論　説　報　告

土木學會誌　第十卷第一號　大正十三年二月

地震動に依る構造體の振動時相に就て

會員　工學博士　眞　島　健　三　郎

内　容　梗　概

本論は主として地震動と構造體自己震動の關係を明かにし地震動に依り刻々變化する構造體の時相を探り其最も不利なる時相を以て耐震强度算定の規準とせんとするにあり

目　　次　　頁

序　　言

今回の帝都及び附近の震災に於て吾人の目前に展開されたる慘狀は如何に吾人土木建築の學又は實施に從事せる技術家の微力なりしかを遺憾なく曝露するものにして余も又深く其不用意なりしを恥ぢ且つ之に對し重大なる責任を感ずるの一人なり玆に遲蒔ながら成さゞるに優る意を以て災後閑を盜み本研究の一步を進めんと企圖せるものにして素より掲記の如き大問題に對し當初より完璧を望むは到底不才の克くする所に非ざるべきもせめて概念を得るの一助として差當り余の考ふる所を陳べ同好の會員各位の是正を仰ぎ併せて續々此種研究の發表を希望する次第にして蓋し今日は其好機にして吾人技術家が後世に對する義務たるのみならず災後復興當面の問題として最先に是を精究し耐震構造今後の方針を定むるの要ありと思ふ

地震國たる我國に地震學の誇る可きものあるは吾人の常に光榮とする所なるも翻て耐震構造なるものの現狀を見るに震災豫防調査會開始以來已に三十餘年先進の研究する所少からずと雖も多くは局部被害の狀況を考察して是れが補强を講ずるものにして斯の如きは適々災害の原因を第一弱點より未知の第二第三弱點に轉ずるに過ぎざるべきもの有るべきを思へば更に安んずる能はざるべし又耐震構造學としては大森博士の斷片的に吾人に敎ゆる所少からず其功績の著大なるは吾人後進の感謝する所なり又特に纒りたる著書としては震災豫防調査會報告第八十三號掲載の佐野博士家屋耐震構造論上下兩編あり又近くは物部博士の土木學會誌第五卷第三號第六卷第四號第七卷第四號に掲載せる塔狀構造物の震動竝に其耐震性に就て外二論文は共に吾人を益する事少からず兩博士の本問題に對する貢獻は又吾人の深く敬意を表する所なり斯の如く徐々進步の道程にあるも根本に於て尙疑問の點多く未だ一般的に應用さるゝ域に達せざるものと思はる隨つて今回の災後多くの學者に依りて發表せられたる所を見るも何れも斷片的にして根底に觸るゝものなく多くは已に夕々先進の屢々吾人に與へたる警告を繰り返すに過ぎずして吾人の聞かんとする所に遠きは遺憾と云ふべし

當時或建築學者の言に未だ我國に耐震構造なりと自稱し得べきものなし倒れた

るも倒れざるも皆まぐれなりとは眞相とすれば心細き次第にして吾人は到底斯の如き狀態に安んずる能はざるべし明治、大正五十餘年の文化を一瞬にして潰滅し天災なり致方なしあらゆる責任は帳消なりとし一に復興に向ふ意氣は甚だ壯にして其技術家に對する寛大さは吾人一層の重荷を感ぜざるを得ざるも肝心の耐震構造問題は前述の如く未だ搖籃を出でず依然未決の難問として現存するは吾人に取つて遺憾至極と云ふべし

被害箇所の狀況を蒐集精査し部分的に補强法を講ずるは一法に相違なしと雖も然らば吾人の經驗せざる個所は大丈夫なりやと云ふに何人も然りと斷定し得ざる可し何となれば未知の第二第三弱點は第一弱點の災害に依つて其曝露を免るゝ場合多ければなり又斯の如き漸進的方法に依つて耐震構造問題を決するには今後尙數回の大震災を經過せざるべからず夫は餘りに高價にして何人も忍ぶ能はざる所なるべし要するに本問題の解決は先以て地震動に依る構造體各部の受力量及受力點を相當精度に算定する方法を吾人今日の知識の程度に於て不完全ながらも定むるにあるは是に志するものゝ等しく考ふる所にして勿論千差萬別なる家屋構造の如き場合に是が算定は容易の業に非すと雖是を極め相當の標準を得ざれば到底耐震的なりと自ら安んずる能はざる可く假令精緻を極め能はずとするも何人も承認し得べき據點より出發しこれに實用的省略を加味し以て計畫を樹つるの至當にして盲目的補强法に優るは云ふ迄もなく又實際二三適例に就て面倒を見れば爾餘の場合には多くは判定に依るも大過なかるべしと思はる構造體各部の强弱を定むるには先以て根本を定めざるべからず先進の論に多く是れに弱點あるが如く考へらるるにつき本論は主として是れにつき攻究せんとするにあり

緒　　論

第一節　耐震構造學の現狀及其批判

從來地震動に依る構造體各部の受力量受力點の算定に於ては一般に地震動の最大加速度が直ちに構造體の各點に加はりこれを受力量として靜力學的に對應力を算定し以て各部の耐震强度を定めんとするに有りしが如し大森博士の剛性體に於ける硏究の如き佐野博士の震度を基とするが如き或は十餘年前 Fritz Emperger が耐震構造として提案せるが如き皆同一にしてこれ等は皆構造體の各點が地震動と全々同一運動をなし得る絕對剛性體の場合に限らるるものにして其構造自體の彈性若しくはこれを支ふる基礎の完全又は不完全彈性に依りて構造自體各點の運

動が地震動の各時相と全然一致し得ざる場合に適合せざるは容易に想察し得べく實際吾人の構造自體は何れも彈性を有し基礎も亦不完全ながら彈性を有するなり

地震動の刻々變化する加速度の一部は直ちに構造體の運動として現はれ又其の一部は構造自體の反抗力と相殺すべく前者は動力學後者は靜力學の法則に從はざるべからず從つて受働時間を無視する靜力學的算定のみにては假令最大加速度を元とするも必ずしも安心ならざるべし。

佐野博士の其緒論第三節に於ける構造彈性に依る震力增減論は全く動力學を顧みざる結果にして其の A 點の實動($\Delta 2\delta x$)を生ずるに必要なる震力を M. A. と斷せるが如きは明かに靜力學に捉はるる大なる誤解にして矢張り MA$(1+2\delta x/\Delta)$ 正當なりと思はる又彈性構造體の最大歪曲が常に地の實動の最端に於て現はるとするが如きも同一の誤解に因るなるべし從つて佐野博士の誘導せる各論は地震動の最大加速度を靜止せる彈性構造體に時間に何等考慮なく加へたる場合に適合するものならざるべからず未だ以て吾人の安んじて應用し得ざるものと考へらる勿論佐野博士も本點に就き深く考ふる處ありしには相違なきも當時適當なる解案を得るに至らず止むなく斯の如き程度より出發されたるものと思ふ然るに物部博士は振動學より進み構造體自己振動に就きて深く考ふる處あり結局均一斷面體錘體截頭錘體以外の形體に對しては理論的に其自己振期を算定するは實際不可能なりと斷ずるに至り中軸の彈性曲線形狀をサイン曲線と假定し Weighted mean の法を利用し均一斷面體等既知の振時との比を求め任意塔狀體の振時を算出する新法を案出され是を實際に適用し正確なるを證され且つ地震動に依つて强迫さるゝ構造體各點の受くる加速度は大森佐野兩博士の考ふる如く一定ならざるを說明されたるは一大進步と云ふべしされど同博士の所論は任意形體の構造物振時の中軸曲線形相を Rayleigh や Kirchhoft に倣ひ一般式にて現はさんとせしが爲め終に難關を突破し得ざりしものと思はる若し本論第七節の如き方法に依れば塔狀體と云はず任意形體の構造物につき其振時の形相及び固有振期を算出するは理論上左まで難事にあらざるべしと思はる更に同博士の本誌第五卷第三號揭載論文第四節を見るに振動體の一般微分式は

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+q+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=O \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (a)$$

にして q は解說に依り外部より作用する抵抗力とあり無論地動より受くる力の如

きも含むべき筈なり若しqを無視すれば

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

となり是が積分解法は (Theory of Sound, vol. I. p 272–287) に依り

$$y=\{A\cos mx+\cosh mx+3(\cos mx-\cosh mx)+C(\sin mx+\sinh mx)+D(\sin mx-\sinh mx)\}(A\cos brm^{2t}+B\sin brm^{2t}) \cdots\cdots\cdots (c)$$

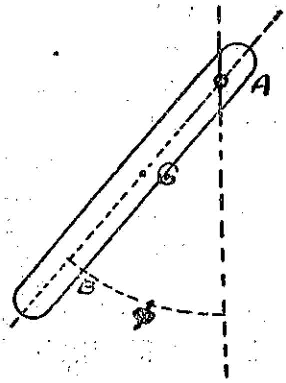
なりと云ふ(c)式を見るに全く均一斷面體の自己振動形相にして(a)式の q とは無關係なりこれを其第十四節地震に强制さるゝ振動に適用し得るは振相の進行が結局地動を感受せず全然自己單獨の彈性運動となりたる場合ならざるべからず隨つて本論第五節の同期運動となり其振相は節動に屬し構造體は夫自身地動振期以上の振期を有し得るものにして且其節動自由振期が地動振期と一致し得る素質を有するものに限らる筈なり又終局斯の如き自由振相に達し得たりとするもそれより得たる對應力が最大なりや疑問なり余は尙博士の見に同ずるを得ざるを遺憾とす

本論を進むるに當り地震動につき一言し置くべし大森博士の說に依れば上下動は微にして殆んど水平動に比するに足らず假令上下動强きも單に上下動の爲に物體の破壞轉倒する事なかるべし實際に甚しく震害を起すは激烈なる水平動なれば耐震構造に關しては上下動なき者と假定し格別の差支へなかるべしと云ふ耐震構造を論ずる先進も多く是れに依れり余も亦これに從つて主として水平動につき考ふべし實際重力の十分一にも達する上下動はなかるべし縱しありとするも吾人の構造體に十分の一內外の重力增減は致命的とは思はれざるのみならず是れが考慮は主として構造體縱振動に關係あるべきも吾人の最も恐るゝ水平振動に對しては長柱的關係と見るを得べく隨つて幾分水平歪曲を增減し且つ自己振期をも增減するは恰も自重に等しきを以て自重關係を考慮する際多少の加減すれば足れりと思はる依つて本編には主として水平動につきて論ずべし地震學者の說に從ひ地震動を單一絃運動と見るべし而して地震動に依る構造體の受力量及び受力點を算定せんには先以て地震動に依る構造體各點の振動につきて考へざるべからずこれ本論の主旨にしてこれを明瞭ならしむる爲吾人の熟知せる振子につきて先一考すべし

