討議

土木學會誌 第三卷第五號 大正六年十月

石堰堤內部應力分布ニ就テ

（第二卷第三號所載）

著者 工學博士 佐野藤次郎

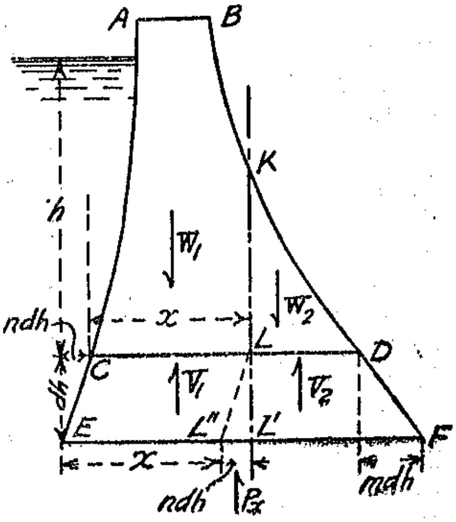
本會誌第二卷第三號ニ揭題ノ拙論ヲ試ミ洽ク批評ヲ求メタリ爾來年餘敢テ討議セラルヽ篤志家ナキヲ憾ミ居リシニ第三卷第三號ニ岡崎博士ノ質議アリシハ著者ノ光榮トスル所ナリ以下之ニ對スル應答ヲ述フルニ先チ著者ノ粗漏ヲ謝罪スヘキハ原稿謄寫ノ際(23)式ヲ誤記シタルコトニシテ此機ヲ利用シ之ヲ訂正スルコト左ノ如シ

$$\frac{dV_1}{dh}=\left\{1-(4m+10n)\frac{W}{b^2}+12(m+n)\frac{Wc}{b^3}+\frac{4uh}{\rho b}-\frac{3h^2}{\rho b^2}+2(m+n)\frac{h^3}{\rho b^3}\right\}x$$
$$+\left\{6(m+2n)\frac{W}{b^3}-18(m+n)\frac{Wc}{b^4}-\frac{3uh}{\rho b^2}+\frac{3h^2}{\rho b^3}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^4}\right\}x^2 \quad \cdots\cdots\cdots (23)$$

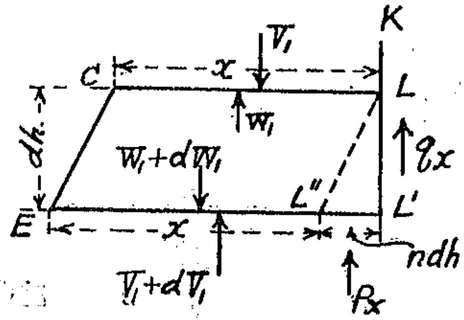
右ハ前後諸式運算ノ結果ニシテ辯明ヲ要セサルコトヽ信ス

質議一、二、三、及四ハ皆關聯シタル問題ナレハ一括シテ應答スルヲ便宜ト認ム夫レ堰堤前面勾配nアル爲メ問題トナリタル原因ハdV_1ノ解釋如何ニ依ルモノナリ即チ(18)式ニ標示シタルカ如ク$\frac{dV_1}{dh}$ハnヲ不變ト見做シhニ就テノ部分的微分ナリ

1389



第五圖



第五圖ノ一

又第五圖ニモ EL'' ヲ CL ト等シク x ト見做シタリ換言スレハ dV_1 ハ x カ其値ヲ變セス只其位置ノ CL ヨリ EL'' ニ變スル爲メニ生スル V_1 ノ増加ナリ故ニ KLL' 線ノ左部全體ヲ考フルトキハ $L''L'$ ノ部分ニ對スル垂直應力ヲ加フル必要ヨリ (17) 式ヲ得タルナリ質議者ハ $L''L'$ 上ノ垂直應力強度ハ p_x ニ非スシテ若干ノ増加アリトセラル丶モ凡テ二次以上ノ微分ハ省略スルヲ以テ結局 (17) 式ト了承セラレ度シ尚ホ三角形 $LL''L'$ ノ垂直力平衡云々ト云ヒシハ寧ロ梯形 $CLL''E$ ノ夫レトスルヲ適切ト認ムルヲ以テ之ヲ訂正ス然ルトキハ第五圖ノ一ニ示ス如ク V_1+dV_1 ハ EL'' 上ニ働キ p_x ハ $L''L'$ 上ニ働キ而シテ W_1+dW_1 ハ EL' 上ニ働クヲ以テ左ノ如クナルヘシ

$$q_x\,dh+p_x\,n\,dh+W_1+(V_1+dV_1)-(W_1+dW_1)-V_1=0$$

$$\therefore\quad q_x\,dh=dW_1-dV_1-p_x\,n\,dh$$

$$q_x=\frac{dW_1}{dh}-\frac{dV_1}{dh}-n\,p_x \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

