等三角は平面測量による所以なり而して ε (弧度) $=\varepsilon$ (秒) $\sin 1''$ $\therefore \varepsilon''$ を球過量の秒數とすれば

$$\varepsilon''=\frac{ab\sin C}{2R^2\sin 1''} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (15)$$

大なる三角形に於て球過量を計算に入るゝも之を球面三角として取扱ふときは頗ぶる困難なる故ルジャンドルの定理により球過量を球面過剩として更正を加へ平面三角として取扱ふ故に ABC の如き球面三角を投影すれば其正投影は點線の如き平面三角となるべし。

III 平面坐標 前章測量の範圍に於て述べし如く小數位七桁の精度なれば約 30 *km* 五桁なれば約 200 *km* 迄は平面測量として地點の位地を定むるを得べく其方法に五種あり次に記するが如し。

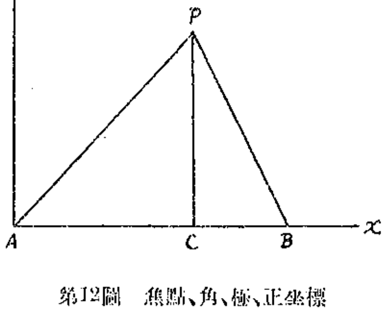
1 三線坐標 第11圖の如く A,B 及 C を已知點とし P を測定すべき地點とすれば AP BP 及 CP の三水平直線を結合し$\angle APB$ 及$\angle BPC$を測り P 點の位置を決定するを得べし、AP,BP 及 CP を三線坐標と云ひ別に述ぶる平板及六分儀を用ひ河川の對岸の地點を定むる時此坐標を要す。



第11圖 三線坐標

2 焦點坐標 第12圖に於て A 及 B を已知二原點とすれば任意の地點 P を決定するには AP 及 BP の距離を測定し之を半徑として二つの弧を畫き其交點を以て P 點とす AP 及 AB は卽ち焦點坐標にして長さを測る測器のみを用ふる場合には此坐標によりて地點の位置を定む別に述ぶる測鎖測量の如き是なり。

3 角坐標 AB を已知線卽ち據線とすれば $\angle PAB$ 及 $\angle PBA$ を測り AP 及 BP の交點に依り所要の地點 P を定む此二角を坐標と云ひ測角器或は平板を用ふる測量の場合此坐標を要することあり。



第12圖 焦點、角、極、正坐標

4 極坐標 AB を已知線とすれば邊距

AP 及角 BAP を測り所要のP點を定む、線 AP と角 BAP を極坐標と云ひ計算に依り邊長を定め又は測鎖の如き距離を測る測器及羅盤若くは反轉儀の如き測角器を用ふる場合に此坐標を要し路線の測量の如き之に依ること多し、而してABを x 軸とし其地平に直角に y 軸を取れば AP 邊を xy 軸に並行なる二成分に分つことを得以て次の正坐標とするを普通とす。

5 正坐標 ACを已知線とすれば所要のP點への垂直距離によりPの位置を定む、AC 及 PC は卽ち正坐標にして陸地測量部に於ては之を平面直角縱横線と云ひ前記極坐標を計算により變化し縱横距となして用ゆる方法にして路線及地形の如き普通の測量及製圖の便宜上並に精度の點より一般に之に依る、而して平面測量に於ける三角又は多邊形の測量には專ら之を用ふる故次に之を少しく詳記せん。

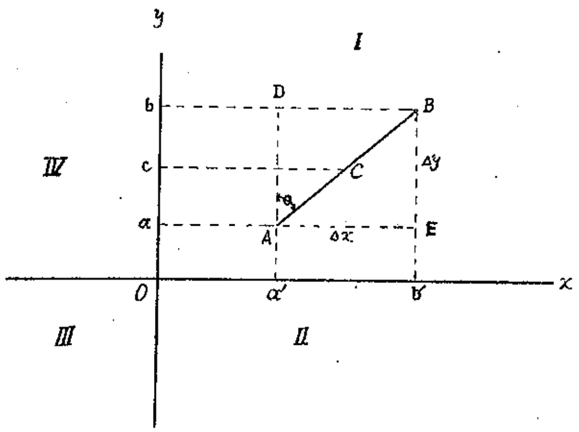
1°原點 陸地測量部發行三角測量法式草案によれば陸地測量部に於て施行する日本帝國の三角測量は地球をベッセル氏の算定せる似球體と看做し一等三角測量より三等三角測量に至る迄總べて最小自乘法を適用し以て其位置を確定し本邦に於ける諸種の測量の基準點に供するを以て目的とすとあり故に平面測量にありては成るべく誤差を小ならしめんが爲め正坐標の原點として測量區域の中央附近なる陸地測量部の三角點或は其の他の已知點を取り y 軸は通常原點を通ずる眞子午線と一致せしめ x 軸を之に直角に取るなり而して宮内省御料局には同部の三角點を用ひ大正10年12月内務省令第二十九號河川臺帳に關する細則第六條には原點は一河川一點とするの規定あり、利根川の河川測量には其區域の中央なる陸地測量部東部原點を直ちに河川測量の原點として用ふ、又同省河川測量規定第一章平面測量第七條には三角網の基線を五里以内每に取り第十二條には測量部三角點と結び相互の關係を明かならしむるの規定あり東京府の道路測量及下水測量に於ては管内の中央附近なる本禮二等三角點を以て原點とせり。

2°象限及縱横距 第13圖の如くOを原點とし其周圍の360°を二軸を以て四分するときは其 90° を一象限と云ひ眞北より右廻りとしⅠよりⅣ迄の象限を作り横距 x 縱距 y の値及符號をⅠ象限 $+x, +y$, Ⅱ象限 $+x, -y$, Ⅲ象限 $-x, -y$, Ⅳ象限 $-x, +y$, とす今 y 軸を眞子午線の方向とし AB 測線の長さを l とし A 點の横縱距を x_1, y_1 とし B 點のを x_2, y_2 とし AB が y 軸に並行なる線 AD となす子午角を θ とし眞北を 0° とし右廻りに360°迄算するものとす xy 軸に並行に AE及 BE を引き $AE=\Delta x$, $BE=\Delta y$ とすれば

$$x_2 = x_1 + \Delta x,\ y_2 = y_1 + \Delta y,\ \Delta x = l\sin\theta,\ \Delta y = l\cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

