土木學會誌 第四卷第四號 大正七年八月

直線圖式計算法ノ實例

(第四卷第二號所載)

工學博士 牧彦七

本誌第四卷第二號ニ於テくったー氏流速公式並三次方程式ノのもぐらむニ關スル岡部工學士ノ細説ヲ履讀シ記者ハ大ニ其勞ヲ多トスルモノナルカ二三ノ點ニ就キ更ニ著者ノ精研ヲ望ミ尚此機會ヲ利用シテ三次方程式ノ漸近算法ニ關スル記者ノ考案ヲ附記シ以テ讀者ノ參考ニ資セントス

第一　くったー氏流速公式ノ圖式解法中(ニ)ノ部(3)式ノ値pハ

$$S \gtreqless \frac{0.00281}{\frac{\sqrt{1.811}}{n} R^{\frac{1}{4}} - 41.66}$$

ナルニ從ヒ　正數トナリ　0トナリ　負數トナリテ

必スシモ著者カ云フ如ク非常ナル緩勾配ニシテ而カモ河床ノ摩擦大ナル場合ニノミpハ負數トナルヘシトモ限ラサレハ附圖Pl.3ニハ(n)軸ノ負ノ方向ニモ尚目盛ヲナシ置クヲ必要トスヘシ例之用惡水路ノ均水溝(ファームディッチ)及排水小溝ニ有勝ナル水深一尺ノ矩形最良溝——簡單ノタメニ矩形ヲ取ル

——ニテ $n=0{\cdot}025$ トセハ $S<Ca.\frac{1}{1280}$ ナルトキハ p ハ負數トナルカ如シ

第二　縮約三次方程式ノ一般形

$$x^3+px+q=0$$

ノ解法ハ著者カ各別ニ示セルカ如ク結局

$$x^2\pm p_1x=q_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(A)$$

ノ解法ニ歸スルヲ以テ今之ニ

$$x=\sqrt{p_1}\,x_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(B)$$

ヲ代入シテ變化スルトキハ

$$x_1^2\pm x_1=\frac{q_1}{p_1^{\frac{3}{2}}}\ (=P\text{ ト置ク})\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(C)$$

トナリテ極線(サッポート)即P軸ノ位置ハ$\frac{l}{2}$ノ點ニ一定セラレ從テ指線(インデックスライン)ハ一線ニテ足ルコト、ナルヘシ
$|x_1|$カ過小ニシテ各軸ノ目盛ノ讀取不精密トナル虞アルトキハ便宜(C)式ノ根ヲm倍シタル新式ヲ作ルトキハ極線ノ位置ハ$\frac{l}{2}$ノ點ヨリ右軸ノ方ヘ$\frac{m^2-1}{m^2+1}\cdot\frac{l}{2}$タケ移動シ茲ニ$P$軸ト分離スルヲ以テ豫メ$m=2, 3, 4,\cdots\cdots$ノ整數トシ之ニ對スル並行線ヲ作リ置キ必要ノ都度$m$ノ當該線ニ極線ヲ取リ指線二線ヲ用ヰテ——附圖Pl.4ニ於ケルカ如ク——(mx)ヲ讀ムヘシ
又$|x_1|$カ過大ニシテ圖形表示ノ範圍ヲ超ユルトキハmヲ$\frac{1}{m_1}$——m_1ハ整數——トスヘシ但極線ノ位置ハ前ニ反シ左軸ノ方ヘ移動スヘシ
抑著者ノ取レル方法ニアリテハ極線ノ位置ハ$|p|$ニヨリ定マルヲ以テ其定置ハ結局目算ニヨルコト、ナリ明確ヲ缺クノ虞アリ例之附圖Pl.4ニ於テ基線(ベースライン)ヲ細密ニ分割シ其各點ヲ通シ多數ノ並行

線ヲ作リ豫メ樞線ノ定置ニ備ヘタレトモ$|p|>6$ナル場合ニ於テハ特ニ然リトス反之(C)式ヲ用ウルトキハ樞線ノ位置ハm若クハ$1/m_1$ニ關シ其値ハ豫メ之ヲ指定スルモノナレハ樞線ノ位置ハ限定的ニシテ並行線ノ數ハ少數ニテ足ルヘシ

