論說報告　土木學會誌　第三卷第三號　大正六年六月

河川ニ於ケル不定流ニ就テ

工學士　物部長穗

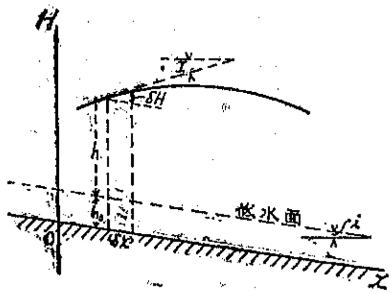
第一章　不定流ノ性質

定流ニ對スルしぇぢー(Chézy)氏流速公式ハ直チニ採リテ之ヲ不定流ニ適用シ得ベキニアラス之レ不定流ハ其流速ノたいむべりえーしよんカ流速自身ニ比シ極テ微少ナル場合ニノミ工學上定流ト見做シ得ルモノニシテ從ッテしぇぢー式ヲ適用セントスレハ先ッ以テ流速變動ノ緩急ヲ計ルノ要アルヲ以テナリ而シテ不定流ノ性質ヲ實用上充分ナル程度ニ表現シ得タル等式ハ理論水理家ニヨリテ已ニ久シク知ラルヽ所ナリト雖モ從來技術家ハ之ヲ用ヒテ流速公式適用ノ分野ヲ究メンﾄハセス唯漫然定流ト假定スルノ策ヲ採レリ然ラハ不定流ノ性質ヲ現ハス所ノ關係式ハ如何ト云フニあいらー氏ノ基礎水理等式ヲ適當ニ變形スル事ニ依リテ得ルモノニシテ

$$I=\frac{u^2}{CR}+\frac{1}{2g}\cdot\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

茲ニxハ低水面ニ並行ニ下流ニ向フテ測ラレタル距離tハ時刻ヲ現ハシ共ニ自變數ニシテIハ水面勾配Rハ流水半徑(河川ノ如ク幅員大ナル水路ニ於テハ水流ノ平均深)uハ流水ノ平均速度ヲ現ハシ共ニx及tニ從ッテ變動スルモノナリ而シテgハ重力ヲ現ハシCハ流水ニ對スル抵抗ヲ

代表スル係數ニシテ實用上之ヲ不變ナリト見做シ得ルモノトス予ハ次ニ該式ヲ變形轉化シテ少シク不定流ノ性質ヲ究メ併テ流速ニ對スル公式ヲ尋ネントス第一圖ハtナル時刻ニ於ケル水面ノ形狀ヲ示ス



第一圖

圖ヨリ直ニ

$$I=i-\frac{\partial H}{\partial x}$$

ナル關係ヲ得今出水前ノ水深ヲh_0トシhヲ以テtニ於ケル水位ノ上昇ヲ現ハスモノトセハ

$$H=h_0+h \qquad \therefore \quad I=i-\frac{\partial h}{\partial x}$$

トモ書ク事ヲ得依ッテ(1)式ハ

$$i-\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{u^2}{CR}+\frac{1}{2g}\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} \quad \cdots\cdots(1_a)$$

トナル今$H=F(x,t)$ナル關係式即任意ノ斷面及時刻ニ於ケル水位Hヲ與ヘラルヽ時ハ(1_a)ハuトx及t又ハHトノ關係ヲ現ハス偏微分方程式ニシテ之ヲ解キ得レハ直ニuヲ知ルヘシ而シテFナル關係式不明ナル場合ト雖モ水流ノ連續性ニヨル關係式

$$\frac{\partial H}{\partial t}+H\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial H}{\partial x}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

ト(1_a)トヲ併セ解ク時ハu x t又ハH間ノ關係ヲ最モ普偏的ニ知ルヘシ然リト雖モ之等二方程式ハ一ノ解法未知ナル二級二次微分方程式ニ歸スルヲ以テ該問題ノ數學上正確ナル解決ハ到底之ヲ索メ得ス然リナカラ(1_a)ヨリシテ工學上差支ナキ程度ノuヲ算出スルハ必シモ困難ナラス今該等式ヲ視ルニHノ變動ニ對シuノ變化ハ少ナルヲ以テ右邊第二第三兩項ハ第一項ニ比シ頗ル輕

少ニシテ一ノ補正項ト見ルヲ得ヘシ(換言スレハ定流ニ對スルuノ表式ハ不定流ノ場合ノ略値ヲ與フ)從ッテ之等ニハuノ略値u_1ヲ代用スルヲ得ヘシ

即

$$u \doteqdot u_1 = C\sqrt{H_1\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)} \quad \cdots\cdots(3_a)$$

今平均水深H_1ハ水位Hニ一ノ恒量ヲ加減シタルモノニ等シト考フレハ

$$\frac{\partial u}{\partial t} \doteqdot \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{C^2}{2u_1}\left\{\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{\partial H}{\partial t} - H\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t}\right\}$$

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \doteqdot \frac{\partial u_1^2}{\partial x} = C^2\left\{\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{\partial H}{\partial x} - H\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right\}$$

之等ノ關係ヲ(1_a)ニ代用シ少シク變形スレハ

$$u = C\left(I - \frac{1}{2g}\frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}\right)^{\frac{1}{2}} H_1^{\frac{1}{2}}$$

$$\doteqdot C H_1^{\frac{1}{2}}\sqrt{\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right) - \frac{C^2}{2g}\left\{\frac{\partial H}{\partial x}\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right) - H\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\right\} - \frac{C}{2g}\cdot\frac{\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{\partial H}{\partial t} - H\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t}}{H^{\frac{1}{2}}\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{\frac{1}{2}}}} \quad \cdots(3)$$

茲ニH_1ハ水位Hナル時ノ平均水深ナリ

(3)ハ從變數Hヲ有スルノミナルヲ以テ　$H=F(x,t)$　ナル關係式ヲ知レハ以テuヲ算出スルニ足ル之ヲ具體的ニ云ヘハ流路ニ添フテ充分多クノ水位計ヲ設備シ距離並ニ時刻横距ノ洪水波形ヲ得レハ可ナリ茲ニ注意スヘキハ不定流ヲ論スルニ當リ定流ノ場合ノ水深ニ比シ水位ノ昇降微ナリトシテ之ヲ無視シ(1)及(2)式ニ於テ變數Hニ代フルニ常量h_0ヲ以テシ更ニ進ンテ不定流ノ性質ヲ

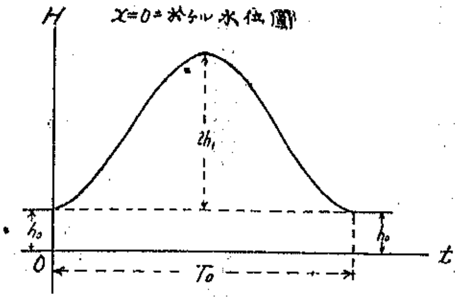
究メントスル事ナリ此方法タルヤ從來不定流問題ヲ取扱フ唯一ノ解法タリシト雖モ上記ノ假定タル極メテ深キ河川ニ潮波ノ傳播スル場合ノ外他ニ適用シ得ヘクモアラズ殊ニ洪水ノ如ク平水深ニ對シ數倍乃至數十倍ノ水深ニ達スル場合ニ之ヲ藉リテ洪水ノ性質ヲ論センニハ頗ル不合理ニシテ寧ロ大觀シテ定流ト做スノ簡ナルニ如カスト云フヘシ

予ハ曩ニ(1_a)式ニ於テ右邊第二第三項ハ輕微ナリト假定シ(2_a)ヲ以テ流速ノ大略値ヲ與フルモノナリト做セリ今少シク具體的ニ兩項ノ輕重ヲ究メン爲メ假リニ洪水波ヲ單一ナルさいん曲線ニシテ且ツ其波高不變ナリト考フレハHトx及tトノ關係ハ略次式ニ依リテ現ハサルヘシ

$$H=h_0+h=h_0+h_1\left[1+\sin\left\{\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right] \quad \cdots\cdots(4)$$

茲ニh_1ハhノ最大値ノ$\frac{1}{2}$、T_0ハ水位カh_0ヨリ昇リ始メテヨリ再ヒh_0ニ復スル迄ノ期間ニシテωハ洪水波ノ傳播速度ヲ表ハシ一洪水波ニ對シテハ大略常數ト見得ルモノナリ(ωニ關シテハ後章更ニ詳說セントス)上記Hノ表式(4)ヨリ

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial t}&=+\frac{2\pi}{T_0}h_1\cos\left\{\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\\
\frac{\partial H}{\partial x}&=-\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\cos\left\{\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\\
\frac{\partial^2 H}{\partial t\,\partial x}&=+\frac{1}{\omega}\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2h_1\sin\left\{\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\\
\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}&=-\left(\frac{2\pi}{\omega T_0}\right)^2h_1\sin\left\{\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(5)$$



第二圖

尚本問題ノ性質上xハ任意ニ採リ得ルヲ以テ便宜ノ爲之ヲ零ト置ケ

ハ(5)ハ次ノ如クナル

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial t}&=\frac{2\pi}{T_0}h_1\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right),\quad \frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)\\ \frac{\partial^2 H}{\partial t\partial x}&=\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\frac{h_1}{\omega}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right),\quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=-\left(\frac{2\pi}{\omega T_0}\right)^2 h_1\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(5_a)$$

H及之等ノ諸函數ハ共ニさいん系曲線ニシテ其振幅ヲ視ルニT_0ハπニ比シ極テ大ナルヲ以テHヲ普通級ノ數量トスレハ$\frac{\partial H}{\partial t}$, $\frac{\partial H}{\partial x}$ハ共ニ第一級微少量ニシテ$\frac{\partial^2 H}{\partial t\partial x}$及$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ハ第二級ノ微少量タルヘシ今荒川筋末野流量測定點ニ於ケル洪水波ノ一例ヲ採ルニ

$$i=0{\cdot}00295\quad h_0=2^{\text{ft.}}\quad h_1=8^{\text{ft.}}\quad T_0=20\times 3{,}600^{\text{sec.}}\quad \omega=7{\cdot}5^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$$

倘 $C\doteqdot 80,\ g\doteqdot 32$ トシ(3)式右邊第二三兩項ノ最大限ヲ算出スレハ

$$\text{Max.}\left|\frac{\partial H}{\partial x}\right|=\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1=\frac{1}{7{\cdot}5}\cdot\frac{2\times 3{\cdot}14\times 8}{20\times 3{,}600}=\frac{7}{75{,}000},\quad \text{Max.}\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right|=\frac{2\pi}{T_0}h_1=\frac{7}{10{,}000}$$

$$\left|\text{第二項}\right|<\frac{C^2}{2g}\cdot\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\left(i+\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\right)=\frac{\overline{80}^2}{2\times 32}\times\frac{7}{75{,}000}\left(0{\cdot}00295+\frac{7}{75{,}000}\right)=0{\cdot}00003$$

$$\left|\text{第三項}\right|<\frac{C}{2g}\cdot\frac{2\pi h_1}{T_0}\cdot\frac{\left(i+\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\right)}{\sqrt{(h_0+h_1)\left(i+\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\right)}}=\frac{80}{2\times 32}\times\frac{\frac{7}{10{,}000}\left(0{\cdot}00295+\frac{7}{75{,}000}\right)}{\sqrt{10\left(0{\cdot}00295+\frac{7}{75{,}000}\right)}}=0{\cdot}000014$$

然ルニ此場合ニ於ケル第一項ハ約0·003ナルヲ以テ前二項ノ和ノ約七〇倍ニ達ス即急流部ニ於テハ實用上第二第三兩項ヲ無視スルモ可ナルヲ見ル次ニ同川戸田橋附近ハ勾配七千分一內外ニシテ本邦ニ於テハ緩流部ト見ルヲ可キ所ナルカ其洪水波ノ一例ヲ採ルニ

$i=\frac{2.98}{20,000}$,　$h_0=4.7^{m}$,　$h_1=9.2^{m}$,　$T_0=70\times3,600^{sec.}$,　$\omega=4.2^{m}/_{sec.}$

但T_0ハ増水時ノ波形ヲ現ハス如ク定メタリ

$$\text{Max.}\left|\frac{\partial H}{\partial x}\right|=\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1=\frac{1}{4.2}\cdot\frac{2\times3.14\times9.2}{70\times3,600}=\frac{2.3}{42,000},\quad \text{Max.}\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right|=\frac{2\pi}{T_0}h_1=\frac{2.3}{10,000}$$

$$\therefore\ |\text{第二項}|<\frac{\overline{80}^2}{2\times32}\cdot\frac{2.3}{42,000}\left(\frac{2.98}{20,000}+\frac{2.3}{42,000}\right)\doteqdot\frac{1}{180}\cdot\frac{1.49+0.55}{10,000}$$

$$|\text{第三項}|<\frac{80}{2\times32}\cdot\frac{\frac{2.3}{10,000}\cdot\frac{2.04}{10,000}}{\sqrt{13.9\times\frac{2.04}{10,000}}}\doteqdot\frac{1}{184}\cdot\frac{2.04}{10,000}$$

即斯ノ如キ場合ニ於テモ第二第三兩項ノ和ハ第一項ノ九十分一ニ過キサルヲ以テ實用上之ヲ無視シ得ヘシ上述ノ結果ニヨリ普通洪水ノ場合ハ定流ノ流速式ヲ應用シテ實用上差支ナク是ニ依ル誤差ハ二%以下ナルヲ視ル然レトモ潮波ノ河川ニ傳播スル場合ノ如キハ水位變動ノ周期短キヲ以テ到底定流ノ公式ヲ適用シ得ヘキニアラス之ニ關シテハ後章更ニ詳述セントス

(3)式ニ於テ右邊第二第三兩項ヲ無視スル時ハ

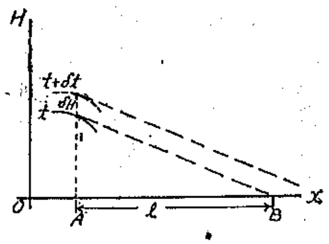
$$v=C\sqrt{\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)H},\qquad I=i-\frac{\partial H}{\partial x}\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(3_a)$$

流路整正ナル時ハ稍近キ二點ニ於テ水位觀測ヲナシH及Iヲ知レハ以テvヲ算出スルヲ得可シト雖モ今只一點ノ水位觀測ヨリ該點ニ於ケル流速ヲ算定セントセハ勢ヒIヲHノ函數トシテ求メサル可カラス於是諸家ハ一般ニIヲ不變ナリトシ代フルニ低水勾配iヲ使用セシカ市瀬博士

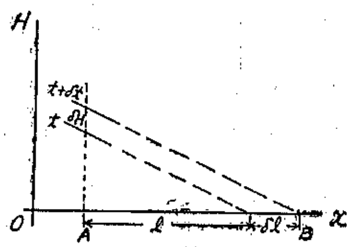
ハ一ノ新案ヲ提出シIハHニ直接比例スルモノナリトナセリ即式ヲ以テ現ハセハ(土木學會誌第二卷第一號參照)

$$I=\frac{H}{h_0}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

右關係ヲ求ムルニ博士ハ$I=\frac{H}{l}$ナル關係ヲ用ヒHノ變動ニ際シlノ變轉ハ微々タリトナシ之ヲ常數ト考ヘ$\frac{\delta I}{I}=\frac{\delta H}{H}$ナル關係ヲ得タリ然レ共$l$ナル距離ハ懸案ノ點$A$ニ於ケル水面曲線ノさぶたんぜんとニシテ$H$ノ變化ニ伴ヒ增減スルヲ以テ$l$ノ變化ノ率即$\frac{\delta l}{l}$ハ$H$ノ變化率$\frac{\delta H}{H}$ニ比シ無視シ得可キ程度ノモノニアラス唯ろがりすみっく曲線ノミハ縱距ノ如何ニ係ラスさぶたんぜんと不變ナリト云フ特性ヲ有スルナリ試ニ洪水波カアル一部ニ於テ殆ント直線ニ近キ形ヲ有ストセハ(時刻橫距ノ曲線)第四圖ノ如ク$\frac{\delta H}{H}=\frac{\delta l}{l}$ニシテ若シ曲線カ上方ニ凸形ナル時ハ却テ$\frac{\delta l}{l}>\frac{\delta H}{H}$トナル從テ



第三圖



第四圖

一般ニlノ變動率ヲ無視ス可カラサルハ明カナリ今lヲ變數トセハ$\delta I=\frac{\delta H}{l}-\frac{H\delta l}{l^2}=I\left(\frac{\delta H}{H}-\frac{\delta l}{l}\right)$ニシテ$\delta l$ヲ無視スレハ(4)式トナリ若シ第四圖ノ如クナラハ$\delta I$ハ零ニシテ$I$ハ不變トナル即是等二解法ハ共ニ極テ特殊ナル一例ノミニ通用ス可キモノニシテ共ニ普偏性ヲ缺キ理論上ヨリ見レハ互ニ優劣ヲ附シ難キモノナリ然レトモ洪水曲線(時刻橫距)ハ其減水期變曲點以下ニ於テろがりすみっく曲線ニ近似セル形狀ヲ有スルハ理論的ニ立證シ得ル所ナルヲ以テ市瀨博士ノ考案ハ該

部分ニ對シテハ理論上ノ根據ヲ得タリト云フヘシ尚距離横距ノ水位曲線ニ於テ考フルニlヲ常數ト見ルハB端ニ於テ水位ノ變動微少ナルヲ意味スルモノニシテ若河川カBニ於テ河幅ヲ非常ニ擴大スルカ又ハ湖海ニ注ク時ハ略該條件ヲ滿足スヘキヲ以テ(4)式ハカヽル場合ニ對シ實用上有力ナルヘキハ之ヲ豫期シ得ヘシ予ハ以下ニ於テIトHトノ關係ニ對シ一案ヲ定メ(3_b)式ニ依リテuヲ算出セントスルモノナルカ是ニ先タチしぇぢー式ノ形ニ就キテ一言セントス抑モ水ノ流動スル爲メニ要スル勢力消費即ぽてんしゃるゑなゞじーノ減少ハ内外抵抗ニ對シテ爲ス仕事ノ量ト同一ニシテ是等抵抗ヲ平均流速ノ二乘ニ比例スルモノトスレハしぇぢー式ヲ得ルナリ然ルニ是等ノ抵抗ハ流速周壁及ヒ流水ノ性質等ニ依リ必スシモv^2ニ比例セス抵抗ト流速トノ關係ヲ極メテ普偏的ニ表現スレハ

$$\text{抵抗} \propto H_1 I \propto C_1 v + C_2 v^2 + C_3 v^3 + \cdots\cdots$$

普通工學上ニ取扱フ範圍ニ於テハv^2ノ項最モ重要ナルハ勿論ナリト雖是ノミヲ採リ他ノ凡テヲ無視シ$v = C\sqrt{HI}$ナル形ヲ用フル時ハ勢ヒCハH I C_1等ノ函數トナリ場合ニ應シテ變動スヘク之ヲ適當ニ與フルモノハ即ばざんくったー等ノ流速公式ナリ而テ近來發達セル指數公式ニ於テハ$v = CH^{\alpha} I^{\beta}$ナル形ヲ採リ$\alpha$ β等ヲ適當ニ定メントスルナリ此ノ形ニ在リテハCヲH Iニ無關係タラシムル事ヲ得ヘキモα βナル指數ハ必然場合ニ依リテ異ナリ即實際ニ於テ矢張其ノ撰定ニ迷ハサル可カラス故ニC又ハα β等ノ撰擇ニ伴フ困難ヲ避ケシトセハ是等ニ對シ充分ナル理論的意義ヲ與フルヲ要ス換言スレハ水流ニ伴フ内外抵抗ニ關シ充分ナル物理學的研究ヲ積マサル可カラス今日ノ狀況ニ在リテハ何レノ式型ヲ採ルモ甲乙ナク本問題ニ於テハ取扱ノ便宜上しぇぢー式ヲ使用セリ

尚(3_b)式ニ於テiニ對シ$\frac{\partial H}{\partial v}$ノ輕重ヲ案スルニ前掲二例ヲ採レハ末野ニ於テハ$i = 0{\cdot}00295$ニ對シ

$\left|\frac{\partial H}{\partial x}\right|$ ノ最大値ハ 0·0001 ニ滿タス從ッテ之ヲ無視スルモ敢テ大過ナシト雖モ戸田ニ於テハ $i=0{\cdot}000149$ ニ對シ $\left|\frac{\partial H}{\partial x}\right|$ ノ最大値ハ 0·000055 ニ達スルヲ以テ之ヲ無視スルニ忍ヒス一般ニ i 千分ノ一以下ノ水流ニ於テハ I ノ變動ヲ參酌スルノ必要ナルヲ視ル(以下ニ距離横距ノ水位曲線ヲ單ニ洪水波ト呼ヒ時刻横距ノモノヲ水位曲線ト名ツク)