(16)式より前の點の縱横距を用ひ後の點の縱横距を算出するを得而して

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I 象限にては} & +\Delta x/+\Delta y = +\tan\theta \\ \text{II}\ \text{〃}\ \text{〃}\ \text{〃} & +\Delta x/-\Delta y = -\tan\theta \\ \text{III}\ \text{〃}\ \text{〃}\ \text{〃} & -\Delta x/-\Delta y = +\tan\theta \\ \text{IV}\ \text{〃}\ \text{〃}\ \text{〃} & -\Delta x/+\Delta y = -\tan\theta \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$



第13圖 象限及縱横距

例1 $x_1 = +149.79\,m$, $y_1 = -4{,}365.12\,m$, $l = 543.25\,m$, $\theta = 318°.4744$

を與へ x_2, y_2 を求む。

メリマン袖珍土木工學第1版2乃至5頁を用ひ

$\log\sin\theta = \log\sin 318.°4744 = \log\sin\ (360.° - 41°.5256) = -\log\sin 41°31.'54 = -\bar{1}.82148$

$\log\cos\theta = \log\cos 41°31.'54 = +\bar{1}.87429$, $\log l = \log 543.25 = +2.73500$

$\therefore \log\Delta x = \log l\sin\theta = \log l + \log\sin\theta = +2.73500 - \bar{1}.82148 = +2.90352$

$\log\Delta y = \log l\cos\theta = +2.73500 + \bar{1}.87429 = +2.60929$

故に田中舘博士四桁對數表第一版3頁を用ひ

$x_2 = x_1 + \Delta x = +149.79 + \log^{-1} 2.90352 = +149.79 + 800.74 = +950.53\,m$

$y_2 = y_1 + \Delta y = -4{,}365.12 + \log^{-1} 2.60929 = -4{,}365.12 + 406.69 = -3{,}958.43\,m$

故に測線は第二象限にあり

例2 $x_1 = -5{,}432.10\,m$, $y_1 = +2{,}788.57\,m$, $x_2 = -6{,}751.38\,m$

$y_2 = +2{,}182.69\,m$ を與へ θ 及 l を求む。

(16)式より　$\Delta x = x_2 - x_1 = -6,751.38 + 5,432.10 = -1,319.28m$

$\Delta y = y_2 - y_1 = +2,182.69 - 2,788.57 = -605.88m$

故に(17)式の第三式より

$\log \tan\theta = -\log \Delta x + \log \Delta x = -3.120337 + 2.782387 = -0.337950 = -\log \tan 24°40'1.1'' = \log \text{ten} 65°19'58.''9$

然るに測線は第四象限にある故 $\theta = 270° + 65°19'58.''9 = 335°19'58.''9$

(16)式より　$\log l = \log \Delta x - \log \sin\theta = 3.120337 - \bar{1}.958444 = +3.161893$

$\therefore l = +1,451.76m$

3 緯距及經距　一地點の緯距とは緯線に直角なる南北の直線距離を云ひ其經距とは子午線に直角なる東西の直線距離を云ふ故に同一點の緯距と經距とは互ひに直角をなし正坐標により其位置を決定するを得、是れ陸地測量部の平面直角縱横線に相當し其測法を道線法と云ひ一等及二等に分つ一線の緯距とは此線の兩端の點の緯距の差にして一線の經距とは此兩點の經距の差なり故に緯距及經距には直に前方法を應用するを得從つて第13圖に於て O を坐標原點とし Oy の方向を N とし其反方向を S とし Ox 方向を E とし其反方向を W とし一線 AB の縱横軸に於ける投影を夫々 ab 及 $a'b'$ とすれば一線 AB の緯距は y 軸即ち NS 方向の縱距の差たる ab にして其經距は x 軸即ち EW 方向の横距の差たる $a'b'$ なり、而して A 點より y 軸に並行に AD を引き AB が AD なる NS 方向となす所の子午角 $\angle BAD = \theta$ とし $AB = l$ とし l 及 θ を極坐標により測定すれば計算により極坐標は正坐標に變じ一點の緯距 L 及經距 D は次式に依り求むるを得べし。

$$L = l\cos\theta,\quad D = l\sin\theta,\quad l = \sqrt{L^2 + D^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

此式に於て緯距は測邊が原點より北又は南なるに應じ正負の符號を經距は東又は西なるに應じ正負の符號を附す故に經距を x 軸とし緯距を y 軸とす又(13)式と同一の符號を用ふれば平面の場合には $\Delta Z = 0$ なる故

$$Z_n = Z_{n-1} + A \pm 180° \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

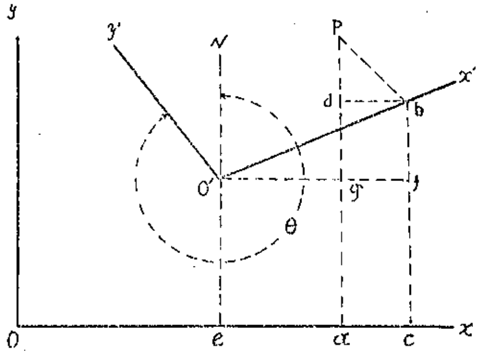
經緯距の應用は甚だ廣く必要にして其詳細は別に之を述ぶることゝす。

4°平面測量の範圍　平面測量をなすべき土地の範圍が山地にありては $150ha$ 即ち150町歩平地にありては $300ha$ 即ち300町歩以内なれば經緯測法即ち道線法に依れども之を超過すれば誤差が累積して容差以上となるを以て平面三角測法による

但し ha は町即ちヘクタールの略字にして

$1ha=100a=10,000\ qm=10,000$ 坪にして a はアール qm は平方メートルの略字なり。

5 軸の變換 第14圖の如く Ox, Oy 正坐標を變換して $O'y'$ 軸が Oy 軸と子午角 θ をなせる $O'x'$, $O'y'$ 正坐標となす時新坐標に對し P 點の縱横距を求めんとす、今 O' の横縱距を O に對して x_0, y_0 とし P 點の横縱距を x, y 軸に對し x, y とし $x'y'$ 軸に對し x', y' とし Pa を x 軸に Pb を x' 軸に bc を x 軸に bd を Pa に Ne を O' を通じ x 軸に $O'f$, $O'g$ を bc, pa に直角に引くときは



