土木學會誌 第四卷第二號 大正七年四月

直線圖式計算法ノ實例

工學士 岡部三郎

従來ノ曲線圖式解法カ圖面ノ製作並ニ利用上ニ不便少カラサリシカタメ近頃之ニ代リテ直線圖式解法（Nomographic chart）カ種々ナル方面ニ應用サルヽニ至レリ予ハ今回技術者ノ常ニ遭遇スル二三公式ノ直線圖式解法ノ實例ヲ揭ケントス

ばざん氏ノ流速公式ハ既ニ土木學會誌第二卷第五號ニ於テ工學士鶴見氏ノ提出サレタルモノト殆ント一致セルカ故ニ之ヲ略シ茲ニくったー氏ノ流速公式並ニ三次方程式ノ圖式解法ヲ說明セントス若シ此ノ方法カ實用上多少世ニ貢献スル事ヲ得ハ予カ望外ノ幸ナリ

勿論此ノ方法ハ計算尺ト同シク正確ナル結果ヲ得ル事能ハサレトモ製圖ト印刷トニ充分ノ注意ヲ拂ヘハ普通必要ナル數字ヲ求ムル事敢テ困難ナラサルヘシ

一　くったー氏流速公式ノ圖式解法

$$V=C\sqrt{RS}$$ （英國單位）

$$C=\frac{41{\cdot}6+\frac{0{\cdot}00281}{S}+\frac{1{\cdot}811}{n}}{1+\left(41{\cdot}6+\frac{0{\cdot}00281}{S}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

V=流速

C=流速係數

R=動水淺深

S=水面勾配

n=河底ノ摩擦係數

$$K=41{\cdot}6+\frac{0{\cdot}00281}{S}$$

$$J=\frac{1}{S}$$

(イ)　S R 及ヒ n ヲ與ヘテ C ヲ求ムル場合

第一ノ方法

原式ヲ變化スレハ

$$C=\frac{K+\dfrac{1{\cdot}811}{n}}{1+K\dfrac{n}{\sqrt{R}}}$$

$$\therefore\ \frac{Cn}{\sqrt{R}}=\frac{Kn+1{\cdot}811}{\sqrt{R}+Kn}\qquad\therefore\ \frac{Cn}{\sqrt{R}-Cn}=\frac{Kn+1{\cdot}811}{\sqrt{R}-1{\cdot}811}$$

今

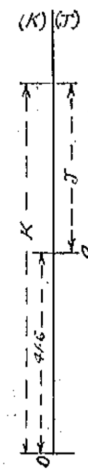
$$p=Kn\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$q=Cn\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

トスレハ

$$\frac{q}{\sqrt{R}-q}=\frac{p+1{\cdot}811}{\sqrt{R}-1{\cdot}811}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

Kヲ求ムル圖式

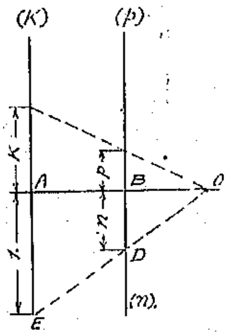


第一圖

第一圖ニ示ス如ク一直線ノ左側ニ一定ノ目盛リヲナシ其ノ四一·六ニ相等セル點ヲ零トシテ右側ニ其ノ〇·〇〇二八一倍セル目盛リヲ施シ之ヲJノ目盛リトナセハ任意ノJニ相等スル左側ノ目盛リカ直ニKヲ示ス

pヲ求ムル圖式

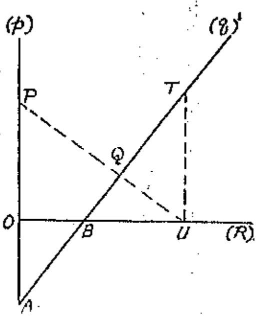
$$p=Kn \qquad \therefore \frac{K}{p}=\frac{1}{n}$$



第二圖

第二圖ニヨリ此ノ關係カ滿足サルヽ事明ラカナリ實際ニハB(m)上ニnヲ求メE點ト結ヒ之ヲ延長シテO點ヲ求ムル代リニD點ノnニ相等スル値ヲ豫メBO軸上ニ目盛リシテ之ヲnノ尺度トナス

qヲ求ムル圖式



第三圖

$$OA=OB=1{\cdot}811$$

$$TU=BU=OU-OB$$

$$AP=OA+OP=1{\cdot}811+OP$$

$$QT=AT-AQ$$

$$\frac{AP}{TU}=\frac{AQ}{TQ}$$

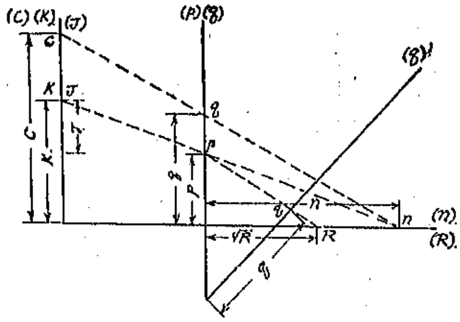
$$\therefore \frac{OP+1{\cdot}811}{OU-1{\cdot}811}=\frac{AQ}{AT-AQ}$$