次ニ(C)式ノ實根ノ上下限ニ就テ一言スヘシ而シテ對照ニ便セシカタメニ著者ノ類別ニ從ハント欲ス

(イ) $x_1^3+x_1=P$ 即チ $x^3+p_1x=q_1$ ノ場合

此場合ニ於ケル只一ツノ正根ノ界限ニ關シテハ

$$x_1^3+x_1=P \quad \cdots\cdots (C_1)$$

ノ項ノ組合セ方ニヨリ $x_1<P$ 又ハ $x_1<P^{\frac{1}{3}}$ ヲ得ヘシ即チ

$P<1$ ナルトキハ $x_1<P$

$P>1$ ナルトキハ $x_1<P^{\frac{1}{3}}$

ヲ用ウルヲ便トス然ルニ又(C_1)式ヨリ直ニ見得ルカ如ク $x_1\lesseqgtr 1$ナルニ從ヒ $P\lesseqgtr 2$ ナルカ故ニ其逆

$P\lesseqgtr 2$ ナルニ從ヒ $x_1\lesseqgtr 1$

ナルコトモ亦容易ニ知リ得ヘシ

(ロ) $x_1^3-x_1=P$ 即チ $x^3-p_1x=q_1$ ノ正根ヲ求ムル場合

此場合ニ於テハ

$$x_1^3-x_1=P \quad \cdots\cdots (C_2)$$

ニ更ニ

$$x_1=\frac{P}{x_2} \quad \cdots\cdots (D)$$

ヲ代入シ之ヲ變化シテ

$$x_2^2+x_3^2=P^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(E)$$

ヲ作ルヘシ然ルトキハ正根ノ界限ニ關シテハ先ツ項ノ組合セ方ニヨリ $x_2<P$ 又ハ $x_2<P^{\frac{2}{3}}$ ヲ得ル
ヲ以テ $P<1$ ナルトキハ前者ヲ用ヰ $P>1$ ナルトキハ後者ヲ用ウルヲ便トスヘシ今(D)式ニヨリ之
ヲ x_1 ノ場合ニ還元スルトキハ

$P<1$ ナルトキハ $x_1>1$

$P>1$ ナルトキハ $x_1<P^{\frac{1}{3}}$

ヲ得ヘシ然ルニ又(E)式ヨリ直ニ見得ルカ如ク $x_2\leqq 1$ ナルニ從ヒ $P^2\leqq 2$ ナルカ故ニ其逆ノ眞ナル
コトモ亦容易ニ知リ得ヘク今之ヲ x_1 ノ場合ニ還元スルトキハ

$P\leqq\sqrt{2}=1{\cdot}4142136$ ナルニ從ヒ $x_1\geqq P$ ヲ得ヘシ

(ハ) 前號方程式ノ負根ヲ求ムル場合

(C_2)式ハ必スシモ常ニ負根ヲ有スト限ラサルコトハ特ニ喋々ヲ要セサルモ之ヲ有スル場合ニ於テ
其界限ニ關スル敍説ノ順序上聊カ斯點ニ論及スルヲ便トスヘシ即チ(C_2)式ニ更ニ

$$x_1=-P^{\frac{1}{3}}x_3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(F)$$

ヲ代入シ之ヲ變化シテ

$$x_3^2+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{P^{\frac{2}{3}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(G)$$

ヲ作リ正根トシテ考フルトキハ

$$x_3=\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}=0.79370053$$

ノトキ本式ノ左邊ハ最小値

$$x_3^2+\frac{1}{x_3}=\frac{3}{2^{\frac{2}{3}}}=1.88988158$$

ヲ有シ従ッテ(G)式ハ

$$\frac{1}{p^{\frac{2}{3}}}\gtreqless\frac{3}{2^{\frac{2}{3}}}$$ ナルニ従ヒ
二ノ正根ヲ有シ
正ノ二重根ヲ有シ
正根ヲ有セス

トノ判別ヲナスコトヲ得ヘシ

今(G)式カ二ノ正根ヲ有スル場合即チ $\frac{1}{p^{\frac{2}{3}}}>\frac{3}{2^{\frac{2}{3}}}=1.88988158$ ノ場合ヲ考フヘシ