第二章　淡區河川ニ於ケル洪水

第一節　水位曲線カ單純ナルさいん曲線ナル場合

河川上流部ニシテ增水減水共ニ急ナル部分ニ於テハ洪水曲線ノ增水部及減水部變曲點ニ到ル部分ハ略單一ナルさいん曲線ヲ以テ現表シ得ルヲ普通トス今所要ノ點ノ上下ニ於テ波高ノ變動微少ナル時ハ任意地點ニ於ケル洪水曲線ハ大略次ノ式ヲ以テ現ハシ得ヘシ

$$H=h_0+h=h_0+h_1\left[1+\sin\left\{\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]\quad\cdots\cdots(4)$$

所要ノ點ニ於ケル x ヲ零ナリトスレハ (5_a) ノ如ク

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{2\pi}{\omega T_0}h_1\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right),\quad \frac{\partial H}{\partial t}=\frac{2\pi}{T_0}h_1\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore\ \frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\qquad \therefore\ I=i-\frac{\partial H}{\partial x}=i+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\quad\cdots\cdots(7)$$

從ッテ (3_b) ハ次ノ如ク書キ得

$$u=C\sqrt{\left(i+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right)H_1}\quad\cdots\cdots(7_a)$$

然ルニ $\frac{\partial H}{\partial t}$ ハ懸案ノ一點ニ於テ適當ノ時間(通常一時間)每ニ水位ヲ觀測スル事ニヨリテ之ヲ算出

シ得ルヲ以テ洪水曲線さいん曲線ニ近キ場合ハ(7_a)式ニ依リテ任意ノ時刻(又ハ水位)ニ對スル流速ヲ算出シ得ヘシ尚ωハ一定水位ノ傳達スル速度ニシテ同一洪水波ニ於テハ略不變ニシテ波頂ニ於ケル流速ノ一倍半ニ近キモノナリ波頂ニ於テハ$\frac{\partial H}{\partial t}$零ナルヲ其ノ流速ヲ算出シ得可ク從ッテ$\omega$ヲ知リ得然レトモ一層精細ニ考察スル時ハ$\omega$ハ波ノ各點ニ於テ同一ナラス水位ノ增減ニ呼應シテ變動ス之ニ關シテハ後節更ニ詳論スル所アルヘキモ急流部ニ於テハ$\frac{\partial H}{\partial x}$ノ項$i$ニ對シ輕微ナルヲ以テ$\omega$ハ極メテ大體ノ値ヲ以テ足レリトス

予ハ(7_a)ヲ誘導スルニ當リ波形ヲ不變ナリト假定セシト雖モ一般ニ洪水波ハ流下スルニ從ヒ其ノ波高ヲ減シ波長ヲ增ス(特別ノ場合ニ於テハ反對ニ隆起スル事アリ)如斯陵夷ノ現象ヲ參酌シテ水位ノ表現式ヲ求ムレハ略次式ノ如シ

$$H=h_0+h=h_0+h_1(1-ax)\left[1+\sin\left\{\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

茲ニaハ單位距離ヲ流下スル間ニ波ノ陵夷スル量ニシテbハ其間ニ於ケルT_0ノ延長サル、量ヲ現ハスa及bハ互ニ相關連スルモノニシテ懸案地點ノ前後ニ於ケル勾配河幅其他流路ノ狀況ヲ知レハ之ヲ算定スルニ難カラス(8)ヨリシテ次ノ諸式ヲ得ヘシ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-ah_1\left[1+\sin\left\{\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]+h_1(1-ax)\frac{2\pi}{T_0}\cdot\frac{-\frac{1}{\omega}(1+bx)-\left(t-\frac{x}{\omega}\right)b}{(1+bx)^2}\cos\left\{\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{2\pi h_1}{T_0}\cdot\frac{1-ax}{1+bx}\cos\left\{\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}$$

今懸案ノ點ヲxノ基點ト定ムレハ

$x=0$ ニ於テハ
$$\begin{cases}\dfrac{\partial H}{\partial x}=-ah_1\left\{1+\sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t-\dfrac{\pi}{2}\right)\right\}-\dfrac{2\pi h_1}{T_0}\left(bt+\dfrac{1}{\omega}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t-\dfrac{\pi}{2}\right)\\ \dfrac{\partial H}{\partial t}=\dfrac{2\pi h_1}{T_0}\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t-\dfrac{\pi}{2}\right)\\ H=h_0+h_1\left\{1+\sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t-\dfrac{\pi}{2}\right)\right\}=h_0+h\end{cases}$$

$$\therefore\ \frac{\partial H}{\partial x}=-\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial H}{\partial t}-ah \qquad \therefore\ I=i-\frac{\partial H}{\partial x}=i+ah+\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\therefore\ u=C\sqrt{\left\{i+ah+\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial H}{\partial t}\right\}H_1}\quad 但シ\ h=H-h_0 \cdots\cdots\cdots(7_b)$$

即此場合ニ於テモ只一點ニ於ケル水位觀測ニ依リテI及uヲ計算シ得可シ尙河口ニ近キ所ニ於テハ波高ハ速カニ陵夷スト雖モ波長ノ延長ハ殆ント之無シ故ニbヲ無視スレハ

$$u=C\sqrt{\left(i+ah+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right)H_1}\cdots\cdots\cdots(7_c)$$

第二節　洪水波カ任意ノ曲線ナル場合

若シ洪水波カ其波形ヲ變スル事ナク懸案地點(流速ヲ算定セントスル點)ヲ流過スル時ハ任意ノ地點ノ水位Hハ一般ニ次ノ如キ式ヲ以テ現ハシ得

$$H=F(x-\omega t)\cdots\cdots\cdots(8)$$

茲ニFハ任意ノ函數ニシテ實際洪水波ノ形狀ニ依リテ之ヲ定メ得ヘシ然ル時ハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial F}{\partial(x-\omega t)},\quad \frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\partial F}{\partial(x-\omega t)}\cdot\frac{\partial(x-\omega t)}{\partial t}=-\frac{\partial F}{\partial(x-\omega t)}\omega$$

$$\therefore\ \frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{1}{\omega}\frac{\partial H}{\partial t}\ ,\qquad \therefore\ I=i-\frac{\partial H}{\partial x}=i+\frac{1}{\omega}\frac{\partial H}{\partial t}$$

故ニ洪水曲線ノ如何ニ係ラス(7)ナル關係ハ成立ス可シ由テ曩ニハ(7_a)ヲ誘導セントシテ洪水波(又ハ曲線)ヲさいん曲線ト假定セシト雖モ茲ニ到リテ波形ニ制限ナク波高不變ナリト云フ條件ノ下ニ於テハ凡テノ場合ニ(7)式ヲ適用シテ可ナルヲ知ル尙以上ニ於テハωヲ絕對ニ不變ナリトシ之ヲ微分ノ外ニ放置セシト雖モ今(8)ヲxノ原點ノ前後小區域ニノミ通用スルモノト考ヘωニ多少ノ變化ヲ容ス時ハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=F'-F'_t\frac{d\omega}{dx}\qquad 但シ\ F'=\frac{\partial H}{\partial(x-\omega t)}$$

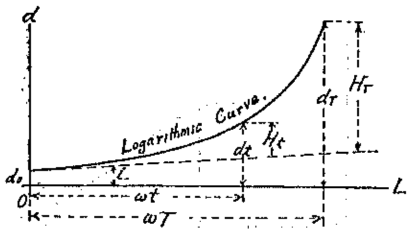
$$\frac{\partial H}{\partial t}=-F'\omega-F'_t\frac{d\omega}{dt}=-F'\left(\omega+t\frac{d\omega}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}\right)$$

然ルニ$\frac{d\omega}{dx}$ハ小ナルヲ以テ$\frac{dx}{dt}$ニ略値ヲ與フルモ可ナリ然ルニ

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial x}}\fallingdotseq-\omega\qquad \therefore\ \frac{\partial H}{\partial t}=-F'\left(\omega-\omega t\frac{d\omega}{dx}\right)=-\omega\frac{\partial H}{\partial x}\qquad \therefore\ \frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{1}{\omega}\frac{\partial H}{\partial t}$$

即ωカ絕對的常數ナラストスルモ尙(7)式ノ成立スル事ヲ知ル斯クシテ(7)式ハ著シク其適用ノ分野ヲ擴張シ來リシカ曩ニ市瀨博士カ洪水曲線ヲろがりすみっくナリト假定シテ得ラレタル水面勾配ト水位トノ關係モ亦此式中ニ潛在セサル可カラス(土木學會誌第二卷第一號六九頁以下參照)

h_0ハ出水前ノ水深ニシテ且時刻ノ原點ニ於ケルHノ値ナリ第五圖ハ增水部ヲ現ハシ水位上リ始メテヨリTニシテ最高水位H_Tニ達セシモノトス



第五圖

曲線ノ等式ハ(博士ノ(12)式ヲ變形シテ)

$$d_t=d_0e^{\frac{a}{T}t}\qquad 但シ\quad a=l_n\left(\frac{d_T}{d_0}\right)$$

トナル波ノ傳播スル速度ヲωトシT間ニ傳播スル距離ヲLトスレハ

$$\omega=\frac{L_T}{T},\quad 且ツ\quad L_T=l\,l_n\left(\frac{d_T}{d_0}\right)\quad\therefore\ a=\frac{L_T}{l}\quad\therefore\ \frac{a}{T}=\frac{L_T}{l}\cdot\frac{\omega}{L_T}=\frac{\omega}{l}$$

尚從來本論ニ用ヒシx軸ハ低水面ニ並行ニトリシト雖モ此場合ニ於テdハ水平線ヲ基線トセルヲ以テHトdトノ間ニ次ノ如キ關係アリ

$$H=d-i\,\omega t$$

是ニ依リテ計算スレハ

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{\partial d}{\partial t}-i\omega=\frac{a}{T}d_0e^{\frac{a}{T}t}-i\omega=\frac{\omega}{l}d-i\omega$$

$$\therefore\ i+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{d}{l}=i\left(\frac{d}{il}\right)=i\frac{d}{d_0}\qquad\therefore\ I=i\frac{d}{d_0}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

茲ニlハ曲線ノさぶたんぜんとニシテろがりすみっく曲線ニ於テハ常數ナリ即(7)式ヨリシテ博士ノ得ラレタル結果ヲ誘導シ得タリ

次ニ博士ノ補正係數$\left(\beta=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{t_1}{t_a}}+\sqrt{\frac{\delta d_a}{\delta d_{t_1}}}\right)}\right)$ヲ視ルニ$\frac{t_1}{t_a}$及$\frac{\delta d_a}{\delta d_{t_1}}$ハ共ニ水位變動率ノ理想的ナラサル爲メノ補正トシテ有效ナル項タルヘキハ明カナルモ$\frac{t_1}{t_a}$ハ必スシモ理想及實際二洪水波間ノ水位變動率ノ關係ヲ表現スルニアラス而シテ此場合波ノ陵夷現象ヲ參酌セルニアラサルヲ以テ$\frac{t_1}{t_a}$項ノ理論上ノ價値ハ餘リ大ナラサル如ク尚此等二項ヨリ成ルβノ函數形ニ就キテハ別ニ理論的意義ヲ見出シ難キカ如ク其値ハ$\frac{1}{\sqrt{2}}$(水位ノ上リ始メ)ヨリ1(最高水位)ニ至ル値ヲ有

シ常ニ正量ニシテ以テろがりすみっく洪水波カHノ増大ト共ニ急ニ勾配ヲ大ニスルノ性質ヲ阻止シ得ト雖モ實際減水期ニ於テハHノ大ナルニ係ラスIノiヨリ小ナル事ヲ普通トスルヲ以テβナル補正係數モ最早效ヲ奏セス爲メニ(9)式ヲ固守スル事ノ實際上困難ナルヲ見ル

第三節　水位曲線カ任意ノ曲線ニシテ陵夷アル場合

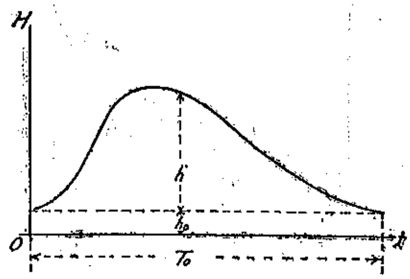
前節ニ於テ(7)式ハ如何ナル水位曲線ニ對シテモ成立スル事ヲ立證シタリト雖モ尚波高不變或トノ假定ヲ撤廢スルニ到ラサリキ故ニ本節ニ於テハ任意ノ形狀ノ洪水波ヲ採リ之ニ陵夷延長ノ現象ヲ伴フモノトシテ最モ普遍的場合ヲ取扱ハントス吾人ハ如何ナル曲線ト雖モふーりえー級數ニ依リテ之ヲ表現シ得ルヲ知レリ從ッテ或表式不明ナル一曲線モ之レヲ分解シテさいん級數ト爲ス事ヲ得可シ(潮汐解析ハ其一應用ナリ)

$$H=h_0+h=h_0+\sum_0^\infty a_n \sin nt$$

茲ニa_nハ各えれめんたるさいん曲線ノ振幅ヲ現ハス猶一層理解シ易キ形ヲ採レハ

$$H=h_0+\sum_0^\infty a_m \sin m\frac{2\pi}{T_0}t \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

mハ0ヨリ∞ニ亘リテ凡テノ値ヲ採リa_mハa_nト同意味ノ係數タリ(10)式ハ與ヘラレタル曲線ヲ數學上完全ニ表現ス可キ一ノ無限級數ニシテ若シ實際ニ諸係數ヲ定メントセハ非常ナル手數ヲ要ス此等係數ヲ定ムル事ハ本問題ニ於テハ全ク不必要ナリト雖モ他ニ必要アリテ之ヲ算定セントスル時ハmヲ適度ノ範圍ノ整數及ヒ分數ニ止メ以テ洪



第六圖

水曲線ヲ實用上差支ナキ程度ニ現ハシ得ル略式ヲ定ムヘシ普通河川ニ於テ支派川其他ノ原因ニ依リ水位ニ急變ヲ生スル場合ノ外ハ水位曲線ハ第六圖ニ示セル如ク增水部ニ急ニ減水部ニ緩ナル歪正弦曲線ニ近キモノニシテ下流ニ傳ハルニ從ヒ兩部緩急ノ差愈著シキヲ常トス斯ノ如キ場合ニハmニ對シ$\frac{1}{2}$ 1 2 ……ヨリ4又ハ5]ニ及フ五乃至六個ノ値ヲ用フレハ足リa_mヲ定ムルニハtノ或値ニ對スル水深Hト(10)式右邊トヲ等置シテ得ル多クノ連立代數等式ヲ解ケハ可ナリ

倘(10)式ハ流路ノ或一點ニ於ケル水位ヲ現ハスモノナルカxナル距離ニ於ケル水位ヲ現ハサンニハ

$$H=h_0+\sum_0^\infty a_m \sin m\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(10_a)$$

右式ハ波高不變ナリト假定セル場合ニシテ若シ洪水波カ下流ニ進ムニ從ヒ波高カ單位距離ニ對シaナル割合ヲ以テ陵夷スルトキハ

$$H=h_0+(1-ax)\sum_0^\infty a_m \sin m\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(10_b)$$

猶洪水波カ陵夷ニ伴ヒ伸長スル時ハT_0ハxノ大トナルニ從ヒ增大スヘク其增大率ヲbトスレハ

$$H=h_0+(1-ax)\sum_0^\infty a_m \sin m\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(10_c)$$

上述ニ於テ陵夷率及伸長率ヲ共ニ恒數ト做セシハ是Iヲ算出スル爲メニハ前後小範圍ヲ考フレハ足ルヲ以テ是等ノ率ヲ不變ナリトスルモ大過ナキナリ倘$(1-ax)$又ハ$(1+bx)$ニ替フルニ$e^{-\alpha x}$又ハ$e^{+\beta x}$ヲ以テスルモ結局同一結果ニ到達ス

次ニ(10_a) (10_b) (10_c)等ニ就キIノ現式ヲ求メントスルモノナルカ最モ普偏的ナル場合(10_c)ニ於テ之ヲ索ム

レハ他ハ其特例トシテ之ヲ得ヘシ (10_c) ヨリ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-a\sum_0^\infty a_m \sin m\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)+(1-ax)\sum_0^\infty m\frac{2\pi}{T_0}a_m\frac{-\frac{1}{\omega}(1+bx)-\left(t-\frac{x}{\omega}\right)b}{(1+bx)^2}\cos m\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)$$

$$=-\frac{a}{1-ax}h-\frac{1-ax}{(1+bx)^2}\left\{\frac{1+bx}{\omega}+b\left(t-\frac{x}{\omega}\right)\right\}\frac{2\pi}{T_0}\sum_0^\infty m\, a_m \cos m\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=+(1-ax)\sum_0^\infty m\frac{2\pi}{T_0}a_m\frac{1}{1+bx}\cos m\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)$$

今懸案ノ點ヲxノ基點ニ採レハ

$x=0$ ニ於テハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-ah-\left(\frac{1}{\omega}+bt\right)\frac{2\pi}{T_0}\sum_0^\infty m\, a_m \cos m\frac{2\pi}{T_0}t$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=+\frac{2\pi}{T_0}\sum_0^\infty m\, a_m \cos m\frac{2\pi}{T_0}t$$

$$\therefore\ \frac{\partial H}{\partial x}=-ah-\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial H}{\partial t}=-a(H-h_0)-\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial H}{\partial t}$$

(10_b) ハ (10_c) ニ於テbノ0ナル場合ニシテ(10_a)ハb及a共ニ0ナル場合ナルヲ以テ

$(10_b')$ ニ對シテハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-ah-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$$

(10_a) ニ對シテハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$$

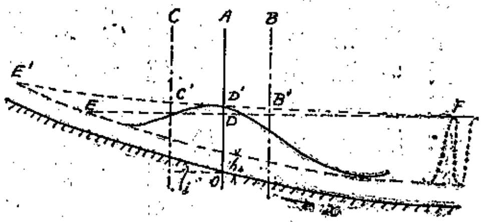
即水位曲線ヲ單一ナルさいん曲線ナリト假定シテ得タル(7_a) (7) (7_c)等ノ公式ハ如何ナル形狀ノ曲線ニ就キテモ完全ニ成立スルモノナルヲ知ル茲ニaハ流路ノ幅員勾配粗度等ノ配置ニヨリ同一流

量ヲ流過セシムル爲メノ水深ヲ算定シテ得ルカ又ハ最高水位ノ陵夷ヲ實測シテ知ルヘク b ハ總洪水量ヲ流過セシムルニ要スル期間ノ比較ニ依リテ之ヲ知ルヘシ

第三章　感潮部ニ於ケル不定流

第一節　低水時ニ於ケル潮汐ノ影響

茲ニ低水時ト云フハ河川固有ノ流量ハ略一定ニシテ潮汐ヲ感セサル部分ニ於ケル水位ハ不變ナルカ如キ狀態ヲ指スモノナリ今河口 F ニ於テ海水面カ潮汐作用ノ爲メ周期的上下運動ヲナス時ハ此運動ハ一ノ長波トシテ河水ニ傳ハリ上流ニ向フテ進行ス若シ河水ノ固有流量ナシトスル時ハ流路ノ各點ニ於ケル最高水位即潮波ノ頂ノ高サハ略同一ニシテ(尤モ傳播ノ爲メニ費ス勢力消費ノ爲メニ多少低下ス可シ)河口ニ於ケル其ト相等シカルヘク之ニ反シ最低水位ハ上ケ汐ノ時ニ流路中ニ蓄積サレタル潮水ヲ排出スル爲メ若干ノ勾配ヲ保有スヘシ然レトモ河川ニ於テハ固有ノ流量ヲ有スルヲ以テ上ケ汐ノ場合ニ水面勾配ノ漸減ヲ補ハシカ爲稍上流ニ於テモ水位ノ上昇アリ即潮波頂ハ河口ヨリ遡ルニ從ヒ漸次ニ昇リ其軌跡ハ第七圖 $E'D'F'$ ノ如カルヘシ而シテ波谷ニ關シテハ若シ $E'F$ ノ距離大ナラサルトキハ河川固有ノ流量ヲ排シ得ル程度迄水位ヲ降下ス可ク其軌跡モ又平均河底線ニ並列スル一曲線タル可シ



第七圖

斯ル場合ニ流路ノ任意ノ一點(第七圖 A)ニ於テ連續的ニ水位觀測ヲナシ是ニ依リテ該點ニ於ケル任意時刻ノ流速ヲ算定セン事ハ從來不能ト考ヘラレシ所ナリト雖モ茲ニ他ノ一若シクハ二點ニ於テ潮汐ノ兩極水位及其ノ時刻ヲ觀測シ置カハ稍正確ニ流速ヲ求メ得ヘキ而已ナラス是等補助觀測ヲ缺ク場合ト雖モ流速ノ略算ハ左程困難ナラス先ツ第一ニ A ノ水位觀測ト河口ニ於ケル兩