第二節　複式振子運動につきて學ぶべき點

複式振子に於て其各點が振期を異にする能はざるが故に支點に近き質量は單獨としては自己振期より遲く先端に近きものは早からざるべからず而して合成一體としての振期が第一圖 B 點の質量運動と一致するものとすれば AB 間の距離は支點 A を原點として算定せる惰性率を靜力率を以て除したるものなるべきは剛體

第一圖



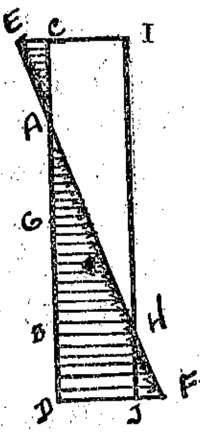
力學の教ゆる所なり則ち

$$\frac{\text{Moment of Inertia.}}{\text{Statical moment.}}=AB$$

なり然るに實際振動の唯一原因たる各點の重力加速度は皆同一量なるを以て其力量は各點の質量に正比すべく若し各點が自由運動を許さるゝならば各點同一の加速度を以て運動すべきなり然れど合成一體とし各點の自由行動を許さゞるを以て各點の直接受くる受力の一部は支點Aと及び他點の一層運動容易なる部分に分割配當され實際各點自己運動に充當さるゝ振力は質量一に對し支點よりの距離に正比する分量たるべし玆に誤解を避くる爲一言を加ふべし複式振子の場合に於ては其支點 A と振動中心點 B は互に一は他の衝動中心點たるを以て振子振動の各瞬間に於ける支點の受力は振動方向には零なり隨つて各點の受力一部は支點に分擔さるゝ筈なしと速斷するの恐あるも實はなきにあらす合計相殺して零となるの意なり

上述に依り複式振子各點の運動加速度は第二圖の如く三角形を以て現はし得べし則ち CD を振子とすれば支點 A と其重心點 G を連結延長して C 及び D 點に達せしめ其振動中心點 B より CD に直角に BH を重力に依る加速度 $g\sin\varphi$ に等しく取り JHI を CD に平行に引けば CD 線と JI 線の間隔は各點同一にして重力より受くる加速度を其まゝ現はすべく支點 A と H 點を結びたる線 $EAHF$ と CAD 線は二箇の三角形 EAC と DAF となりて圖示の如く實際各點の運動に要する加速度を表示すべしこれに各點の質量を乘ずれば各點の振力を得べし斯の如く振子各點の受くる加速度と運動加速度に相違あるを見るべし運動加速度とは直接各點の運動となつて現はるゝ加速度にして則ち各點の惰性力に對するものに外ならず

第二圖

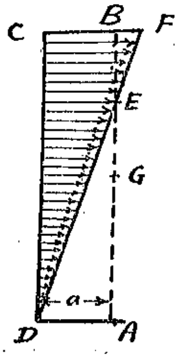


第三節 複式倒振子につきて學べき點

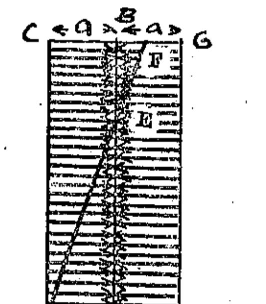
上節は則ち普通の複式振子に就きて學ぶ所なるが本節は是を倒にしたる複式倒振子とも云ふべきものにつきて考ふべし第三圖 AB の如く立てる剛體ありとせ

ん其基點 A は假りに可廻點とすべし又自己重量は暫らく無視すべし E は振動中心 G を重心と考ふべし若し此倒振子に各點 a なる加速度が左方より加はりたりとすれば振子は A を支點として加速度の方向に轉廻せんとすべし其各點の運動加速度を圖示すれば CDF 三角形となり $ABCD$ 矩形とならざるは前節に依りて明なり今若し斯の如き加速度が地震動に基因するとせば其支點 A は地震動と全然同一運動をなすべし隨つて或瞬間に各點の受くる加速度を圖示すれば第四圖の如くならざるべからず則ち地震動の加速度 a を AB 體各點の兩側に配して考ふるを得べく其地震動と同一方向なる右側の $ABGH$ 矩形を以て表するものは A 點と同一運動をなし各點一齊に前進せしむる力となるべく其左側の矩形 $ABCD$ を以て表せるものは地震動と反對なるが故に A 點を支點として AB 體を右方に回轉せんとする力となるべし然るに上述倒振子の理に依り $ABCD$ 矩形は CDF 三角形に變化すべく結局地震動の各瞬時に受くる AB 體各點の加速度は相反する $ABGH$ 矩形及び CDF 三角形の相當點に於ける加速の差ならざるべからず依つて各點の加速度は BEF 及び AED なる二つの三角形を以て表示さるべし前者は後退せんとし後者は前進せんとす斯の如き一瞬時に於て AB 體は其振動中心點 E に於て最大彎曲率を生ずべく危險點なりとは夙に大森博士の指摘する所にして同博士が長柱假令ば煙突の如き多く三分二高に於て破壞せる實例に依りこれを證する所なるも已に其前提たる A 點の可廻性なると構造體が絕對剛性に近きものたるは事實と大なる相違あるのみならず更に算定方法が全然靜力的なるより後段振動時相を考慮せる場合と大差を生ずべきは當然ならん

第三圖



第四圖

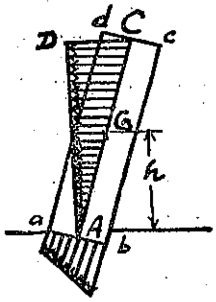


第四節　剛性體の自己振動と其振期

若し基礎が完全彈性を有しこれに載れる構造體の回轉が或程度を出でざれば其反廻轉力量は全然廻轉度と正比し依つて構造體各點の反轉加速度は又各點の靜止位置よりの經過路程に正比すべし是れを圖示すれば第五圖の如く $abcd$ は ab を礎面として立てる剛性體とすれば最初正立せるものが地震動の或瞬間 θ 丈傾きたりとせん隨て礎面 ab も同量丈傾くべくこれに應ずる彈性基礎の反廻力率は構造

體重心の轉位に依る曲率と外力に依る曲率を併せたるものならざるべからず外力とは各點を正位に復する力と同一なり依て次の等式を得べきは明なり

第五圖



$$\theta EJ=h\theta w+\Sigma mky$$

E は礎土の彈性率 J は礎面 $a\,b$ の惰性率 h は重心高 w は構造體の重量 m は各點の質量 y は其高 k は夫れに加はる加速度依つて上式は次の如くなるべし

$$\Sigma mky=\theta(EJ-hw)$$

上式の如く構造體の正位に復せんとする反廻力は又其廻轉度 θ に正比すべし勿論廻轉度が a 端に負力を生ぜざる場合若しくは構造體が全然礎上に定著せる場合は正當にして搖動の場合は別なり次に各點につき考ふるに $a\,d$ 面變形の復元に依つて直接構造體の正位復元に加はる當初一瞬の彎曲力率は上式に依り

$$\Sigma kmy$$

ならざるべからず其各點に加はるべき加速度は K なり然るに廻轉の各瞬時に於ける各點の廻轉角度は常に同一なるを以て其路程は支點よりの巨離に正比し各點の加速度は又路程に正比すべきは全然振子の場合に異ならず第五圖 $A\ C\ D$ 三角形を以て表示し得べし斯の如き加速度は構造體が正位に復すれば各點とも零にして其廻轉度 θ の場合は

$$K=k'\theta y$$

なり k' は系數 θyk は正位よりの路程なり故に各點は單一弦運動をなすべく其自己振期は容易に次式に依りて算出し得べし

$$\theta(EJ-hw)=\Sigma mk'\theta y^2\Sigma=m\frac{a^2}{T^2}\theta y^2\cdots\cdots\cdots\cdots T$$

上式中 T は自己振期の半なり

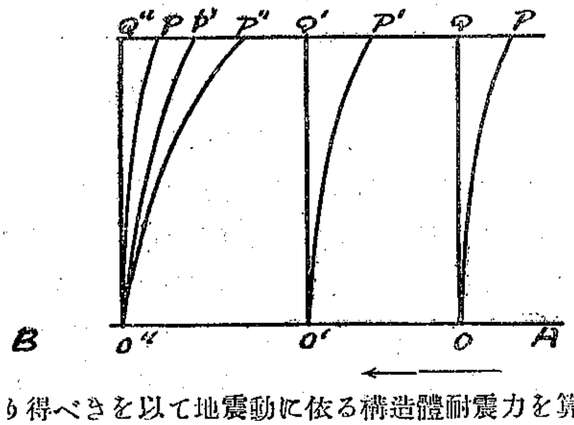
上式に依りて若し振期が旣知數ならば礎土の彈性率を算出し得べし剛性體を故意に振動し其振期を測定し依て以て礎土の平均彈性率を知るは應用の機會多かるべしと思ふ大森博士が曾て煙突につきて斯る振期を驗測せしものにつき佐野博士が純數理より推算せし振期と對照せし所に依ると驗測せし振期は數倍大なりと云ふ依て佐野君は耐震力計算にこれを五倍とせん事を提議せられたり去れど自己振期が耐震構造上重大なる關係あるを知るに於ては斯の如く簡單に定むべきものにあらざるべし一々實驗に依るべき問題なり吾人の實際地上に建設する構造物は長柱に類するものは稀にして其多くは高さ低く剛性體として取扱ひ耐震構造上大過

なかるべしと雖少くも基礎彈性に依る自己振動を無視する能はざるべし前述大森博士の三分の二高にて破壞すべしと云ふもこれが適用を自己振期長き長柱の場合に限りありしかも其振動關係を算定の一基礎として加へざりし結果各點の運動となつて現はるべき加速度を却つて靜力的に扱ひ其靜力的に扱ふべき構造自體各瞬時に有する反抗力量を放置する事となれる誤謬と解するの外なし要するに破壞すべき點は構造體が常に靜力的に負擔の大なる箇所ならざるべからず換言すれば押す總力量にあらずして押されたる場合これに反抗する分量ならざるべからず差は即ち直接運動となつて現はるべきなり上述の如く完全に自己振動をなし得るものは常に其廻轉度に正比する反抗加速度を有し且つ刻々變化する是等數種の加速度に依つて構造體が如何なる最も不利なる時相を取るべきかを極めこれに依つて始めて破壞點を求め得べく隨つて耐震强度を算定し得べきであると思はる去れど大森博士は衝動中心問題に於て大なる暗示を吾人に與へられたるを深く感謝す余は時相を說くに先ち尙彈性構造體につき考へざるべからず

第五節　地震動に依り彈性構造體の受くる震力分布に就て

地震動各瞬間の加速度が如何に彈性構造體に加はるかを考ふるに前節彈性基礎上に立てる剛性構造體の場合に酷似せるものあるは容易に觀取し得べし以下說明を簡明ならしむる爲先以て彈性構造體は基礎上に完全に定着せる者と假定すべし