先ッ(G)式ニ於テ $\frac{1}{p^{\frac{2}{3}}}<2$ ナルトキハ $x_3^2+\frac{1}{x_3}<2$ ナリ然ルニ $x_3=1$ 及 $x_3=\frac{\sqrt{5}-1}{2}=0.618034$ ナルトキハ $x_3^2+\frac{1}{x_3}=2>\frac{1}{p^{\frac{2}{3}}}$ 又 $y=x_3^2+\frac{1}{x_3}$ ノ曲線ノ最凹點ハ($x_3=0.79370053$; $y=1.88988158$)ナレハ此場合ニ於ケル(G)式ノ正根ニ對應スル此曲線上ノ點ハ $x_3=1$ 及 $x_3=0.618034$ ニ對應スル同一曲線上ノ點ト最凹點トノ間ニ在ルコト明カナリ即チ(G)式ノ正根ノ一ハ $1>x_3>0.7937053$ ニシテ他ノ一ハ $0.7937053>x_3>0.618034$ ナルコトヲ知ル

反之(G)式ニ於テ $\frac{1}{p^{\frac{2}{3}}}>2$ ナルトキ即チ $x_3^2+\frac{1}{x_3}>2$ ナルトキハ對比論法ニヨリ(G)式ノ正根ノ一ハ x_3

>1 ニシテ他ノ一ハ $x_3<0\cdot618034$ ナルコトヲ知ルヘシ

次ニ又 (G) 式ノ項ノ組合セ方ニヨリテ其正根ノ界限ヲ求ムルトキハ容易ニ $\frac{1}{P^{\frac{1}{3}}}>x_3>P^{\frac{2}{3}}$ ナルコトヲ知リ得ヘシ

今叙上 (G) 式ノ正根 x_3 ニ關スル界限ヲ (F) 式ヲ用キテ (C_2) 式ノ負根 $-x_1$ ノ場合ニ還元シテ綜合スルトキハ左ノ如シ

(C_2) 式カ二ノ負根ヲ有スル場合ハ $P<\frac{2}{3^{\frac{3}{2}}}=0\cdot38490018$ ナルトキニ限リ就中

$P>\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}=0\cdot3535534$ ナルトキ其負根ノ界限ハ夫々

$$P^{\frac{1}{3}}>|-x_1|>0\cdot79370053\,P^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{P}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\left(\frac{P}{2}\right)^{\frac{1}{3}}>|-x_1|>0\cdot618034\,P^{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}P^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{P}{\sqrt{5}+2}\right)^{\frac{1}{3}}>\left(\frac{P}{5}\right)^{\frac{1}{3}}\ \text{a fortiori.}$$

ニシテ又

$P<0\cdot3535534$ ナルトキ其負根ノ界限ハ夫々

$$P^{\frac{1}{3}}<|-x_1|<1$$

$$P<|-x_1|<\left(\frac{P}{\sqrt{5}+2}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{P}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\ \text{a fortiori.}$$

ナリ而シテ $P=0\cdot38490018$ ナルトキ (C_2) 式ハ負ノ二重根ヲ有シ其値ハ

$$|-x_1|=\left(\frac{P}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

ナルコト明カナリ

今(C)式ノ根ヲm倍若クハm_1分セントスルトキハ叙上ノx_1又ハ$\left|-\lambda_2\right|$ノ上下限ノ値ヲm倍若クハm_1分スレハ足ルコトハ自明ナリ

以上述フル所ノ實根ノ界限ニ關シテハ一部記者ノ考案ニ原ツク點アリテ是等ハ題別ニハ方程式論ノ示ス所ノ如ク Lagrange, Newton, Laguerre, Bret 諸氏ノ方法ニヨリテ於リ臨界的(クリチカリー)ニ之ヲ求メ得ヘキ場合モアルヘシト雖のもぐらむノ利用上ニハ却ッテ叙上ノモノヲ有利トスヘシ即チ$P^{\frac{1}{3}}$; $\left(\frac{P}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$; $\left(\frac{P}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$; $\left(\frac{P}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$——尚一層精密ニ云ヘハ$0{\cdot}618034\,P^{\frac{1}{3}}$——ノ如キハ其ニ$\log X+\frac{1}{3}\log A=\frac{1}{3}\log P$ノ形ニ表ハシ得ヘキヲ以テ附圖 Pl. 4 ノ餘白ニ此對數のもぐらむヲ作リ置ケハ至便ナリ又(C)式ノ誘出ハ式變化ニ一段ノ煩ヲ加フル如キモ著者ノ方法ニアリテモ判別式$\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3\gtreqless 0$即チ$\frac{q_1^2}{p_1^3}+\frac{2^2}{3^3}=P^2+\frac{2^2}{3^3}\gtreqless 0$ノ計算ヲ要スヘキヲ以テ斯カル事實ハ生セス但$x_1$ヨリ$x$ヲ還元スルノ煩ヲ加フルモ別ニ(B)式ノのもぐらむヲ作リ置ケハ之ニヨリ直ニxヲ求メ得ヘク要之(C)式ヲ用ツルカ圖形ノ製作使用トモ大ニ簡約精確トナルヘシ