若シ KLL' 線ノ左部全體ノ垂直應力變化ヲ dU_1 ニテ顯セハ x ハ $x+n\,dh$ トナリ左ノ關係トナル

$$dU_1=dV_1+p_x\,n\,dh$$

$$\frac{dU_1}{dh}=\frac{dV_1}{dh}+n\,p_x$$

$$q_x=\frac{dW_1}{dh}-\frac{dU_1}{dh}$$

之ヲ計算的ニ立證スルニハ先ツCL線上ノ總垂直應力ハ左ノ如シ

$$V_1=\int_0^x(p_x)\,dx=\left[\left(\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h^3}{\rho b^2}\right)x-\left(\frac{3W}{b^2}-\frac{6Wc}{b^3}-\frac{h^3}{\rho b^3}\right)x^2\right]_0^x$$

$$=\left(4Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{x}{b^2}-\left(3Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{x^2}{b^3}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(a)$$

又EL'線上ノ總垂直應力ハ(′)記號ヲ用ヒテ區別スレハ同形式ナルヲ以テ左ノ如シ

$$V_1'=\int_{-ndh}^x(p_x)'\,dx=\left[\left(\frac{4W'}{b'}-\frac{6W'c'}{b'^2}-\frac{h'^3}{\rho b'^2}\right)x-\left(\frac{3W'}{b'^2}-\frac{6W'c'}{b'^3}-\frac{h'^3}{\rho b'^3}\right)x^2\right]_{-ndh}^x$$

$$=\left(4W'b'-6W'c'-\frac{h'^3}{\rho}\right)\frac{(x+n\,dh)}{b'^2}-\left(3W'b'-6W'c'-\frac{h'^3}{\rho}\right)\frac{(x+n\,dh)^2}{b'^3}\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(b)$$

二次以上ノ微分ヲ省略スレハ左ノ關係ヲ得ヘシ

(20)式ヨリ
$$W'=W+\left(b+\frac{nh}{\rho}\right)dh$$

(21)式ヨリ
$$b'=b+(m+n)\,dh,\qquad b'^2=b^2+2(m+n)b\,dh,\qquad b'^3=b^3+3(m+n)b^2dh$$

又
$$h'=h+dh,\qquad h'^3=h^3+3h^2\,dh,\qquad (x+n\,dh)^2=x^2+3nx\,dh$$

(22)式ヨリ

$$c'=c+\left\{n+\frac{b^2}{2W}-\frac{c}{W}\left(b+\frac{nh}{\rho}\right)\right\}dh$$

$$\therefore\quad W'b'=Wb+\left\{(m+n)W+b\left(b+\frac{nh}{\rho}\right)\right\}dh,\qquad W'c'=Wc+\left(nW+\frac{b^2}{2}\right)dh$$

此等ヲ(b)式ニ代用スルトキハ

$$V_1'=\left[4Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}+\left\{2(2m-n)W+\frac{4nhb}{\rho}-\frac{3h^2}{\rho}+b^2\right\}dh\right]\frac{x+n\,dh}{b^2+2(m+n)b\,dh}$$
$$-\left[3Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}+\left\{3(m-n)W+\frac{3nhb}{\rho}-\frac{3h^2}{\rho}\right\}dh\right]\frac{x^2+2nx\,dh}{b^3+3(m+n)b^2\,dh}$$

而シテ

$$\frac{x+n\,dh}{b^2+2(m+n)b\,dh}=\frac{1}{b^2}\left[x+\left\{n-\frac{2(m+n)}{b}x\right\}dh\right]$$
$$\frac{x^2+2nx\,dh}{b^3+3(m+n)b^2\,dh}=\frac{1}{b^3}\left[x^2+\left\{2nx-\frac{3(m+n)}{b}x^2\right\}dh\right]$$