極水位並ニ其時刻トヲ知レル場合ニ於テハ波頂ノ軌跡ヲFニ頂ヲ有シD'ヲ通ルぱらぼらナリト考フルカ又ハF D'ヲ通ルろがりすみっく曲線ナリト假定シテ任意ノ點ニ於ケル波頂ノ高及潮波ノ振幅ヲ知ルヘク且河口トA點トニ於ケル兩極水位ノ時刻差ヨリ波ノ傳播速度ωヲ得其他任意ノ點(B又ハC)ニ於テ補助觀測ヲナセル場合ニ於テハD'トB'又ハC'ヲ通リ河口ニ頂ヲ有スルぱらぼらヲ求メ之ヲ波頂ノ軌跡ト做スヘシ若シ何等補助觀測ナシト雖モ感潮極限ノ位置即E'ヲ知ル時ハD' E'ヲ通リ河口ニ頂ヲ有スルぱらぼらヲ該軌跡ト見做シωハ之ヲ理論的ニ算出スヘシ(ωノ算定ニ關シテハ後章ニ論述セントス)

今流速ヲ算出セントスル點Aニ於テ潮波ノ振幅A_0ナル時波頂軌跡ヲぱらぼらナリトスレハ任意ノ點xニ於ケル振幅A_xハ

$$A_x=A_0(1+\beta_1x+\beta_2x^2)\quad\cdots\cdots(11_a)$$

茲ニβ_1 β_2ナル係數ハ上述ノ方法ニヨリテ之ヲ算定シ得ヘシ次ニ或點ニ於ケル水位曲線ノ形ハ之ヲ精確ニ現ハサントスレハ事頗煩雜ナルモ河口ニ於ケル水位曲線ハ主トシテ半日及一日週期ノ二さいん波ノ結合ヨリ成ルヲ以テAニ於テモ亦此二波ノ結合ニヨリテ曲線ノ大勢ヲ現ハシ得ヘシ今低極水位ニ於ケル水深ヲh_0トスレハAニ於テハ

$$H=h_0+b_1\left\{1+\sin\left(\frac{\pi}{t_0}t-\frac{\pi}{2}\right)\right\}+b_2\left\{1+\sin\left(\frac{2\pi}{t_0}t-\frac{\pi}{2}\right)\right\}\quad\cdots\cdots(11_b)$$

茲ニb_1 b_2ハ各波ノ振幅ノ二分ノ一ヲ現ハシ時刻ハ水位カh_0ニ等シキ時ヲ基點トナス然ルトキハ任意點xニ於ケル水位ハ(但シωハ流レニ反スル時ハ負トス)

$$H=h_0+(1+\beta_1x+\beta_2x^2)\left[b_1+b_1\sin\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2+b_2\sin\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]\quad\cdots\cdots(11)$$

茲ニt_0ハ半日潮ノ週期ニシテ一日潮ノ週期ハ正確ニ$2t_0$ナラサレトモ潮波ニ於テハ前者遙カニ有カナルヲ以テ斯ク假定スルモ大過ナシ

(11)式ヨリ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=(\beta_1+2\beta_2x)\left[b_1+b_1\sin\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2+b_2\sin\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$$-(1+\beta_1x+\beta_2x^2)\left[b_1\frac{\pi}{t_0\omega}\cos\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2\frac{2\pi}{t_0\omega}\cos\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=(1+\beta_1x+\beta_2x^2)\left[b_1\frac{\pi}{t_0}\cos\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2\frac{2\pi}{t_0}\cos\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$x=0$ ニ於テハ

$$\frac{\partial H}{\partial t}=b_1\frac{\pi}{t_0}\cos\left\{\frac{\pi}{t_0}t-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2\frac{2\pi}{t_0}\cos\left\{\frac{2\pi}{t_0}t-\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$\therefore\quad \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_{x=0}=\beta_1(H-h_0)-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\quad\cdots\cdots(11_c)$$

$$\therefore\quad I=i-\frac{\partial H}{\partial x}=i-\beta_1(H-h_0)+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\quad\cdots\cdots(12)$$

斯クシテA點ニ於ケル任意ノIヲ算出シ得タリ然ルニ第一章ニ於テ論セシ如ク潮汐ノ影響スル場合ニハ(3)式右邊中ノ第二第三兩項ハ之ヲ無視シ得ス依ツテ是等ノ項ヲA點ニ於ケル水位曲線ノミヨリ計算シ得ル如キ形ニ轉化セサルヘカラス

$$u=CH_1^{\frac{1}{2}}\sqrt{I-\frac{C^2}{2g}\left\{\frac{\partial H}{\partial x}I-H\frac{\partial^2H}{\partial x^2}\right\}-\frac{C}{2g}\cdot\frac{I\frac{\partial H}{\partial t}-H\frac{\partial^2H}{\partial x\partial t}}{H^{\frac{1}{2}}I^{\frac{1}{2}}}}\quad\cdots\cdots(3)$$

(11) ヨリ

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=2\beta_2(H-h_0)+2(\beta_1+2\beta_2 x)\left[b_1\frac{\pi}{t_0\omega}\cos\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2\frac{2\pi}{t_0\omega}\cos\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$$-(1+\beta_1 x+\beta_2 x^2)\left[b_1\left(\frac{\pi}{t_0\omega}\right)^2\sin\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2\left(\frac{2\pi}{t_0\omega}\right)^2\sin\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x\partial t}=(\beta_1+2\beta_2 x)\left[b_1\frac{\pi}{t_0}\cos\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+b_2\left(\frac{2\pi}{t_0}\right)\cos\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$$-(1+\beta_1 x+\beta_2 x^2)\left[\frac{b_1}{\omega}\left(\frac{\pi}{t_0}\right)^2\sin\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}+\frac{b_2}{\omega}\left(\frac{2\pi}{t_0}\right)^2\sin\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}=(1+\beta_1 x+\beta_2 x^2)\left[-b_1\left(\frac{\pi}{t_0}\right)^2\sin\left\{\frac{\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}-b_2\left(\frac{2\pi}{t_0}\right)^2\sin\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t+\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right\}\right]$$

$x=0$ ニ於テハ

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}=-b_1\left(\frac{\pi}{t_0}\right)^2\sin\left(\frac{\pi}{t_0}t-\frac{\pi}{2}\right)-b_2\left(\frac{2\pi}{t_0}\right)^2\sin\left(\frac{2\pi}{t_0}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore\quad\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=2\beta_2(H-h_0)+\frac{2\beta_1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{\omega^2}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x\partial t}=\beta_1\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

是等ノ値ヲ(3)式ニ入レテ

$$u=CH_1^{\frac{1}{2}}\sqrt{I-\frac{C^2}{2g}\left[I\left\{\beta_1(H-h_0)+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right\}-H\left\{2\beta_2(H-h_0)+\frac{2\beta_1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{\omega^2}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right\}\right]}\ {}^*$$

$$*\quad -\frac{C}{2g}\cdot\frac{I\dfrac{\partial H}{\partial t}-H\left(\beta_1\dfrac{\partial H}{\partial t}+\dfrac{1}{\omega}\cdot\dfrac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)}{H^{\frac{1}{2}}I^{\frac{1}{2}}}\qquad\cdots(3_a)$$

(3_a)式ハ一見甚煩雑ナル如キモA點ニ於ケル水位曲線ニヨリ$\frac{\partial H}{\partial t}, \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$ヲ計算スレハ直ニ$u$ヲ得ルヲ以テ實用上サシテ手數ヲ要セス然レトモ該式ニ於テI微少ナル場合ニ對シ第三項(分數形ヲナセル項)ノ値ヲ見ルニ分母微少ナルニ係ラス分子第二項ノ$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$ハ是ト同一程ノ微量タル能ハサル場合アリ即第三項ハ(3)式ノ型式ヲ定ムルニ當リ假定セシ所ニ反シIニ比シ却テ大ナル事アル可シ斯カル場合ニ(3_a)式ヲ用フルハ不合理ナリ今(3)式中第二第三項カ重要ナル場合即I小ニuモ亦從ツテ小ナル場合ニ稍合理的ニuヲ得ンニハuノ小ナル時ハ水流ニ對スル抵抗ハ略流速ノ一乘ニ比例ステフ事實ニ基キ

$u \doteqdot C_1H_1I$ナリト考ヘ$\frac{\partial u^2}{\partial x}$及$\frac{\partial u}{\partial t}$ヲ現ハセハ

$$\frac{1}{2g}\cdot\frac{\partial u^2}{\partial x}=\frac{u}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{C_1HI}{g}C_1\left\{I\frac{\partial H}{\partial x}-H\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\right\}$$

$$\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{C_1}{g}\left\{I\frac{\partial H}{\partial t}-H\frac{\partial^2 H}{\partial x\partial t}\right\}$$

$$\therefore\quad \frac{1}{2g}\cdot\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{C_1}{g}\Bigg[u_1\left\{I\left(\beta_1(H-h_0)+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right)-H\left(2\beta_2(H-h_0)+\frac{2\beta_1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{\omega^2}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)\right\}$$

$$+I\frac{\partial H}{\partial t}-H\left(\beta_1\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)\Bigg]$$

$$=\frac{C_1}{g}\left\{\left(1+\frac{u_1}{\omega}\right)\left(I\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{H}{\omega}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)-\beta_1H\frac{\partial H}{\partial t}\left(1+\frac{2u_1}{\omega}\right)+(H-h_0)(\beta_1u_1I-2\beta_2H)\right\}$$

$$\therefore\ u=C\sqrt{I-\frac{C_1}{g}\left\{\left(1+\frac{u_1}{\omega}\right)\left(I\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{H}{\omega}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)-\beta_1 H\frac{\partial H}{\partial t}\left(1+\frac{2u_1}{\omega}\right)+(H-h_0)(\beta_1\mu_1 I-2\beta_2 H)\right\}}\quad\cdots\cdots(12)$$

(12)式ニ依レハIノ小ナル場合ト雖モ矛盾スル事ナクuヲ算出シ得ヘシ

尙A點河口ニ近クシテ潮波ノ陵夷ヲ無視シ得ル時ハ(3_a)及(12)式ニ於テβ_1及β_2ヲ0ニ置キテ可ナリ

即

$$u=CH^{\frac{1}{2}}\sqrt{I-\frac{C}{2g}\left(I\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{H}{\omega}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)\left(\frac{C}{\omega}+\frac{1}{\sqrt{HI}}\right)}\quad\cdots\cdots(3_b)$$

$$u=CH^{\frac{1}{2}}\sqrt{I-\frac{C_1}{g}\left(I\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{H}{\omega}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\right)\left(1+\frac{u_1}{\omega}\right)}\quad 但シ\ u_1=C_1HI\quad\cdots\cdots(12_a)$$

然レトモ(3_a)及(12)ハ共ニIニ比シ第二第三項ノ共ニ大ナラサル場合ヲ假定セルモノニシテ潮波ノ如クIカ0トナル時ハ其前後ニ對シテハ是等ヲ適用シ得サルヘシ此場合ニハ不定流ノ基本式(1)ニ立歸リテ研究セサルヘカラス

$$I=\frac{u^2}{C^2H_1}+\frac{1}{2g}\cdot\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\quad\cdots\cdots(1)$$

Iハ0ニ近キヲ以テuノ微少ナルヘキハ明カナルヲ以テ流動ニ對スル抵抗ハuニ比例スヘシ從ッテ$\frac{u_n}{CH_1}=\frac{u}{C_1H_1}$ト置ク事ヲ得故ニ(1)式ハ

$$\frac{u}{C_1H_1}+\frac{u}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=I\qquad 但シ\ I=\text{Function of } x\ \&\ t.\quad\cdots\cdots(13_a)$$

然ルニ

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial t}{\partial x}\doteqdot-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\quad\cdots\cdots(13_b)$$

故ニ(13_a)ハ

$$\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\left(1-\frac{u}{\omega}\right)+\frac{u}{C_1H_1}=I \quad \cdots\cdots(13_c)$$

今問題ノ範圍ヲ $I≑0$ ノ前後即 u ノ微少ナル場合ニ限レハ ω ハ u ニ對シ十數倍以上ナルヲ以テ近似ノ第一歩トシテハ u/ω ヲ無視スル事ヲ得ヘシ從ツテ(13_c)ハ次ノ如ク爲ル

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{g}{C_1H_1}u=gI \quad \cdots\cdots(13_d)$$

(13_d)ヲ積分シ $\int\frac{g}{C_1H_1}dt$ ヲ $\lambda(x,t)$ ト置ケハ

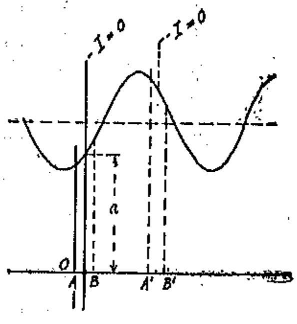
$$u_1≑e^{-\lambda(x,t)}\left\{\int e^{\lambda(x,t)}gIdt+C\right\}=\text{Known function of } x \,\&\, t. \quad \cdots\cdots(13_e)$$

u_1 ハ即 u ノ第一近似價ナリ於是(13_a)中比較的少ナル項 $\frac{u}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}$ ニ於テ u ノ代リニ u_1 ヲ置換スレハ

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{g}{C_1H_1}=gI-u_1\frac{\partial u_1}{\partial x} \quad 但シ \quad u_1=u_1(x,t) \quad \cdots\cdots(13_f)$$

之ヨリ積分ニ依リテ u ヲ求ムレハ

$$\left.\begin{aligned}&u=e^{-\lambda(x,t)}\left\{\int e^{\lambda(x,t)}\left(gI-u_1\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)dt+C\right\}\\&但シ \quad u_1=e^{-\lambda(x,t)}\left\{\int e^{\lambda(x,t)}gIdt+C\right\} \;\&\; \lambda(x,t)=\int\frac{g}{C_1H_1}dt\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(13)$$



第八圖

市街中ノ河川ニシテ斷面殆ント矩形ニ水深モ一樣ニシテ且水深大ナル時ハIノ前後小部分ニ對シテハ水位曲線ヲ直線ト假定スルヲ得ヘシ今一例トシ$A-B$部ニ對シ

$$H_1 \doteqdot H^{+x} = a+b\left(t+\frac{x}{\omega}\right)$$

ト書キ得茲ニbハ$A-B$部ノ水位曲線ノ傾斜ヲ現ハス係數ナリ然ル時ハ

$$\lambda=\int\frac{g}{C_1H_1}dt=\frac{g}{C_1}\int\frac{dt}{a+b\left(t+\frac{x}{\omega}\right)}=\frac{g}{C_1b}l_n\left(\frac{a}{b}+\frac{x}{\omega}+t\right)$$

$$\therefore\quad e^{-\lambda(x,t)}=e^{-\frac{g}{C_1b}l_n\left(\frac{a}{b}+\frac{x}{\omega}+t\right)}=\left(\frac{a}{b}+\frac{x}{\omega}+t\right)^{-\frac{g}{C_1b}}\quad\&\quad e^{\lambda}=\left(\frac{a}{b}+\frac{x}{\omega}+t\right)^{\frac{g}{C_1b}}$$

$$\therefore\quad u_1=\left(\frac{a}{b}+\frac{x}{\omega}+t\right)^{-\frac{g}{C_1b}}\left\{\int\left(\frac{a}{b}+\frac{x}{\omega}+t\right)^{\frac{g}{C_1b}}gIdt+C\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13_g)$$

$x=0$ニ於テハ $I\doteqdot i-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}=i-\frac{b}{\omega}$ $\quad\therefore\quad \int gI\left(\frac{a}{b}+t\right)^{\frac{g}{C_1b}}dt=\frac{1}{1+\frac{g}{C_1b}}\left(\frac{a}{b}+t\right)^{1+\frac{g}{C_1b}}g\left(i-\frac{b}{\omega}\right)$

$$\therefore\quad u_1=\frac{C_1b}{1+C_1\frac{b}{g}}\left(i-\frac{b}{\omega}\right)\left(\frac{a}{b}+t\right)+C\left(\frac{a}{b}+t\right)^{-\frac{g}{C_1b}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13_h)$$

今A(第八圖)ヲ時刻ノ基點トシ此點ニ於ケル流速u_0ヲ(3_a)又ハ(13)ニヨリテ計算シ之ニヨリテCヲ求メ之ヲ(13_h)ニ入ルレハ

$$u_1=\frac{C_1 b}{1+C_1\frac{b}{g}}\left(i-\frac{b}{\omega}\right)\left(\frac{a}{b}+t\right)+\left\{u_0-\frac{C_1 a}{1+C_1\frac{b}{g}}\left(i-\frac{b}{\omega}\right)\right\}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{g}{C_1 b}}\left(\frac{a}{b}+t\right)^{-\frac{g}{C_1 b}}\cdots\cdots\cdots(14)$$

但シ $t=0$ ナルトキ $u=u_0$

u ニ關シテモ同樣ニ計算ヲ進ムレハ之ヲ得ヘキモ問題ノ性質ヨリ考フルモ實用上 u_1 ニテ充分ナルヲ以テ茲ニ之ヲ省略セリ尙流速ノ理論上零トナルヘキ時刻ヲ求ムルニ $\frac{\partial u}{\partial t}$ カ極大ナル時ニ u ハ零トナルト考ヘ得ルヲ以テ (13_a) ヨリ

$$\frac{\partial u}{\partial t}=gI-g\frac{u}{C_1H_1}\quad\therefore\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=g\frac{\partial I}{\partial t}-\frac{g}{C_1H_1}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=0\quad\therefore\ \frac{\partial I}{\partial t}-\frac{I}{C_1H_1}=0\cdots\cdots\cdots(13_t)$$

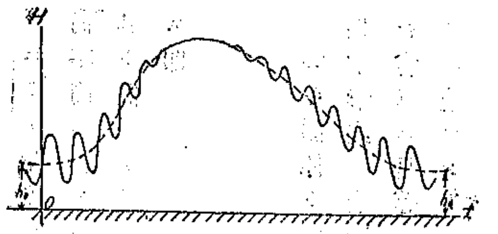
故ニ I ノ曲線ヲ知ル時ハ時刻(t_1)ヲ見出シ得ヘシ

尙本節ニ於テハ平均水深 H_1 ハ水位 H ニアル常量(h)ヲ加減シタルモノト假定シ H_1 ノ變動率ハ H ノ其ト同一ナリト倣セリ然レトモ水位ニ從ヒ河幅ノ著シク增減スル流路ニ於テハ該假定ハ通用セス即

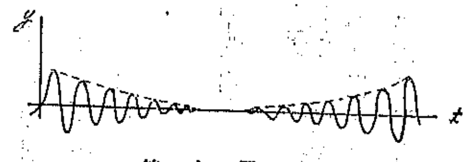
$$H_1=f(H)\quad\therefore\ \frac{\partial H_1}{\partial t}=\frac{\partial f}{\partial H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t},\quad \frac{\partial H_1}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial H}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}\quad \&c.\cdots\cdots\cdots$$

ノ如キ關係トナリ $\frac{\partial f}{\partial H}$ ハ常數又ハ H ノ函數ニシテ其變動率微少ナルヲ以テ從來得タル公式ハ其根本形式ニ變動ヲ來ス惧ナク只係數ニ多少ノ補正ヲ爲セハ可ナリ梯形ぱらぼら形等ノ斷面ニ對シ容易ニ是等ノ補正値ヲ算出シ得ヘキモ事單ニ機械的計算ニシテ何等創案ヲ要セサレハ之ヲ後日ニ讓ラントス

第二節　洪水ニ際シ潮汐ノ影響



第九圖ノ一



第九圖ノ二

河口ニ近キ點Aニ於テハ洪水ニ際シ水位大ニ上昇セル場合ト雖モ尚多少潮波ノ影響ヲ受ケ而シテ潮波ノ振幅ハ水位ノ上昇大ナルニ從ヒ次第ニ縮少シ充分高キ洪水位ニ於テハ實用上之ヲ無視スルヲ得今此等ノ關係ヲ圖示スレハ第九圖ノ如カルヘシ第九圖ノ一ニ於テ點線ヲ以テ示セルハ潮汐ノ影響ナキ場合ノAニ於ケル假想水位曲線ナリ今h_0ヲ以テ洪水前後ニ於ケル潮波ノ平均水位ヲ現ハシω_1並ニω_2ヲ以テ洪水波並ニ潮波ノ傳播速度ヲ現ハシYヲ以テ點線曲線ノ縱距yヲ以テH曲線トY曲線トノ差ヲ現ハスモノトスレハ(10)及(11)式ニ依リ次ノ式ヲ得

$$Y=h_0+(1-\alpha_1x-\alpha_2x^2)\sum_0^\infty a_m\sin m\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega_1}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(15_a)$$

$$y=(1+\beta_1x+\beta_2x^2)\left[b_1\sin\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)+b_2\sin\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right]e^{-\gamma(Y-h_0)}\cdots\cdots\cdots\cdots(15_b)$$

$$H\fallingdotseq Y+y=h_0+(1-\alpha_1x-\alpha_2x^2)\sum_0^\infty a_m\sin m\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega_1}\right)+(1+\beta_1x+\beta_2x^2)e^{-\gamma(Y-h_0)}\left[b_1\sin\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right.$$
$$\left.+b_2\sin\frac{2\pi}{t}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right]\cdots\cdots(15)$$