右ノ方法ハくったー氏流速公式ノ圖式解法中(ニ)ノ部(5)式ニモ大體應用スルコトヲ得ヘシ此場合ニハ$n=pm_1$ヲ代入スルモノトス

第三　若夫近代工學者ニ於ケルのもぐらむノ利用增進ハ其價値ノ承認增進ノ明徵ニ外ナラスト雖吾人カ日常三次方程式ニ接スル度數ト原式ノ變化若クハ根ノ吟味判別及實根ノ上下限ニ關スル考慮運算等トヲ較量シテ記者ハ却ッテ左記方法ノ一——寧ロ後者——ニ依ルカ又ハ兩者ヲ併用スルコトヲ推奨セント欲ス

(一)通準曲線(スタンダードカーブ)ニ依ル圖式算

著者ノ與ヘタル一般式

$$aX^3+bX^2+cX+d=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

ヨリ先ヅ最簡形ノ次式ヲ作ルヘシ

$$X^3+BX^2+CX+D=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

今本式ノ末項ノ逆數ニ等シキ値ト異ナル符號トヲ有スル一ノ新シキ根即チ $-\frac{1}{D}$ ヲ假ニ導入スルトキ換言スレハ本式ヲ四次式ニ進メ其結果式ノ末項ヲ+1トナスタメニ

$$X+\frac{1}{D}=0 \quad \cdots\cdots(3)$$

ニヨリ表ハサルヽ一次因數ヲ乘スルトキハ次ノ如シ

$$X^4+\left(B+\frac{1}{D}\right)X^3+\left(C+\frac{B}{D}\right)X^2+\left(D+\frac{C}{D}\right)X+1=0 \quad \cdots\cdots(4)$$

又本式ノ一部分ニ就キ

$$X=\frac{1}{Y} \quad \cdots\cdots(5)$$

ノ置換ヲナシ變形スルトキハ次ノ如シ

$$\frac{X^2}{Y^2}+\left(B+\frac{1}{D}\right)\frac{X}{Y^2}+\left(C+\frac{B}{D}\right)\frac{1}{Y^2}+\left(D+\frac{C}{D}\right)\frac{1}{Y}+1=0$$

$$X^2+\left(B+\frac{1}{D}\right)X+\left(C+\frac{B}{D}\right)+\left(D+\frac{C}{D}\right)Y+Y^2=0$$

或ハ

$$\therefore \left\{X+\frac{1}{2}\left(B+\frac{1}{D}\right)\right\}^2+\left\{Y+\frac{1}{2}\left(D+\frac{C}{D}\right)\right\}^2=\frac{1}{4}\left(B+\frac{1}{D}\right)^2+\frac{1}{4}\left(D+\frac{C}{D}\right)^2-\left(C+\frac{B}{D}\right) \quad \cdots\cdots(6)$$

玆ニ直交軸ニ關シテ(5)式ヲ考フルトキハ之ハ此兩軸ヲ漸近線トスル直角双曲線ヲ又(6)式ノ形ヲ觀ルトキハ之ハ

$$X_0=-\frac{1}{2}\left(B+\frac{1}{D}\right)$$
$$Y_0=-\frac{1}{2}\left(D+\frac{C}{D}\right) \quad \cdots\cdots(7)$$

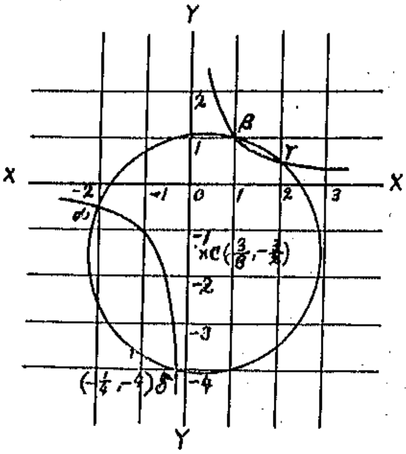
ヲ中心トシ

$$R=\sqrt{\frac{1}{4}\left(B+\frac{1}{D}\right)^2+\frac{1}{4}\left(D+\frac{C}{D}\right)^2-\left(C+\frac{B}{D}\right)} \quad \cdots\cdots(8)$$