第14圖 平面正坐標軸の變換

$$x=Oa=Oe+ea=x_0+ec-ac=x_0+O'f-bd$$
$$=x_0+O'b\cos\angle bO'f-Pb\sin\angle bPd$$
$$=x_0+x'\cos(2\pi-\theta)-y'\sin(2\pi-\theta)$$
$$=x_0+x'\cos\theta-y'\sin\theta \quad \ldots\ldots (20)$$
$$y=Pa=ga+dg+Pd=y_0+bf+Pd=y_0+O'b\sin\angle bO'f+Pb\cos\angle bPd$$
$$=y_0+x'\sin(2\pi-\theta)+y'\cos(2\pi-\theta)=y_0+x'\sin\theta+y'\cos\theta \quad \ldots (20)$$
$$\therefore x'=(y-y_0)\sin\theta+(x-x_0)\cos\theta,\quad y'=(y-y_0)\cos\theta-(x-x_0)\sin\theta \quad \ldots (21)$$

若し O' が O と一致するとき卽ち同一原點にて正坐標軸が $+\theta$ 角丈け變換するときは $x_0=y_0=0$ なる故(19)式より

$$\left.\begin{array}{ll} x=x'\cos\theta-y'\sin\theta, & y=x'\sin\theta+y'\cos\theta \\ \therefore x'=y\sin\theta+x\cos\theta, & y'=y\cos\theta-x\sin\theta \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (22)$$

若し又 $x'y'$ 軸が xy 軸に並行にして O が O' に變換し $\theta=0$ なるときは $\sin\theta=0$, $\cos\theta=1$ なる故(20)式により

$$x=x_0+x,'\quad y=y_0+y',\quad x'=x-x_0,\quad y'=y-y_0 \quad \ldots\ldots (23)$$

例1 陸地測量部の東部原點を其二等三角點牟禮を原點とする軸に變換し落合二等三角點の縱横距を求む。

東京府の中央附近にありては陸地測量部の一等三角點に次ぐ精度を有する二等

三角點は牟禮にして之を原點とす今同部武藏國成課總覽26頁より上記說明と一致する樣總覽の x と y とを入れ代ゆれば其平面直角縱橫線卽ち橫縱距は

$x_0=-14,326.376m$　$y_0=-41,369.589m$　にして總覽 166 頁により其眞北は $+5'32.''4$ なり而して總覽 24 頁より下水測量の中央附近なる二等三角點落合の平面直角縱橫線卽ち橫縱距は東部原點に對し $x=-3,897.194m$　$y=-3,821.905m$ なり故に之を東部原點の正坐標軸に並行する二等三角點牟禮を原點とする軸に變換すれば23式の第三及第四式により

$$x'=-3,897.194-(-14,326.376)=+10,429.182m$$

$$y'=-38,231.905-(-41,369.589)=+3,137.684m$$

又東部原點 O' より二等三角點牟禮の原點O に軸を變換すれば $\theta=-(2\pi-5'32''.4)$

$$\therefore\ \sin\theta=\sin(-2\pi+5'32.''4)=\sin+5'32.''4=0.0016115$$

$$\cos\theta=\cos(-2\pi+5'32''.4)=\cos+5'32.''4=0.9999987$$

故に二等三角點牟禮を原點とするときは二等三角點落合の平面直角縱橫線は(22)式の第一及第二式より

$$x=x'\cos\theta-y'\sin\theta=+10,429.182\times0.9999987-3,137.684\times0.0016115$$

$$=+11,424.112m=+5,733.26\text{間}$$

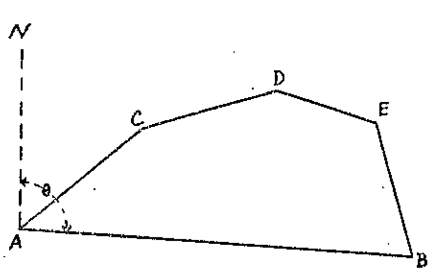
$$y=+10,429.182\times0.0016115+3,137.684\times0.9999987=+3,154.487\ m=$$

$$+1,734.97\text{間}$$

卽ち落合二等三角點は東部原點に對しては第三象限にあるも牟禮二等三角點原點に對しては第一象限にあり而して總覽により落合二等三角點の眞北は $+1'30.''52$ にして其軸は牟禮二等三角點を原點とする y 軸に並行ならざれども平面測量の場合には此眞北を省略して兩者の y 軸は互に平行なるものとす。

例2　陸地測量部兩隣四等三角點間の距離及方向を求む。

平面測量にて三角測法によらずして經緯測法によれば下水測量の如き市街地の測量は隣接兩三角點が人家に妨げられ互ひに直接に觀測するを得ず故に間接測法により計算を用ひ或は成果總覽より之を求めざる可からず、今第15圖の如く落合三角點をAとし淀橋三角點