茲ニωハ波カ$+x$ノ方向ニ進ム時ニ(+)ニシテ$-x$方向ニ進ム時ニ(−)ナリト定メy曲線ノ振幅ハろがりずみっくでくれーめんと的ニ漸減漸增スルモノトス而シテ係數γハ與ヘラレタルH曲線ヨリY曲線ヲ抽出シ其振幅ヨリ之ヲ算出シ得ヘシ(15)式ヨリ次ノ關係ヲ得

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial Y}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial x}$$

然ルニ第二章第三節ニ依リ

$x=0$ ニ於テハ

$$\frac{\partial Y}{\partial x}=-\alpha_1(Y-h_0)-\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}$$

$\frac{\partial y}{\partial x}$ ニ就キテハ (15_b) ヨリ

$$\frac{\partial y}{\partial x}=(\beta_1+2\beta_2 x)e^{-\gamma(Y-h_0)}\left\{b_1\sin\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)+b_2\sin\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right\}$$
$$-\gamma e^{-\gamma(Y-h_0)}\frac{\partial Y}{\partial x}(1+\beta_1 x+\beta_2 x^2)\left\{b_1\sin\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)+b_2\sin\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right\}$$
$$-(1+\beta_1 x+\beta_2 x^2)e^{-\gamma(Y-h_0)}\frac{\pi}{\omega_2 t_0}\left\{b_1\cos\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)+2b_2\cos\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right\}$$

今

$$y_1=(1+\beta_1 x+\beta_2 x^2)\left\{b_1\sin\frac{\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)+b_2\sin\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega_2}\right)\right\}=ye^{\gamma(Y-h_0)}$$

ト置ケハ

$$\frac{\partial y_1}{\partial t}=\frac{\partial y}{\partial t}e^{\gamma(Y-h_0)}+\gamma e^{\gamma(Y-h_0)}y\frac{\partial Y}{\partial t}=e^{\gamma(Y-h_0)}\left(\frac{\partial y}{\partial t}+\gamma y\frac{\partial Y}{\partial t}\right)$$

$x=0$ ニ於テハ

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\beta_1 e^{-\gamma(Y-h_0)}y_1-\gamma e^{-\gamma(Y-h_0)}y_1\left\{-\alpha_1(Y-h_0)-\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}\right\}-e^{-\gamma(Y-h_0)}\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y_1}{\partial t}$$

677 然ルニ $e^{-\gamma(Y-h_0)}y_1=y$ ナルヲ以テ

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\left\{\beta_1+\alpha_1\gamma(Y-h_0)+\frac{\gamma}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}\right\}y-\frac{1}{\omega_2}\left(\frac{\partial y}{\partial t}+\gamma y\frac{\partial Y}{\partial t}\right)$$

$$=\left\{\beta_1+\alpha_1\gamma(Y-h_0)+\left(\frac{1}{\omega_1}-\frac{1}{\omega_2}\right)\gamma\frac{\partial Y}{\partial t}\right\}y-\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}$$

$$\therefore\quad\frac{\partial H}{\partial x}=-\alpha_1(Y-h_0)(1-\gamma y)+\left\{\beta_1+\left(\frac{\gamma}{\omega_1}-\frac{\gamma}{\omega_2}\right)\frac{\partial Y}{\partial t}\right\}y-\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}-\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots(15_c)$$

故ニ$\dfrac{\partial H}{\partial x}$ハ懸案ノ點ニ於ケル水位曲線ノミニヨリテ算出スルヲ得ヘシ若シ出水大ニシテ潮汐ノ影響ヲ無視シ得ル部分ニ對シテハyヲ除外シ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=-\alpha_1(Y-h_0)-\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}$$

尚此場合T_0ノ變化ヲ考ヘサリシハ河口ニ近キ場合ハ洪水波急速ニ陵夷スルニ係ラス出水期間ノ延長スル事ヲ認メ難ケレハナリ

已ニ$\dfrac{\partial H}{\partial x}$ヲ見出セハ直チニ$I$ヲ算出シ得可ク之ヨリ$u$ヲ算出スルハ前節ト同一方法ニテ可ナリ唯出水ニ際シテハ多クノ場合(3_a)式ヲ以テ充分ナリトス即

$$\left.\begin{aligned}&I=i-\frac{\partial H}{\partial x}=i+\alpha_1(Y-h_0)(1-\gamma y)+\left\{\beta_1+\left(\frac{\gamma}{\omega_1}-\frac{\gamma}{\omega_2}\right)\frac{\partial Y}{\partial t}\right\}y+\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}+\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}\\&u=C\sqrt{IH_1}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(15_a)$$

第四章　洪水波及潮波ノ傳播速度(ω)

第一節　傳播速度並ニ之ニ關スル在來ノ研究

流路中ヲ波動カ進行スル場合ニ若シ該波ノ凡テノ點ノωカ同一ナル時ハ波形如何ニ複雜ナリト

雖モ常ニ其形狀ヲ保持シテ傳播スヘシ然ルニ實際ノ洪水波又ハ潮波ハ進ムニ從ヒ其形狀ヲ變スルヲ普通トス是ωノ同一ナラサルヲ意味スルモノニシテ曩ニ予ハ之ヲ豫想シ凡テノ公式ヲシテω變數ナル場合モ何等ノ困難ニ會セサル如ク準備シ置ケリ而シテ從來ωハ一波ニ對シテハ之ヲ同一ト見做スヲ常トシ各種ノ波ニ就キ理論的並ニ實驗的ニ種々ノ公式ヲ與ヘタリ就中

$$\omega=\sqrt{2gz} \quad \text{by Scott Russel} \quad \cdots\cdots(16)$$

(茲ニzハ流積ノ重心ノ深即河底ヨリノ高サヲ意味ス)ハ最モ多ク使用セラルヽ所ニシテ若シ水路ニ固有ノ流速アル時ハ其方向ωト同一ナルカ相反スルカニ依リ之ヲωニ加ヘ或ハ減シテ以テ傳播速度トナス即

$$\omega=\pm u+\sqrt{2gz} \quad \cdots\cdots(16_a)$$

潮波ノ如キ純粹ナル波動ニ對シテハ右式ヲ適用シ得ヘクu及zノ變動ニヨリωハ變化シ由テ潮波變形ノ大樣ヲ現ハシ得ルヲ以テIノ算定ニ之ヲ使用シテ可ナリ然レトモ流路ノ幅員餘リニ不規則ニ殊ニ多數支派水路ヲ有スル場合ニハ(16_a)式ハ適當ナルωヲ與ヘス故ニ斯ル場合ハ出來得可ンハ一ノ補助觀測ヲ行フヲ便ナリトス

尚洪水波ノ傳播ニ關シテモ一、二ノ補助觀測ヲ爲シ是ニ由テωヲ算シ之ヲ不變ナリトシテ凡テノ水位ニ適用スルモ通常大過ナシ若シ一層精密ナル値ヲ要スル時ハωヲ水位曲線ニ從ッテ定マル變數トシテ算定セサルヘカラス從來小振幅ノ長波ニ對シ與ヘラレタル式(Hハ波ノ平均水位ニシテhハ其ヨリ昇降ノ高)

$$\omega=\sqrt{gH\left(1+\frac{3}{2}\cdot\frac{h}{H+h}+\frac{H(H+h)}{3h}\cdot\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right)} \quad \cdots\cdots(16_b)$$

ハ其算出ニ際シHニ比シhヲ微少ナリトシ便宜之ヲ除外セシニ由リ洪水ノ如クhカ殆ントHニ

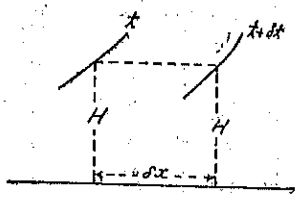
匹敵スル場合ニハ全ク不合理ナリ且$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ナル項ハ懸案點ニ隣接シテ二點以上ノ水位曲線ヲ知ラサレハ算出シ得サルヲ以テ實際ノ運用モ困難ナリ

依テ予ハ次節ニ於テ新ナル方面ヨリωヲ考究シ今少シク精確ニ而モ運用困難ナラサル形ニ之ヲ現ハサントス

第二節　傳播速度ωノ算定

ωノ理論上ノ意義ヲ探ヌルニ第十圖ニ於テ一定ノ水位Hカ∂t間ニ∂xタケ進ミタリトスレハ

$$\omega=\frac{\partial x}{\partial t}$$



第十圖

ナル關係アリ次ニHハ∂xニ對シ上リツヽアル時ハtニ對シテ下リツヽアルヲ以テ

$$\omega=-\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial x}}\quad 即\quad \frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\quad\cdots\cdots(17.)$$

トナル然ルニ(2)式ニヨリ

$$\frac{\partial H}{\partial t}+H\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial H}{\partial x}=0\cdots\cdots\text{Equation of continuity}\quad\cdots\cdots(2)$$

然ルニ

$$u\doteqdot C\sqrt{HI}=CH^{\frac{1}{2}}\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{\frac{1}{2}}\qquad\therefore\quad\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{C}{2}\left(\sqrt{\frac{I}{H}}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}-\sqrt{\frac{H}{I}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\right)$$

之ヲ(2)ニ入レテ

$$\frac{1}{u}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{H}{u}\cdot\frac{C}{2}\left(\sqrt{\frac{I}{H}}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}-\sqrt{\frac{H}{I}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\right)+\frac{\partial H}{\partial x}=0$$

即 $\frac{3}{2}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{1}{u}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{I}\cdot H\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=0$ 即 $\frac{\partial H}{\partial x}=-\frac{2}{3u}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{3}\cdot\frac{H}{i-\frac{\partial H}{\partial x}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ ……(17_b)

(17_b)ニ(17_a)ノ關係ヲ入ルレハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{2\omega}{3u}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{1}{3}\cdot\frac{H}{i-\frac{\partial H}{\partial x}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad \text{……}(17_c)$$

次ニ從來ノ實驗並ニ觀測ノ結果ヲ視ルニ $\frac{\omega}{u}$ ハ一·一乃至一·七ニ亙ルヲ以テωノ計算ノ第一歩トシテ

$$\omega \doteqdot \frac{3}{2}u \quad \text{……}(17_d)$$

ナル關係アリト假定シ之ヲ(17_c)式ニ入ルレハ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{1}{3}\cdot\frac{H}{i-\frac{\partial H}{\partial x}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad \therefore \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=0 \quad \therefore H=ax+f(t) \quad \text{……}(17'_d)$$

由テ(17_d)ナル關係ハ水位曲線カ直線ナル場合ニ相當スルモノニシテ長キ洪水波ノ一部ニ就キテ考フル時ハIノ變動率即$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ハ頗ル小ナルヲ以テ$(17_d)$モ亦大略値トシテハ價値アルモノナリ次ニ一層實際ニ近キωヲ得ン爲メ次ノ如ク置ク

$$\omega=\frac{3u}{2}(1+\varepsilon) \quad \text{……}(17_e)$$

玆ニεハ一ノ補正値ニシテ小ナル量ナリ此式ヲ(17_b)ニ入レテ

$$\frac{\partial H}{\partial x}=(1+\varepsilon)\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{1}{3}\cdot\frac{H}{i-\frac{\partial H}{\partial x}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$$

即 $\varepsilon\left\{i\frac{\partial H}{\partial x}-\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\right\}+\frac{H}{3}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=0$ 即 $H\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}-3\varepsilon\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+3\varepsilon i\frac{\partial H}{\partial x}=0$ ……(17_f)

微分方程式(17)ヲ解ケハ

$$lmH+\text{Const.}=+\frac{1}{3\varepsilon}lm\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\quad \text{即}\quad H=\beta\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{\frac{1}{3\varepsilon}}\quad\cdots\cdots(17_h)$$

兹ニβハxノ値ニ無關係ナル數ニシテ一般ニtノ函數即$\beta=\varphi(t)$ナルヘシ之ヲ(17_h)ニ入レ變形スレハ

$$H^{3\varepsilon}=\varphi(t)\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\quad \therefore\ \frac{\partial h}{\partial x}=i-\frac{H^{3\varepsilon}}{\varphi(t)}\quad \therefore\ dx=\varphi(t)\frac{dH}{i\varphi(t)-H^{3\varepsilon}}\quad\cdots\cdots(17_i)$$

式(17_i)ヲ積分シ $x=\varphi(t)F(H)+\psi(t)$ ナル關係式ヲ得タリトスレハ此曲線ハ式$(17'_a)$ニヨリテ現ハサルヽモノヨリモ遙カニ適切ニ洪水波ヲ現ハシ得ヘシ

次ニ(17_h)ヲ變形スレハ

$$\varepsilon=\frac{1}{3}lm\frac{i-\frac{\partial H}{\partial x}}{H}+C\quad\cdots\cdots(17_j)$$

水位曲線ろがりすみっくナル場合ノ外ハεハ常數タル能ハス然レトモ略算トシテ之ヲ積分ノ外ニ置クハ敢テ支障ナシ此關係ヲ(17_e)ニ入レテ

$$\omega=\frac{3u}{2}\left(1+C+\frac{1}{3}lm\frac{i-\frac{\partial H}{\partial x}}{H}\right)\quad\cdots\cdots(17_k)$$

右式ニ於テ若シH最大ナル場合ノu及ωヲ知ラハ由テCナル積分常數ヲ算出シ得ヘシH_mニ相當

スル値ヲ ω_m u_m ニテ現ハセハ

$$C=\frac{2\omega_m}{3u_m}-1-\frac{1}{3}ln\frac{i}{H_m}$$

之ヲ (17_k) ニ入レテ

$$\omega=\frac{3u}{2}\left\{\frac{2\omega_m}{3u_m}+\frac{1}{3}ln\left(\frac{i-\frac{\partial H}{\partial x}}{i}\cdot\frac{H_m}{H}\right)\right\}=u\left\{\frac{\omega_m}{u_m}+\frac{1}{2}ln\left(\frac{I}{i}\cdot\frac{H_m}{H}\right)\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(18_a)$$

是即求ムル所ノ ω ノ第二近似値ニシテ實用上充分ナル精度ヲ有スルモノナリ尚 i ニ比シ $\frac{\partial H}{\partial x}$ ハ充分小ナリトシ且ツ $\frac{\omega_m}{u_m}=\frac{3}{2}$ ト置キ (18_a) ヲ實算ニ便ナル様變形スレハ

$$ln\left(1-\frac{1}{i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{H_m}{H}\doteqdot-\frac{1}{3i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2-\cdots\cdots-ln\frac{H}{H_m}$$

$$\omega\doteqdot\frac{3u}{2}\left(1-\frac{1}{3i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{1}{3}ln\frac{H}{H_m}\right)$$

然ルニ

$$ln\frac{H}{H_m}=2\left\{\frac{\frac{H}{H_m}-1}{\frac{H}{H_m}+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{\frac{H}{H_m}-1}{\frac{H}{H_m}+1}\right)^3+\cdots\cdots\right\}\doteqdot-2\frac{H_m-H}{H_m+H}$$

$$\therefore\quad \omega=\frac{3u}{2}\left(1-\frac{1}{3i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{2}{3}\cdot\frac{H_m-H}{H_m+H}\right)=\frac{3u}{2}\left(1+\frac{1}{i\omega_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+2\frac{H_m-H}{H_m+H}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(18_b)$$

茲ニ ω_1 ハ ω ノ略値ニシテ

$$\omega_1=\frac{3u}{2}\left(1+\frac{2}{3}\cdot\frac{H_m-H}{H_m+H}\right)\doteqdot\omega_m$$

然ルニ

$$u=CH^{\frac{1}{2}}I^{\frac{1}{2}}=CH^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{1}{i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{\frac{1}{2}}i^{\frac{1}{2}}=CH^{\frac{1}{2}}i^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{1}{2i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}\right)$$

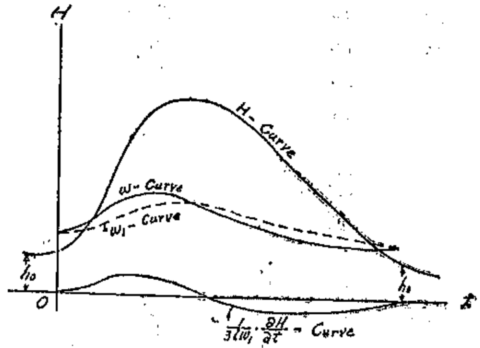
$$\therefore \quad \omega \fallingdotseq \frac{3}{2}CH^{\frac{2}{3}}i^{\frac{1}{3}}\left\{1+\frac{2}{3}\cdot\frac{H_m-H}{H_m+H}-\frac{1}{3i}\cdot\frac{\partial H}{\partial x}\left(1+\frac{H_m-H}{H_m+H}\right)\right\}$$

$$\therefore \quad \omega \fallingdotseq \frac{3}{2}CH^{\frac{2}{3}}\left\{i^{\frac{1}{3}}\frac{5H_m-H}{3(H_m+H)}+\frac{2H_m}{3(H_m+H)\omega_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(18_c)$$

但シ $\quad u=C\sqrt{Hi}$

即 ω ハ (18_a) (18_b) (18_c) ノ何レニ依リテモ算出シ得ルヲ以テ便宜ニ應シ其一ヲ採ルヘシ第十一圖ハ洪水波ニ於ケル ω ノ變化ヲ示スモノニシテ $\frac{\partial H}{\partial t}$ ヲ誇大セルモノナリ今一例トシさいん水位曲線ヲ採リ C i h_0 H_m 等ハ荒川筋末野佐谷田間ニ於ケル材料ヲ用ヒ ω ノ値ヲ算出セン

$i \fallingdotseq \frac{3}{1{,}000}$ $\quad H_m \fallingdotseq 15^{\text{ft.}}$ $\quad n$ of Kutter's formula$=0{\cdot}040$



第十一圖

然ルトキハ

$C \fallingdotseq 60 \qquad u_m=12{\cdot}7^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}} \qquad \omega_m=12{\cdot}7\times\frac{3}{2}=19^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$

尙 $\quad T_0=24^{\text{hours}}, \quad h_0=3^{\text{ft.}}$ トスレハ

$$H=h_0+\frac{1}{2}(H_m-h_0)\left(1+\sin\frac{2\pi}{T_0}t\right)=3+6\left(1+\sin\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=6\times\frac{2\pi}{T_0}\cos\frac{2\pi}{T_0}t=4{\cdot}36\times10^{-4}\cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

此等ノ材料ニヨリ計算シタル結果ハ附圖第一ニ示セリ尙 (18_a) (18_b) (18_c) 等ハ理論上信頼シ得ルモノナレトモ不規則ナル未改修河川ニ對シテハ ω ノ値大ニ過クル事アリ斯ノ如キ場合ニモ實際ニ近キ値ヲ得ン爲メ次ノ如ク置ク

$$\omega=\lambda u\left(1+\frac{1}{3i}\cdot\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{2}{3}\cdot\frac{H_m-H}{H_m+H}\right)$$

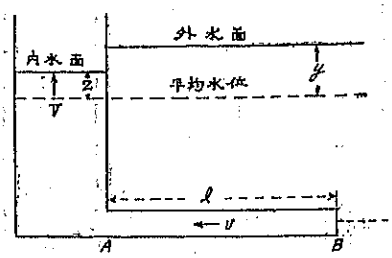
λハ一ノ係數ニシテ今波頂ニ於テω及uハω_m及u_mナリトスレハ次ノ如キ公式ヲ得

$$\omega=\frac{\omega_m}{u_m}u\left(\frac{5H_m+H}{3(H_m+H)}+\frac{1}{3i\omega_1}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right)\quad\cdots\cdots(19)$$

但シ $\omega_1=\frac{\omega_m}{u_m}u\frac{3H_m-H}{H_m+H}$

第五章　水位圖表ト實際水位トノ關係

或水域ノ水位ヲ測ランカ爲自記水位計ヲ用フル事アリ斯ル場合ニ水位計ノ畫キタル圖表ノ示ス水位ハ必スシモ實際水位ニ一致スルモノニアラス河川ニ設クル多クノ場合ノ如ク外水ト水位計井筒内ノ水トカ直接連絡スルトキハ此差異ハ機械ノ不完全ニ因ル微量ニ過キサレトモ若シ管水路等ヲ介シテ兩水間接ニ相通スル時ハ該誤差ハ必スシモ小ナリトセス此問題ニ關シテモ未タ適當ナル解決ヲ見ス本論中河口ニ於ケル水位曲線ヲ用フル事アルヲ以テ本問題ニ關シ多少ノ考究ヲナスモ亦蛇足ニアラスト信ス