ヲ半徑トセル圓ヲ表ハスコトヲ容易ニ了知シ得ヘシ

然ルニ(3)及(5)式ヨリ速斷シ得ルカ如ク此圓ハ當然$\left(-\frac{1}{D}, -D\right)$ノ點ヲ過クヘク且(7)式ニヨリ其中心ノ縦横距ヲ知リ得ルカ故ニ之ヲ畫クニ方リテハ(8)式ノ半徑ヲハ計算スルノ必要ナシ

要スルニ方眼紙ニ豫メ(5)式ノ直角双曲線——圖式代數學ニ所謂通準曲線——ノ一双ヲ畫キ置キ必要ニ應シ隨時(6)式ノ圓ヲ畫クトキハ此双曲線ト圓トノ交點ノ横距ハ即(4)式ノ實根ヲ表ハスヘシ而シテ問題ノ成立ヨリ明カナルカ如ク(4)式ノ實根ノ内$-\frac{1}{D}$ヲ除キタル自餘ノモノカ(1)式ノ實根ナリ



今一例トシテ

$$x^3-x^2-4x+4=0$$

ヲ解カンニ(7)ヨリ

$$x_0=-\frac{1}{2}\left(-1+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{8}$$

$$y_0=-\frac{1}{2}\left(4-\frac{4}{4}\right)=-\frac{3}{2},$$

ヲ知ルカ故ニ此點ヲ中心トシ點$\left(-\frac{1}{4},-4\right)$ヲ過クル圓ヲ畫キ之カ通準曲線タル直角双曲線ト交ハル他ノ交點ノ横距ヲ測ルトキハ圖ニ於テ見ルカ如ク左ノ三ノ實根ヲ求ムルコトヲ得ヘシ

$$x=-2,\ 1,\ 2.$$

夫如斯叙上ノ範圍ニ於テハ此方法ハ明カニ簡單ナリト雖一般ニ双曲線ノ性質ヨリ——右例題ノ圖ヲ一見スルトキハ尚簡明ニ——判知シ得ルカ如ク(4)式ノ實根換言スレハ(2)即(1)式ノ實根[X]カ愈小トナルニ従ヒ作圖ハ愈不便トナリ其圖上測算ノ結果ハ愈精密ヲ缺クニ至ルヘシ

斯カル場合ニハ(4)式ノ根ノm倍ニ等シキ根ヲ有スル方程式——(4)式ノ第二項第三項……ニ夫々m m^2 ……ヲ乘シテ得ラルヽ——ヲ作リ(5)式ノ代リニ

$$X=\frac{m^2}{Y}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5')$$

ヲ用ヰ關係諸式ノ變化ヲ行フヘシ然ルトキハ

$$X^4+m\left(B+\frac{1}{D}\right)X^3+m^2\left(C+\frac{B}{D}\right)X^2+m^3\left(D+\frac{C}{D}\right)X+m^4=0\quad\cdots\cdots\cdots(4')$$

$$\frac{m^4X^2}{Y^2}+m^5\left(B+\frac{1}{D}\right)\frac{X}{Y^2}+m^6\left(C+\frac{B}{D}\right)\frac{1}{Y^2}+m^5\left(D+\frac{C}{D}\right)\frac{1}{Y}+m^4=0$$

$$X^2+m\left(B+\frac{1}{D}\right)X+m^2\left(C+\frac{B}{D}\right)+m\left(D+\frac{C}{D}\right)Y+Y^2=0$$

$$\therefore\ \left\{X+\frac{m}{2}\left(B+\frac{1}{D}\right)\right\}^2+\left\{Y+\frac{m}{2}\left(D+\frac{C}{D}\right)\right\}^2=m^2\left\{\frac{1}{4}\left(B+\frac{1}{D}\right)^2+\frac{1}{4}\left(D+\frac{C}{D}\right)^2-\left(C+\frac{B}{D}\right)\right\}\cdots\cdots(6')$$

$$\left.\begin{aligned}X_0&=-\frac{m}{2}\left(B+\frac{1}{D}\right)\\Y_0&=-\frac{m}{2}\left(D+\frac{C}{D}\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7')$$

$$R=m\sqrt{\frac{1}{4}\left(B+\frac{1}{D}\right)^2+\frac{1}{4}\left(D+\frac{C}{D}\right)^2-\left(C+\frac{B}{D}\right)}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8')$$