$A(q)'$ ノ目盛リヲ丁度 $O(R)$ ノ目盛リノ $\sqrt{2}$ 倍トスレハ $A(q)'$ 目盛リノ正射影ハ $O(R)$ 目盛リト一致ス

今 $OP=p,\ OU=\sqrt{R}=AT,\ AQ=q$ トスレハ (3) 式

$$\frac{p+1{\cdot}811}{\sqrt{R}-1{\cdot}811}=\frac{q}{\sqrt{R}-q}$$

カ滿足サルヽカ故ニ p ヲ (p) 軸上ニ R ヲ (R) 軸上ニ取リ其ノ二點ヲ結ヒ $(q)'$ 軸ト交ル點ヲ Q トスレハ AQ ハ求ムル q ヲ示スモノナリ



第四圖

C ヲ求ムル圖式

$$q=Cn$$

ナルカ故ニ n 及ヒ q カ知ラレタル以上前記ノ p ヲ求ムル方法ト全ク同樣ニ C ヲ求ムル事ヲ得

以上ノ結果ヲ綜合スレハ次ノ如シ(附圖 PL. 1. 參照)

(p) (q) 及ヒ (R) ノ目盛リハ同シ數ニ對シテ (C) ト (K) ノ目盛リノ二十倍トシ $(q)'$ ノ目盛リハ (R) ノ $\sqrt{2}$ 倍トス n ノ目盛リハ (C) ノ二千倍ヲ (p) 軸ニ取リ其ノ各目盛リト (C) ノ百ノ點トヲ結ヒ (n) 軸ト交ル點ニ示セルモノナリ

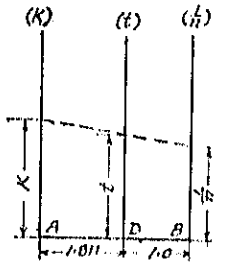
此ノ圖式ノ用法ハ先ツ與ヘラレタル J ト (J) ノ左側ハ K ヲ示セトモ讀ム必要ナシ) n トヲ結ヒ (p) 軸ト交ル點 p ヲ求メ p ト (R) 軸上ノ與ヘラレタル R トヲ結ヘハ $(q)'$ 軸ト交ル點カ q ヲ示ス其ノ値ヲ (q) 軸上ニ取リ再ヒ之ト n トヲ結ヒ之ヲ延長スレハ C 軸ト交ル點カ求メントスル C ヲ與フ

第二ノ方法

$$C=\frac{K+\frac{1.811}{n}}{1+\frac{Kn}{\sqrt{R}}} \qquad p=Kn \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$K+\frac{1.811}{n}=t \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

$$\therefore\ C=\frac{t}{1+\frac{p}{\sqrt{R}}}=\frac{\sqrt{R}\,t}{\sqrt{R}+p} \qquad \therefore\ \frac{C}{t-C}=\frac{\sqrt{R}}{p} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

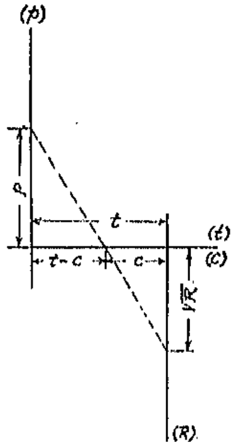


第五圖

pヲ求ムル圖式ハ第一ノ方法ト同様ナリ

tヲ求ムル圖式

第五圖ニ於テ(t)ノ目盛リヲ$\left(\frac{1}{n}\right)$軸又ハ(K)軸ノ目盛リノ$\frac{1}{2.811}$トスレハ普通ノのもぐらふいっくノ原理ニヨリ(2)式ノ滿足サルヽ事明白ナリ



第六圖

Cヲ求ムル圖式。

比例ノ性質ニヨリ第六圖カ(3)式ヲ示ス事致テ證明ヲ要セサルヘシ只此ノ場合頗ル不便ナルハtカ定數ナラサルカ故ニtノ或ル値毎ニ(R)軸ヲ記入スルヲ要ス

以上ノ結果ヲ綜合スレハ次ノ如シ

先ツ$\left(\frac{1}{n}\right)$軸ト(K)軸トニ夫レ夫レnトKトヲ取リtヲ求メ次ニ(K)軸ト(n)軸トノKトnヲ結ヒテpヲ求メ$(t)(R)$座標上ニ(t,R)點ヲ求メ之トpトヲ結ヒテCヲ求ム(R)軸ヲ多數畫ク代リニ(p)軸ヲtニ應シテ畫クモ可ナリ

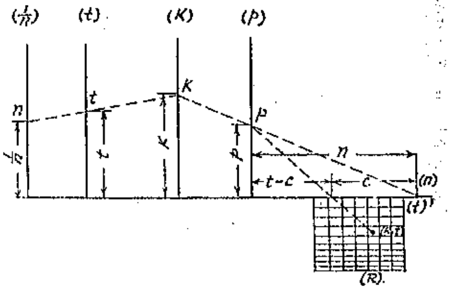
第三ノ方法

$$C=\frac{K+\frac{1.811}{n}}{1+\frac{Kn}{\sqrt{R}}}$$

$$t=1+\frac{1.811}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\alpha=\frac{Kn}{\sqrt{R}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

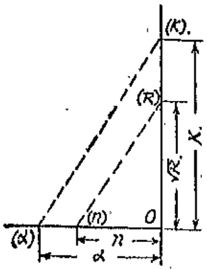
$$C=\frac{t}{1+\alpha} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$