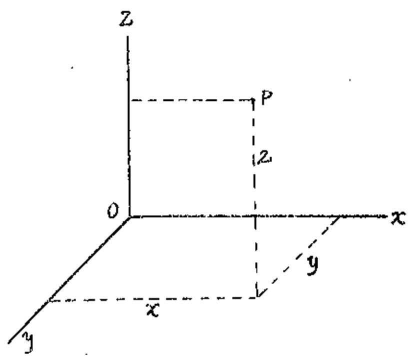


第15圖　三角點間の距離方向

を B とし此間の距離及方向を求めんには總覽 160 頁より距離の對數3.453325 にして之を眞數に換算すれば 2,840.043m=1,562.02間となる、而して前の例により牟禮二等三角點を原點として算出すれば淀橋に於ける横縱距は $x=+10{,}325.190m$ $=+5{,}678.85$間, $y=+316.179m=+173.90$間 而して AN を原點の y 軸に並行する眞北とすれば之より AB の方向 θ 即ち子午角は總覽 160 及 166 頁により $\theta=182°05'18.''6-5'32.''4=+181°54'46.''2$ 然るに此距離及子午角が人家等に妨げられ直接觀測をなし得ざるときは道路等に沿ひ經緯測法により A なる三角點より起り AC を零方向と假定し CD, DE, 及 EB の如き測線及方位を測り B なる三角點に閉合せしめ $x_A\ y_A$ と觀測距離及方向を用ひ $x_C\ y_C; x_D y_D; x_E y_E$ を算出し且つ此の如くして B 點の xy として $x_B'\ y_B'$ を算出するを得、而して總覽より $x_B'=x_B; y_B'=y_B$ に取りて $x_E' y_E'; x_D'\ y_D'; x_C'\ y_C'; x_A'\ y_A'$ を算出し總覽の成果と對照して $x_A'=x_A$, $y_A'=y_A$ となれば之によりて AB, AC, CD, DE, EB の眞方向を得べし若し、$x_A'=x_A$, $y_A'=y_A$ とならずして實測又は製圖したるとき閉合せざれば實測か又は製圖かに誤差ありて此誤差が容差以内なれば再測を要せずして兩結果を平均し之によりて各點の xy を更正すべし。

第四章 地點の高低

地點の位置の決定には一般に第16圖の如く三つの互ひに直角なる坐標を要し其内二つは前に述べたる如く球面若くは平面に於ける二つの互ひに直角なる xy 軸にして殘りの一は Z 軸なれども此軸に對する距離は特別の方法によりて見出さるゝ所の水平面上の高低なる故平面坐標と原點を同じくせずして之を別に設くるを普通とす、今一點の高さとは或一定の水平面に基づき此水平面より其測點迄の垂直距離なり今二測點を通じて此水平面に並行なる二つの水平面を考ふる時は其間の垂直距離を二點間の高さの差と云ひ



第16圖 點の位置

一點の高さを知れば他點の高さを測定するを得此如く一定の水平面より一點の高或は二點間の高さの差を測定するを水準測量と云ふ陸地測量部に於ては其精度に

應じ直接水準測量を一等及二等に分ち原點より水平距離凡そ 2,000.0 m 卽ち約半里毎に重要道路の水準を又間接水準測量により三角點の高さを測定算出し道路上に水準點なる石標を埋設し其高さを標示せり、水準點は一に水準據標又は水準基標と云ひ木標或は便宜不動の物を以て之を設定標示する事あり而して大地測量には水準測量の精度に應じ光線の屈折地球の曲率半徑等を考へに入れて水準測量線を所々に閉合せしめ水準網として最小自乘法を用ひ各點の高さに同時解法を施せども平面測量に於ては是等を考へに入れざるのみならず單に起終兩點を閉合せしめて測定計算し同時解法を施さゞるを普通とす故に內務省河川測量規定第二章第三條にも縱斷測量は少くとも往復一回以上施行し云々とあり。

I 基準面及水準原點　測點の高さの基く特別なる水平面を水準基面又は基準面と云ひ其垂直面との交線を基準線と云ふ故に基準面は高さ零なる水平面なり、基準面は多年觀測の結果に成れる平均海面を用ゆること多し陸地測量部に於ては荒川筋東京市京橋區新船松町地先靈岸島檢潮儀の明治六年より十二年迄卽ち1873乃至1880年迄七箇年間に亘る觀測により基準面を同檢潮儀零點上 1.112 m なる平均海面と定め之を東京灣中等潮位と稱し內務省に於ても大正10年省令第二十九號第五條により河川測量の基準面として之を用ふる事とせり此中等潮位上 24.5m の高さを有する點を水準原點と稱し陸地測量部卽ち參謀本部構內にあり、其構造は堅硬緻密なる花崗石を用ひ風化を防ぐに屋蓋を以てし原點の基礎をして硬固なる地層の上にあらしめ最も恐るべき地震の上下動を輕受し水平動の幾分を減殺する爲め基臺の周圍に細砂を塡充し溫度の變化に伴ふ伸縮を少なからしむる爲め硬石煉瓦混凝土を用ひ零位尺の如きは甲州產の水晶を以てせり、英國に於てはリバープール獨逸にては北海の平均海面を基準面とし此基準面上37.0 mの點を水準原點とし伯林天文臺構內に之を設定せり海面は潮汐の干滿河川は晴雨等に依り水面一定せず故に檢潮儀又は量水標の示す最低水面を零點とし之を基準面として任意の時の水面の高卽ち水位を測定す荒川の零點は之を *A.P.* と云ひ大約其最干潮位に相當し內務省土木局從前の荒川測量及東京府市に於て之を基準面として用ふ、其他基準面としての零點には江戶川筋東葛飾郡浦安町字堀江地先なる *Y.P.* あり江戶川及利根川の水準測量に用ひ尙大阪港及淀川の *O.P*, 北上川の *K.P.* 等皆基準面なり河川測量規定第二章第十五條及附則第六條によれば平均低水位を以て基準面とし平均低水位は一年間觀測したる水位を平均し其以下の凡ての水位を平均したる

ものを求め3年以上に亘り更に之を平均したるものなり。

II 眞高及重學水準高 東京灣中等潮位とは靈岸島檢潮儀に於ける中等潮位にして我全領土の平均海面に非ず故に陸地測量部に於ては次表の如く12の檢潮場を置き檢潮儀の零點を東京灣中等潮位上 24.50 m とし是等を觀測して全國の平均海面を定めんとせり。

檢潮場名	位置	檢潮場名	位置
鮎川	宮城縣牡鹿郡鮎川村	輪島	石川縣鳳至郡輪島町
油壺	神奈川縣三浦郡三崎町	岩崎	青森縣西津輕郡岩崎村
串本	和歌山縣西牟婁郡串本町	忍路	北海道後志國忍路郡盤谷村
細島	宮崎縣東臼杵郡細島町	花咲	北海道根室國花咲郡花咲村
深堀	長崎縣西彼杵郡深堀村	基隆	臺灣臺北基隆堡水裂庄
外の浦	島根縣那賀郡濱田町	打狗	臺灣南興隆內里哨船頭街