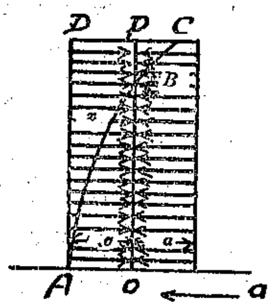
地震動に於ける或時相は第六圖の如く考へらるべし A より B に向つて地が實動するものとすれば彈性構造體中軸の時相は凡そ $O\,P$、$O'\,P'$、$O''\,P''$ の如く彎曲線を畫きて進むべし若し基點 $O\;O'\;O''$ の進行即ち全體としての進行を除きて考ふれば下圖 O'' 點に示したる如く前記各時相は $O''\,P$、$O''\,P'$、$O''\,P''$ となるべし



第六圖

然るに彈性構造體の如き彎曲狀態に於ける反抗力は其彎曲の大小に正比すべきは彈性力學の明示する所なり故に各時相が $OP\,O'\,P'$、$O'\,P''$ と進めば構構造體は $O''P$、$O''P'$、$O''P''$ と歪曲を增し其反抗力の大小增減を知り得べきを以て地震動に依る構造體耐震力を算定するには全體としての實動を除外して考ふるを得べし尙詳しく說明すれば第七圖の如く $O\,P$ 體の基礎 O 點

に或瞬間加速度 a の地震動加はりたりとすれば OP 各點に相反する加速度 a を配して考へ得べきは第三節倒振子の場合說明せる第四圖の如し其地震動と同方向



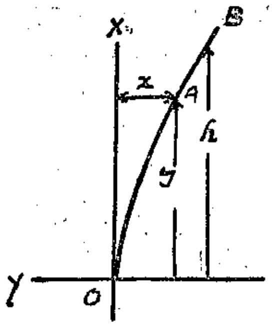
第七圖

なるは刻々地震加速度と變化を共にし以て OP 體を前進せしむべきに依り其各點は全然地震動と同一實動を爲すべきなり然るに地震動方向に反するものは基點と各偶力をなし OP 體を廻轉せんとすべし故に OP の耐震値を定むるには全く左側のものに就て考ふれば足れり然るに此廻轉偶力は既に振子の場合に述べたる如く O を不動點として OP 各點齊一に共同運動をなすを要するを以て其各點初一瞬の運動に要する加速度は其經過路程に正比すべきものならざるべからず斯の如く OP 體各點の微動は從つて其中軸線に歪曲を生じ復元力を誘起すべし各點の歪曲度は即ち其經過路程にして之を各點同時に當初の位置に復元せんとする各點所要の加速度は又一瞬時なるを以て前記の經過路程即ち歪曲度に正比するものならざるべからず勿論初一瞬と復元に要する一瞬時とは必ずしも同一時量ならず常に加速度に反比すべきも兩者の加速度は該瞬間の路程に正比すべきは明かなり各點第一瞬に加はりたる加速度に依つて第二瞬に經過する運動路程も亦第一瞬に加はりたる各點加速度に正比せざるべからず故に之を控除したる第二瞬の路程は又初一瞬と同理に依り第二瞬に加はりたる各點加速度に正比すべし然るに第一瞬の加速度が第一瞬に經過する路程即ち歪曲度と第二瞬の加速度のみに依つて生ずる歪曲度との比は各其加速度に正比す故に各點第一第二瞬間の加速度は又第二第一瞬間の各路程に正比すべきなり更に又第一第二瞬間の路程を合せるものに正比すべく第三第四以下の瞬間又同じからざるべからず故に地震動に依て彈性構造體に歪曲運動を與ふる各點各瞬時の加速度分布比は何れの時相たるを問はず皆或一定の中軸線各點歪曲度比に等しかるべく構造體各點の復元加速度比も又同一理由に依り同じからざるべからず但し時相を異にする同一點の加速度比は其歪曲度に正比すべし若し彈性構造體が愈其剛度を增せば各時相の中軸歪曲線は愈直線に近く遂には剛性體と一致すべく兩者の運動に要する加速度分布比の說明は又全然一致すべしかるが故に地震動の各瞬間に受くる各點の加速度比は第七圖 $AOPD$ 矩形にあらずして一齊運動を强制さるゝの結果 $ABCD$ となるべく ABC は曲線なり上記の說明は尙一層簡單明瞭なるべき方法もあるべし

と思はるゝも今玆に思付のまゝ掲げ他日の機會に於て補修する事とすべし上述の如く運動し得るものは彈性基礎上にある剛性體と同樣全然彈性體自己振動と同一歩調たるを知るに足るべし

第六節　彈性構造體振動時の中軸彎曲線

彈性構造體各點に於ける運動加速度の分布比は前節の通りなるも其の實際量の算定には先以て振動時に現はるべき中軸彎曲線の形狀を求めざるべからず振子の場合には第七圖 ABC は直線にして其 B 點は衝動中心なるを以て惰性率を用ひて容易に B 點を定め得べく從つて爾餘の問題は簡單なり去れど彈性體に於ては甚だ面倒なり第八圖 O を標座原點とし OAB を求むる中軸曲線とすれば各點の加速度



第八圖

は κx なり κ は系數なり各點の質量を m とすれば或一點A の有すべき反廻力は κmx なり斯の如き靜力を負ふ中軸彎曲線は次の如き微分關係を有すべきなり

$$\frac{d^2x}{dy^2}=\frac{M}{EJ}=\frac{1}{EJ}\Sigma_y^h kmx(h-y)$$

$$\frac{d^3x}{dy^3}=\frac{1}{EJ}\frac{dM}{dy}=\frac{1}{EJ}\Sigma_y^h kmx=\frac{\text{剪力}}{EJ}$$

$$\frac{d^4x}{dy^4}=\frac{1}{EJ}\frac{d^2M}{dy^2}=\frac{kmx}{EJ}=\frac{A\text{點の荷重}}{EJ}\cdots\cdots(2)$$

上式に於て M は各點の彎曲力率なり

(2) 式を見るに k は常數にして π^2/T^2 なるべきは自己振動に依りて明なり E は多くの場合常數なれども m 及び J に至つては家屋の如き場合變化極まりなく到底一定等式を以て表はしがたく別に近似的解法に依らざるべからず今假りに E,J を皆常數とすれば構造體は全體を通じて同一斷面を有し (2) 式は次の如くなるべし若し

$$\frac{km}{EJ}=l^4 \text{とすれば} \frac{d^4x}{dy^4}=l^4x \quad \text{これを積分すれば(Weisbach に依る)}$$

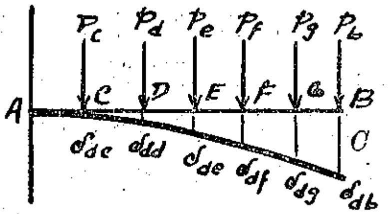
$$x=A\cos(ly)+B\cos(ly)+Ce^{ly}-De^{-ly}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

上式中 $A,B,C,D,$ は常數にして e は自然對數の基數なり其常數は各比を以て現はし得べく從て四ケは三ケとなり是れに l を加ふる四未知數は本曲線の起點と末端の狀件を考慮算出し得べし l を得たれば k 即ち π^2/T^2 を得べく隨つて T を得べし (3) 式は即ち一般に吾人の熟知せる公式なり要するに同一斷面の場合は吾人の構造體に稀に見る所にして應用の範圍少きを以て主として次節に一般解法に

つき詳說すべし

第七節　自己振動時に於ける彈性構造體の中軸彎曲線及び振期の一般解法

本法は結構學に親み深き會員各位の容易に諒解し得べき事と思ふも本論に關する限り順序として詳述すべし



第九圖

第九圖A點に定着せるAB體の或點Dに1なる重量を加ふればABはACの垂下曲線を得べし其各點の垂下度に依り任意荷重の場合に於けるD點の垂度δ_dはMaxwellの法則で次式の如くなるべし$P_c\,P_d$は各點の荷重$\delta_{dc}\delta_{dd}$等は前記D點に1なる荷重を加ふる場合C,D點等に生ずる垂度とす依て

$$\delta_d = P_c\delta_{dc} + P_d\delta_{dd} + \cdots\cdots + P_b\delta_{db}$$

AC曲線は即ちD點垂度を計るべき感力線なり今若し斯の如き數線を畫けば是れに相當する各點の垂度に對し各一等式を得べし假令ば次の如し。

$$\delta_c = P_c\delta_{cc} + P_d\delta_{cd} + \cdots\cdots + P_b\delta_{cb}$$

$$\delta_d = P_c\delta_{dc} + P_d\delta_{dd} + \cdots\cdots + P_b\delta_{db}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

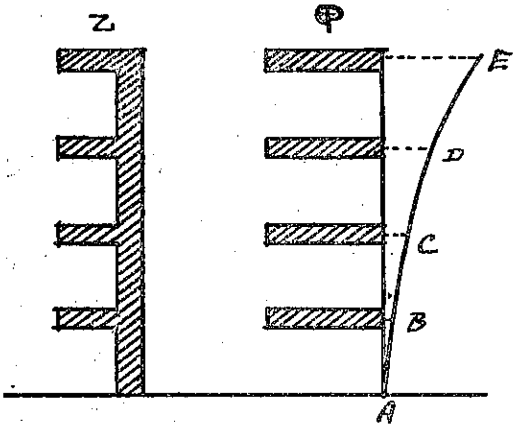
$$\delta^b = P_c\delta_{bc} + P_d\delta_{bd} + \cdots\cdots + P_b\delta_{bb}$$

上式中$\delta_c\delta_d$等は自己振動の場合は第七圖ABC曲線の各點xに相當すべきものにして隨つてP_cP_dなる荷重は各CD點の自己所有の運動力ならざるべからず故に$km\delta_c,km\delta_d$なるべし依つて上各等式の未知數は等式の數に等しく各點の垂度則ち第八圖のABC曲線に對するxを算出し得べき筈なり然るにkも未知の常數なりこれを合せ得んには構造體振動の或場合に起り得べき其末端B或は他の任意點に於ける垂度δ_b等の一を既知として適宜の數を配し上式に依り算出し得べしkは上來屢々述べたる如くπ^2/T^2なり故に本構造體の自己振期をも算出し得べく應用の便多かるべし斯の如くして得たる中軸彎曲線は一定の如くして一定ならず自己振動の何れの時相にも適するものなり何となれば上式$\delta_c\delta_d$等のn倍數も亦同一結果に達すべし即ち上式を自己振動の場合に書換ゆれば次の如し

$$\left.\begin{aligned} n\delta_c &= kmn\delta_c\delta_{cc} + kmn\delta_a\delta_{ca} + \cdots\cdots + kmn\delta_b\delta_{cb} \\ n\delta_a &= kmn\delta_c\delta_{ac} + kmn\delta_a\delta_{aa} + \cdots\cdots + kmn\delta_b\delta_{ab} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ n\delta_b &= kmn\delta_c\delta_{bc} + kmn\delta_a\delta_{ba} + \cdots\cdots + kmn\delta_b\delta_{bb} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (4)$$