第七圖

t ヲ求ムル圖式ハ第二ノ方法ト同樣ナリ

α ヲ求ムル圖式



第八圖

第八圖ニ於テ若シ(R)(n)ト(K)(α)トカ平行ナラハ

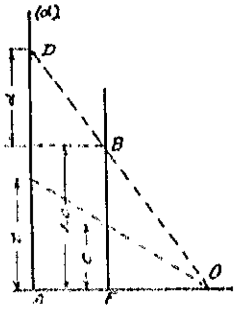
$$\frac{K}{\sqrt{R}}=\frac{\alpha}{n}$$ ナルカ故ニ

$$\alpha=\frac{Kn}{\sqrt{R}}$$ トナル

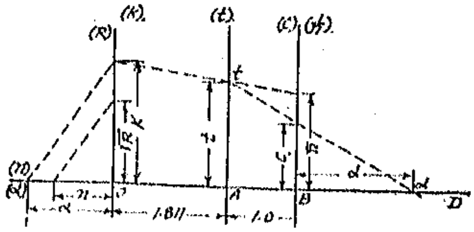
K R 及ヒ n カ與ヘラレタル場合ニハ平行線ヲ畫ク事ニヨリテ α ヲ求ムル事ヲ得

C ヲ求ムルル圖式

第九圖ニヨリテ $\frac{C}{t}=\frac{1}{1+\alpha}$ ナル關係ノ滿足サルヽ事明白ナリ實際ノ圖面ニテハ α ヲ $A(\alpha)$ 軸上ニ



第九圖



第十圖

求メ之トBヲ結ヒ延長シテO點ヲ求ムル代リニ豫メAO軸上ニαニ相當スル目盛リヲ施スモノトス

以上ノ結果ヲ綜合スレハ次ノ如シ(附圖PL. 2參照)

先ツK(附圖ニテハKヲ求メスシテ直接ニ與ヘラレタルJノ目盛リノ點ヲ使用ス)R nヲ知リテαヲ求メ次ニt點ヲ求メBD軸上ノαトtヲ結ヒテCヲ求ム

勿論t及ヒCノ目盛リハ他ノ$\frac{1}{2\cdot811}$ナリ

(ロ) S n及ヒCヲ與ヘテRヲ求ムル場合

第一第二第三何レノ方法ニテモ逆ニRヲ求ムル事ヲ得

(ハ) n C及ヒRヲ與ヘテSヲ求ムル場合

第一ノ方法ニテCヲ求ムル場合ト反對ニシテSヲ求ムル事ヲ得ヘシ然レトモ第二及ヒ第三ノ方法ニテハSヲ求ムル事能ハス此ノ點ニ於テ第一ノ方法カ最モ優レリト云フヲ得ヘシ

(ニ) C R及ヒSヲ知リテnヲ求ムル場合

nハ二次式トナリテ含マレ居ルタメ前述ノ何レノ方法ニテモ求ムル事能ハサルカ故ニ次ニ示ス如キ方法ヲ用ヒサルヘカラス

$$C=\frac{K+\frac{1\cdot811}{n}}{1+\frac{Kn}{\sqrt{R}}}$$

今

$$\therefore\ n^2+\frac{(C-K)\sqrt{R}}{CK}n=\frac{1\cdot811\sqrt{R}}{CK}\quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{1\cdot811\sqrt{R}}{CK}=q\quad\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$\frac{(C-K)\sqrt{R}}{CK}=p\quad\cdots\cdots\cdots(3)$$

トスレハ

$$\frac{1\cdot811}{C-K}=\frac{q}{p}\quad\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$n^2+pn=q\quad\cdots\cdots\cdots(5)$$

トナル

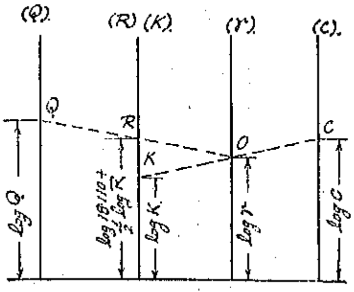
實際ニハnヲ百倍セルモノヲ求ムルヲ可トスルカ故ニ $100p=P,\ 10{,}000q=Q$ トスレハ(2)(4)及ヒ(5)ヨリ次ノ關係ヲ得

$$\log 18{,}110+\frac{1}{2}\log R-\log Q=\log C+\log K=\log\gamma$$

$$\therefore\begin{cases}\log 18{,}110+\frac{1}{2}\log R=\log Q+\log\gamma & \cdots\cdots\cdots(6)\\ \log C+\log K=\log\gamma & \cdots\cdots\cdots(7)\end{cases}$$

$$\log 181.1+\log P=\log Q+\log(C-K)\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

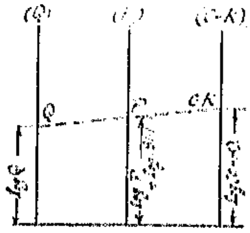
$$n_1^2+Pn_1=Q\quad\cdots\cdots\cdots(9)$$



第十一圖

Qヲ求ムル圖式

對數目盛リヲ用フレハ第十一圖ニ示ス圖カ一般原理ニヨリ(7)(6)式ヲ滿足スル事明ラカナリ先ツCトKヲ結ヒOヲ求メ次ニOトRヲ結ヒ延長シテQヲ求ムル事ヲ得



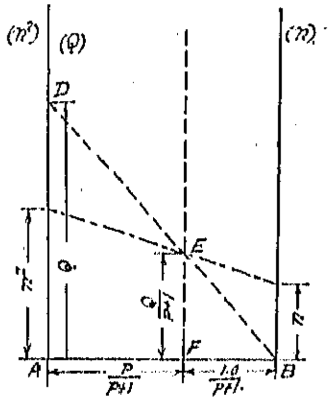
第十二圖

Pヲ求ムル圖式

第十二圖カ(8)式ヲ滿足スルカ故ニQト$(C-K)$トヲ結ヘハ直チニPヲ求ムル事ヲ得

nヲ求ムル圖式

第十三圖ニ於テ(q)軸ノ目盛リカn及ヒn^2ノ目盛リノ$\frac{1}{P+1}$トナル樣ニスレハ一般原理ニヨリ方程式(9)カ滿足サルヽモノナリ(三次方程式解法證明參照)