ヲ得ヘシ而シテ此場合(6′)式ノ圓ヵ過クヘキ點ノ縱横距ハ(3)(4′)及(5′)式ヨリ容易ニ知リ得ルカ如ク當ニ$\left(-\frac{m}{D},-mD\right)$ナルヘシ約言スレハ(5)及(6)式ニ關スル作圖ノ縮尺ヲ一齊ニm倍タケ伸ハスコトニ歸著スルヲ以テ其計算ハ簡單ナリ然レトモ(5′)式ハ直角双曲線群ヲ表ハシ其變數(パラメーター)m^2ハ特定ノ曲線ニ關シテハ常數ナルモ曲線カ異ナルニ從ヒ相異ナルヲ以テ必要ノ都度所要ノ双曲線ヲ作ルヲ要シ其手數ハ稍煩瑣トナリ通準曲線ノ長所ヲ失フニ至ルヘキモ方眼紙面カ許ス限リ豫メ(5′)式ノ双曲線群若干ヲ畫キ置キ必要ニ應シ(6′)式ノ圓ヲ畫クトキハ此不便ヲ免ルヽコトヲ得ヘシ而シテ(5)及(6)式ノ作圖ニ就テ述ヘタル手順ニ倣ヒ特定ノ圓ト當該双曲線トノ交點ニヨリ(4′)式ノ實根ヲ求メ之ヲm分シテ所要ノ實根ヲ求ムヘシ

又右ト反對ニ$|X|$カ大トナルモ均シク作圖ノ不便及測算ノ不精密ヲ來スヘシ此場合ニ於テハmヲ$\frac{1}{m_1}$トシテ敍上ノ手順ニ準シテ處理スヘシ

(二) 漸近算法

此方法ハ記者ノ私案ニ係ルモノナルカ先(1)式ノ左邊ノ各項――不完方程式ナルトキハ其缺項ハ0ニテ補塡セラルヘキモノトシテ――ヲ隔一ニ組合セ少シク變形スルトキハ次式ヲ得ヘシ

$$X=-\frac{b}{a}\cdot\frac{\left(X^2+\frac{d}{b}\right)}{\left(X^2+\frac{c}{a}\right)}\quad\cdots\cdots(9)$$

$$\therefore\ X^2=\left(\frac{b}{a}\right)^2\cdot\frac{\left(X^2+\frac{d}{b}\right)^2}{\left(X^2+\frac{c}{a}\right)^2}\quad\cdots\cdots(10)$$

今後式ニ於テ

$$X^2=z\quad\cdots\cdots(11)$$

ト置クトキハ次式ヲ得ヘシ

$$z=\left(\frac{b}{a}\right)^2\cdot\frac{\left(z+\frac{d}{b}\right)^2}{\left(z+\frac{c}{a}\right)^2}\quad\cdots\cdots(12)$$

是即本法ノ基本式ニシテ(1)式ノ根ノ平方ヲ根トセル方程式ナルカ之ヲ簡約スルトキハ均シク三次方程式ヲ得ヘク方程式論ヨリ一般的ニ之ヲ求ムルモ同一結果ニ歸スヘシ

今先(12)式ノ右邊ノzヲ省略シテ――方程式論ノ助ニヨリ初ヨリzニ略近値ヲ入ルヽコトヲ得レトモ――對數表ノ助ニヨリ左邊ノzヲ計算シ其結果ヲ右邊ノzニ代入シテ又左邊ノzヲ計算シ

逐テ斯ノ如ク同樣ノ手順ヲ繰返ストキハ吾人ノ欲スルカ儘ニ如何程ニテモzノ精密ナル値ヲ求ムルコトヲ得ヘシ而シテ斯クシテ求メ得タルzハ常ニ正數ナルモ(11)式ヨリ明カナルカ如ク之ヨリ誘致セラルヽXニハ正負ノ兩値アリテ其孰レカ一ハ計算ノ途中――(9)式ヲ自乘シテ(10)式ヲ得タルコト――ヨリ加入シ來レル無緣根ナリ然ルニ(9)式ヨリ容易ニ認メ得ルカ如クXノ正負如何ニ論ナク(12)式ノzノ最後ノ値ヲ其右邊ノX^2ニ代入スルトキハ無緣根ニ關係ナク眞ノXノ値ヲ求ムルコトヲ得ヘシ