(4) 式は吾人の要求する一般式にして其 n は各項に普通なる倍數なればこれを消去するも存置するも差支なし隨つて本中軸曲線は地震動の何れの時相にも適用すべく一時相と他の時相の差は各點共 n なる倍數に過ぎず又實に此構造體を振動せんとして加はる外來の加速度分布も其大小時相を問はず常に本曲線各點の垂度比を以て配當せらるゝものならざるべからず

尙上記の垂度實は偏倚量を算出するには各點の質量 m を其の算出せんとする各點に分割配せざるべからず假令ば第十圖乙の如く四階家屋の質量を表し得るとすれば是を分割して中軸曲線算出の各點 $B\ C\ D\ E$ 各階床に甲の如く分割配當するか或は若し壁體が有力なる質量とすれば更に各階間に一ケ所づつ割當るか實際問題に當り大に研究鹽梅を要すべき事項と思はる要するに精度箇所の多寡に依るべし



第十圖

第八節　構造體振動と自已重關係

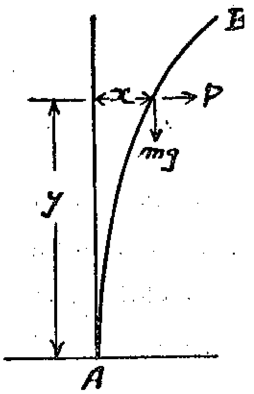
自重が構造體振動に如何なる影響あるかを考察するに第十一圖 AB を振動或時相の中軸曲線とすれば其各點自重は g を重力加速度とすれば mg にして其彎曲力率は mgx なりこれを同一點に於ける水平力 P を以て代用すれば P の量は即ち

$$P = \frac{mgx}{y}$$

にしてこれ又 x に正比するを以て結局 xy 點に於ける自己振動として有すべき力量は

$$kmx - \frac{mgx}{y} = mx\left(k - \frac{g}{y}\right)$$

となるべく其加速度は $k-g/y$ となるべき筈なるが如し然るに各點が斯の如き加速度を以て一齊運動をなさんには $(k-g/y)$ は常數ならざるべからずされど y を

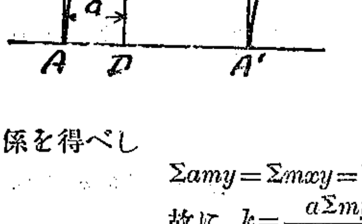


第十一圖

含有するを以て常數たるを得ず從つて自重の自己振動に副ふべき加速度の分布は是又訂正を要すべし其各點實際の分布量は第五節の理に依り力として mgx/y にあらずして $K'mgx$ ならざるべからず其加速度は結局 $(K-K'g)x$ なり K' は常數なり要するに地震動に依り刻々加はる加速度も自重に依り增減する加速度も且又一般的に振動を誘起すべき他の加速度も一度彈性構造體に加はれば該體特有の中軸線各點の垂度に正比配當され而て始めて一齊運動をなし得べきものたるを推知し得べし若し地震動に於ける上下動を考慮せんとすれば上下動の振期を考慮し g の變化量を時數の函數として表はし後段振動時相の場合これに相當する $(K-K'g)x$ を各式中に加ふべきなりさりながら已に述べし如く其影響は左まで大ならざるべく徒に煩雜を增すに過ぎざるべしと思はるにつき本編にはこれを常數として扱ひ尙 $(k-k'g)=K$ として今後取扱ふべきに依り其意を諒し置かれたし

第九節　地震動より直接受くる各點の加速度を運動加速度に轉化する方法及び其振動中心點を求むる事

第十二圖乙に於て $ABCD$ を地震動より直接受くる各點加速度を表すものとすれば其運動化せる各點加速度分布圖は若し同一尺度を以て表はさば $ABFE$ の如くなるべし何となれば各點の運動加速度比は第七節の方法に依り得たる中軸曲線各點の垂度比に等しきを以て A 點に廻轉運動を生ずべき兩加速度の關係は常に次式の如くなるべし乙圖の場合



第十二圖

$$\Sigma amy=\Sigma mxy. \cdots\cdots (5)$$

故に若し第十二圖甲が第七節の方法に依り得たる一中軸曲線 $A'E'F'$ とすれば其或點 R' に於ける x' と乙圖に於ける相當點 R の x とは $x=kx'$ なり k は系數なり故に甲と乙に於て左の關係を得べし

$$\Sigma amy=\Sigma mxy=\Sigma mkx'y$$

故に $k=\dfrac{a\Sigma my}{\Sigma mx'y}$ なり

上式に於て Σamy 及び $\Sigma mx'y$ は既知數なり斯の如く k の値を得れば甲圖任意點の x' を k 倍すれば乙圖相當點の x を得べき理なり乙圖 ABF は斯くして $ABCD$ と同一尺度を以て畫き得べし隨つて兩加速度圖の交點 E に於ては兩者の加速度同一にして E 點は實に當初受けたる儘の加速度を以て運動すべき點なりこれを振動中心點と名くべし恰も剛性體の衝動中心點と同一性質を有する點なり剛性體に於ける其惰性率を應用して直に算出し得べしと雖彈性構造體に於ては斯の如くして得るの外差當り余には簡易の方法を思付かず後日更に研究するとゝとすべし

E 點に就て考ふるに同點は一彈性體に於ては常に一定點なり詳しく言へば地震動の如く各點に加はる加速度が同量なる場合は其加速度が大小如何に變化するも一定點 E に於ては其受くる加速も亦運動として現はるゝ加速度も常に同量なり何となれば上式に依り k は a に正比すべし故に若し或 a 値の場合

$$kx'=a$$

ならば他の a 値假令は sa の場合は

$$skx'=sa$$

ならざるべからず結局 E 點に於ては兩者相等しかるべし。

若し各體につき斯の如き一定點を豫め知らば第十二圖乙の AEF 曲線は直に畫き得べし假令ば第十二圖甲を第七節の方法に依り得たる一構造體の一中軸曲線 $A'E'F'$ とすれば其の振動中心點 E' より水平に EE' を引き E 點を得べし E 點の x' を X とすれば他の任意點 R' に x' に相當する乙圖 AEF 曲線の x は $ax'\div X$ となるべし斯の如き關係は刻々變化する構造體振動時相を知らんとする關鍵とも云ふべきものにして振動時相論は要するに E 點の時相を求むるに外ならず

第十節　自己重關係に依り自己振期の修正

第八節に依り各點自己重に依る彎曲率は mgx なり而して其合はせたるものは

$$\Sigma mgx=\Sigma k'mxy$$

なり然るに第九節に依り

$$\frac{\Sigma mgx}{s}=\Sigma k'mx$$

となるべし s は前節運動加速度重心高なり故に上式に依り g/s は k' に相當し常に自己振動に反對しあるを以て實際彈性構造體に現はるゝは次式の如くなるべし

$$K=(k-k')=\left(\frac{\pi^2}{T^2}-\frac{g}{s}\right)=\frac{\pi^2}{T_1^2}$$

其振期は T にあらずして T_1 ならざるべからず故に計算上第七節に依つて得たる振期 T を上式の T_1 に修正使用すれば自重關係は自ら算入せらるゝことゝなり大に手數を省き得べし依つて以下述ぶる T とは實は T_1 を意味するものとし取扱ふべし

第十一節　彈性基礎上に立てる彈性構造體

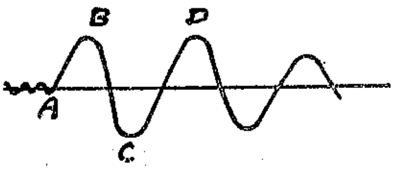
本項の場合は彈性を異にする數節の接繼とし容易に解し得べし其自己振期も亦同し要するに第七節に於ける中軸曲線及び其振期計算に於て其各點垂度算出の場合各點の有する彈率 E を用ゆれば足る理にして爾後の操作には何等の變はりなし

以上各節を以て本論の前提として必要なる事項は略盡したりと思ふ

本　　　論

第一節　地震動時相曲線

地震動時相とは刻々變化する地の實動を時の函數を以て表はすものにして地震計の記錄に外ならず地震動は學者の説に從ひ單一弦運動と見做すべし又其初期微動は耐震構造に關係なきものとして計上せず主要動の第一波より續く數波は勿論何れの記錄を見るも必ずしも整一ならず實に主要動と見るべきものは二三波に過ぎざるべしとは大森博士の夙に震災豫防調査會報告に掲載する所なり今回の地震が果して如何なりしか地震學者の記錄に依り詳細なる説明を希望す要するに本論には主要動の各波は何れも同一大にして又同一振期として取扱ふべし蓋し計算を簡易ならしめんとするに過ぎず若し相當の面倒を見れば一波毎に變化するものと見るも構造體の振動時相を算出するは左迄難事にあらざるべしと思はるゝも元來吾人の構造物は凡ての點に於て左までの精度に達せざるに依り前記の程度に於て取扱ふが至當ならんと思ふ



第十三圖

地震の主要動が十三圖の如く A に始まり BCD に至るものとすれば波の頂點に於て最大加速度を出し中間に於て零となるべしさりながら最初 A 點に於ては初期微動時に漸時蓄積されたる勢力が發して運動を起すべく考へらるゝにつき矢張り最大加速度が働くものと見るを至當とせん若し其量が微弱ならんには B 點に至りて反對の最大加速度を生じ得ざるの理なり依つて AB 間は他

の BCD と異り完全なる地震波にあらず以下これを初動と名くべし其振期は普通振期の半とす初波に對し他の主要動部分を本動と名く a は振幅の半 T は振期の半 t は A 點より起算せる經過時數 y を t 時に於ける第十三圖 AE 線より計りたる距離即ち原點よりの地の實動距離とすれば y は初動部に於て

$$\text{初動}\cdots\cdots y=\frac{a}{2}\left(1-\cos\frac{2\pi t}{T}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

若し $2\pi/T=Q$ とすれば

$$\text{初動}\cdots\cdots y=\frac{a}{2}(1-\cos\overline{Qt})\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

B 點より先即ち本動部に於ける y は A 點を t の起點として現せば

$$\text{本動}\cdots\cdots y=a\ \sin\frac{\pi t}{T}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

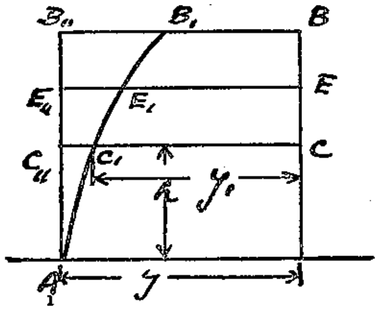
若し $\pi/T=P$ とすれば

$$\text{本動}\cdots\cdots y=a\ \sin\overline{Pt}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