第十三圖

用法

AB軸上ニFヲ求メ$AD=Q$ナルD點トBヲ結ヒF點ヲ過キル鉛直線トノ交點ヲEトシ常ニEヲ含ム直線ヲEノ周リニ回轉シ(n)軸及ヒ(n^2)軸ト交叉スル點ノ數字カ同シ値ヲ示ス場合ニ定規ヲ止ムレハ其處ニ顯レタル數字カ求ムル根nナリ

Pカ負數ノ場合ニハ(n)軸ヲBノ下方ヘ延長シテ其ノ上ノ數字ト(n^2)軸ノ數字トカ同シ値ヲ示セハ其レカ求ムル根ナレトモ斯クノ如キ事ハ非常ナル縱勾配ニシテ而モ河床ノ摩擦大ナル場合ニノミ起リ得ヘキモノニシテ實際上殆ント起ル事ナカルヘシ(附圖PL. 3. 參照)

(ホ) C R S 及ヒVノ内何レカ三ツヲ知リテ他ノ一ツヲ求ムル場合

第一ノ方法

對數ノ目盛リヲ用ヒテ積ヲ和ノ形トナシ一般原理ヲ應用ス

$$V=C\sqrt{RS}=\frac{C\sqrt{R}}{\sqrt{J}}$$

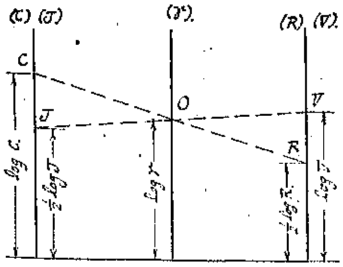
$$\therefore\quad V\sqrt{J}=C\sqrt{R}$$

$$\therefore\quad \log V+\frac{1}{2}\log J=\log C+\frac{1}{2}\log R=\log\gamma$$

第十四圖ニヨリテ此ノ式ノ滿足サルヽ事敢テ證明ヲ要セサルヘシ

用法

Vヲ求ムルニハ先ツCトRヲ結ヒγ軸ト交ル點OトJトヲ結ヒ之ヲ延長シテ(V)軸ト交ル點Vノ目盛リヲ讀メハ可ナリ其他C等ヲ求ムル場合モ全ク同様ナリ(附圖PL. 1. 參照)

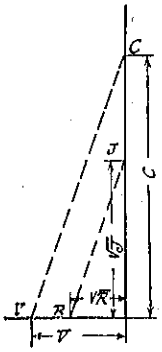


第十四圖

第二ノ方法

$$V=C\frac{\sqrt{R}}{\sqrt{J}}$$

$$\therefore\quad \frac{V}{\sqrt{R}}=\frac{C}{\sqrt{J}}\quad\cdots\cdots\cdots(1)$$



第十五圖

VCトRJトカ平行ナラハ相似形ノ性質ニヨリ第十五圖ノ圖形カ(1)ヲ滿足スル事明ラカナルカ故ニC R S及ヒVノ內何レカ三ツヲ與フレハ平行線ヲ引ク事ニヨリ他ノ一ツヲ求ムル事ヲ得(附圖PL. 2. 參照)

二　三次方程式ノ圖式解法

一般式

ナル形ニテ與ヘラレタル場合ニハ

$$aX^3+bX^2+CX+d=0$$

$$X=x-\frac{b}{3a}$$

$$p=\frac{3aC-b^2}{3a^2}$$

$$q=-\frac{2b^3-9abC+27a^2d}{27a^3}$$

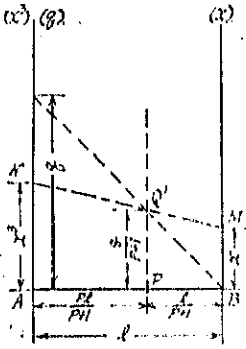
トシテ原方程式ヲ

$$x^3+px=q$$

ナル形ニ變シテxヲ求メ逆ニXヲ知ル事ヲ得

此ノ式中qカ負數ナル時ハqノ絶對値ヲ用ヒテ根ヲ求メ其ノ根ノ符號ヲ更ヘレハ可ナルカ故ニ以下qカ正數ナル場合ノミヲ說明セン

（イ） pカ正數ナル場合



第十六圖

此ノ場合ニハ只一ツノ正根ヲ有ス

$B(x)$軸ニ一定ノ目盛リヲナシ$A(q)$軸ニモ之ト同樣ノ目盛リヲナシ其ノ左側即チ$A(x^3)$軸ニハ前者ノ立方根ニ相當スル目盛リヲ施ス

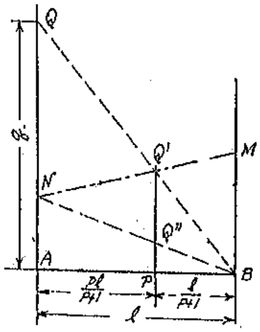
$B(x)$軸ハxヲ示スモノニシテ$A(q)$軸ハqヲ示ス普通ノ目盛リナリ而シテ$A(x^3)$軸上ノxハx^3ノ長サヲ表ス目盛リナルカ故ニ前者