此平均海面を基準面として測定したる點の高さは卽ち其の點の眞高にして此平均海面が尙算出せられざる故陸地測量部に於ては東京灣中等潮位を基準として各三角點の水準高を測定し之を其眞高と云ひ成果總覽に記載せり、此場合には東京灣中等潮位が一定の中心を有する球體をなせる水平面をなし他の各點を通ずる球體は皆之と同心圓をなせりとせり、然るに三交會誌第四十三號及四十四號に載せたる木本工兵少佐の眞水準高と重學的水準高との關係なる論文によれば實際地球は回轉楕圓體にして且つ凹凸ある故各點に於て其重力を異にし從つて各點を通ずる水準面が互ひに並行せず故に平均海面の如き一定水準面より眞高を求めんとするには陸地測量部に於ける如く觀測値を次の式により更正せざるべからず。

$$K=0.0053\sin(\phi_A+\phi_B)\sin(\phi_B-\phi_A)H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

但 K は更正値 ϕ_A 及 ϕ_B は AB 二點の緯度 H は AB 二點間の高さの差なり此式により眞高を求めて次に之を重學水準高に改正せんには次の式の値を加ふるを要す

$$c=-0.0026H\cos 2\phi-\frac{1}{2}\times 0.000000196\,H^2 \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

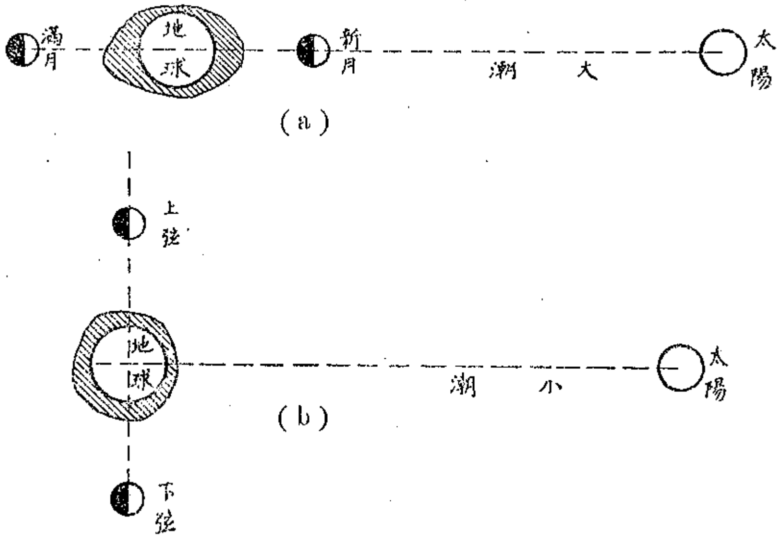
但し c は改正數 H は其地點の眞高 ϕ は其緯度なり。

III 潮汐 廣井博士著築港によれば海水は主として太陽及月の引力により1日二回宛の漲落をなす、然るに月の質量は太陽に比し1/173なれども地球の半徑を R とすれば地球より月迄の距離は 60 R にして太陽迄の距離は 23,134 R なり而して最遠點に於ける月の引力は其の最近點に於けるものに比し $(59)^2\div(61)^2=0.936$ 倍なり故に後者を1とすれば兩者の差は前者の殆んど1/15に當る又太陽に就き同

樣の比較をなすときは其引力の差は

$$(23,133)^2 \div (23,135)^2 = 0.999827$$

にして地球上太陽に對し最近の點に於ける引力を1とするときは最遠近の兩點に於ける差は$1/5,814$なり故に月の海面昇降に及ぼす引力は太陽に比し$5,814 \div 15 \times 173 = 2.24$倍なり是卽ち干滿が主として月の位置により月が地球を一週する時間卽ち24時48分每に二回の干滿を繰返す所以なり而して第17圖 (a) の如く月と太陽とが地球と一直線をなし且つ地球より同一の方向にある時卽ち新月及滿月の前後一



第17圖　潮　汐

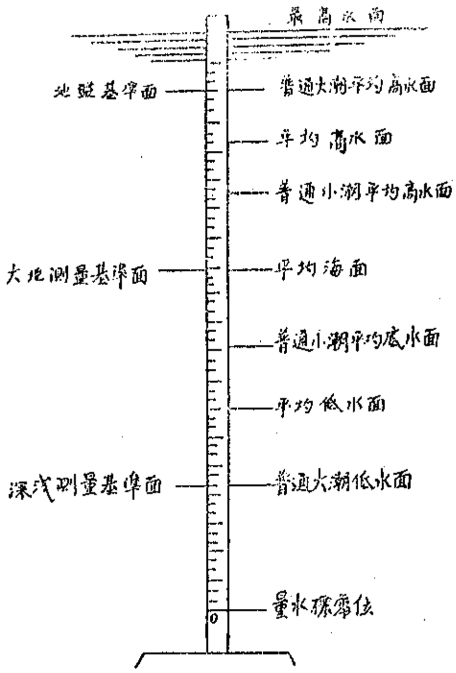
週間は朔及望の頃は所謂大潮を起し潮汐干滿の差甚だ大なり又同圖 (b) の如く月と太陽とが地球に對し直角をなす時卽ち月の上弦下弦の時は所謂小潮となり干滿の差小にして小潮の滿潮位は大潮の滿潮位より低く小潮の干潮位は大潮の干潮位迄下ることなし大潮及小潮の高水位及低水位の位置は日々變化するものにして任意の潮汐の高低兩水位の差を潮程若くは升降差と云ふ而して月の軌道は赤道を離るゝこと$5°09'$を超ゆることなきも太陽は$23°27'$に達す故に兩者の一直線となるは春分及秋分にして此時太陽は地球に最も近づく故波岸大潮を起し升降差卽ち潮程最大なり。