第十二圖

第十二圖ハ或ル時刻ニ於ケル内外水位及速度ノ方向ヲ示スモノニシテyハzヨリ大ナルヲ以テ水ハAB管内ヲ矢ノ方向ニ流ルヘシ而シテ内外ノ落差ハ水カ管内ニ流入スル爲メノえんとらんすれじすたんすト管内ヲ流ルヽ爲メノ抵抗トニ打勝ツモノトス尚加速度ヲ生スル爲メニモ消費サルヽモ其量小ナルヲ以テ假リニ之レヲ無視ス然ル時ハ落差ト速度vトノ間ニ次ノ如キ關係アリ

$$y-z=\frac{v^2}{2g}+\frac{v}{2g}\{c_1+f_1l\}+\frac{v^2}{2g}\{c_2+f_2l\}\quad\cdots\cdots(20)$$

茲ニc_1 c_2ハえんとらんす抵抗ヲ現ハス爲メノ係數f_1 f_2ハ管内ノ抵抗ヲ

現ハス爲メノ係數トス尙此等抵抗ニ對シv及v^2ノ二項ヲ採リシハ諸抵抗ハ流速小ナル場合ニハ主トシテvニ比例シ大ナル時ハ主トシテv^2ニ比例ス然ルニ本問題ニ於テハvハ0ヲ中間トシ正負ニ變動スルヲ以テ小流速ニ對シテモ留意ス可キヲ以テナリ

第一節　外水面カ潮汐ノ如ク週期長キ波動ヲ爲ス場合

此場合ニ於テハ管內ノ流速vハ微小ナルヲ以テv^2ノ項ヲ除外シvノ項ノミヲ以テ抵抗ヲ現ハス事ヲ得即

$$y-z=\frac{v}{2g}\{c_1+fl\}\qquad \text{又ハ}\qquad v=\frac{2g}{c_1+fl}(y-z)$$

今　a=導水管ノ斷面積　A=井筒ノ斷面積　V=井筒內ノ水位變動ノ速度

トスレハ

$$av=AV.\qquad \therefore\ V=\frac{a}{A}v=\frac{a}{A}\cdot\frac{2g}{c_1+fl}(y-z)$$

然ルニ　$V=\frac{dz}{dt}$　ナルヲ以テ　$\frac{a}{A}\cdot\frac{2g}{c_1+fl}$　ヲ　$2m_1$　ト置ケハ

$$\frac{dz}{dt}=2m_1(y-z)\quad\cdots\cdots(20_a)$$

今外水面ノ運動ハさいん曲線ニシテ次式ノ如シトスレハ

$$y=H\sin\frac{2\pi t}{T}\qquad \text{但シ}\quad T=\text{波動ノ週期}$$

之ヲ(20_a)ニ入レテ

$$\frac{dz}{dt}+2m_1z-2m_1H\sin\frac{2\pi t}{T}=0\quad\cdots\cdots(20_b)$$

此微分方程式ヲ解ケハzトtトノ關係ヲ得ヘシ

$$z=e^{-\int 2m_1 dt}\left\{\int e^{\int 2m_1 dt}\times 2m_1 H\sin\frac{2\pi t}{T}dt+C\right\}$$

即

$$z=2m_1He^{-2m_1t}\left\{\frac{2m_1\sin\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{T}\cos\frac{2\pi}{T}t}{(2m_1)^2+\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}e^{2m_1t}+\frac{\frac{2\pi}{T}}{(2m_1)^2+\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}+C\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20_c)$$

然ルニ$t=0$ト置ケハzハ井筒内ノ最初ノ水位ヲ現ハスヘク其値如何ニ係ラス有限タルヘキハ明カナリ從ツテCモ亦有限値タラサルヘカラス故ニ右式中$\dfrac{\frac{2\pi}{T}}{(2m_1)^2+\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}$及$C$ハ$t$カ充分大ナル時ハ之ヲ無視スルヲ得ヘシ即

$$z=\frac{4m_1^2}{(2m_1)^2+\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}H\left\{\sin\frac{2\pi}{T}t-\frac{\pi}{m_1T}\cos\frac{2\pi}{T}t\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20_a)$$

潮汐ノ場合ハT(秒)ハ極テ大ナルヲ以テπ/Tハ之ヲ無視スルヲ得ヘク然ル時ハ

$$z=H\sin\frac{2\pi}{T}t=y$$

ニシテ井中ノ水位ノ運動ハ外海ノ其ト全ク同一ナリ若シTハ然ク大ナラサル時ハ

$$z=\frac{(2m_1)^2}{(2m_1)^2+\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}H\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{m_1T}\right)^2}}\sin\frac{2\pi}{T}t-\frac{\frac{\pi}{m_1T}}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{m_1T}\right)^2}}\cos\frac{2\pi}{T}t\right\}\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{m_1T}\right)^2}$$

今 $\frac{\pi}{m_1T}=\tan\frac{2\pi}{T}t_0$　t_0=(位相ノ後レ) ト置ケハ

即 $$z=\frac{H}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{m_1T}\right)^2}}\sin\frac{2\pi}{T}(t-t_0)\quad\cdots\cdots\cdots(20_c)$$

$$\frac{\text{井内水位ノ振幅}}{\text{外水位ノ振幅}}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{m_1T}\right)^2}}=\frac{h}{H}$$

但シ　h=(内水面ノ振幅ノ $\frac{1}{2}$)

此等ノ式ヲ得ルニハvヲ小ナリトシ其二乘ヲ無視セリ今井筒ノ直徑ハ導管ノ徑ノ五倍以下hハHノ$\frac{1}{4}$以上Tハ三分以上ナリトスル時ハ外水面ノ振幅十二尺ニ及フ場合ト雖vノ平均値ハ

$$\text{Mean}\,v=\frac{6\times\frac{1}{4}\times5^2}{3\times60}=0{\cdot}21^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$$

若シ兩者直徑ノ比3:1ナル時ハ週期一分ニ過キサル場合ト雖モ

$$\text{Mean}\,v=\frac{6\times\frac{1}{4}\times3^2}{60}=0{\cdot}225^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$$

即週期數分ノ場合ト雖モvハ微少ナルヲ以テ屢ニ用ヒシ假定ハ可能ニシテ(20_c)ハ能ク井内水位ノ運動ヲ現ハシ得

第二節　週期短少ナル場合

此場合ニハ週期一分以下ナルカ又ハ管徑特ニ小ニシテvハ稍大ナル値ニ達スルモノニシテ從ツ

テ(20)式中vノ項ハ小ニv^2ノ項重要ナリ此場合ニ對シ(20)式ヲ書キ替フレハ

$$y-z=\frac{V^2}{2g}\cdot\frac{A^2}{d^2}\left(C+f\frac{l_1}{d}\right)\qquad \text{但シ}\quad A=\text{井筒ノ直徑}\qquad d=\text{管ノ直徑}$$

即

$$V=\frac{dz}{dt}=2m_2\sqrt{y-z}\qquad \text{但シ}\quad 2m_2=\frac{a}{A}\sqrt{\frac{2g}{C+f\frac{l}{d}}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

即

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+4m_2^2z-4m_2^2H\sin\frac{2\pi}{T}t=0$$

此微分方程式ハ數學的ニ解ク事能ハス從來井筒内ノ水ノ運動ヲ研究セシ諸家ハ凡テ右式ヲ固守シ其解決不能ナルヨリ種々ノ手段ヲ取レリト雖モ一モ目的ヲ達シタルモノナカリキ予ハ曩ニ多クノ場合ノ解答タル可キ(20$_c$)ヲ得タリシカ尚本節ノ場合ニ對シテモ必シモz算出ノ方法ナキニアラス次ニ三種ノ解法ヲ述ヘン

(一)　任意ノ時刻ニ於テ内外兩水位ヲ知ル時ハ(21)ハ圖解法ニヨリテ完全ニ解キ得ヘシ(21)ヲ變形シテ

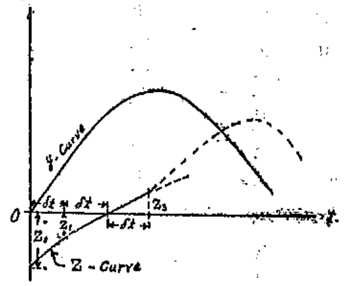
$$z=H\sin\frac{2\pi}{T}t-\frac{1}{4m^2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

今外海面カ上昇シツヽ平均水位ニ達シタル時井内ノ水位ヲ計リz_0ナルヲ知レリトセハ

$$t=0\qquad \text{ニ於テハ}\qquad \left(\frac{dz}{dt}\right)_0=2m_2\sqrt{-z_0}$$

$\varDelta t$ヲ經過スレハ$z_1=z_{\varDelta t}=z_0+\left(\frac{dz}{dt}\right)_0\varDelta t=z_0+2m_2\sqrt{-z_0}\,\delta t$　而シテ$\left(\frac{dz}{dt}\right)_{\delta t}=2m_2\sqrt{y_{\delta t}-z_{\delta t}}$　$y_{\delta t}$ハ$t=\delta t$ノ時ノyノ値ナリ

$$z_2=z_{2\delta t}=z_{\delta t}+2m_2\sqrt{y_{\delta t}-z_{\delta t}}\cdot\delta t\quad \&c.$$



第十三圖

斯ノ如キ方法ヲ操リ返シテ順次ニzヲ求メ行カハ遂ニzヲ現ハス連續セル曲線ヲ得ヘシ而シテδtハTノ二十分一位ニ採レハ充分ナリ

(二) (21)式ハ本節ノ現象ヲ正確ニ現ハスモノナルモ其ノ解決不能ナルヲ以テ同現象ヲ略表シ而モ積分可能ナル關係式ヲ作リ之レニ依リテ問題ヲ解決セントス今vカ0ヨリ其最大値v_mニ達スル間ニ費ス所ノ全勢力Eヲ既定トシ假リニ抵抗ハvニ比例スルモノトシ0ヨリv_mニ達スル間ニ費ス勢力ヲEニ等シカラシムル様ニ係數ヲ定ム即

$$\text{Total loss of energy} = E = \int_0^{v_m} \frac{v^2}{2g}\left(1{\cdot}5 + f\frac{l}{d}\right)dv = \int_0^{v_m} F\frac{v}{2g}dv \qquad F = a \text{ const.}$$

即

$$F\frac{v_m^2}{4g} = \frac{v_m^2}{2\times 3g}\left(1{\cdot}5 + f\frac{l}{d}\right) \quad \text{或ハ} \quad F = \frac{2}{3}v_m\left(1{\cdot}5 + f\frac{l}{d}\right)$$

然ル時ハ(21)式ハ

$$y - z_1 = \frac{v}{2g}F = V\frac{A}{a}\cdot\frac{F}{2g} \qquad \therefore \quad V = 2m_1(y - z) \qquad \text{但シ} \quad 2m_1 = \frac{2g}{F}\cdot\frac{a}{A} \quad \cdots\cdots(22_a)$$

$$y = H\sin\frac{2\pi}{T}t \quad \text{トスレハ} \quad \frac{dz}{dt} + 2m_1 z_1 - 2m_1 H\sin\frac{2\pi}{T}t = 0$$

之ヲ積分シテ

$$z_1 = \frac{H}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\pi}{m_1 T}\right)^2}}\sin\frac{2\pi}{T}(t - t_0) \qquad \text{但シ} \quad \tan\frac{2\pi}{T}t_0 = \frac{\pi}{m_1 T} \quad \cdots\cdots(22)$$

v大ナル場合ニ抵抗ヲvニ比例ストナスハ甚不合理ナルカ如キモ從來ノ實驗ニヨレハvノ冪數ハ一呎乃至二十呎ノvニ對シ一·七八乃至二·〇ニシテ即正確ニ云ヘハ一ニモアラス二ニモアラスシテ一ノ變數タリ然ルニ於テハ之ヲ二ト做スモ亦一ノ近似表現ニ過キス從テ之ヲ一トスルモ亦

全然問題ノ性質ヲ無視スル體ノ假定ニアラス倘(22)ニ得タル z_1 ヲ一ノ略値ト做シ

$$z=z_1+x,\qquad \frac{dz}{dt}=\frac{dz_1}{dt}+\frac{dx}{dt}$$

ト置キ之ヲ(22)式ニ入レ x 及 $\frac{dx}{dt}$ ハ微少量ナルヲ以テ其二乘ヲ無視スレハ

$$\frac{dx}{dt}+\frac{2m_2^2}{\left(\frac{dz_1}{dt}\right)}x=\frac{m_2^2}{m_1}-\frac{1}{2}\left(\frac{dz_1}{dt}\right)$$

$\frac{dz_1}{dt}$ ハ既知ナルヲ以テ之ヨリ x ヲ解ケハ

$$x=e^{-\int\frac{m_2^2}{\left(\frac{dz_1}{dt}\right)}dt}\left[C+\int\left\{\frac{m_2^2}{m_1}-\frac{1}{2}\left(\frac{dz_1}{dt}\right)\right\}e^{\int\frac{m_2^2}{\left(\frac{dz_1}{dt}\right)}dt}dt\right]$$

或ハ

$$x=\left[1-\cot\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{T}(t-t_0)\right\}\right]\left(\frac{m_2^2}{m_1}\cdot\frac{T}{\pi}\ln\cos\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{T}(t-t_0)\right\}+\frac{H}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{m_1T}\right)^2}}\left[\frac{\pi}{T}(t-t_0)+\frac{1}{2}\left\{1-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\left(\frac{2\pi}{T}\right)(t-t_0)\right)\right\}\right]\right)\quad\cdots\cdots(22_b)$$

$$z=z_1+x$$

而シテ右式ハ運用煩雜ニシテ効果大ナラス(22)ヲ以テ實用上充分ナリト信ス

(三) 第三ノ解法トシテ茲ニ y ヲ未知數トスル方法ヲ述ヘン抑モ本問題ヲ論スルノ目的如何ト云フニ水位計ノ畫キタル圖表ヨリシテ外海ノ實波動ヲ知ラントスルニアリ然ラハ即 z ハ眼前ノ圖中ニ視ル所ニシテ求メントスル所ハ實ニ y ナリシナリ然ル時ハ問題ハ茲ニ逆轉シ式(21)ハ次ノ如

ク爲ル

$$y=z+\frac{1}{4m_2^2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \quad \cdots\cdots\cdots(23)$$

圖表ノ曲線ヨリ直ニ z 及 $\frac{dz}{dt}$ ヲ得ヘキヲ以テ式(23)ハ直ニ本問題ノ答案タリ得即此等ヨリ y ヲ計算シ以テ y 曲線ヲ得ヘク是ニ由テ振幅ノ比 k 及位相ノ後レ t_0 ヲ知ル若シ z ノ曲線ニ對スル表現式ヲ知ル時ハ直接計算ニヨリテ k 及 t_0 ヲ得ヘシ今一例トシテ z 曲線ハさいん曲線ナリトスレバ

$$y=\left(\frac{\pi}{m_2T}\right)^2h^2\cos^2\frac{2\pi}{T}t+h\sin\frac{2\pi}{T}t$$

今 t ノ基點ヲ $-\frac{T}{4}$ ニ移セハ

$$y=h^2\left(\frac{\pi}{m_2T}\right)^2\sin^2\frac{2\pi}{T}t-h\cos\frac{2\pi}{T}t \quad \cdots\cdots\cdots(23_a)$$

是即求ムル y ノ値ナリ今 y ノ最大値ヲ求ムル爲ニ

$$\frac{dy}{dt}=0 \qquad 即 \quad \frac{dy}{dx}=h^2\left(\frac{\pi}{m_2T}\right)^2 2\frac{2\pi}{t}\sin\frac{2\pi}{x}T\cos\frac{2\pi}{t}T+h\frac{2\pi}{T}\sin\frac{2\pi}{T}t=0$$

即

$$\cos\frac{2\pi}{T}t_1=-\frac{1}{2h}\left(\frac{mT}{\pi}\right)^2 \qquad \therefore\ t_1=\frac{T}{2\pi}\cos^{-1}\left\{-\frac{1}{2h}\left(\frac{mT}{\pi}\right)^2\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(23_b)$$

$$\therefore\ t_0=\pi-t_1=\pi-\frac{T}{2\pi}\cos^{-1}\left\{-\frac{1}{2h}\left(\frac{mT}{\pi}\right)^2\right\}$$

但シ t_0=(位相ノ進ミ)

(23_b) ヲ (23_a) ニ入レテ y ノ最大ヲ求ムレハ

$$H=h^2\left(\frac{\pi}{m_2T}\right)^2-\frac{h}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{m_2T}{\pi}\right)^2 \qquad \therefore\ \frac{H}{h}=h\left(\frac{\pi}{m_2T}\right)^2+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{m_2T}{\pi}\right)^2-1\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(23_c)$$

(23_a) ノ現ハス波動ハとろこいだる波ニ近似セルモノナリ倘斯ノ如キ解法ヲ用フルトキハ z ハ如何ナル形ニテモ

$$z=\sum_0^\infty h_m \sin m\frac{2\pi}{T}t$$

ニテ現ハサル、ノミナラス式(20)ノ普偏的式形

$$y-z=\frac{v^2}{2g}+\frac{v}{2g}\left(c_1+f_1\frac{l}{d}\right)+\frac{v^2}{2g}\left(c_2+f_2\frac{l}{d}\right)$$

ヲ用フルモ容易ニyヲ求メ得ヘシ

以上述フル所ノ三方法ニ依リ本問題ハ工學上充分ニ解決セラレタリト信ス

第六章　不定流ニ於テ最大流量ノ起ルヘキ時刻

第一節　問題ノ性質

不定流ニ於テ最大流量ノ起ルヘキ時刻ハ工學上左程重要ナル問題ニアラス之レ其時刻如何ニ係ラス最大流量自身ハ最高水位ニ於ケル流量ト殆ント相等シケレハナリ然シナカラ之ヲ理論上ヨリ視レハ頗興味アル問題ニシテ而モ從來充分ナル解決ヲ得ル能ハサリシ所ナルヲ以テ本章ニ於テ之ヲ考究セントス今流量ヲQ流積ヲAトスレハ

$$Q=vA \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(24_a)$$

然ルニvハ水位及水面勾配ノ函數ニシテAハ水位ノ函數ナリ由テ(以下水位ハ流積零ナルヘキ點ヨリ起算スルモノトス)

$$A=\psi(H)\qquad H=\text{水位}\qquad i=\text{低水勾配}$$

$$v=\varphi\left(H,\,i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)$$

(24)ヨリ

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=A\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial A}{\partial t}$$

今 $A=BH$ (B=河幅) トスレハQノ最大ノ條件ハ

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=BH\frac{\partial v}{\partial t}+Bv\frac{\partial H}{\partial t}=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(24_b)$$

右式ヲ數學的ニ滿足スル爲メニハ左ノ條件ノ一ヲ滿セハ可ナリ

$$(a)\quad H\frac{\partial v}{\partial t}=-v\frac{\partial H}{\partial t}\qquad (b)\quad \frac{\partial v}{\partial t}=0\quad \frac{\partial H}{\partial t}=0\qquad (c)\quad H=0\quad v=0$$

(c)ハ實際問題トシテ無意味ナリ(b)モ亦後節論スル如ク洪水波ノ場合ニハ成立シ得ヘカラス故ニ(a)ハ此場合ニ對スル唯一ノ條件ニシテ從來洪水ニ際シテハ流量ノ最大ハ流速ノ最大ト水位ノ最高ノ中間ニ於テ生スルモノナリト知ラレダリ然シナカラ之ニ依リテ最大流量ノ時刻ヲ知ル事ハ到底不可能ナルノミナラス單ニ(a)ヨリシテ直ニ最大流量カ最大流速ニ後レ最大水位ニ先ンスルト云フ結論ヲ爲スハ數學上聊不徹底ノ節アリ如何トナレハ斯ノ如キ結論ハvトHカ無關係ナル場合ニノミ正當ニシテvカHノ函數ナル時ハ今少シク之ヲ解析セサルヘカラス

第二節　最大流量ノ條件式

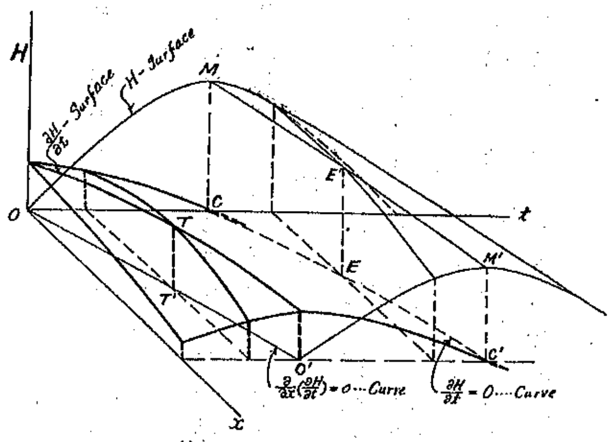
今(24_a)ヲ書キ替フレハ

$$Q=\varphi\left(H,\ i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\psi(H)$$