ノ立方根ニ相當スル目盛リヲ施セリ又横軸AB上ノBヨリ$\frac{l}{p+1}$ナル距離ニP點ヲ求メ(斯クノ如キ點ニハpナル目盛リヲ施セルモノナリ)$A(q)$軸上ニqナル値ヲ有スル點ヲQトシBQヲ結ヒP點上ノ垂線ト交ル點ヲQ'トスレハ

$$PQ'=\frac{AQ}{p+1}=\frac{q}{p+1}$$

トナル而シテ常ニQ'點ヲ過キル直線ヲQ'點ノ周リニ回轉シ$B(x)$軸及ヒ$A(x^3)$軸ト交ル點ヲ夫レ夫レ$M$$N$トシ若シ$M$$N$カ丁度相等シキ數字ヲ示ス場合ニハ其ノ圖形カ方程式$x^3+px=q$ヲ滿足スヘシ

第十七圖ニ於テM及ヒNカ共ニxナル目盛リヲ示スモノトス



第十七圖

$$AN=x^3 \qquad BM=x$$

$$PQ''=\frac{x^3}{p+1}$$

$$Q''Q'=\frac{px}{p+1}$$

$$\therefore\ PQ'=PQ''+Q''Q'=\frac{x^3}{p+1}+\frac{px}{p+1}=\frac{x^3+px}{p+1}$$

然ルニ$PQ'=\frac{q}{p+1}$ナルカ故ニ

$$x^3+px=q$$ カ滿足セラル

(ロ) pカ負數ニシテ$\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3>0$ナル場合

此ノ場合ニハ$x>\sqrt{-p}$ナル只一ツノ正根アリ

B(x)軸ヲ下方ニ延長シテ前述ノ場合ト對稱ナル目盛リヲ施シ其ノ上ニM點ヲ求ムヘシ

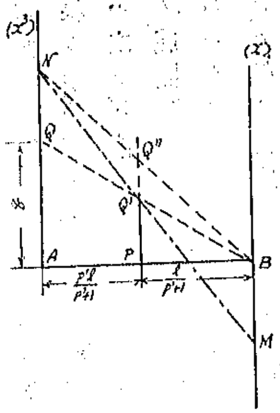
$BM=x, \quad (-p)=p'$

$AN=x^3$

$$PQ''=\frac{x^3}{p'+1} \qquad Q'Q''=\frac{p'x}{p'+1}$$

$$\therefore \quad PQ'=PQ''-Q'Q''=\frac{x^3-p'x}{p'+1}$$

然ルニ $PQ'=\dfrac{q}{p'+1}$ $\qquad \therefore \quad x^3-p'x=q$



第十八圖

(ハ) pカ負數ニシテ $\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3<0$ ナル場合

此ノ場合ニハ $x>\sqrt{p'}$ ナル一ツノ正根ト $|x|<\sqrt{p'}$ ナル二ツノ負根トヲ有ス

正根ヲ求ムルニハ(ロ)ノ場合ト全ク同様ニシテ負根ヲ求ムルニハ$A(x^3)$軸ヲ下方ニ延長シテ之ト對稱ノ目盛リヲ施シ其ノ上ニN點ヲ求ム此ノ場合ニハMトNトカ相等シキ目盛リヲ示ス事必ス二回アルカ故ニ二ツノ負根ヲ知ルヲ得

$AN=-x^3=x_1^3$

$BM=-x=x_1$

$$PQ'=\frac{q}{p'+1}$$

$$PQ'' = \frac{x_1^3}{p'+1}$$

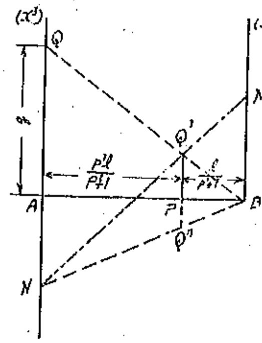
$$Q'Q'' = \frac{p'x_1}{p'+1}$$

$$\therefore\ PQ' = Q'Q'' - PQ'' = \frac{p'x_1}{p'+1} - \frac{x_1^3}{p'+1} = \frac{p'x_1 - x_1^3}{p'+1}$$

$$\therefore\ p'x_1 - x_1^3 = q$$

$$\therefore\ x^3 - p'x = q$$

故ニ此ノ圖形ニテ求メタル根ノ符號ヲ變スレハ原式ノ二ツノ負根ヲ與フヘシ



第十九圖

（注意）（附圖PL. 4. 參照）

如何ナル根ヲモ求メ得ヘキ圖形ヲ一枚ノ圖面ニ表ス事ハ不可能ノ業ナルカ故ニPL. 4.ニ於テハ根カ0·25ヨリ2·5マテノ間ノ値ヲ有スル場合ニ於テノミ解ク事ヲ得ルモノナレハ其ノ範圍外ノ根ハ之ヲ10^n倍シテ必ス0·25ト2·5トノ間ノ値タラシメサルヘカラサルカ故ニ解法ヲナス前ニ先ツ根ノ範圍ヲ考ヘテ上記ノ範圍外ニアル場合ハ常ニ係數p及ヒqノ變化ヲ行フヲ要ス即チ根ヲ10^n倍スルタメニハpヲ10^{2n}倍シqヲ10^{3n}倍スルモノトス附圖ヲ使用スル場合ニ根カ1—2·5間ニアル時ハx、q軸ノ目盛リヲ用ヒ0·25—1間ニアル時ハX Q軸ノ目盛リヲ用フ（完）