斯クシテ(1)式ノ實根ノ一ヲ知ルコトヲ得ハ他ノ二根ハ其虛實ノ如何ニ拘ハラス根ト係數トノ關係式ヲ用ヰ容易ニ之ヲ求ムルコトヲ得ヘシ

記者ハ曩ニ(12)式ノ處理法說明中ノ挿入句ニ於テ(12)式ノzニ初ヨリ略近値ヲ入ルヽコトヲ述ヘタリシカ第一法ノ圖式ニヨリ各實根ノ概數ヲ知レハ$|X|$ノ大小ニ拘ハラス其自乘ヲ(12)式ノzニ入レテ圖式算ノ結果ヲ精算スルコトヲ簡且便トスヘシ

要之以上ノ兩方法トモ格別ノ溫習暗記參照準備ヲ要スルコトナク又難澁ナル計算作圖ヲ施コスコトナク寧ロ吾人ノ常能ヲ以テ容易ニ其手順ヲ行フコトヲ得ヘシ特ニ手許ニ圖式用具ヲ有セサルトキ若クハ其使用ヲ懶シトスルトキモ机上又ハ懷中ニ五桁對數表ヲ備フルニ於テハ――恐ラクハ爾カ有リ得ヘキ通リ――容易ニ(12)式ヲ處理シ得ヘキヲ以テ第二法ハ蓋シ甚便利ナルヘシ

又(第二)ノ(C)式ヲ12)式ノ形ニ作ルトキ若クハ移項シテ連續開方

$$z_1=\sqrt[3]{P\mp\sqrt[3]{P\mp\sqrt[3]{P\mp\cdots\cdots\text{ad infinitum}}}}$$

ノ形ニ作ルトキハ漸近算ノミハ共ニ一層簡單トナルモ最初ヨリノ式變化ノ全體ヲ通シテ考フルトキハ(12)式ニ依ル方カ結局平易ナルヘシ

斯ノ如ク(12)式ニアリテハ其誘出ノ理論ハ卑近ニ且其手順ノ平易ナル所即チ甚實用ニ合フ所ニシテ眞理ハ却ッテ平易ノ間ニ遺存セラレアルヲ思ハシム

抑三次方程式ノ一般解法ハ夙ニ第十六世紀ノ初發見セラレタレトモ之ヲ數方程式ニ適用シテノ實際的價値大ナラサルコトハ世既ニ定論アリ而カモ壁一重ニテ家風ヲ異ニスル長屋住居ノ夫ニモ似テ數學者ハ高等數學ノ攻究ニ專ラニシテ工學家ハ實際問題ノ講貫ニ急ナルヤニモ見ヘ此種實用數學ニ關スル研鑽稀ナルノ傾アリテ記者ハ平生少カラス之ヲ憾トシ居タリシニ會々著者ノ論說ニ接スルコトヲ得テ快心自ラ禁スル能ハス茲ニ本欄ヲ借リテ瓦石ノ私見ヲ開陳スルコト丶セリ若シ幾分タリトモ著者ノ攻玉ト讀者ノ利用トニ資スル所アラハ記者ノ欣幸之ニ過キス但々忙中忙ヲ排スル苦シキ樂ニ三々五々列敍セシモノナレハ或ハ恐ル推敲ノ足ラサルヲ遺缺ノ點ニ就テハ敢テ識者ノ指示ヲ俟ッ(完)

工學士　鶴見一之

本誌第四卷第二號ニ岡部工學士ハ「直線圖式計算法ノ實例」ト題シ種々ノ有益ナル例ヲ示サレタルニ因ミ尙ホ蛇足ヲ添フルノ厭ハアレト曾テ作製シタル J. Hermanek 氏水理公式ニ對スル圖表 (Graphical diagram) 及ヒ圖式 (Nomogram) トヲ公ニスルコト丶セリ

本公式ハ Chezy 氏公式ヲ用フル際之ト併用スル Kutter 氏及 Bazin 氏公式中ニ含マルヽ水路粗率ヲ如何ニ選定スヘキカニ迷フノ恐ナク簡單ニ然モ好結果ヲ得ラルヽノ故ヲ以テ自然河川ニ對シテ應用セラルヽコト稍々弘キモノナレハ或ハ幾分カ世ニ益スルノ材トナラハ幸ナリト思ヒ茲ニ揭