若し地震動が本前提と合致すれば其地震計記錄は上各式の如き曲線と同一なるべし

第二節　彈性構造體の振動時相曲線

第十四圖 A 點に定着正立せる構造體 AB が地震動に依り t 時後に A_1B_1 に進み其時相が $A_1B_1E_1B_1$ なりとすれば構造體の或點 C_1 に於て該瞬間に働くべき運動加速度の總量は若し y_1 を CC_1 とすれば d^2y_1/dt^2 なるべし然るに緒論に於て説明せる如く A_1 點に於ける該瞬間の地震加速度は A_1B_1 體を同一加速度を以て各點一樣に地震動方向に前進せんとすべし其加速度は即ち d^2y/dt^2 なり然るに又緒論に於て詳論せるが如くこれに反する同一加速度を以て各點を地震動の反對に A_1 を支點として廻轉せんとすべし而て其運動加速度として C_1 點の受くるものは $C_1C_{11}/E_1E_{11}\cdot d^2y/dt^2$ なるべし E_1E_{11} は振動中心點 E に相當するものとす故に C_1C_{11}/E_1E_{11} は A_1B 時相に依らざる如何なる他の時相或は靜力的中軸歪曲線に依るも C_1 點に於て常に一定比なるは緒論に於て盡せし所なり從つて C_1 點の地震動に依り受くる運動加速度の和は $d^2y/dt^2(1-C_1C_{11}/E_1E_{11})$ にして若し $1-C_1C_{11}/E_1=E_{11}F(h)$ とすれば $F(h)d^2y/dt^2$ なり更に又 C_1 點には構造體自身の歪曲に依る反抗廻轉力あり其歪曲度は $y-y_1$ なるが故に緒論の理に依り若し AB 體の自己振期の半を T_1 とすれば $\pi^2/T^2(y-y_1)$ なり更に $\pi/T_1=R$ とすれば $R^2(y-y_1)$ なり依つて C_1 點に於ける各加速度の關係は簡單に次の如き微分等式を以て表はし得べし



第十四圖

$$\frac{d^2y_1}{dt^2}=R^2(y-y_1)+F(\mathrm{h})\frac{d^2y}{dt^2}\cdots\cdots(5)$$

上式を先以て不完全初動に適用すれば(2)式より

$$y=\frac{a}{2}(1-\cos\overline{Qt})$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{a}{2}Q^2\cos\overline{Qt}$$

を得べし依つて(5)式は次の如くなる

$$\text{初動}\cdots\cdots\frac{d^2y_1}{dt^2}+R^2y_1=\frac{a}{2}R^2(1-\cos Qt)+\frac{a}{2}Q^2F(\mathrm{h})\cos\overline{Qt}$$

$$=\frac{a}{2}R^2-\frac{a}{2}\left\{R^2-Q^2F(\mathrm{h})\right\}\cos\overline{Qt}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

今(6)式を記號法に依り積分還元すれば其 Particular integral は

$$y_1=\frac{\frac{a}{2}R^2-\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))\cos\overline{Qt}}{D^2+R^2}\quad\text{なり}$$

上式の内 $\dfrac{\frac{a}{2}R^2}{D^2+R^2}=\dfrac{a}{2}$ となり

又

$$\text{初動}\cdots\cdots\frac{\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))\cos\overline{Qt}}{D^2+R^2}=e^{ist}\frac{\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{(D+iQ)^2+R^2}=\frac{\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{R^2-Q^2}\cos Qt$$

なり其 Complementary function は

$$A\cos\overline{Rt}+B\sin\overline{Rt}\quad\text{なり}$$

依て(6)式は左の如くなるべし

$$y_1=\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\cdot\frac{(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{R^2-Q^2}\cos\overline{Qt}+A\cos\overline{Rt}+B\sin\overline{Rt}\cdots\cdots\cdots(7)$$

A B は常數なり上式は R が Q に等しからざる場合に適するものにして若し R が Q に等しき場合則ち自己振期が地震振期の半なる時は次の如くなるべし(6)式の Particular integral の内

$$\frac{a}{2}\;\frac{(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{D^2+R^2}\cos\overline{Qt}=e^{ist}\frac{\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{(D+iQ)^2+R^2}$$

$$=e^{ist}\frac{\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{2iQ}$$

$$=\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))\frac{(\cos\overline{Qt}+i\sin\overline{Qt})t}{2iQ}$$

$$=\frac{a}{2}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))t\frac{\sin\overline{Qt}}{2Q}$$

$$=\frac{a}{4Q}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))t\sin\overline{Qt}$$

と訂正を要すべく随てこの場合に適合する (6) 式は次の如し

初動・・・・ $y_1=\frac{a}{2}-\frac{a}{4Q}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))t\sin\overline{Qt}+A\cos\overline{Rt}+B\sin\overline{Rt}$ ・・・・・・・ (8)

次に (5) 式を本動に適用すれば (4) 式より

$$y=a\sin\overline{Pt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-aP^2\sin\overline{Pt}$$

依て (5) 式は次の如くになる

本動・・・・・・・ $\frac{d^2y_1}{dt^2}+R^2y_1=R^2a\sin\overline{Pt}-F(\mathrm{h})aP^2\sin\overline{Pt}$

$=a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))\sin\overline{Pt}$ ・・・・・・・・・・・・・・・・ (9)

依て其積分關係は次の如し

$$y_1=\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{D^2+R^2}\sin\overline{Pt}$$

上式の Particular Integral は

$$iy_1=\frac{ia(R^2-P^2F(\mathrm{h}))\sin\overline{Pt}}{D^2+R^2}$$

$$=e^{iPt}\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{(D^2+iP)^2R^2}$$

$$=\frac{ia(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}\sin\overline{Pt}$$

Complementary function は初動の場合に同じ依て本動部に屬する各點の時相式は次の如くなるべし

本動・・・・ $y_1=\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}+A'\cos\overline{Rt}+B'\sin\overline{Rt}$ ・・・・・・・・・・・・・・・ (10)

上式は初動の場合と同様 R が P に等しからざる場合に適するものにして若し R が P に等しきときは其 Particular integral は又修正せざるべからず結局次の式を得べし

本動・・・・ $y_1=-\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))t\cos Pt}{2P}+A'\cos\overline{Rt}+B'\sin\overline{Rt}$ ・・・・・・・・・ (11)

(7)(8)(10)(11) の四式は則ち所要の公式にしてこれを適用するにはこれに適合する $A.\,B.\,A'.\,B'.$ なる四常數の價値を求めざるべからず

(7)(8) の兩式に於て若し t が零ならば y_1 は零なり dy_1/dt も零なり故に Q が R と等からざる場合は (7) 式より

$$\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\,\frac{(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{R^2-Q^2}+A=0$$

$$\therefore\ A=-\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\,\frac{(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{R^2-Q^2}$$

となり又其

$$\frac{dy_1}{dt}=\frac{aQ}{2}\,\frac{(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))}{R^2-Q^2}\sin\overline{Qt}-AR\sin\overline{Rt}+BR\cos\overline{Rt}=0$$

なり依て t が零となるときは B は零なり故に (7) 式は次の如し

$$y_1=\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\,\frac{R^2-Q^2F(\mathrm{h})}{R^2-Q^2}\cos\overline{Qt}-\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\,\frac{R^2-Q^2F(\mathrm{h})}{R^2-Q^2}\right)\cos\overline{Rt}$$

$$=\frac{a}{2}\left\{1-\cos\overline{Rt}-\frac{R^2-Q^2F(\mathrm{h})}{R^2-Q^2}\,(\cos\overline{Qt}-\cos\overline{Rt})\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

又 Q が R に等しきときは (8) 式より

$$\frac{a}{2}+A=0\quad\therefore\ A=-\frac{a}{2}$$

又

$$\frac{dy_1}{dt}=-AR\sin\overline{Rt}+BR\cos\overline{Rt}=0$$

$$\therefore\ BR=0\qquad B=0$$

依つて (8) 式は次の如くなるべし

$$y_1=\frac{a}{2}-\frac{a}{4Q}(R^2-Q^2F(\mathrm{h}))t\sin\overline{Qt}-\frac{a}{2}\cos\overline{Rt}$$

$$=\frac{a}{2}\left\{1-\frac{Q}{2}(1-F(\mathrm{h}))t\sin\overline{Qt}-\cos\overline{Qt}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(7)(8) 兩式は上記の如く決定せるも (10)(11) 兩式の $A'B'$ の決定には (12)(13) 及び (10)(11) 式の t が $T/2$ 時なる場合の y_1 及び dy_1/dt を對照して得べき筈なり即ち (12)(10) 兩式 $T/2$ 時の y_1 及び dy_1/dt に依つて次の二等式を得べし

$$y_1=\frac{a}{2}\{1-\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}-\frac{R^2-Q^2F(\mathrm{h})}{R^2-Q^2}(\cos\overline{Q\tfrac{T}{2}}-\cos\overline{R\tfrac{T}{2}})\}=m$$

$$=\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}\sin\overline{P\tfrac{T}{2}}+A'\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}+B'\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}$$

$$\frac{dy_1}{dt}=\frac{a}{2}\{R\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}+\frac{R^2-Q^2F(\mathrm{h})}{R^2-Q^2}(Q\sin\overline{Q\tfrac{T}{2}}-R\sin\overline{R\tfrac{T}{2}})\}=n$$

$$=\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}-A'R\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}+B'R\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}$$

然るに $P=\pi/T,\ Q=2\pi/T$ なるが故に上式 m,n は

$$m=\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}+A'\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}+B'\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}$$

$$n=-A'R\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}+B'R\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}$$

故に上二式より

$$A'=m\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}-\frac{n}{R}\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}-\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}\cdots\cdots(14)$$

$$B'=m\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}+\frac{n}{R}\cos\overline{R\tfrac{T}{2}}-\frac{a(R^2-P^2E(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}\sin\overline{R\tfrac{T}{2}}\cdots\cdots(15)$$

上記の $A'B'$ 値を (10) 式に代用すれば本動に對する一般時相式を得べしされどこの場合は PQR の各値は各異りたる場合ならざるべからず若し地振期と自己振期が等しき場合即ち $P=R=\frac{1}{2}Q$ なる場合は (12) 及び (11) 式に依つて前同樣の操作をなし $A'B'$ の値を決定すべきなり　$t=T/2$ ならば

(11)式より直に

$$B'=\frac{a}{2}(1-\frac{R^2-Q^2F(\mathrm{h})}{R^2-Q^2})=\frac{a}{2}(1-\frac{1-4F(\mathrm{h})}{3})=\frac{a}{3}(1-2F(\mathrm{h}))\text{なり}$$