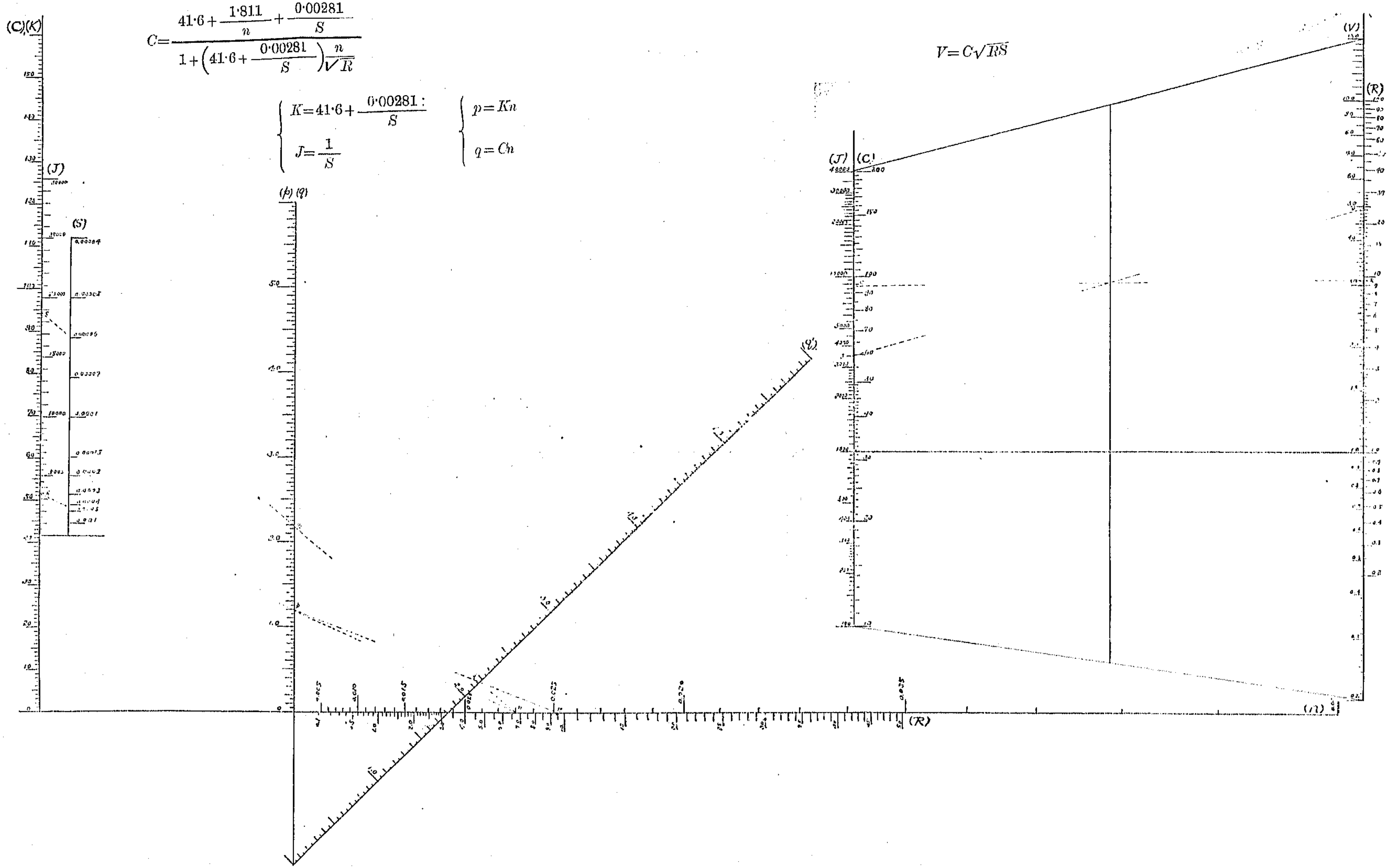
Pl. 1.

Nomographic Chart for Kutter's Velocity Formula.