IV　潮位及其豫知器　從來海軍水路部の海圖に大潮升及小潮升とあるは普通大潮の平均干潮面を基準として是より起算し普通大潮平均滿潮面及普通小潮平均

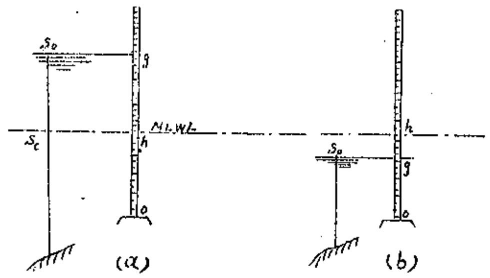
滿潮面の升降差を云ふも近時水路部に於ても其潮汐表によれば基準面として平均海面を用ゆるに至れり、而して基準面としては大地測量には平均海面を用ゆるも平面測量に於ては第18圖の如く地盤高低には大潮平均滿潮面卽ち大滿潮平均面を深淺測法には大潮平均干潮面卽ち大干潮平均面を量水標の零位としては大潮最干潮位を用ゆ、而して S_0 を深淺測法に於ける測定値 g を量水標の讀定數 h を量水標の零位上平均低水位とし S_c を平均低水位に更正したる數とすれば第19圖 (a) 及 (b) により

$$S_c = S_0 - (g-h) = S_0 + (h-g) = S_0 + h - g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

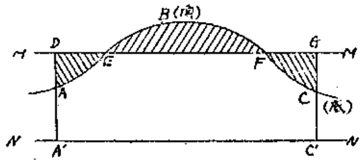
平均海面は第20圖に於て檢潮儀の自記したる海面の升降を基準面 NN に對し $AEBFC$ 線として面積 EBF＝面積 ADE＋面積 CGF ならしむる MM 線に相等し面積 $A'AEBFCC'$ を長 $A'C'$ にて除することによりて之を得べし尙潮位に關しては大正３年版海軍水路部非內水路測量術172頁以下に潮汐の調和分解として詳記せり、而して此原理に基きたるトムソン式潮位豫知器を水路部內に備へありて任意の港灣に於ける任意時の潮位を水路部に於て豫知し得べく東洋唯一の潮位豫知器なりしに惜哉大正12年９月１日の地震に伴ふ大火災にて燒失したり是等の事は編を改めて別に之を述べん。



第18圖　潮位及基準面



第19圖　量水標讀定



第20圖　平均海面

V 地平線の高 第2圖に於て $PH_1=PH_2=\frac{1}{2}L$ にして基準線たる水平線より地平線迄の高を $P_1H_1=P_2H_2=h$ とすれば

$$\overline{PH_2}^2=\overline{OH_1}^2-\overline{OP}^2=(OH_1+OP)(OH_1-OP)=(OH_1+OP_1)(OH_1-OP_1)$$

$$\therefore\left(\frac{1}{2}L\right)^2=(R+h+R)(R+h-R)=(2R+h)h=2Rh+h^2$$

此式より平方根の正號を取りて開展すれば次の式を得

$$h=-R+\sqrt{R^2+\frac{L^2}{4}}=-R+R\left(1+\frac{L^2}{4R^2}\right)^{\frac{1}{2}}\doteqdot -R+R\left(1+\frac{L^2}{8R^2}-\frac{L^4}{128R^4}\right)$$

$$=\frac{L^2}{8R}-\frac{L^4}{128R^3}$$

然るに等式(3)より $L=l\left(1+\frac{l}{12R^2}\right)$

之を前式の L に代入し $\frac{1}{2}l$ の四乘項迄取れば

$$h=\frac{l^2}{4R}+\frac{5}{192}\cdot\frac{l^4}{R^3}$$

此式に於て $l=10\,km=10{,}000m$ に對し第一項は $78{,}493\,m$ 第二項は $0.000008m$ となる故第二項を省略すれば

$$h=\frac{l^2}{4R}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(27)$$

此式に於て $l=1\,km=1{,}000m$ に對しては $h=78.5\,mm=0.269$ 尺となる、此數は甚だ大なりと云ふを得ざるも測量に於ては之を省略すべからず、故に此の如き小區域と雖も大地測量は固より平面測量に於ても水平面上の地平面の高さを考慮に入るゝなり故に陸地測量部に於ては三角の各等共皆其眞高を測定す。

第五章 測定及製圖

誤差測法測量の調製及地圖の製作に關しては別に詳記すれども其一般は下の如し。

I 誤差測法及測量の調製 測線は大地測量に於ては楕圓又は大圓の弧にして平面測量に於ては地平直線なり測線の距離は大地測量にては測定したるものを計算により更正して弧長とし其邊長大なる爲め信號として閃光を用ひ平面測量にては其測定長とす子午角は前に述べし如く大地測量にては球過量を入れて計算したる水平角にして平面測量にては測定水平角なり、經緯測法は平面測量にのみ之を行ふも三角測量は大地平面兩測量に之を行ふ、誤差に測定毎に累積する累差あり次

の(32)式是なり、全測定に過不足を起す慣差あり次の(28)式乃至(31)式是なり又誤差に器差測差個人差あり各誤差其値を異にする故其平均を取り容差即ち制限誤差を定め誤差が此容差以内なれば再測せずして推差を算定し觀測値の或是値を定む器差を除く爲め測器の檢正を行ひ觀測に正反の二法を施す測差を成る可く小ならしむる爲め測定に種々注意を加ふ、例へば大地測量に於ては大氣と地表とが著しく溫度を異にし地面に近く炎動なる現象を起し測器の視線を動搖せしむる故炎動の存する正午前後の時間を避け或は視線をして其影響なき地上 2.5 乃至 3.0 m の所を通過せしむる爲め標的の上部を通視し平面測量に於ては測線の距離小にして炎動の影響を考へに入れず成る可く標的の下部を見るが如し又平面測量に依る地形測量に於ては三角點及經緯測法の多角點を以て圖根を作り是等圖根點の測定は朝鮮土地調査局にては圖根測量實施規程第二十一條に依り「圖根點は細部測圖の爲め最も適當なる位置に選定し面洞の境界及主要なる道路等にありては之に沿ひて選定すべし」とあり、是等圖根點の間に別に測點を取り之を平板にて測定す朝鮮土地調査局には此平板即ち測板の測量を細部測圖實施規定によりて行ふ陸地測量部地形科にては專ら平面測量により平板を以て視距測法を用ひ細部の平面と同時に同高線を測定す。