又　$\frac{dy_1}{dt}(12)=\frac{dy_1}{dt}(11)$ なるが故に

$$\frac{aP^2}{2}(1-F(\mathrm{h}))\frac{T}{2}-A'P=\frac{2aP}{3}(1-F(\mathrm{h}))$$

$$\therefore\quad A'=a(1-F(\mathrm{h}))\left(\frac{PT}{4}-\frac{2}{3}\right)$$

上記の A',B' 値を (11) 式に代用すれば

$$\text{本動}\cdots y_1=-\frac{a}{2}P(1-F(\mathrm{h}))t\cos\overline{Pt}+a(1-F(\mathrm{h}))\left(\frac{PT}{4}-\frac{2}{3}\right)\cos\overline{Pt}$$

$$+a\left(\frac{1+2F(\mathrm{h})}{3}\right)\sin\overline{Pt}$$

$$=-\frac{a}{2}\left\{(1-F(\mathrm{h}))(Pt-\frac{PT}{2}+\frac{4}{3})\cos\overline{Pt}-\frac{2+4F(\mathrm{h})}{3}\sin\overline{Pt})\right\}\cdots(16)$$

なり (16) 式は則ち $P=R=\frac{1}{2}Q$ の場合に適合する直に應用し得べき時相式なり若し自己振期が地振期より小にして其 1/2 なる場合則ち

$$P=\frac{1}{2}R=\frac{1}{2}Q \text{ なるとき}$$

(18) と (10) 式より

$$a=\frac{a}{3}(4-F(\mathrm{h}))-A' \quad \therefore\ A'=\frac{a}{3}(1-F(\mathrm{h}))$$

依つて

$$\frac{dy_1}{dt}(13)=\frac{a}{2}\Big\{-2P^2(1-F(\mathrm{h}))t\cos\overline{2Pt}-P(1-F(\mathrm{h}))\sin\overline{2Pt}$$
$$+2P\sin\overline{2Pt}\Big\}=aP(1F(\mathrm{h}))\frac{T}{2}$$

又 $$\frac{dy_1}{dt}(10)=\frac{a(4-F(\mathrm{h}))}{3}P\cos\overline{Pt}-2A'\sin\overline{2Pt}+2B\cos\overline{2Pt}$$
$$=-2B'P$$

$$\therefore\ B'=-\frac{a}{4}(1-F\mathrm{h})PT$$

依て (10) 式は下の如し

本動‥‥ $$y_1=\frac{a(4-F(\mathrm{h}))}{3}\sin\overline{Pt}+\frac{a}{3}(1-F(\mathrm{h}))\cos\overline{2Pt}-\frac{a}{4}(1-F(\mathrm{h}))Pt\sin\overline{2Pt}$$

$$=\frac{a}{3}(4-F(\mathrm{h}))\sin\overline{Pt}+\frac{a}{3}(1-F(\mathrm{h}))\Big(\cos\overline{2Pt}-\frac{3}{4}Pt\sin\overline{2Pt}\Big) \quad \cdots\cdots (17)$$

若し又自己振期が地振期より二倍大なるときは

$$P=2R=\frac{Q}{2}$$

(12) 式より $t=T/2$ とすれば

$$y_1=\frac{a}{2}\Big\{1-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1-16F(\mathrm{h})}{15}\Big(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\Big)\Big\}$$
$$=\frac{a}{3}(2.688+27.31F(\mathrm{h}))=m \text{ とす}$$

又 $$\frac{dy_1}{dt}=\frac{a}{2}\Big\{\frac{P}{2}\sin\frac{Pt}{2}-\frac{1-16F(\mathrm{h})}{15}\Big(2P\sin\overline{2Pt}-\frac{P}{2}\sin\frac{Pt}{2}\Big\}$$
$$=\frac{2.828aP}{15}(1-F(\mathrm{h}))=n \text{ とす}$$

上の m,n を (10) 式の同時の y_1 及び dy_1/dt と等置すれば

$$A'=\frac{1.376}{30}(1-F(\mathrm{h}))\sqrt{2}a=\frac{1.945a}{30}(1-F(\mathrm{h}))$$

$$B'=\frac{4a}{5}(1-F(\mathrm{h}))\sqrt{2}=\frac{5.656a}{30}(1-F(\mathrm{h}))$$

故に (10) 式は下記の如し

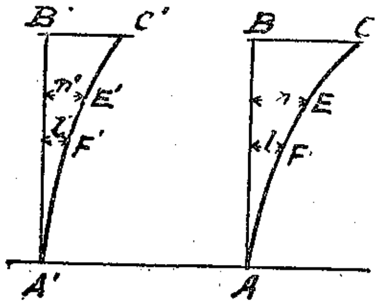
$$y_1=\frac{a(R^2-P^2F(\mathrm{h}))}{R^2-P^2}\sin\overline{Pt}+\frac{1.945a}{30}(1-F(\mathrm{h}))\cos\overline{Rt}$$

$$+\frac{5.656a}{5}(1-F(\mathrm{h}))\sin\overline{Rt}$$

$$=\frac{a}{3}\Big\{-(1-4F(\mathrm{h}))\sin\overline{Pt}+\frac{1.945}{10}(1-F(\mathrm{h}))\cos\frac{Pt}{2}$$

$$+\frac{16.968}{15}(1-F(\mathrm{h}))\sin\frac{Pt}{2}\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (18)$$

上記諸式は構造體の何れの點の時相にも適するものにして構造體の各點を夫れに相當する $F(\mathrm{h})$ 値を裝入して一々算出すれば全部の時相を得べきも斯の如きは頗る繁雑にして實用的價値なし然るに好都合なるは一構造體の各點に於ける $F(\mathrm{h})$ は時相に依つて變化せざるは緒論九節に依り明瞭なるを以て若し $F(\mathrm{h})$ を振動中心點に適合するもの即ち本節の始に説明せる $(1-C_1C_{11}/E_1E_{11})$ を同點に適用すれば $(1-C_1\ C_{11}/E_1E_{11})=F(\mathrm{h})=0$ となり（斯くなるは深く説明する點もなく同點に於て前進せんとする地震が速度と又反廻せんとする地震に依る運動加速度が同一値を有し結局零となるは緒論に明なり）前諸式より $F(\mathrm{h})$ を含まざる則ち振動中心點の時相曲線を得べしこれと本論第一節の地震動時相曲線を畫けば振動經過の各瞬間に於て構造體時相の二點を確實に知るを得べし依つて他の各點の時相は緒論九節に述べし方法に依り一中軸曲線に依つて容易に算出し得べし例せば第十五



第十五圖

圖 AEC を或振動時相とすれば E は振動中心點なるが故に前記二曲線に依り A 及び E の二點の位置は既知なり又 A と E の相互關係距離は $y-y_1=n$ なり若し F 點の垂度 l を求めんとすれば左側に畫ける中軸曲線 $A'E'C'$ の の相當點 F' の l' 及び E' 點の n' の間に次の等式を得べし

$$\frac{l}{n}=\frac{l'}{n'}\quad\therefore\quad l=\frac{n}{n'}l'\ \text{なり}$$

故に上述の各式に於て $F(\mathrm{h})$ を零とすれば振動中心點時相曲線を畫き得べく又構造體全體の時相を知り得べし次の各式は夫れなり

$P\mp R\mp Q$ 一般式

(12)及(10)式より

$$\text{初動}\cdots\cdot y_1=\frac{a}{2}\left\{1-\cos\overline{Rt}-\frac{R^2}{R^2-Q^2}(\cos\overline{Qt}-\cos\overline{Rt})\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

$$\text{本動}\cdots\cdot y_1=\frac{aR^2}{R^2-P^2}\sin\overline{Pt}+A'\cos\overline{Rt}+B'\sin\overline{Rt}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

$P=R=\dfrac{Q}{2}$ なるとき

(12) 及び (16) 式より

$$\text{初動}\cdots\cdot y_1=\frac{a}{2}\left\{1-\cos\overline{Rt}-\frac{R^2}{R^2-Q^2}(\cos\overline{Qt}-\cos\overline{Rt})\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$\text{本動}\cdots\cdot y_1=-\frac{a}{2}\left\{(Pt-\frac{PT}{2}+\frac{4}{3})\cos\overline{Pt}-\frac{2}{3}\sin\overline{Pt}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

$P=\dfrac{1}{2}R=\dfrac{1}{2}Q$ なるとき

(13) 及び (17) 式より

$$\text{初動}\cdots\cdot y_1=\frac{a}{2}(1-\frac{R^2}{2Q}t\sin\overline{Qt}-\cos\overline{Rt})\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

$$\text{本動}\cdots\cdot y_1=\frac{4a}{3}\sin\overline{Pt}+\frac{a}{3}\cos\overline{2Pt}-\frac{3}{4}Pt\sin\overline{2Pt}\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

$P=2R=\dfrac{Q}{2}$

(12) 及び (18) 式より

$$\text{初動}\cdots\cdot y_1=\frac{a}{2}\left\{1-\cos\overline{Rt}-\frac{R^2}{R^2-Q^2}(\cos\overline{Qt}-\cos\overline{Rt})\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

$$\text{本動}\cdots\cdot y_1=\frac{a}{4}(-\sin\overline{Pt}+\frac{1.945}{10}\cos\frac{Pt}{5}+\frac{16.96}{5}\sin\frac{Pt}{2}\cdots\cdots\cdots(26)$$

第三節　地震動振期と自己動振期の關係

本論第一節に依りて地動時相曲線を畫き得べく第二節に依りて構造體振動中心點の時相曲線を得べし今試に上記 (21) より (26) 式に至る諸式を算出して畫きたるものは附圖第一第二第三なり各圖共横距を以て經過時數を表し縦距を以て原點よりの實動距離を示す其地動曲線と振動中心點曲線との差は同點の歪曲度なり又正負は左方若しくは右方歪曲を現はすべし二曲線の下方には任意時點に於ける構造體中軸時相曲線をあらわせり勿論其最も不利なる場合は地動及び振動中心時相の二曲線に於ける縦距差の最大なるべき時にして容易に發見し得べし又最大縦距差即ち垂度及び其時點は二曲線の數式より直に算出し得べき筈なるも圓函數なるを以て簡單に行かず却つて遲し

斯の如くして得たる構造體の時相につきて見るに附圖第一は地震振期と自己振期が同一なる場合にして從來耐震構造を論ずるものが斯くあらんと推想せし所を裏書するものにして歪曲度は震波數と正比增加し從つて小地震と雖若し其主要動が數波連續する場合は大地震より遙かに恐るべき威力を有するものたるを證し得べし大森博士は曾て地震動を說くに當り大地震の主要動は大波は一・二回にして續く震波は大に勢力を減ずるを常例とすと云へり眞に吾人に採つて好都合なるも果して大小地震を問はず何時も斯の如きか地震學者の更に廣く實記錄につきて調查し吾人の用に供せられんことを望む