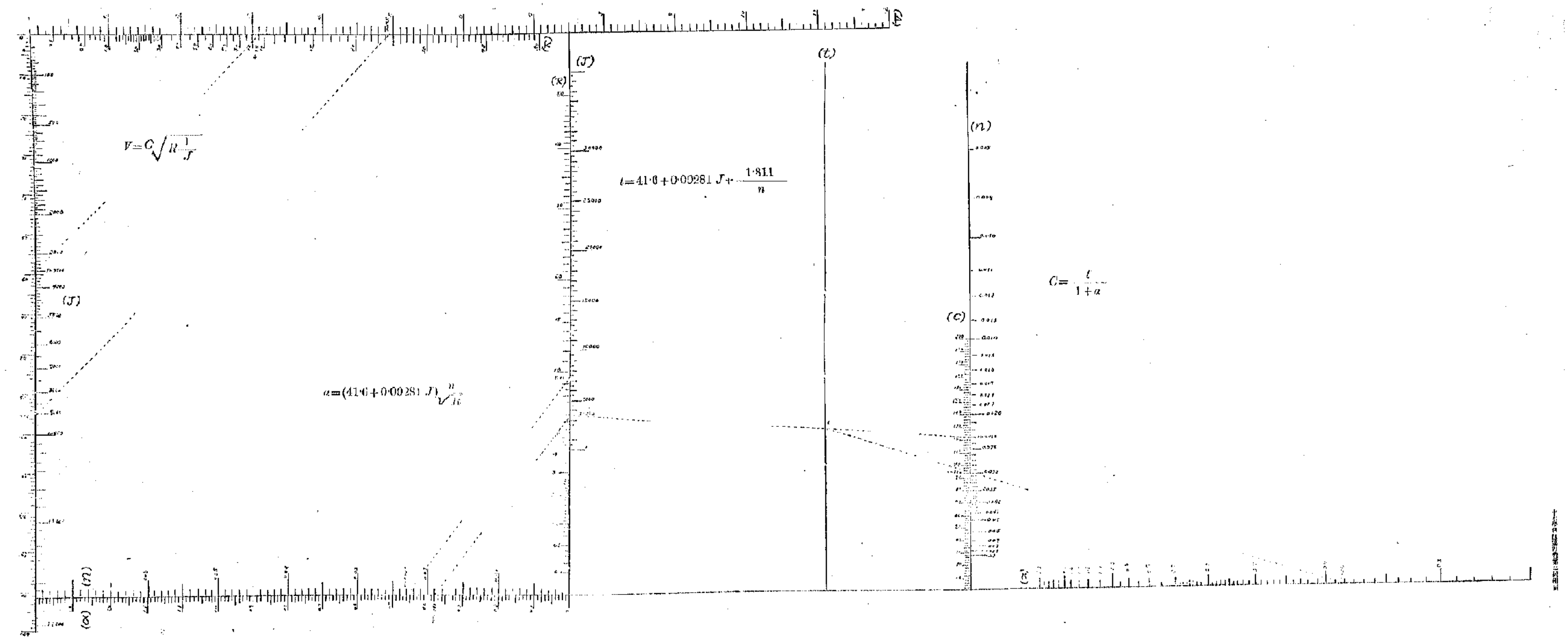
$$C=\frac{41{\cdot}6+\dfrac{1{\cdot}811}{n}+\dfrac{0{\cdot}00281}{S}}{1+\left(41{\cdot}6+\dfrac{0{\cdot}00281}{S}\right)\dfrac{n}{\sqrt{R}}}$$

$$\left\{\begin{aligned} K&=41{\cdot}6+\frac{0{\cdot}00281}{S} \\ J&=\frac{1}{S} \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} p&=Kn \\ q&=Cn \end{aligned}\right.$$