ナルヲ以テ再ヒ左式トナル

$$V_1'=\left(4Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{x}{b^2}-\left(3Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{x^2}{b^3}+\left[\left(4Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{n}{b^2}\right.$$
$$-\left\{\frac{2(m+n)}{b^2}\left(4Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)-2(2m-n)\frac{W}{b}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-b+\frac{6nW}{b}-\frac{12nWc}{b^2}-\frac{2nh^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x}{b}$$
$$\left.+\left\{\frac{3(m+n)}{b^2}\left(3Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)-\frac{3(m-n)W}{b}-\frac{3nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}\right\}\frac{x^2}{b^2}\right]dh$$
$$=\left(4Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{x}{b^2}-\left(3Wb-6Wc-\frac{h^3}{\rho}\right)\frac{x^2}{b^3}+\left[n\left(\frac{4W}{b}-\frac{6Wc}{b^2}-\frac{h^3}{\rho b^2}\right)-\left\{4(m+4n)\frac{W}{b}\right.\right.$$
$$\left.-12(m+n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{4nh}{\rho}+\frac{3h^2}{\rho b}-2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^2}-b\right\}\frac{x}{b}+\left\{6(m+2n)\frac{W}{b}-18(m+n)\frac{Wc}{b^2}-\frac{3nh}{\rho}\right.$$
$$\left.\left.+\frac{3h^2}{\rho b}-3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^2}\right\}\frac{x^2}{b^2}\right]dh\cdots\quad\cdots\quad\text{(c)}$$

(c)式ヨリ(a)式ヲ減スレハ左ノ如シ

$$V_1' - V_1 = dU_1$$

$$= \left[n\left(\frac{4W}{b} - \frac{6Wc}{b^2} - \frac{h^3}{\rho b^2}\right) + \left\{1 - 4(m+4n)\frac{W}{b^2} + 12(m+2n)\frac{Wc}{b^3} + \frac{4nh}{\rho b} - \frac{3h^2}{\rho b^2} + 2(m+2n)\frac{h^3}{\rho b^3}\right\}x \right.$$
$$\left. + \left\{6(m+2n)\frac{W}{b^3} - 18(m+n)\frac{Wc}{b^4} - \frac{3nh}{\rho b^2} + \frac{3h^2}{\rho b^3} - 3(m+n)\frac{h^3}{\rho b^4}\right\}x^2 \right] dh$$

之ヲ(23)式ト比較スルトキハ

$$dU_1 = dV_1 + \left[n\left(\frac{4W}{b} - \frac{6Wc}{b^2} - \frac{h^3}{\rho b^2}\right) - \left(\frac{6nW}{b^2} - \frac{12nWc}{b^3} - \frac{2nh^3}{\rho b^3}\right)x \right] dh$$
$$= dV_1 + n\left\{\left(\frac{4W}{b} - \frac{6Wc}{b^2} - \frac{h^3}{\rho b^2}\right) + \left(\frac{12Wc}{b^2} - \frac{6W}{b} + \frac{2h^3}{\rho b^2}\right)\frac{x}{b}\right\} dh$$

(12)式ヲ代用スレハ

$$dU_1 = dV_1 + np_x\, dh$$

Q.E.D.

質議第五　應剪力強度ヲ求ムル一方法トシテ幅dx高單位ノ分子ノ垂直力平衡ヲ基礎トシタルハ誤レリ岡崎博士ノ如ク高モ極微トシテ推理スルヲ正當ナリトス即チx hナル點ニ於テ幅dx高∂hナル分子ノ垂直力ヲ考フルトキハ第七圖ノ一ノ如キヲ以テ

$$(q_x + dq_x)\,\partial h - q_x\,\partial h = (p_x + \partial p_x)\,dx - p_x\,dx$$

$$dq_x\,\partial h = \partial p_x\,dx$$

$$dq_x = \frac{\partial p_x\,dx}{\partial h}$$

$$\therefore \quad q_x = \int \frac{\partial p_x\,dx}{\partial h} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (d)$$

然ルニ p_x ハ梯形法則ニ從フト假定シタルヲ以テ(12)式ヨリ

$$p_x=\alpha+\beta x$$

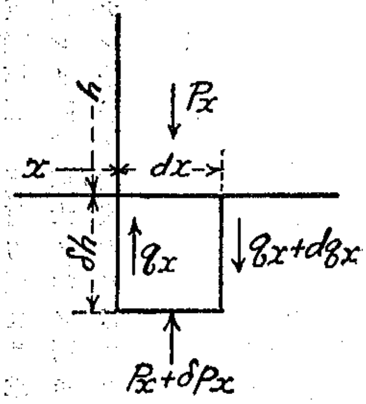
$$\frac{\partial p_x}{\partial h}=\frac{\partial \alpha}{\partial h}+\frac{\partial \beta}{\partial h}x$$

$$\int\frac{\partial p_x\,dx}{\partial h}=\kappa+\frac{\partial \alpha}{\partial h}x+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial \beta}{\partial h}x^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (e)$$