附圖第二は試に自己振期を地震振期の半として畫きたるものにして其振動中心點に於ける最大歪曲度は地震振幅の二分の一に過ぎず頗る良好なるが如きも自己振期を小ならしむるは獨り構造體を剛强ならしむるのみならずこれに適應する基礎構成を要し經費の點に於て損する所をも併せて攻究を要すべしされど吾人の多くの構造物は甚だ高からず全體としては求めずして已に相當の剛度を有しありと思はるるにつき若し基礎の構成に多少の改良を試むれば甚しく經費を增加せずして自己振期を減じ得べき望ありと思はる要するに實際問題として數例につき推算を試むべきは勿論又一面同一構造體にして基礎關係に於て異なれるものにつき自己振期の檢測を行ふべきなりと思はる幸ひ震災豫防調查會の如き機關あり直に實行されんことを望む

附圖第三は自己振期を地震振期の倍として算出したるものにして自己振期が地震振期より長き場合の狀態一般を窺ふに足らん若し地震振期が一秒ならば自己振期は二秒に對す曲線にして自己振期二秒なれば大森博士の數例につき檢測する所に依るも大煙突高塔の如きものにして所謂大森博士の長柱に屬し地震動に依つて振動さるゝ場合反曲點を生し得べき素質に富むものと思はる若し反曲點を生じたりとすれば本式の應用につきては更に考慮を要すべく次節に於て論ずべきも若し斯る構造體が一節運動をなしたりとすれば附圖第三に依り其最大歪曲度は振動中心點に於て約地震振幅に近きものなるべし

今附圖第二第三の場合を比較するに若し兩構造體共同一高にして各點の質量相等しとすれば其或瞬時に受くる震力は同一量ならざるべからず然るに兩者は剛度を異にするの結果前者の自己振期は後者の四分の一に過ぎず而て兩者の最大歪曲度を見るに前者は約後者の半なり故に兩者の靜力的負荷は各次の如くなるべし

第二圖の場合

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a=\left(\frac{\pi}{T}\right)^2 4a$$

第三圖の場合

$$\left(\frac{\pi}{2T}\right)^2 2a=\left(\frac{\pi}{T}\right)^2\frac{a}{2}$$

にして前者は後者の八倍大の力量を負擔せざるべからず如何に柔性なる構造が耐震構造上有利なるかを知るに足るべし更にこれを大森佐野博士の算法に依り構造體の受くる力量を地震最大加速度とすれば

$$\left(\frac{\pi}{T}\right)^2 a$$

の割合なりこれを前二者と比較するに前者は四倍大となり後者は二分の一に過ぎず斯の如く時相を考慮するとせざるに依り大差を生ず何れが是か何れが非か耐震構造學の上より云ふも亦經費關係より考ふるも等閑に付すべき問題にあらざるべし且又質量の上より考察すれば後者は前者に比して大に其量を減じ得べく一層の相違を生ずべし今日耐震構造を說くもの多しされど吾人は充分其立脚點につき說明を得ざれば容易に鵜呑にする能はざるべし

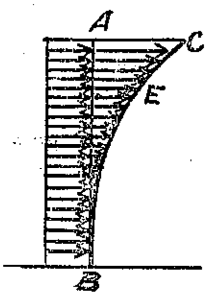
以上の方法に依りて構造體振動の最も不利なる時相を得たりとすればその各點の負擔量は容易に求め得べく隨つて構造體の內應力を算定し得べしされど尙一層の精度を望めば當初受けたる力を運動化する爲失ひたる部局は是れに相當する內應力をも考慮すべきなりと思はる然るに此の內應力は常に主たる內應力に反するを以て多くの場合省略して可なりと考へらる又若し長柔體にして其影響大なる場合は結局次節の節動につきて考ふべきなり

第四節　地震動に於ける構造體の節動時相

本項は寧ろ緒論に於て論ずべき問題なるも前述時相を極めたる上これに移るを便宜と思はるゝにつき茲に是れを揭ぐる事にせる次第なり

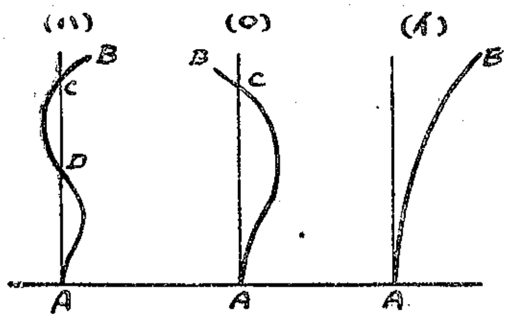
本論上三節は主として構造體が一節運動をなすべき場合を論じたり然るに單一彈性體が二節三節或は數節を以て自己振動をなし得るは音響學の初步に於て吾等の學びたる所なり吾人の構造に於てこれに類する運動をなし得べきは推理に難からず凡そ地震動に依り構造體が其礎點に單一弦運動を强制さるゝ場合一節として運動するに餘りに長き振期を有するときは數節となりてこれに對抗せんとする傾向を生ずべき理由は大要下記の如きものならんと考へらる

直接地震動より受くる各點同一の廻轉加速度を變じて自己運動に適せしめんとする狀態を見るに第十六圖の如く $ABDE$ は ABC の如くなるは前述の通りにし



第十六圖

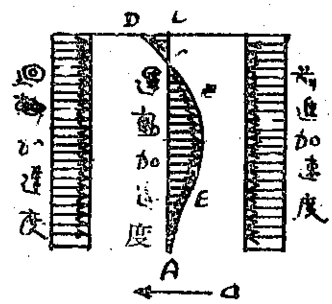
て隨つて AB 體の振動中心點以下は各點當初受けたる加速度より少量なり則ち自己運動必要量以上のものを各瞬負擔せり故に AB が長柱の如き長柔體であり地震動より長き自己振期を有すれば振動中心點以下は相當に丈長く地震動より直接受くる加速度に感ずる事も多かるべく從つて同點以下に小歪曲を出し安かるべし若し其歪曲度が輕微ならば局部微振動として止まるべきも稍大ならんには全體としての一齊運動を阻むるに至り新に一齊運動に適する形式を採るべく促進さるゝものと考ふるも不合理ならざるべし斯の如く一節にて運動し得ざるものは二節となり三節となり尚平衡を得ざれば更に其節を增すべく結局柔體には其振期地震振期の以下に到達するにはあらざるかと思はる其果して何節運動をなすべきかは深き研究を要すべしされど吾人の構造體は斯の如き節動をなし得る素質を有するにつき一節運動の場合のみを考慮して其耐震力を定むるは未だ以て完全と云ふべからず節動の場合を考ふるに彈性體が斯る自己運動をなし得べき場合は第十七圖(イ)(ロ)(ハ)の如く(イ)は一節にして節點 A を有し(ロ)は AC 二點(ハ)は ACD 三點を有すべし(イ)の場合は已に論究せり今(ロ)について考ふべし(ハ)以下同樣の推理にて明瞭なるべきを以て略すべし



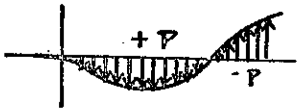
第十七圖

緖論に依り地震動より直接受くる加速度を第十八圖の如く配當すれば第十七圖(ロ)の運動に適合すべし則ち地震動より受くる廻轉加速度を自己運動に化すれば構造體各點は其受くる加速度に正比する歪曲を有せざるべからず隨て緖論各節は主に是れが算定に適用し得べきは勿論なり但し本項の場合は負の加速を出すべき箇所あるもこれを代數的に扱へば更に前編の變更を要せざるべし又 C 點は A 點と同じく自己動としては靜止點なれば地震動と全然同一運動をなすべきを以て本編時相の場合は直に發見し得べく又 E 點則ち振動中心點は二ヶ所にて若し豫めこれを知り得れば緖論第九節に依りて $AEECD$ 曲線は直に畫き得べし又同點に於ては本論二節の當初に於て論ぜし如く地震動の前進加速度と廻轉運動加速度と相反して

結局零となるべき點なれば第二節の振動中心時相曲線式は何等の變更を要せず E 點の時相を現はすべきを以て若し是れに相當する中軸曲線圖と其の振期を算定し得れば從つて E 點をも定め得べく緒論本論共に直に適用し得べし其中軸曲線の形狀及び振期を知るは緒論第七節に依り第十九圖の如く各點の荷重 P は常に其歪度に正比すべき場合を求むれば足る次第にして深く說明の要なかるべし又其振動中心點は緒論第九節に依りて得べし三節四節運動と亦同樣の理なり斯の如く節を增すに隨ひ振期を減ずべく何れの場合が最も不利なるかは二三の例に就きて運算を試むれば略見當も付くならんと思はる其時相は附圖第二上欄の如し



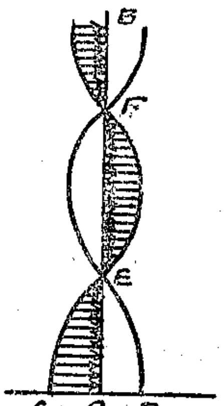
第十八圖



第十九圖

第五節　地震動と構造體振動の同期運動

最終に地震動と構造體振動が全然一致し所謂同期運動をなすべき場合につきて考ふるに斯の如きは地震動其ものが已に述べし如く如何に整一なるも其初動と本動に於て同一振期ならず且又本動其ものが僅かに數波なりとすればこれとシンクロナイヅするに至るが如きは容易に有り得べしとは考へ得ざるも若し斯の如き場合假りに生じたりとすれば第二十圖の如くなるべく AB 體は地震振期と同じき振期を以て CEF 及び DEF の時相を地震動の兩端 C 及び D に於て取るべく其自己運動は全く自由振動にして何等地震動より强制さるゝ事なし又その最大振幅は地震動と同じく振幅則ち歪曲度なり且一節或は數節運動をなし得べく其構造體耐震力算定は振動の兩端歪曲度に對應せしむるに過ぎず物部博士の强制振動は此場合に限ると思ふ