經緯測法即ち道線法により閉合せしめたる一測系たる一道線即ち一多角形の點數は30乃至50以内とし邊距は轉鏡儀を用ゆる場合 150 m以内とし水準測量に於ては視線の長さを90乃至 30 m とし前視と後視とは步測により殆んど等距離ならしむべし測差に又邊差角差閉差あり今邊差を E_s とすれば

$$E_s=0.01\sqrt{ml+nl^2}\,(m) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (28)$$

にして l は邊距 m 及 n は常數にして平地にては $m=6$乃至$8, n=0.008$ 乃至0.01山地にては $n=8$ 乃至14, $n=0.01$ 乃至 0.018 とす角差を E_a とすれば

$$E_a=C\sqrt{n}\ \ (\text{分}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

にして n は多角形の點數 C は常數にして轉鏡儀にて $C=1.5$乃至 3 分羅盤にて$C=$ 3 乃至10分とす閉差を E_c とすれば

$$E_c=\sqrt{E_L^2+E_D^2}\,(m) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

但し E_L 及 E_D は緯距及經距の總誤差なり水準測量の誤差即ち水準閉差を E_h とすれば

$$E_h=K\sqrt{L}\ \ (mm) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

にして L は km にて現はしたる測線の總長 K は常數にして平地にて 2乃至 3 山

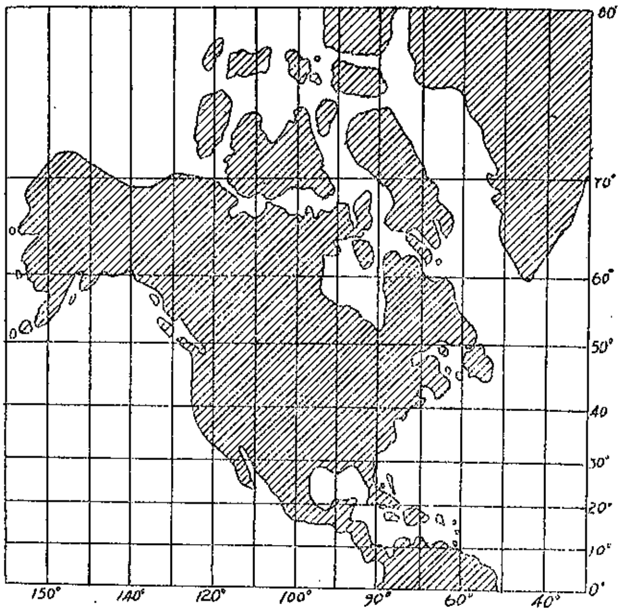
地にて4乃至6とす、三角測法に於ては推差を三等分し三內角に配布し其原角の大小を問はざるなり經緯測法に於ては此角差の總和を平分して各角又は各子午角に配布し一の道線卽ち測系をなす多角形には其閉差を水準測量の一經線卽ち一往復系には其水準閉差を次式により距離に應じて配布し以て實測の平均卽ち調製を行ふ

$$\Delta i = E\frac{l_i}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

但しΔiは起點より第三測點に於ける更正量Eは總閉差l_iは起點より第i測點迄の距離Lは總距離なり。

II 製圖　地圖投影法とは各地點を紙の平面上に投影し一定の縮尺及圖譜を用ひて地圖を作る法を云ふ地球を平面上に投影するは幾何學上不能なれども假定を設け之を行ふ、假定に種々あれども其普通に用ゆるは次の如し。

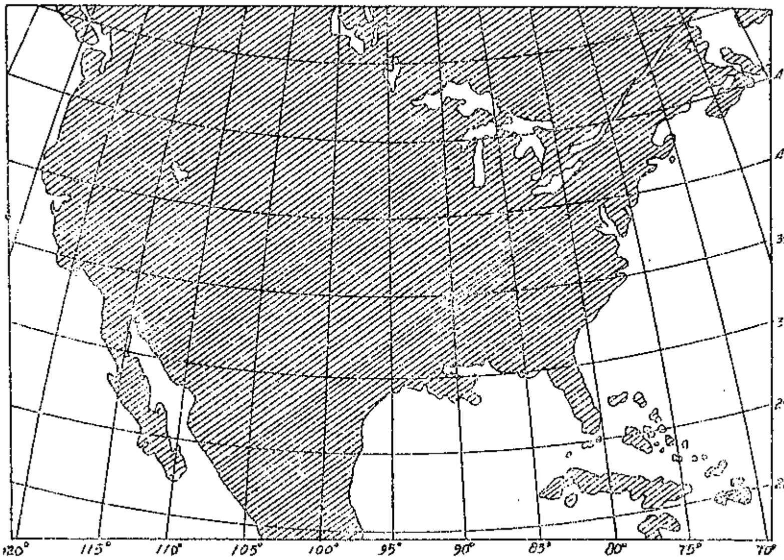
1 メルカトール法　第21圖の如く赤道をx軸とし子午線をy軸として正坐標により地圖を書く法にして子午圈とは共に直線にして地球の赤道に接せる圓鑄上に地點を投影し之を紙面に展開したるものにして子午線卽ち經線は並行等距離にして並行線卽ち緯線は極に近づくに從ひ密となるべきも之と反對にし經線一度の長さと緯線一度の長さとの比を實際の比と同じくする



第21圖　メルカトール投影法

を條件とせり、故に兩極に近づくに從ひ緯線間の距離非常に長くなり經緯線間の一區劃は長方形となる此法に於ては經緯線は直交するを以て地上任意の方向線と子午線と爲す角は圖上の角と同じくなり且つ其の方向線は直線と爲るを以て航海の針路を示すに甚だ便なり、故に海軍水路部の海圖大英百科全書の輿地圖卽ち世界地圖は之に依る而して投影長の算出法は水路測量術に示せり。

2　ボンヌ法　第22圖の如く多圓錐投影法にして緯線毎に地軸の延長線中に頂點を置きたる圓錐形を接せしめ地球を圓錐内に投影し之を開展して地圖を作る故に各緯線は眞の長さと爲り經線と共に曲線を爲す各子午線並行圏弧及展開半徑を算出し製表せり、此法に於ては主子午線附近は經緯線直交し實際に符合すれども之を去るに從ひ子午線の長さ增大し且子午線と平行圏とは斜交するに至り不正確となる而して一二度の小區域にては實面積は地圖の面積と正比例する故陸地に重きを置く世界地圖の製作に用ゆ。