(d)(e)兩式ヨリ本論ノ如ク

$$q_x=\kappa+\lambda x+\mu x^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

トナリ以下本論ノ如ク進ムヲ得ヘシ



第七圖ノ一

若シ堰堤前面垂直ナリトセハ直チニ

$$\lambda=\frac{\partial \alpha}{\partial h}, \qquad \mu=\frac{1}{2}\frac{\partial \beta}{\partial h}$$

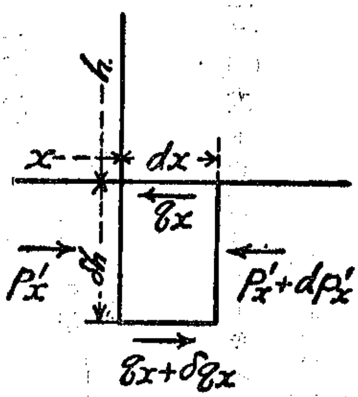
トスルコトヲ得ヘキモ n ナル勾配アルヲ以テ變更ヲ要スルコト前章ノ如クナルヘシ重複ヲ避ケテ之ヲ省ク

此機會ニ於テ水平應力强度 p_x' モ亦同一推理ヨリ論及シ得ヘキコトヲ追加ス可シ即チ第七圖ノ二ノ如キヲ以テ水平力ノ平衡ヲ考フルトキハ左ノ如クナル可シ

$$(p_x'+dp_x')\,\partial h-p_x'\,\partial h=(q_x+\partial q_x)\,dx-q_x\,dx$$

$$dp_x'\,\partial h=\partial q_x\,dx$$

$$dp_x'=\frac{\partial q_x\,dx}{\partial h}$$



第七圖ノ二

然ルニ

$$p_x'=\int\frac{\partial q_x}{\partial h}dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (f)$$

$$q_x=\kappa+\lambda x+\mu x^2$$

故ニ

$$\frac{\partial q_x}{\partial h}=\frac{\partial\kappa}{\partial h}+\frac{\partial\lambda}{\partial h}x+\frac{\partial\mu}{\partial h}x^2$$

$$\int\frac{\partial q_x}{\partial h}dx=\varphi+\frac{\partial\kappa}{\partial h}x+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial h}x^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{\partial\mu}{\partial h}x^3$$

$$=\varphi+\frac{\partial\kappa}{\partial h}x+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2\alpha}{\partial h^2}x^2+\frac{1}{6}\cdot\frac{\partial^2\beta}{\partial h^2}x^3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (g)$$

(f)(g)兩式ヨリ

$$p_x'=\varphi+\Psi x+\theta x^2+\omega x^3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (h)$$

此レ本論(36)式ト同形ナリ

質議第六　各種應力ニ對スル安全率ハ堰堤ヲ構成スル原料ノ性質配合及ヒ落成後年數ニ依リ異ナル可キモ今石積ノ破壞對壓強度ヲ毎平方尺百噸トセハ本論ニ記セシ如ク布引烏原及ヒ千苅堰堤ハ舊式ニ依リ外趾點ニ於テ毎平方尺八噸六噸及五噸ノ最大壓力ヲ與フルモノトシテ設計セシヲ以テ其安全率ハ各一二・五、一六・七及ヒ二〇・〇ナルヘシト信シタリシニ愚按新式ニ依ルトキハ楓軸壓力強度ノ最大ハ各九・五〇四、九・〇三八及ヒ一〇・九四六噸ナルヲ以テ安全率ハ各一〇・五、一一・七及九・一トナル又破壞對剪強度ヲ十五噸ト假定セハ各最大剪力強度ハ四・五八八、四・五〇五及ヒ五・二七五噸ナルヲ以テ安全率ハ各三・三、三・三及ヒ二・八トナル

終リニ臨ミ岡崎博士ニ對シ有益ナル質問ヲ舉ケラレタル爲メ著者ニ誤謬ヲ訂正スルノ機會ヲ與ヘラレタルヲ多謝ス

尚本論ノ如キハ緒言ニ述ヘタル如ク頗ル究理ノ餘地アル問題ニシテ愚按必スシモ終局ノ解決ナリト著者自ラ信セサルモノナレハ種々ノ見地ヨリシテ異リタル具體的ノ公式ヲ發表シ學界ニ裨益セラレンコトヲ岡崎博士及ヒ他ノ篤志家ニ切望シテ止マサルナリ(完)