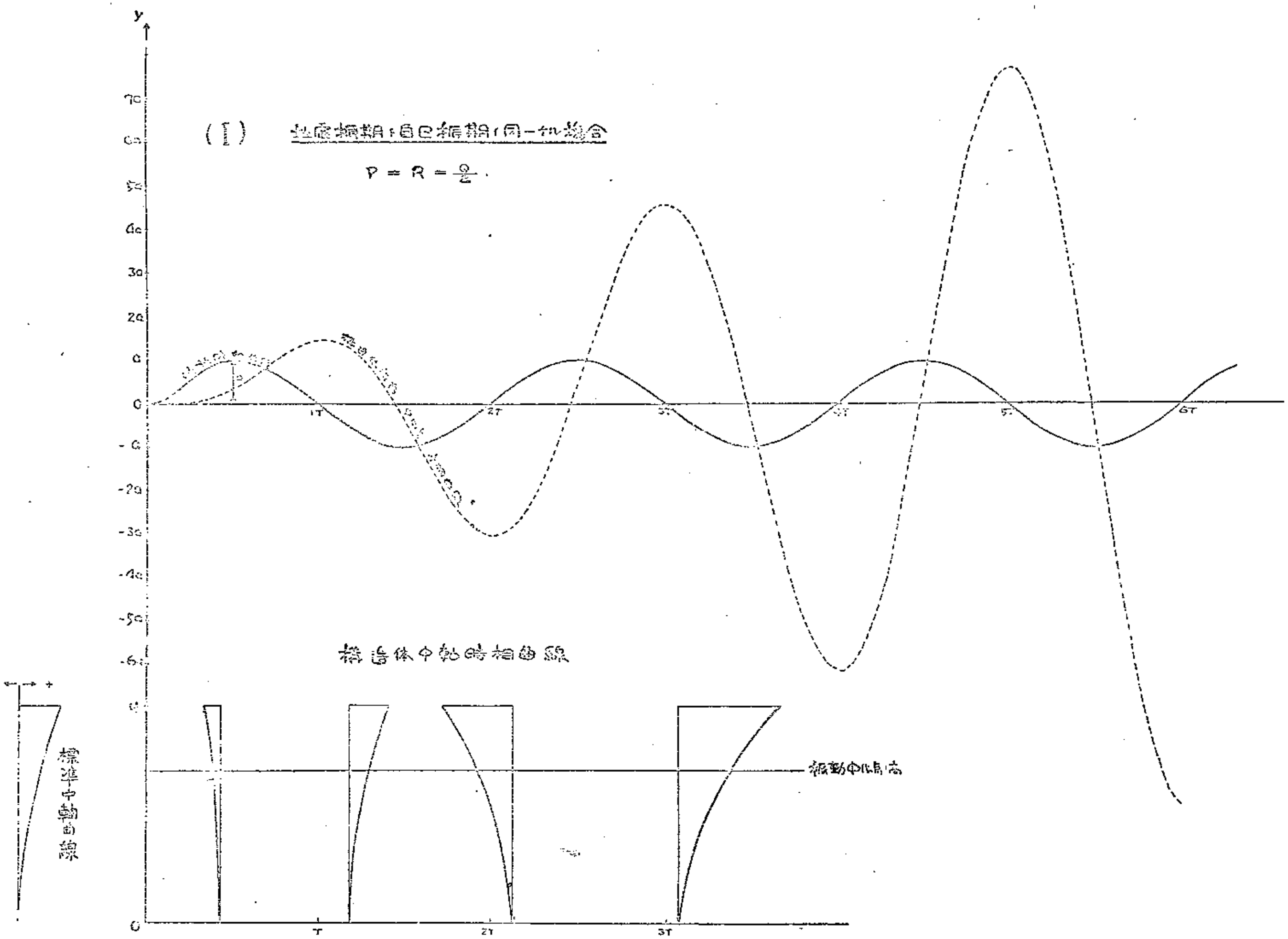
第二十圖

結　論

要するに構造體の振動時相を極めざれば耐震强度を定めがたく本論幸に大過なしとするもこれを各局部の耐震强度算定に適用せんとするには細心の考慮と少からざる努力を要すべく余は更にこれに向つて進むべきも元來不幸にして未だ振動物理學を學びたることなく又今其一本をも得る能はず自然本論は科學的見地より云へば術語も勝手放題にて其說

明も冗漫要領を得がたく到底杜撰を免れざるべく甚だ自信の薄きものを發表するの誘は甘んじて受くる所なれども復興最急の問題として自分自身にも其要を感ずること痛切にして斯くは綴りて先以て同好各位の協力討究に依り不完全ながら此際耐震構造に對する相當の規準を得度玆に本問題を提出する所以なり(完)

附圖第一

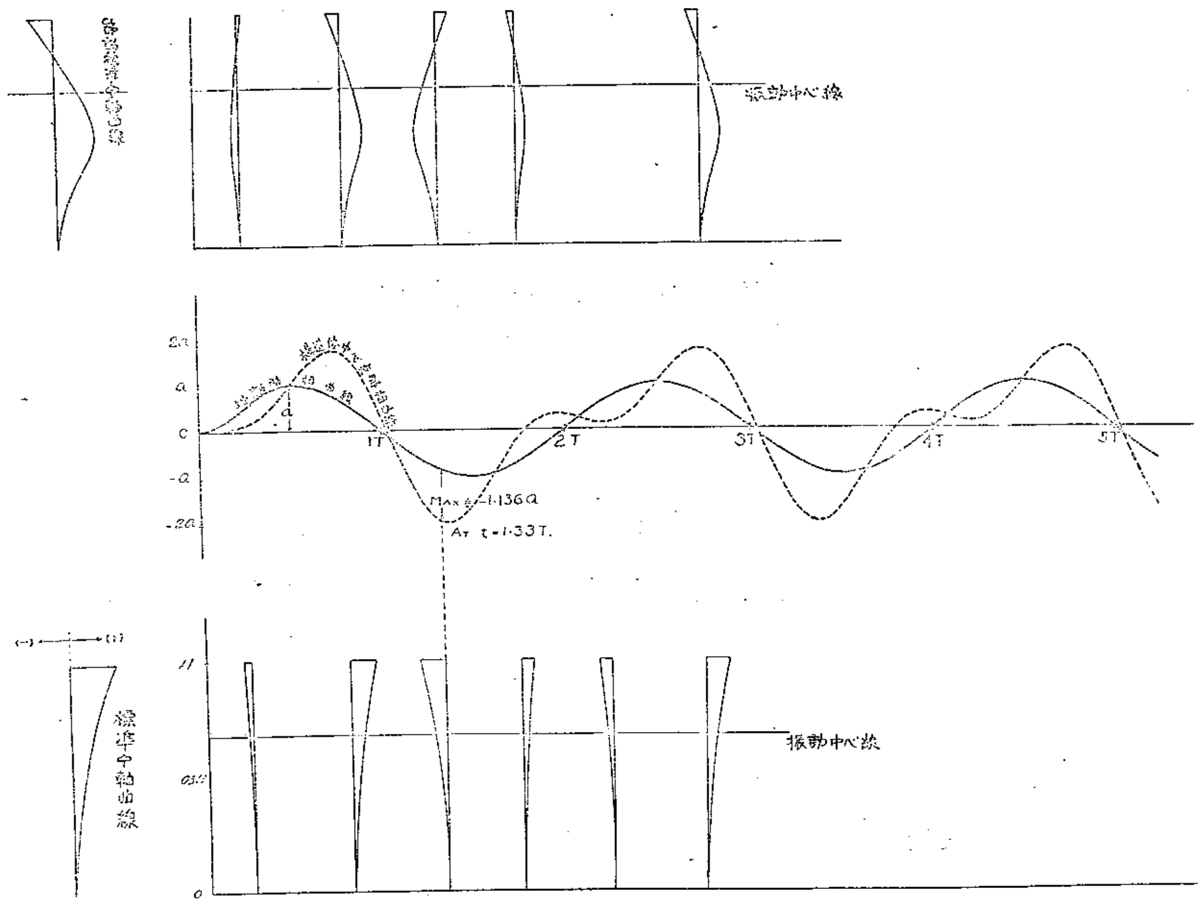


(土木學會誌第十卷第一號附圖)

附圖第二

(II) 自己振期ガ地震振期ノ半ナル場合

$$P=\frac{R}{2}=\frac{Q}{2}.$$



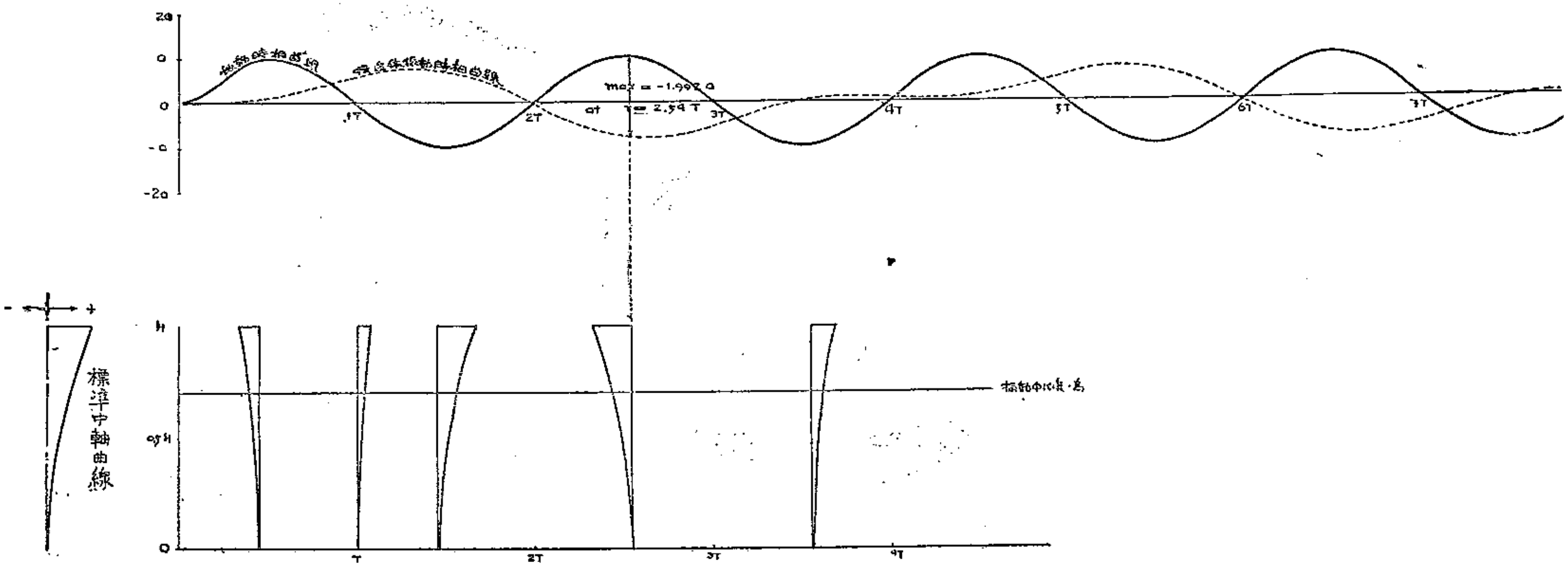
(土木學會誌第十卷第一號附圖)

22-2

附圖第三

(Ⅲ) 自己振期ガ地震振期ノ二倍ナル場合.

$$P = 2R = \frac{Q}{2}$$



(土木學會誌第十卷第一號附圖)

77-3