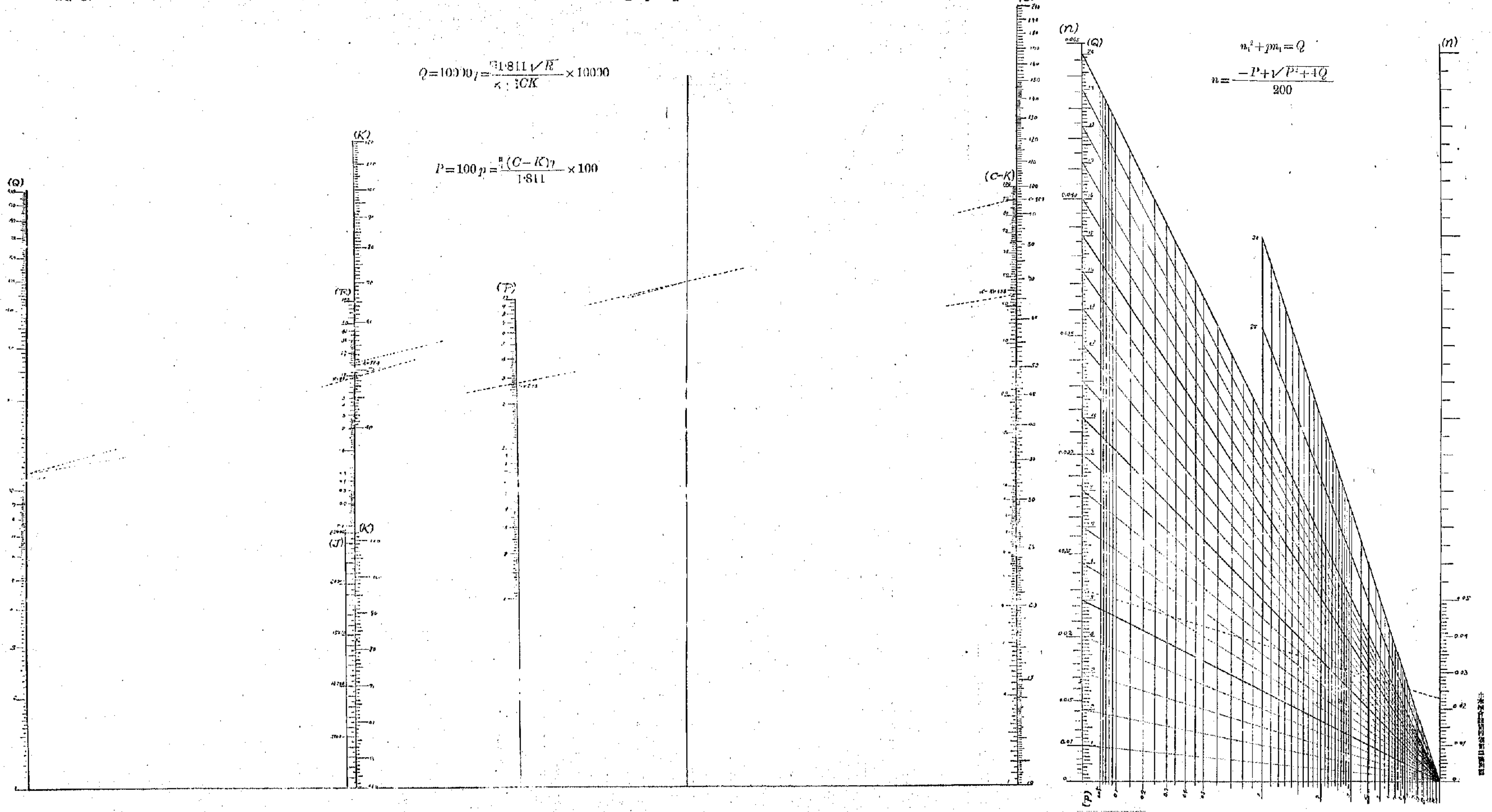
$$V=C\sqrt{RS}$$



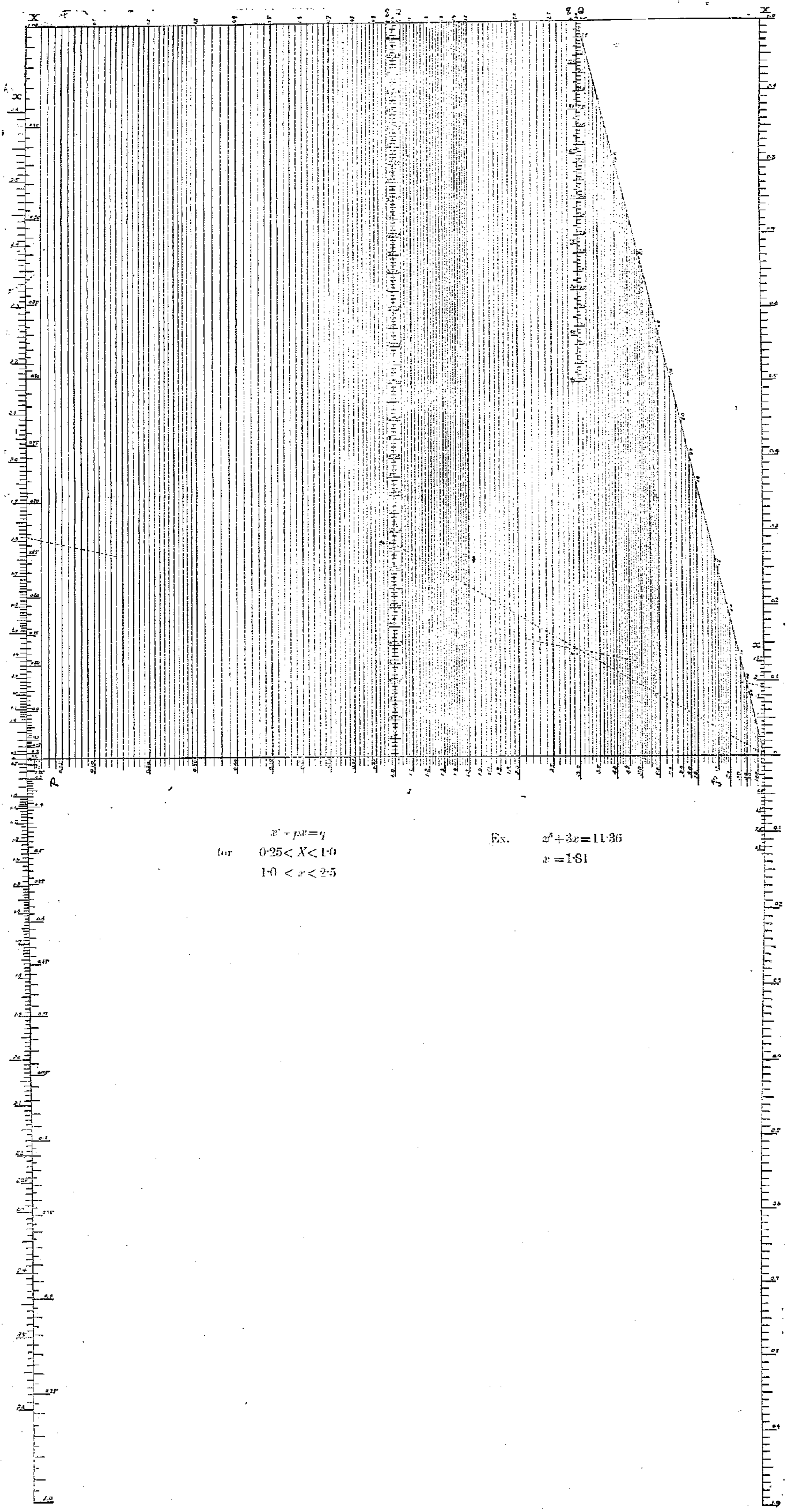
Nomographic Chart for Kutter's Velocity Formula.



Nomographic Chart for Kutter's Coefficient n.



Nomographic Solution for a Cubic Equation.



$x^3 + px = q$

for $0{\cdot}25 < X < 1{\cdot}0$

$1{\cdot}0 < x < 2{\cdot}5$

Ex. $x^3 + 3x = 11{\cdot}36$

$x = 1{\cdot}81$