最大流量ノ條件ハ

$$\therefore\quad \frac{\partial Q}{\partial t}=H\left\{\frac{\partial v}{\partial H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}\right\}+v\frac{\partial H}{\partial t}=0$$

$$=\left(H\frac{\partial v}{\partial H}+v\right)\frac{\partial H}{\partial t}+H\frac{\partial v}{\partial I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}=0$$



第四十圖

今最大流量前後ニ於テしぇぢー式ヲ適用シ得ルモノトスレハ

$$v=C(IH)^{\frac{1}{2}}\qquad \therefore\quad \frac{\partial v}{\partial H}=\frac{C}{2}\left(\frac{I}{H}\right)^{\frac{1}{2}}\qquad \frac{\partial v}{\partial I}=\frac{C}{2}\left(\frac{H}{I}\right)^{\frac{1}{2}}$$

故ニ

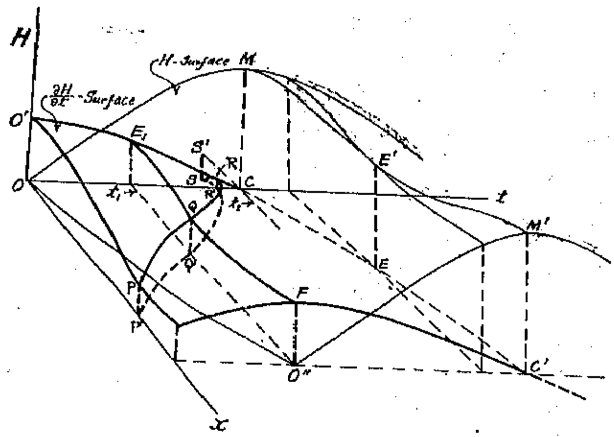
$$\left(\frac{x}{2}+v\right)\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{C}{2}\left(\frac{H}{I}\right)^{\frac{1}{2}}H\frac{\partial I}{\partial t}=0 \quad 即 \quad \frac{3}{2}C(HI)^{\frac{1}{2}}\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{C}{2}H\left(\frac{H}{I}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\partial I}{\partial t}=0$$

即

$$\frac{1}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{3I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}=0 \quad 但シ \quad I=i-\frac{\partial H}{\partial x}\doteqdot i+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial x} \quad \cdots(25)$$

(25)式ハ即Qノ最大ヲ與フル條件ニシテ洪水波ノ曲線ヲ知レハ之ヨリt又ハHヲ見出シ得次ニ流速vノ最大値ヲ與フル條件ハ

$$\frac{\partial v}{\partial t}=0 \quad 即 \quad \frac{\partial v}{\partial H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}=0 \quad 即 \quad \frac{1}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}=0 \quad \cdots(26)$$

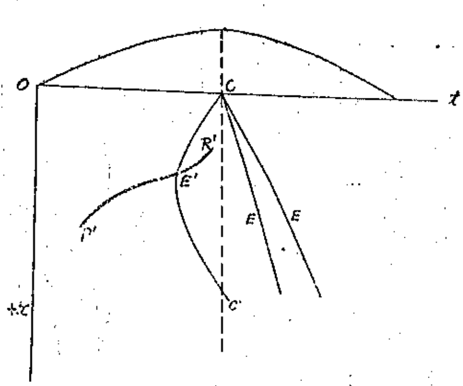


第十五圖

(25)(26)兩式ヲ比スルニ(25)ニ於テハ(26)ニ於ケルヨリモ$\left|\frac{\partial I}{\partial t}\right|$大ナルヲ要ス即(25)ヲ滿足スル$H$ハ(26)ノソレヨリモ最高水位ニ近キモノタルヲ示ス故ニ最大流量ハ最大流速ト最高水位トノ中間ニ起ルヘキモノナリ若シ(b)ノ條件カ可能ナル時ハ式(26)ト$\frac{\partial H}{\partial t}=0$トカ同時ニ成立セサルヘカラス從ツテ

$$\frac{\partial H}{\partial t}=0 \quad ト \quad \frac{\partial I}{\partial t}=0 \quad 即 \quad \frac{\partial}{\partial t}\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)=-\frac{\partial^2 H}{\partial t\partial x}=0$$

トハ同時ニ成立セサルヘカラス第十四圖ニ於テ$\frac{\partial H}{\partial t}=0$ナル關係ハ$t-x$平面ニ於テ$CEC'$曲線ニヨリテ現ハサレ$\frac{\partial^2 H}{\partial t\partial x}=0$ナル關係ハ$OT''O'$曲線ニ依リテ現ハサル若シ$CEC'$ト$OT''O'$ト交叉スル點ノ存スル時ハ該點ノ$t$ハ即$I$及$H$ノ同時ニ最大トナルヘキ時刻ナリ然ルニ$t$ニ於テ$\frac{\partial H}{\partial t}$面ノ最高點$T'$ノ投射$T''$カ$CEC'$上ニ存スル爲メニハ$TT''=0$ナラサル可カラス是洪水波カ陵夷ノ極波高0トナリシヲ意味スルモノニシテ實際上有リ得可カラサル事實ナリ又若シHカtニ對シテハ上方ニ單一凸狀ヲナスモxニ關シテハ上方ニ凹狀ヲナス場合即



第十六圖

H曲面カ鞍狀ヲナス時ハ $t=\text{const.}$ ナル平面ニテ $\frac{\partial H}{\partial t}$ ヲ截レハ其ノ截斷曲線(第十五圖 $O'P$, E_1F 等)ハ即同時水位ノ曲線ニシテ上方ニ凹形ナリ x ノ或値ニ對スル H ノ曲線即流路ノ或點ノ水位曲線(圖中 OM, $O'M'$ ノ如シ)ノ最高點ノ軌跡ハ一ノ空間曲線ヲナシ(圖中 MM')其 $t-x$ 基面上ニ於ケル射影ハ一ノ平面曲線ヲナス(圖中 CC' 之ナリ)今各同時水面勾配曲線ノ極小點ヲ求ムレハ時刻0ニ於テハPニシテt_1ニ於テハQナリ然ルニt_2ニ於テハ $\frac{\partial H}{\partial t}$ 曲面ハ $t-x$ 基面ト交ハリ其ノ交叉線 CC' ハCニ於テt_2截面ト交ハル故ニt_2截面ト $\frac{\partial H}{\partial t}$ 面トノ交叉曲線 CZ ハCニ於テxト共ニ增加シツヽアルヘシ故ニ CZ 曲線(即t_2ニ於ケル同時水位曲線)ハCノ後方Rニ於テ最小トナル可シ從ツテPQR曲線ノ $t-x$ 面上ノ射影 $P'Q'$ ハ CC' ト交叉スル事能ハス然ルニ $P'Q'$ 曲線ノ方程式ハ $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)=0$ ニシテ CC' ノ其ハ $\frac{\partial H}{\partial t}=0$ ナリ而シテ兩線ノ交叉シ得サルハ兩式ノ同時ニ滿足サル可カラサルヲ示スモノナリ然レトモOヨリx_1ニ到ル間ノ洪水曲線ノ最高カ中間ニ於テ最モ早ク起ル場合ニハ MM' 曲線ノ射影ハ第十六圖 $CE'C'$ ノ如クx軸ニ向フテ凸狀ヲナシE_1點(時刻t_3)ニ於テ $P'Q'$ 曲線ト交ルヘシ之レt_3ニ於ケル同時水面勾配ハE_1ニ於テ最小値ヲ有スルヲ以テナリ即(b)ナル條件ハ或一點ニ於テ最高水位カ其上下流ヨリ早ク起ル場合ニ唯其一點ニ於テノミ出現シ得ヘキモノニシテ普通河川ニ於テハ之ヲ見ル事難シ

次ニ(25)式ニ立歸リテ最大流量ノ時刻ヲ尋ネントス(25)ヲ書キ替フレハ

$$\frac{1}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}-\frac{1}{\left(i-\frac{\partial H}{\partial x}\right)^{3}}\cdot\frac{\partial^2 H}{\partial t\,\partial x}=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

洪水ノ場合ニ於テハH及Iハ共ニ正號ナリ故ニ右式ヲ滿足スル爲メニハ$\frac{\partial H}{\partial t}$ト$\frac{\partial^2 H}{\partial t\partial x}$トハ同一記號タラサルヘカラス換言スレハ$H$ト$\frac{\partial H}{\partial x}$トハ共ニ增加或ハ減少シツヽ在ルヘシ今洪水波ノ陵夷著シカラストセハA點ニ於テ洪水曲線(H_x=const.)ノ最高ニ達スル時刻ニ於テ洪水波(H_t=const.)ノ項ハA點ニ達スヘシ(陵夷著シキ時ハ兩者一致セス)然ル時ハHハ增水時ニ於テ絶エス增大シ$\frac{\partial H}{\partial x}$モ增水部變曲點ヨリ次第ニ增加ス(絶對値ハ減少ス)故ニ(27)ハ增水部變曲點ト最高水位ノ時刻トノ中間ニ於テ滿足サルヘシ次ニ減水時ニ於テハHハ絶エス減少シ$\frac{\partial H}{\partial x}$ハ減水部變曲點以下ニ於テ次第ニ減少ス故ニ該點以後ニ於テモ(27)ヲ滿足スル時刻アルモ之ハQノ最小ヲ與フルモノナリ尚(25)ハ流路ヲ矩形ナリトノ假定ノ下ニ得タルヲ以テ實用ニ適當ナラス今

$$A=\psi(H)=aH^n$$

ト置ケハ

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=A\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial A}{\partial t}=aH^n\frac{v}{2}\left(\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}\right)+v\,naH^{n-1}\frac{\partial H}{\partial t}=0$$

即

$$\frac{1+2n}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25_a)$$

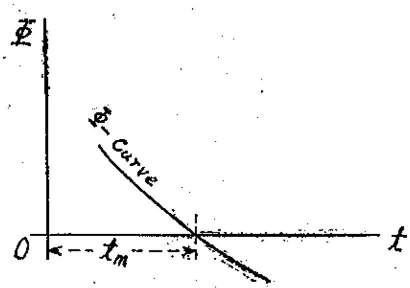
予ハ次節ニ於テ式(25_a)ヲ使用シ種々ノ場合ニ於ケル最大流量ノ時刻ヲ求ントス

尚最大流速ノ時刻ハ式(26)ヨリ得ヘキカ是亦Iノ最大ナル場合ニ最大ナリト考フル人士アルモ該式ニ就テ見ルニIノ最大ハ$\frac{\partial I}{\partial t}=0$ヲ意味シ式(26)ヲ滿足スル爲メニハ同時ニ$\frac{\partial H}{\partial t}=0$即$H$モ最大ナラサルヘカラス斯ノ如キ事實ノ存在シ得ヘカラサルハ上來述フル所ニ依リテ明ナリ

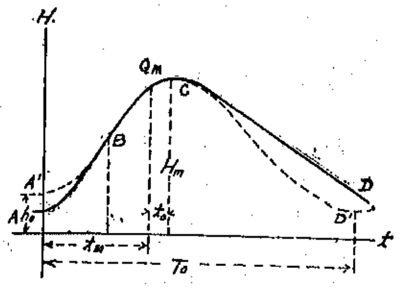
第三節　流量最大ナル時刻ノ算定

式(25_a)ヨリ最大流量ノ時刻t_mヲ算出センニハ先ツ餘リ遠カラヌ二點ニ於テ水位觀測ヲナシ之ヨリ各時刻ニ於ケルH $\frac{\partial H}{\partial t}$ I $\frac{\partial I}{\partial t}$等ヲ計算シ此等ヨリ$\Phi(t)=\frac{1+2n}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{1}{I}\cdot\frac{\partial I}{\partial t}$ヲ計算シ$t$ヲ橫距トシテ$\Phi$曲線ヲ畫キ其$t$軸ト交ハル點ノ時刻ヲ求ムレハ可ナリ然シナカラ$H$曲線ノ現式ヲ假定

シ之ヨリ t_m ノ普偏的公式ヲ求ムル事モ亦困難ナラス而シテ前節ニ於テ述ヘタル如ク最大流量ハ增水部變曲點ヨリ波頂ニ到ル間ニ起ルヲ以テ H 曲線ノ式 $\{H=F(t)\}$ ハ此間ニ於テノミ實水位ヲ現ハシ得レハ足レリ第十七圖ニ於テ $ABCD$ ハ實際ノ水位曲線ニシテ $A'BCD'$ ハ $F(t)$ 式ノ現ハス曲線ニシテ變曲點 B ヨリ C ニ到ル間ハ兩者略一致スルモノトス而シテ $F(t)$ ハ一般ニさいん級數ヲ以テ完全ニ現ハシ得ルモ多クノ場合單一さいん曲線ヲ以テ實用差支ナキ程度ニ表現シ得ヘシ



第十六圖ノ二



第十七圖

今 $h_1=\frac{H_m-h_0}{2}$ トスレハ式(8)ノ如ク

$$H=h_0+h_1(1-ax)\left\{1+\sin\left[\frac{2\pi}{T_0(1+bx)}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right]\right\}\quad\cdots\cdots(8)$$

茲ニ T_0 h_0 等ハ BC 間ノ實際水位ヨリ算出スヘシ尚 x ノ基點ノ上下狹範圍ニ於テ水量ノ出入ナシトスレハ一洪水間ノ總流出量ハ常數ナリ

今 $x=0, x=x_1$ 兩點ニ於ケル流量曲線ヲ次ノ如シト考フ

$$Q_{x=0}=\alpha H^2 \qquad Q_{x_1}=\beta H_x^2$$

α β ハ係數ナリ然ル時ハ略次ノ關係アリ

$$\alpha T_0(h_0+h_1)^2=\beta T_x\{h_0+h_1(1-ax)\}^2$$

$$\therefore\quad T_x=T_0(1+bx)\doteqdot\frac{\alpha}{\beta}T_0\left\{1+\frac{2ah_1x}{h_0+h_1(1-ax)}\right\}$$

$\alpha=\beta$ ナルトキハ

$$b=\frac{2h_1a}{h_0+h_1(1-ax)}\doteqdot\frac{2ha_1}{h_0+h_1}\quad\cdots\cdots(28)$$

斯クシテ b ヲ定メ得

次ニ式(7_b)ヨリ$x=0$ニ於テハ

$$I=i+a(H-h_0)+\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial H}{\partial t}$$

且ツ

$$\frac{\partial I}{\partial t}=a\frac{\partial H}{\partial t}+b\frac{\partial H}{\partial t}+\left(bt+\frac{1}{\omega}\right)\frac{\partial^2 H}{\partial t}$$

此等ヲ(25_a)ニ入レテ

$$\frac{1+2n}{H}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{(a+b)\dfrac{\partial H}{\partial t}+\dfrac{1}{\omega}\cdot\dfrac{\partial^2 H}{\partial t}}{i+a(H-h_0)+\left(bt+\dfrac{1}{\omega}\right)\dfrac{\partial H}{\partial t}}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25_b)$$

但シ　$H=h_0+h_1\left\{1+\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)\right\}$,　$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{2\pi h_0}{T_0}\cos\left\{\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right\}$,　$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 h_0\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)$

今最大流量ハ最高水位ノ起ル時刻$T_0/2$ヨリ僅ニt_0先シテt_mニ於テ起ルモノトスレバ

$$t_m=\frac{T_0}{2}-t_0=\frac{T_0}{2}-\varepsilon T_0=T_0\left(\frac{1}{2}-\varepsilon\right)$$

玆ニεハ一ノ微小量ナリ然ル時ハ

Q_mニ於テハ

$$\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T_0}T_0\left(\frac{1}{2}-\varepsilon\right)-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}-2\varepsilon\pi=\frac{\pi}{2}(1-4\varepsilon)$$

$$\therefore\quad \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\varepsilon\pi\right)=\cos 2\varepsilon\pi\doteqdot 1$$

$\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\varepsilon\pi\right)=\sin 2\varepsilon\pi\doteqdot 2\varepsilon\pi$　而シテ　$bt=\frac{bT_0}{2}(1-2\varepsilon)\doteqdot\frac{bT_0}{2}$

$$\therefore\quad H\doteqdot h_0+2h_1=H_m,\qquad \frac{\partial H}{\partial t}=\frac{(2\pi)^2}{T_0}h_0\varepsilon,\qquad \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 h_0$$

此等ノ値ヲ(25_b)ニ入レテ

$$\frac{1+2n}{H_m}\cdot\frac{(2\pi)^2}{T_0}\varepsilon h_0+\frac{(a+b)\dfrac{(2\pi)^2}{T_0}h_0\varepsilon-\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2h_0\left(\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{bT_0}{2}\right)}{i+a\,(H_m-h_0)+\left(\dfrac{bT_0}{2}+\dfrac{1}{\omega}\right)\dfrac{(2\pi)^2}{T_0}h_0\varepsilon}=0$$

然ルニ

$$\left(\frac{bT_0}{2}+\frac{1}{\omega}\right)\frac{(2\pi)^2}{T_0}h_0\,\varepsilon=\left(\frac{b}{2}+\frac{1}{\omega T_0}\right)(2\pi)^2h_0\varepsilon$$

ニシテ第二次微小量タリ之ヲ無視スレハ

$$\left[\frac{1+2n}{H_m}\{i+a\,(H_m-h_0)\}+(a+b)\right]\varepsilon=\left(\frac{1}{\omega}+\frac{bT_0}{2}\right)\frac{1}{T_0}$$

$$\therefore\quad \varepsilon T_0=t_0=\frac{\dfrac{1}{\omega}+\dfrac{bT_0}{2}}{\dfrac{1+2n}{H_m}(i+2ah_1)+a+b}\qquad 即\qquad \varepsilon=\frac{\dfrac{1}{\omega T_0}+\dfrac{b}{2}}{\dfrac{1+2n}{H_m}\{i+2ah_1\}+a+b}\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

$b=0$ ナルトキハ

$$\varepsilon=\frac{1}{\omega T_0}\cdot\frac{1}{\dfrac{1+2n}{H_m}(i+2ah_1)+a}\cdots\cdots\cdots\cdots(29_a)$$

$a=0,\ b=0$ ナルトキハ

$$\varepsilon=\frac{H_m}{(1+2n)\,i\omega T_0}\cdots\cdots\cdots\cdots(29_b)$$

即式(29)ハ洪水波ノ陵夷並延長ノ現象アル場合式(29_a)ハ河口ニ近ク陵夷著シケレトモ延長ナキ場合式(29_b)ハ波形不變ニシテ懸案ノ點ヲ流過スル場合ニ用フヘシ

第七章　諸公式運用ノ實例

第一節　淡區ニ於ケル洪水

第二章ニ於テ得タル淡區洪水ニ際シ水面勾配ヲ與フル諸公式ハ理論上正確ナルモノニシテ若シ河道正整出水亦不規則ナラサル時(即支派川其他ノ爲メ曲線ニ不測ノ急變ナキ場合)ハIヲ充分精確ニ與フル事勿論ナルモ若シ流路ノ形勢不規則ナル變化ヲナス時ハ公式ノ効果ニ對シテモ聊危惧ノ感ナキ能ハス依テ荒川筋佐谷田吹上間ニ於ケル大正三年八月ノ大洪水ヲ採リ公式ノ使用法ヲ例示シ併セテ其效果ノ如何ヲ檢セントス然ルニ該區間ハ急流部ヨリ緩流部ニ遷ル過渡區ニシテ其距離二一,五〇〇尺其間低水勾配流路ノ狀況等變動烈シク上端ニ於テ出水高一五·六尺ニ過キサルニ下端ニ於テハ却テ二五·五尺ニ達ス而シテ公式ニヨリテ算出スル所ハ佐谷田量水標前後ノ小區間ノ平均勾配タルヘキニ之カ照査タルヘキ勾配ハ二萬餘尺ヲ隔リタル二量水標ノ水位差ヨリ計算スルヲ以テ多少無理ナル點アルモ材料ノ都合上暫ク之ヲ忍ハントス

佐谷田,吹上間平均低水位勾配 $=\frac{1}{725}$

佐谷田量水標ノ前後12丁間ノ平均低水位勾配 $=\frac{1}{400}$

吹上量水標ノ前後8丁間ノ平均低水位勾配 $=\frac{1}{687}$

兩標間ノ距離 $=21{,}500^{ft.}$

佐谷田標ニ於ケル出水高 $=H_m-h_0=15{\cdot}6^{ft.}$

吹上標ニ於ケル出水高 $=$ 〃 $=25{\cdot}5^{ft.}$

該洪水ノ最高水位ハ四〇分間ニ佐谷田ヨリ吹上ニ達セリ依ツテ

$$\omega=\frac{21{,}500}{40\times60}\doteqdot 9^{ft.}/_{sec.}$$

$$(1-\alpha\omega)\times15{\cdot}6=25{\cdot}5^{ft.}\quad\therefore\ \alpha=-\frac{1}{34{,}000}$$