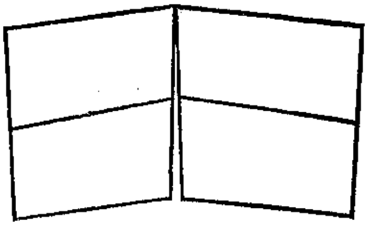
第22圖　ボンヌ投影法

3　ガウス法　多面錐投影法にして陸地測量部に之を用ひ等形複影式と稱しガウスの考案にシュライベルの計算を用ひ地點を先づ多面錐體に投影し之を紙上に展開して世界地圖を作る、陸地測量部の地形圖は此法を用ひて作る小區域に於ては前法と全く同一なれども稍廣き區域にては稍正確なり、此法に於ては經緯度の行及列を一平面に接合せんとすれば第23圖の如く何れかに楔形の間隙を生じ眞形と異るを免れず故に多數の地形圖を一平面に接合せしむることは不可能なり。

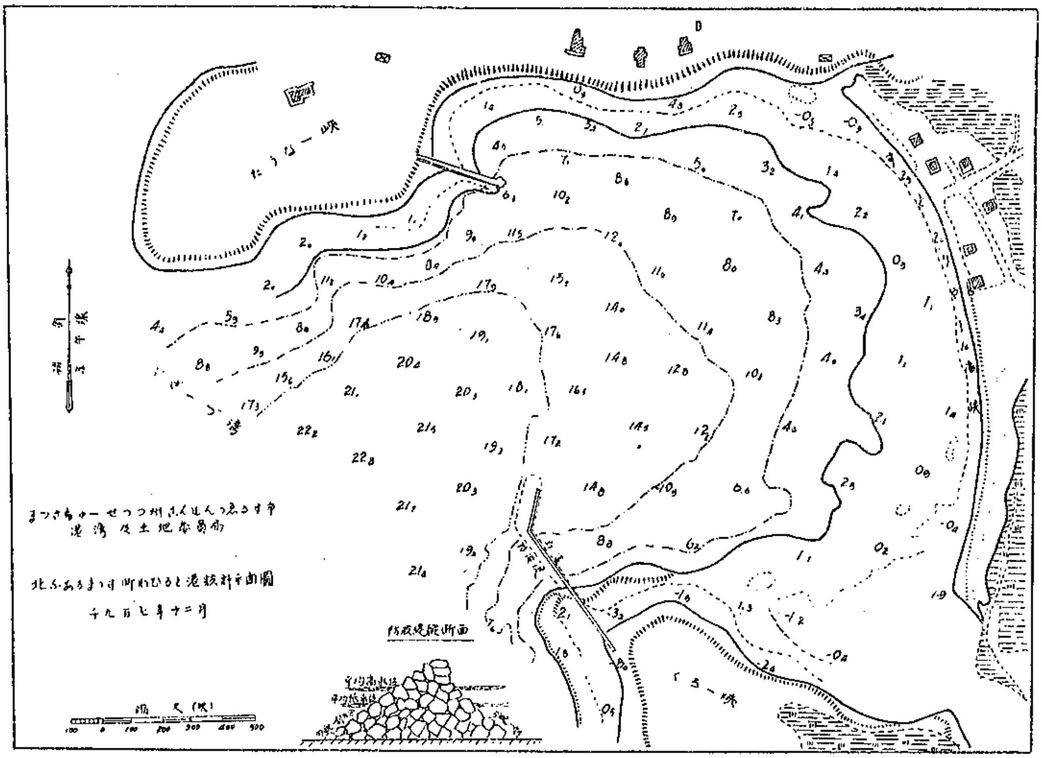
4　平面圖　平面測量の測線は直線なるを以て平面への其正投影は直ちに紙上に現出せしむるを得、此法による平面圖の實例は第24圖の如し。

5　縱斷面圖　水準測量の縱斷面圖は垂面に正投影を行ひ紙上に現出せしめた

るものにして現圖法は目的に從ひ種々あれども其の東京府下水道に用ゆる一例は第25圖の如し。



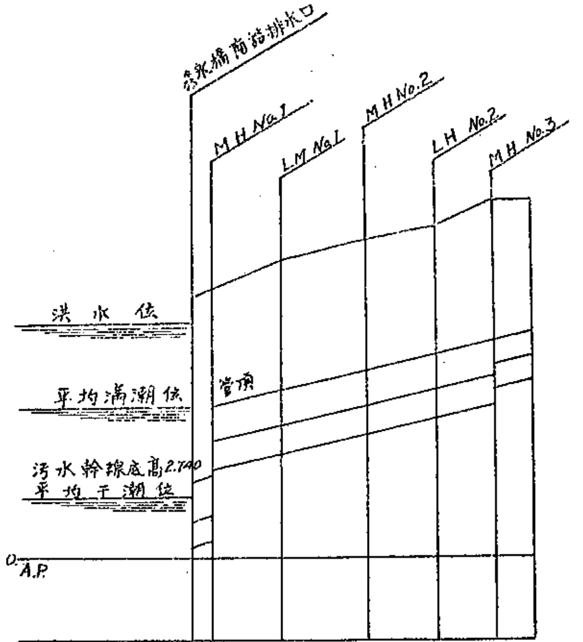
第 23 圖 がうす法



第 24 圖　平　面　圖

下水設計縱斷面圖

縮尺 縱百分之一 橫二千四百分之一



	0.0	3.00	15.00	30.00	41.20	51.60	60.00
人孔及燈孔深		9.620	7.150	7.209	7.209	7.553	
管徑	⊙0.75	⊙1.50					
勾配	1:60	1:100					
堀鑿深	10.570	10.690 7.290	8.020	8.079	7.897	8.423 7.630	7.300
堀鑿底高	.430	.730 4.130	4.850	5.771	6.443	7.067 7.860	8.100
下水管底高	1.500	4.800 5.000	5.720	6.641	7.313	7.937 8.500	8.740
地盤高	11.000	11.420	12.870	13.850	14.340	15.490	15.400
測点距離	0.0	3.00	15.00	30.00	41.20	51.60	60.00

第25圖 縱斷面圖

(完)