倘佐谷田標Aニ於ケル出水高（H_m-h_0）ノミヲ知レル場合ト雖モ其上下若干距離ニ於テ一地點Bノ流路斷面ノ狀態ヲ詳ニスル時ハ之ヨリaヲ算出シ得ヘシ即兩點ニ於ケル最大流量（Q_1及Q_2）ヲ同一トシ而モ最高水位（H_1ノH_2）ニ於テ起ルモノトスレハ次ノ如キ計算ヲ爲シ得

$$Q_1=Q_2 \qquad Q_1=\lambda_1B_1H_1^{\frac{3}{2}}I_1^{\frac{1}{2}}=Q_2=\lambda_2B_2H_2^{\frac{3}{2}}I_2^{\frac{1}{2}}$$

但シ　B＝河幅　λ＝係數

$$\therefore\ H_2=H_1\sqrt[3]{\frac{\lambda_1^2B_1^2I_1}{\lambda_2^2B_2^2I_2}} \qquad \therefore\ (1-ax)(H_1-h_0)=H_2-h_0$$

今B點ヲ吹上ナリトシテ其出水高ヲ推算スレハ二三·五尺トナル即約二尺ノ誤差アリト雖モIニ對スル影響ハ大ナラス

先ツ兩標ニ於ケル水位曲線（附圖第二ニ示セリ）ニヨリ低水位上ノ水位H_1 H_2差ヲ採リ之ニ因ル勾配ヲ求メ之ヲ佐谷田ニ於ケル平均低水ノ勾配iニ加ヘテ各時刻ニ對スル水面勾配I_mヲ算出ス

時刻	H_1	H_2	$a=\frac{H_1-H_2}{x}$	$I_m=\frac{1}{400}+a$（佐谷田）
29日 p. 4	7·80	5·30	+0·00012	0·00262
p. 4-30	9·10	9·10	0	0·00250
p. 8	13·40	20·50	−0·00033	0·00217
p. 9	13·60	22·50	−0·00041	0·00209
p. 10	14·10	23·00	−0·00041	0·00209
p. 12	15·10	25·00	−0·00046	0·00204
30日 a. 1	15·10	25·50	−0·00048	0·00202
a. 3	13·90	25·00	−0·00052	0·00198
a. 6	12·60	22·80	−0·00045	0·00205
p. 4	9·00	17·30	−0·00039	0·00211

1日 a. 0	6·95	10·60	−0·00017	0·00233
2日 p. 6	6·05	6·05	0	0·00250

次ニ式(7_c)ニヨレハ

$$I = i + a(H-h_0) + \frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$$

佐谷田ノ水位曲線ヨリ各時刻ニ於テ一時間ニ水位ノ上下スル高ヲ求メ之ヲΔHトスレハ

$$\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{9}\cdot\frac{\Delta H}{60\times 60}$$

時刻	ΔH 尺	$\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$	$a(H-h_0)$	佐谷田 I
29日 p. 4	+1·40	+0·000043	−0·00023	0·00231
p. 4–30	+2·00	+0·000062	−0·00027	0·00229
p. 8	+0·43	+0·000013	−0·00039	0·00212
p. 9	+0·23	+0·000007	−0·00040	0·00211
p. 10	+0·50	+0·000015	−0·00042	0·00209
p. 12	+0·25	+0·000008	−0·00045	0·00206
30日 a. 1	−0·30	−0·000009	−0·00045	0·00204
a. 3	−0·40	−0·000012	−0·00041	0·00210
a. 6	−0·50	−0·000015	−0·00037	0·00211
p. 4	−0·24	−0·000007	−0·00027	0·00222
1日 a. 0	−0·04	−0·000001	−0·00021	0·00229

即此場合ニ於テハ水位上ルニ從ヒ水面勾配ハ却テ小トナル故ニ勾配カ水位ニ應シテ大トナルカ如キ方法ハ適用シ得サルモノトス而シテ式(7_c)ヲ用フル時ハ只一點ノ水位曲線ノミヲ用フル時ト雖モ勾配變遷ヲ稍精確ニ知リ得タリ

第二節　感潮部ニ於ケル平水時ノ水面勾配及水流狀況

本節ニ於テ公式(12)ノ使用法ヲ示シ合セテ同式ノ効果ヲ驗セントス

$$I = i - \beta_1 (H - h_0) - \frac{1}{\omega} \frac{\partial H}{\partial t} \quad \cdots\cdots (12)$$

若シ全ク補助觀測ヲ缺ク場合ニハ β_1 並ニ ω ヲ理論的ニ算定スルヲ要ス ω ハ Scott Russel 氏公式ニヨリテ計算シ得ヘク β_1 ハ當時ニ於ケル外海ノ潮汐ノ振幅並ニ感潮部上端ノ位置ヲ定ムレハ理論的ニ(但シ高極水位點ノ軌跡ヲ對數曲線ナリト考ヘテ)之ヲ算出シ得ヘシ今實例トシテ荒川筋千住檢潮機所在地點ニ於ケル水位曲線ヨリ同點ニ於ケル水面勾配ヲ計算セントス該地點ハ河口ナル靈岸島檢潮機ト上流ナル上尾久檢潮機トノ略中間ニ在リテ著シク潮汐ノ影響ヲ受ク唯其前後多數ノ水路並ニ水溜ノ河路ト相通スルアリテ潮波傳播ヲ不規則ナラシメ傳播速度 ω ノ變動ヲ著シカラシムルヲ缺點トナス勾配變動ノ範圍ノ大ナル場合ヲ採ランカ爲大正二年四月七日午前十時ヨリ翌日午前一時ニ至ル間ノ水位ヲ用フ(同年中ノ最大振幅ナリ)

尾久靈岸島間ノ距離 $= 29{,}500 + 20{,}880 \fallingdotseq 50{,}400^{\mathrm{ft.}}$

同　上　最低水位ノ落差 $= 0{\cdot}55^{\mathrm{ft.}}$

$$\therefore\ i = \frac{0{\cdot}55}{50{,}400} = 1{\cdot}09 \times 10^{-5}$$

尾久ニ於ケル振幅 $= 5{\cdot}15^{\mathrm{ft.}}$,　靈岸島ニ於ケル振幅 $= 5{\cdot}45^{\mathrm{ft.}}$

$$\beta_1 = \frac{5{\cdot}45 - 5{\cdot}15}{50{,}400} = 0{\cdot}126 \times 10^{-5}, \qquad \omega = \frac{50{,}400}{4{,}125} \fallingdotseq 12^{\mathrm{ft.}}/_{\mathrm{sec.}}$$

千住ニ於ケル水面勾配(I)

時刻	七日午前 a. 10	11	12	p. 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	八日 a. 1
水位^{R}	3·30	2·55	1·85	1·40	1·85	2·90	4·30	5·50	6·30	6·50	6·00	5·20	4·20	3·45	2·80	2·35
$\varDelta H$	−1·60	−1·45	−1·15	0	+1·50	+2·45	+2·60	+2·00	+1·00	−0·30	−1·30	−1·80	−1·75	−1·40	−1·10	−0·30
$-10^5\times\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$	+1·86	+1·68	+1·33	0	−1·74	−2·85	−3·02	−2·32	−1·16	+0·35	+1·51	+2·09	+2·03	+1·62	+1·28	+0·35
$H-h_0$^{R}	1·78	1·10	0·36	0	0·36	1·35	2·68	3·80	4·53	4·67	4·10	3·20	2·15	1·30	0·60	0·06
$-\beta(H-h_0)\times10^5$	−0·22	−0·14	−0·05	−0·0	−0·05	−0·17	−0·34	−0·48	−0·57	−0·59	−0·52	−0·40	−0·27	−0·16	−0·08	−0·01
$10^5\left(-\beta_1(H-h_0)-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right)$	+1·64	+1·54	+1·28	0	−1·79	−3·02	−3·36	−2·80	−1·73	−0·24	+0·99	+1·69	+1·86	+1·46	+1·20	+0·34
$10^5\times I$	+2·73	+2·63	+2·37	+1·09	−0·70	−1·93	−2·27	−1·71	−0·64	+0·85	+2·08	+2·78	+2·95	+2·55	+2·29	+1·43
尾久水位	3·70	2·95	2·30	1·70	1·62	2·70	4·00	5·30	6·25	6·70	6·40	5·60	4·70	3·90	3·20	2·65
靈岸島水位	2·50	1·60	1·10	1·25	2·15	3·50	5·00	6·00	6·45	6·05	5·25	4·25	3·25	2·50	2·00	2·00
落差	+1·20	+1·35	+1·20	+0·45	−0·53	−0·80	−1·00	−0·70	−0·20	+0·65	+1·15	+1·35	+1·45	+1·40	+1·20	+0·65
平均勾配×10^5	+2·38	+2·68	+2·38	+0·89	−1·05	−1·59	−1·98	−1·39	−0·40	+1·29	+2·28	+2·68	+2·88	+2·78	+2·38	+1·29

(此等檢潮機ノ零點ハ凡テ同一絶對高ニ在リ)

公式ヨリ算出セルIノ照査トシテ尾久靈岸島ノ平均勾配ヲ用フルハ其間隔大ニ過クル爲メ無理ナル點アルモ(千住ニ近キ程合理的ナリ)他ニ材料無キヲ以テ暫ク之ヲ藉リタリ而シテ兩者ハ大體ニ於テ一致セルヲ示セリ

尙更ニ進ンテ潮汐ノ爲メ流速ノ如何ニ變動スルヤヲ考究セントス先ツ平均水深H_1ト水位Hトノ關係ヲ尋ヌルニ

水位(H)尺	流積(平方尺)	河幅(尺)	平均水深(H_1)
+0·0	2,780	360	7·71
+2·00	3,570	400	8·94
+4·00	4,420	424	10·42
+6·00	5,320	447	11·85
+8·00	6,240	463	13·50

$\therefore\ H_1 \fallingdotseq 7{\cdot}71+0{\cdot}69H$

因テ

$$u \fallingdotseq CH_1^{\frac{1}{2}}\left\{i-\beta_1(H-h_0)-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right\}^{\frac{1}{2}}=C(7{\cdot}71+0{\cdot}69H)^{\frac{1}{2}}\left\{i-\beta_1(H-h_0)-\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

時刻	a. 10	11	12	p. 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	a. 1
H_1	9·99	9·47	8·99	8·68	8·99	9·71	10·68	11·51	12·06	12·20	11·86	11·30	10·61	10·09	9·64	9·31
$10^4\times IH_1$	+2·73	+2·48	+2·13	+0·95	−0·63	−1·88	−2·42	−1·97	−0·77	+1·04	+2·47	+3·14	+3·13	+2·57	+2·21	+1·34
u	+2·46	+2·23	+1·92	+0·86	−0·57	−1·70	−2·18	−1·78	−0·69	+0·94	+2·23	+2·83	+2·82	+2·32	+1·99	+1·21

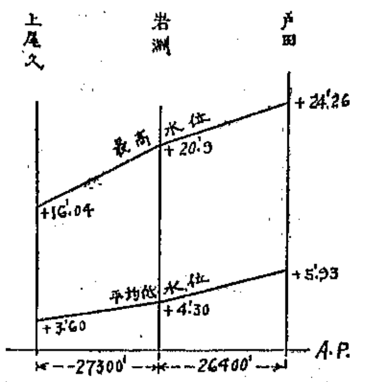
uノ計算ニハ $C=90$ ニ採レリ尚uヲ算出スルニ $u=C\sqrt{IH_1}$ ナル形ヲ用ヒシヲ以テ其値ハ略値ニ過キス(附圖第三參照)依テ特ニ不正確ナルヘキ $I=0$ 附近ハu曲線ヲ點線ヲ以テ示セリ

尚附圖ニ依リ流速變動ノ狀態ヲ檢スルニ流速零ナル時刻(死點)ハ二アリ一ハ最低水位ヲ過キテ暫時ニシテ起リ他ハ最高水位ニ近ク其前後ニ於テ生ス例示ノ場合ニアリテハ少シク先チテ起レリト雖モ最低水位勾配iト陵夷率β_1ノ大小ニヨリ少シク後ルヽ場合モアルヘク一般ニi小ナル時ニ於テ然リ而シテ流速ハ低キ死點ヨリ負トナリ(即水ハ逆流ス)次第ニ其絶對値ヲ增シ最大逆勾配ノ點ヲ少シク過キテ最大トナリ之ヨリ次第ニ減少シ高キ死點ニ於テ零トナリ之レヨリ流速ハ正トナリ次第ニ其速サヲ增シ最大順勾配ノ時刻ニ先チテ最大トナル流速ハ斯ノ如ク著シキ變轉ヲ

ナスヲ以テ感潮部ニ於テ實地ニ流速ヲ測定スル場合ハ深ク注意セサレハ其結果ハ無意義ノモノトナリ了ルヘシ

第三節　感潮部ニ於ケル洪水時ノ水面勾配

本節ハ第三章第二節ノ應用ニシテ實例ニ就テ公式(15_a)ノ運用ヲ示シ併テ其効果ノ如何ヲ驗セントスルモノナリ該式ノ適用ニ際シ必要ナル材料ハ懸案ノ點Aニ於ケル完全ナル水位曲線並ニ餘リ遠隔ナラサル一若クハ二點ニ於ケル最高水位及其時刻(補助觀測)ナリ若シ是等ノ補助觀測ヲ缺ク時ハ公式ニ依リテωヲ算定シ更ニ流路ノ斷面低水勾配等ヨリ流通力(或ル水位ニ對シ流積平均水深低水勾配ノ積)ヲ比較シ以テ陵夷率ヲ推算スヘシ次ニ掲クル實例ハ前者ニ關スルモノナリ尚公式ノ照査トシテ用フル所ハAヲ狹ミ稍遠隔セル二點間ノ平均勾配ナルヲ以テAニ於ケル眞勾配ニアラス而シテ其誤差ハ水位ノ變動急ナル程大ニシテ其最顯著ナル場合ハ潮汐現象ノ著シキ時ナリトス而シテ本節ニ於テ取扱フ場合ハ潮汐ノ影響重大ナラス加フルニ他ニ照査ノ材料ナキヲ以テ暫ク之ヲ藉ラントス



第十八圖

今荒川筋大正二年八月下旬ノ洪水ニ際シ岩淵自記水位計所在點ニ於ケル水面勾配ノ變遷ヲ求ントス

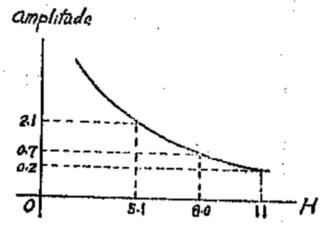
平均低水勾配 i

平均低水位曲線　$y=8{\cdot}1\times10^{-6}x+6{\cdot}41\times10^{-6}x^2$　(上尾久ヲ原點トス)

$$i=\frac{dy}{dx}=8{\cdot}1\times10^{-6}+2\times6{\cdot}41\times10^{-6}\times27{,}300=4{\cdot}31\times10^{-4}$$

洪水傳播速度　$\omega_1=+1{\cdot}55^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$

潮波傳播速度　$\omega_2=-16{\cdot}7^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$



第十九圖

洪水陵夷係數 α_1

$$(1-\alpha_1 x-\alpha_2 x^2)=\frac{H_2}{H_1}$$

戸田—岩淵 $\quad 1+\alpha_1\times 26{,}400-\alpha_2\,\overline{26{,}400}^2=\dfrac{24{\cdot}26-5{\cdot}93}{20{\cdot}90-4{\cdot}30}$

岩淵—上尾久 $\quad 1-\alpha_1\times 27{,}300-\alpha_2\,\overline{27{\cdot}300}^2=\dfrac{16{\cdot}04-3{\cdot}60}{20{\cdot}90-4{\cdot}30}$

$$\therefore\quad \alpha_1=0{\cdot}642\times 10^{-5}$$

潮汐陵夷係數 β_1

戸田—岩淵 $\quad 1-\beta_1\times 26{,}400+\beta_2\,\overline{26{,}400}^2=\dfrac{1{\cdot}10}{2{\cdot}10}$

岩淵—上尾久 $\quad 1+\beta_1\times 27{,}300+\beta_2\,\overline{27{,}300}^2=\dfrac{2{\cdot}90}{2{\cdot}10}$

$$\therefore\quad \beta_1=1{\cdot}63\times 10^{-5}$$

係數 γ ノ算定

	$H=5{\cdot}1$	$8{\cdot}0$	$11{\cdot}0$
$e^{-\gamma(H-h_0)}=k$	$k=\ 1$	$0{\cdot}344$	$0{\cdot}095$

$$\text{Mean}\quad \gamma=+0{\cdot}38$$

$$y=h_1 e^{-0{\cdot}38(Y-5{\cdot}1)}$$

$$\therefore\quad \frac{\partial y}{\partial t}=e^{-0{\cdot}38(Y-5{\cdot}1)}\times 1{\cdot}05\left\{\frac{2\pi}{t_0}\cos\frac{2\pi}{t_0}t-0{\cdot}38\frac{\partial Y}{\partial t}\sin\frac{2\pi}{t_0}t\right\}$$

尙Yノ種々ノ値ニ對スルyノ振幅ヲ右式ヨリ計算シ低水ノ場合ノ振幅トノ比ヲ以テ之ヲ示セハ

$Y=8{\cdot}1$	$10{\cdot}1$	$13{\cdot}1$	$15{\cdot}1$
Ampl.$=0{\cdot}67$	$0{\cdot}315$	$0{\cdot}100$	$0{\cdot}04$

公式(15_a)……………$I=i+a_1(Y-h_0)(1-\gamma y)+\left\{i_1+\left(\frac{\gamma}{\omega_1}-\frac{\gamma}{\omega_2}\right)\frac{\partial Y}{\partial t}\right\}y+\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}+\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}$

次式中ΔHハ前後二時間中ノ水位ノ變動ニシテ增水ヲ(+)減水ヲ(−)トスI_1ハ實際ノ水面勾配Iヨリ低水勾配iヲ減シタルモノナリ

$\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}$ノ計算

		Y	$e^{-\gamma(Y-h_0)}$	$y_1e^{-\gamma(Y-h_0)}$	γy	$\frac{\partial y}{\partial t}$	$\frac{1}{\omega_2}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}$
27th	p. 6	7·6	0·37	0·39	−0·15	−1·24	+0·07
	p. 12	11·1	0·22	0·23	+0·09	+1·05	−0·06
28th	a. 6	14·1	0·06	0·06	−0·02	−0·57	+0·03
	a. 12	19·25	微少	微少	微少	微少	微少
31th	p. 12	15·34	0·03	0·03	+0·01	−0·21	+0·01
4th	a. 2	9·7	0·36	0·37	0	0	0

$\left(\frac{\gamma}{\omega_1}-\frac{\gamma}{\omega_2}\right)=0{\cdot}222$

Iノ計算

709

時刻	27th p. 6	p. 12	28th a. 6	a. 12	p. 6	p. 8	p. 10	p. 12	29th a. 2	a. 6	a. 12	p. 6	p. 12	30th a. 6	a. 12	p. 12	31th p. 12	4th a. 2
水位 (Y)	9·6	11·1	14·1	19·25	20·80	20·90	20·90	20·84	20·75	20·54	20·10	19·68	19·22	18·75	18·23	17·20	15·34	9·70
ΔH	+0·47	+0·60	+1·60	+1·00	+0·16	+0·05	−0·03	−0·08	−0·09	−0·12	−0·15	−0·15	−0·15	−0·15	−0·15	−0·15	−0·16	−0·25
$10^5\frac{\partial Y}{\partial t}$	+6·52	+8·83	+20·2	+13·90	+2·22	+0·69	−0·42	−1·11	−1·25	−1·67	−2·08	−2·08	−2·08	−2·08	−2·08	−2·08	−2·22	−3·47
$10^5\frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\partial Y}{\partial t}$	+4·21	+5·39	+13·3	+8·98	+1·43	+0·45	−0·37	−0·72	−0·81	−1·08	−1·34	−1·34	−1·34	−1·34	−1·34	−1·34	−1·43	−2·24
$Y-h_0$	5·30	6·80	9·80	14·95	16·50	16·59	16·59	16·55	16·45	16·24	15·80	15·38	14·92	14·15	13·93	12·90	11·04	5·40
$1-\gamma y$	1·15	0·913	1·02	1·00	—	—	—	—	1·00	—	—	—	—	—	—	—	0·99	1·00
$(1-\gamma y)\alpha(Y-h_0)10^5$	3·91	4·00	6·42	9·6	10·60	10·65	10·65	10·62	10·58	10·42	10·17	9·87 (10·2)	9·60 (10·8)	9·35 (10·7)	8·99 (10·5)	8·30 (10·4)	7·00 (9·5)	3·47 (5·20)
$0{\cdot}222\frac{\partial Y}{\partial t}\times 10^5$	1·45	1·85	5·23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·49	0·77
β_1	3·08	3·48	6·86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2·12	2·40
$\left(\beta_1+0{\cdot}222\frac{\partial Y}{\partial t}10^5\times y\right)$	−1·20	+0·80	−0·37	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+0·06	0
$10^5\times I_2$	7·77	10·25	19·45	18·58	12·03	11·10	10·23	9·90	9·77	9·44	8·83	8·43 (8·88)	8·26 (9·46)	8·01 (9·31)	7·65 (9·15)	6·96 (9·06)	5·63 (8·10)	5·71 (7·41)
$10^5\times I$	9·53	14·56	23·76	22·89	16·34	15·41	14·53	14·21	14·08	13·75	13·14	12·82 (13·22)	12·57 (13·77)	12·32 (13·62)	11·96 (13·46)	11·27 (13·37)	9·92 (12·41)	10·02 (11·72)

戸田一上尾久平均勾配 I_m

				(a. 8)											
水位(戸田)	13·25	15·65	20·90	23·80	24·12	24·04	23·95	23·80	23·60	23·35	22·90	22·45	22·00	21·55	20·92
水位(上尾久)	8·04	7·70	8·60	11·80	15·00	15·55	15·80	15·93	16·00	15·95	15·60	15·20	14·73	14·28	13·35
ΔH	5·21	7·95	12·30	12·00	9·12	8·49	8·15	7·87	7·60	7·40	7·30	7·25	7·27	7·27	7·57
$10^5\times I_m$	9·73	14·8	22·9(24·2)	22·4	17·0	15·8	15·2	14·7	14·2	13·8	13·6	13·5	13·6	1·36	14·1

曩ニ公式(15_a)ヲ誘導スルニ當リ洪水波ノ陵夷率(α_1)ハ一洪水ニ於テハ水位ニ關セス一定値ナリト假

定セリ然ルニ此假定タルA點前後ノ河道ノ狀況略同一ニシテ唯漸次ニ緩變化ヲ爲ス時ハ不可ナキモ其間ニ河道ノ性質全ク異ナル場合ハαハ各水位ニ對シテ一定ナル能ハス前例ノ場合ニ於テαヲ一ナリトスレハ水位十五乃至二十尺ニ於テ公式ノ與フルIハI_mニ比シ少ニ過ク依テ其ノ所以ヲ究ルニ岩淵ノ水位十五尺以上ニ於テハ戸田ヨリ岩淵ノ稍下流迄テハ廣濶ナル洪水敷ニ氾濫スルモ上尾久附近ニ到レハ主水路内ノミニ集流スルヲ見ル從テ岩淵ニ於テ十五尺乃至二十尺ノ水位ヲ以テ流通シ得ル水量ハ上尾久ニ於テハ五尺乃至十尺ノ低キヲ以テ流過セシメ得ヘク此等ノ關係ハ赤羽鐵道橋下ニ於テ得タル流量曲線(水位ト流量トノ關係ヲ示ス)ト上尾久ニ於ケル推定曲線(流速係數Cハ赤羽鐵道橋下ニ於ケルモノヲ用ヒ流速ト流積ヨリ算定セルモノ)トヲ對比スレハ明カナリ(附圖第四參照)故ニ戸田上尾久間ノ平均勾配ハ上記ノ水位ニ於テ岩淵ノ實勾配ヨリ大ナルヘキハ勿論ナリ

尙公式ノ與フル結果ヲシテ該平均勾配ニ迎合セシメントスレハHニ對シα變化ノ狀況ヲ算定シ之ニ依リテ補正セサルヘカラス($C=75$ ニ採レリ)

赤羽鐵道橋下ニ於ケル水位 H_1	H_1ト同一流量ヲ流ス爲メノ上尾久ニ於ケル水位	落差	H_1—低水位	$\alpha_{1,x}$	α_1ノ比
20	10·4	9·6	15·7	0·611	1·00
18	8·0	10·0	13·7	0·73	1·20
16	6·7	9·3	11·7	0·797	1·30
14	6·0	8·0	9·7	0·86	1·40

而シテ前記Iノ計算中括弧内ニ示セルモノハ此等ノαヲ以テ補正セシ結果ナリ

予ハ曩ニ市瀨博士ノ考案サレタル公式ハ其根本假定カ河口ニ近キ場合ニ適當ナルモノタルヲ述ヘタリ從ツテ其公式ノ結果モ亦如斯場合ニ適切ナラサルヘカラス依ツテ次ニ之ヲ用ヒ勾配ヲ算

出セントス(次ニ計算ノ詳細ヲ揭ケタルハ所要手數ノ多少ヲ比較セシ爲メナリ)。

(1)　$I=i\dfrac{H}{h_0}$　ナル公式ヲ用フル時ハ

$$i=4{\cdot}31\times10^{-5}\qquad h_0=4{\cdot}30^{\text{ft.}}\qquad \therefore\ I_1=4{\cdot}31\times10^{-5}\frac{H}{4{\cdot}30}\fallingdotseq H\times10^{-5}$$

(2)　$I_2=i\left\{1+\beta\left(\dfrac{H}{h_0}-1\right)\right\}$　ナル公式ヲ用フル時ハ

$$\beta=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{t_1}{t}}+\sqrt{\frac{\delta H_1}{\delta H_t}}\right)}$$

先ツ理想波形Hヲ求メサルヘカラス

増水部ニ對シテハ　$H_t=4{\cdot}30e^{0{\cdot}0416t}$　tハ　$H_t=4{\cdot}30$ノ時ヨリ起算ス

減水部ニ對シテハ　$H_t=4{\cdot}30e^{0{\cdot}00494t}$　tハ減水ノ極再ヒ$4{\cdot}30^{\text{ft.}}$トナリシ時ヨリ逆ニ計算ス

	27th		28th							29th					30th			31th	4th
時刻	p. 6	p. 12	a. 6	a. 8	a. 12	p. 6	p. 8	p. 10	p. 12	a. 2	a. 6	a. 12	p. 6	p. 12	a. 6	a. 12	p. 12	p. 12	a. 2
實際水位=	9·6	11·1	14·1	—	19·25	20·8	20·9	20·9	20·85	20·75	20·55	20·12	19·68	19·22	18·75	18·23	17·2	15·34	9·7
$t=$	11·0	17·0	23	25	29	35	37	319	317	315	311	305	299	293	287	281	269	245	171
$\alpha t=$	0·458	0·708	0·958	1·04	1·206	1·46	1·54	1·58	1·565	1·555	1·54	1·51	1·48	1·45	1·42	1·39	1·33	1·21	0·84
$H_t=$	6·81	8·70	11·2	12·2	14·4	18·4	20·1	20·9	20·6	20·4	20·1	19·6	19·0	18·4	17·8	17·3	16·3	14·4	10·00
$t_1=$	19·5	22·5	28·5	31·7	36·0	37·8	38·0	319	318	318	317	311	306	302	297	292	280	255	169
$\sqrt{\dfrac{t_1}{t_a}}=$	1·33	1·15	1·12	1·13	1·12	1·04	1·01	1·00	1·00	1·00	1·01	1·01	1·01	1·01	1·02	1·02	1·02	1·02	1·00
$\varDelta H=$	0·47	0·50	1·60	2·05	1·00	0·15	0·05	0·04	0·09	0·12	0·15	0·15	0·15	0·15	0·15	0·15	0·15	0·16	0·25
$\varDelta Ht=$	0·40	0·46	0·59	0·70	0·80	0·87	0·87	1·03	1·03	1·02	1·02	0·99	0·97	0·95	0·92	0·90	0·85	0·76	0·48

$\sqrt{\frac{\delta H}{\delta H_t}}=$	1·10	1·04	1·65	1·60	1·12	0·42	0·24	0·20	0·30	0·30	0·35	0·38	0·39	0·40	0·40	0·41	0·42	0·46	0·72
$\beta=$	1·10	1·04	1·17	1·17	1·05	0·85	0·79	0·77	0·80	0·81	0·82	0·83	0·84	0·84	0·84	0·85	0·85	0·86	0·93
$\beta\left(\frac{H}{h_0}-1\right)=$	0·64	1·06	1·62	2·14	2·45	2·77	2·90	2·96	3·00	3·00	3·00	2·90	2·86	2·75	2·64	2·56	2·36	2·02	1·23
$10^5\times I_2=$	7·1	8·9	11·3	13·6	14·9	16·3	16·8	17·1	17·2	17·2	17·2	16·9	16·7	16·2	15·7	15·4	14·5	13·1	9·6

即減水部變曲點以下ニ於テハI_mニ近キ結果ヲ與フ此等ノ結果ハ凡テ附圖第五ニ圖示シ對比ニ辨セリ

第四節　洪水ニ際シ最大流量ノ起ルヘキ時刻

本節ハ第六章ノ應用ニシテ以下緩急流ニ亘リ二三ノ實例ニ就キ計算例ヲ示サントス而シテ最大流量ノ時刻ハ最高水位ヨリモ前後スヘキハ理論上明カナルモ最大流量ト最高水位ニ於ケル流量ハ其差微少ニシテ現今ノ流量測定法ヲ以テシテハ第六章公式ニ依リテ算定シタル結果ヲ事實ニ徵シテ證明スル事困難ナリ

第一例　荒川筋末野(明治四十四年七月廿六日ヨリ二十九日ニ至ル洪水)

平均低水位平均水面勾配 $i=\frac{2·95}{1,000}$　平均低水位 $=1·29^{ft.}$

出水高 $2h_1=16·7^{ft.}$　$H_m=18^{ft.}$　$T_0=20^{h}$　傳播速度 $\omega=7·5^{ft.}/_{sec.}$

而シテ式(29)ニ於ケルH(平均水深)トH(量水標示數)トノ關係ハ水位十二尺以上ニ於テ

$$H_t=\alpha(H-\beta)=0·85(H-0·85)$$

ヲ以テ現ハサル故ニ(29)ノH_mノ代リニ $0·8(H_m-6·0)$ ト置キ尙 i ハ頗ル大ナルヲ以テ a b 等ハ之ヲ無視シテ可ナリ即

$$\varDelta t=\varepsilon T_0\frac{\dfrac{1}{7{\cdot}5}}{\dfrac{1+2}{0{\cdot}85(18-8{\cdot}5)}\times\dfrac{2{\cdot}95}{1{,}000}}=220^{\text{sec.}}=3^{\text{m}}40^{\text{sec.}}$$

次ニ大正五年七月三十日ノ洪水ニ於テハ

出水高$=22{\cdot}0^{\text{ft.}}$　$\omega=12{\cdot}7^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$　$H_m=23{\cdot}3^{\text{ft.}}$　$T_0=40^{\text{hours}}$

$$\varDelta t=\varepsilon T_0=\frac{\dfrac{1}{12{\cdot}7}}{\dfrac{1+2}{0{\cdot}85(23{\cdot}3-0{\cdot}85)}\times\dfrac{2{\cdot}95}{1{,}000}}=170^{\text{sec.}}=2^{\text{m}}50^{\text{sec.}}$$

即急流部ニ於テハ出水高及T_0ノ大小ヲ通シ$\varDelta t$ハ微小ニシテ最大流量ノ起ル水位ハ最高水位ト殆ント同一ナリ

第二例　荒川筋赤羽鐵道橋下(大正二年八月下旬洪水)

$i=\dfrac{2{\cdot}98}{20{,}000}$　$h_0=4{\cdot}7^{\text{ft.}}$　$2h_1=19{\cdot}8^{\text{ft.}}$　$a=\dfrac{0{\cdot}7}{20{,}000}$　$\omega=1{\cdot}55^{\text{ft.}}/_{\text{sec.}}$

$T_0=70^{\text{hours}}$　$b=\dfrac{8}{70}\times\dfrac{1}{26{,}400}=\dfrac{8}{1{,}848{,}000}$　$H_m=h_0+2h_1=24{\cdot}5^{\text{ft.}}$

平均水深H_1ト水位Hトノ關係ハ水位十五尺以上ニ於テハ

$$H_1=1{\cdot}08(H-8{\cdot}0)$$

$$\therefore\quad \varDelta t=\varepsilon T_0=\frac{\dfrac{1}{1{\cdot}55}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{8}{1{,}848{,}000}\times 70\times 3{,}600}{\dfrac{1+2}{1{\cdot}08(24{\cdot}5-8{\cdot}0)}\left\{\dfrac{2{\cdot}98}{20{,}000}+\dfrac{2\times 0{\cdot}7\times 9{\cdot}9}{20{,}000}\right\}+\dfrac{0{\cdot}7}{20{,}000}}=6{,}250^{\text{sec.}}=1^{\text{h}}44^{\text{m}}$$

此場合ノ水位ヲ稽スルニ

$$\theta=\frac{2x\pi}{T_0}=\frac{2\times 6,250}{70\times 3,600}\pi=9°17'$$

$$H=4{\cdot}7+9{\cdot}9\left\{1+\sin(90°-9°17')\right\}=24{\cdot}4^{\text{ft.}}$$

即最高水位ヨリ低キ事僅ニ一寸ニ過キス

以上ノ例ニヨリテi大ナル急流ニ於テハdtハ微小ナレトモ緩流ニ於テハ稍大ナリ然レトモ最大流量ト最高水位ノ流量トハ矢張其差僅少ナリ

第三例　潮波ノ影響

潮波ノ影響ニ依リテ水位昇降スル時ニモ流量最大ノ時刻ヲ求メ得ヘシ

$$H=h_0+h_1(1+ax)\left\{1+\sin\frac{2\pi}{T_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)\right\}$$

之ヨリ$\frac{\partial H}{\partial x}$　$\frac{\partial H}{\partial t}$　$\frac{\partial I}{\partial t}$等ヲ計算スレハ$x=0$ニ於テ

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)_0=h_1\frac{2\pi}{T_0}\cos\frac{2\pi}{T_0}t \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_0=ah_1\sin\frac{2\pi}{T_0}t-\frac{h_1}{\omega}\cdot\frac{2\pi}{T_0}\cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

$$\left(\frac{\partial^2 H}{\partial t\partial x}\right)_0=ah_1\frac{2\pi}{T_0}\cos\frac{2\pi}{T_0}t+\frac{h_0}{\omega}\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\sin\frac{2\pi}{T_0}t$$

此等ヲ(29)式ニ入レテ變形スレハ

$$\frac{2\pi h_1}{\omega T_0}(1+2n\cos^2\theta)+2(1+n)ah_1\sin\theta\cos\theta+\left\{a(h_0+h_1)-(1+2n)i\right\}\cos\theta-\frac{2\pi}{\omega T_0}(h_0+h_1)\sin\theta=0 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(1)$$

但シ $\theta=\dfrac{2\pi}{T_0}t$ 　ωハ常ニ(−)トス ……… ………

今潮波ノ影響微ナリトスレハ最大流量ハ矢張最高水位ニ近ク唯少シク之ニ後ルヘシ

$$\varphi=\theta-\frac{\pi}{2} \qquad \cos\theta\fallingdotseq\varphi \qquad \sin\theta\fallingdotseq 1$$

$$\left.\begin{aligned}
&\therefore\quad \varphi^2+\varphi\frac{\omega}{2n\pi}aT_0\left\{1+n+\frac{h_0+h_1}{2h_1}-\frac{(1+2n)i}{2ah_1}\right\}+\frac{h_0+2h_1}{2nh_1}=0\\
&\therefore\quad \varphi=\frac{-A\pm\sqrt{A^2-4B}}{2} \qquad \text{但シ}\quad A=\frac{\omega}{2n\pi}aT_0\left\{1+n+\frac{h_0+h_1}{2h_1}-\frac{(1+2n)i}{2ah_1}\right\}\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad B=\frac{h_0+2h_1}{2nh_1}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\text{(ii)}$$

次ニ潮汐ノ影響著シキ時ハ最大流量(順流並逆流)ハ却ツテ變曲點(水面勾配最大ナル點)ニ近ク起ルヲ以テ(ii)式ハ最早適用シ得ヘカラス

第三章ニ依リ

$$H=h_0+h_1(1+\beta_1x+\beta_2x^2)\left\{1+\sin\left\{\frac{2\pi}{t_0}\left(t-\frac{x}{\omega}\right)-\frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$I=i-\beta_1(H-h_0)+\frac{1}{\omega}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}$$

之ヨリ $x=0$ ニ於ケル $\dfrac{\partial H}{\partial x}\,\dfrac{\partial H}{\partial t}\,\dfrac{\partial I}{\partial t}$ 等ヲ求メ之ヲ式(29)ニ入レテ $\left(\dfrac{2\pi}{t_0}t-\dfrac{\pi}{2}\right)=0$ ト置ケハ

$$\frac{1+2n}{H_1}\cos\theta-\frac{\beta_1\cos\theta+\dfrac{1}{\omega}\cdot\dfrac{2\pi}{t_0}\sin\theta}{i-\beta_1(H-h_0)+\dfrac{1}{\omega}\cdot\dfrac{2\pi}{t_0}h_1\cos\theta}=0$$

然ルニθハ微少ナルヲ以テ $\sin\theta\fallingdotseq\theta$, $\cos\theta\fallingdotseq 1$ 倘水位ヲ流積零ナル點ヨリ起算スレハ

$$H_1=H=h_0+h_1(1+\theta)$$

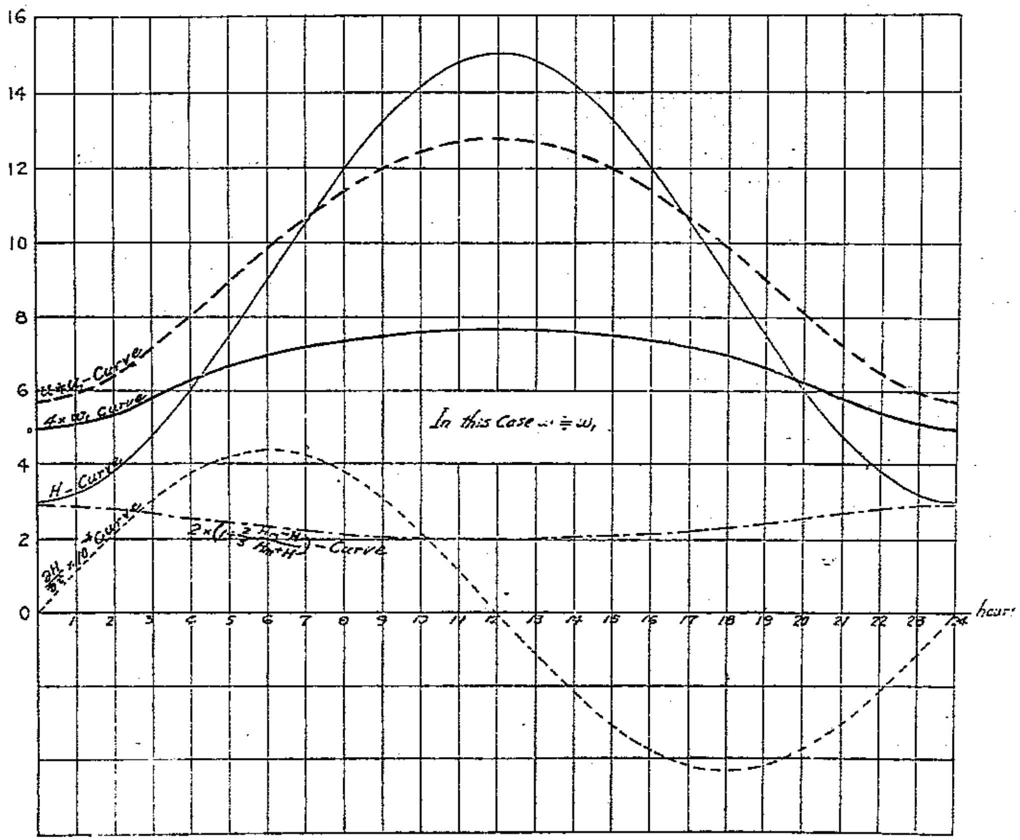
トナル由テ

$$\theta^2+\theta\left\{\frac{\omega t_0}{\pi}\beta_1(1+n)+\frac{h_0}{h_1}+1\right\}+\frac{\omega t_0}{2\pi}\beta_1\left\{\frac{h_0}{h_1}+2(1+n)\right\}-1=0$$

$$\therefore\quad \theta=\frac{-A\pm\sqrt{A^2-4B}}{2}\qquad \text{但シ}\quad \left.\begin{aligned}A&=\frac{\omega t_0}{\pi}\beta_1(1+n)+\frac{h_0}{h_1}+1\\ B&=\frac{\omega t_0}{2\pi}\beta_1\left\{\frac{h_0}{h_1}+2(1+n)\right\}-1\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(iii)}$$

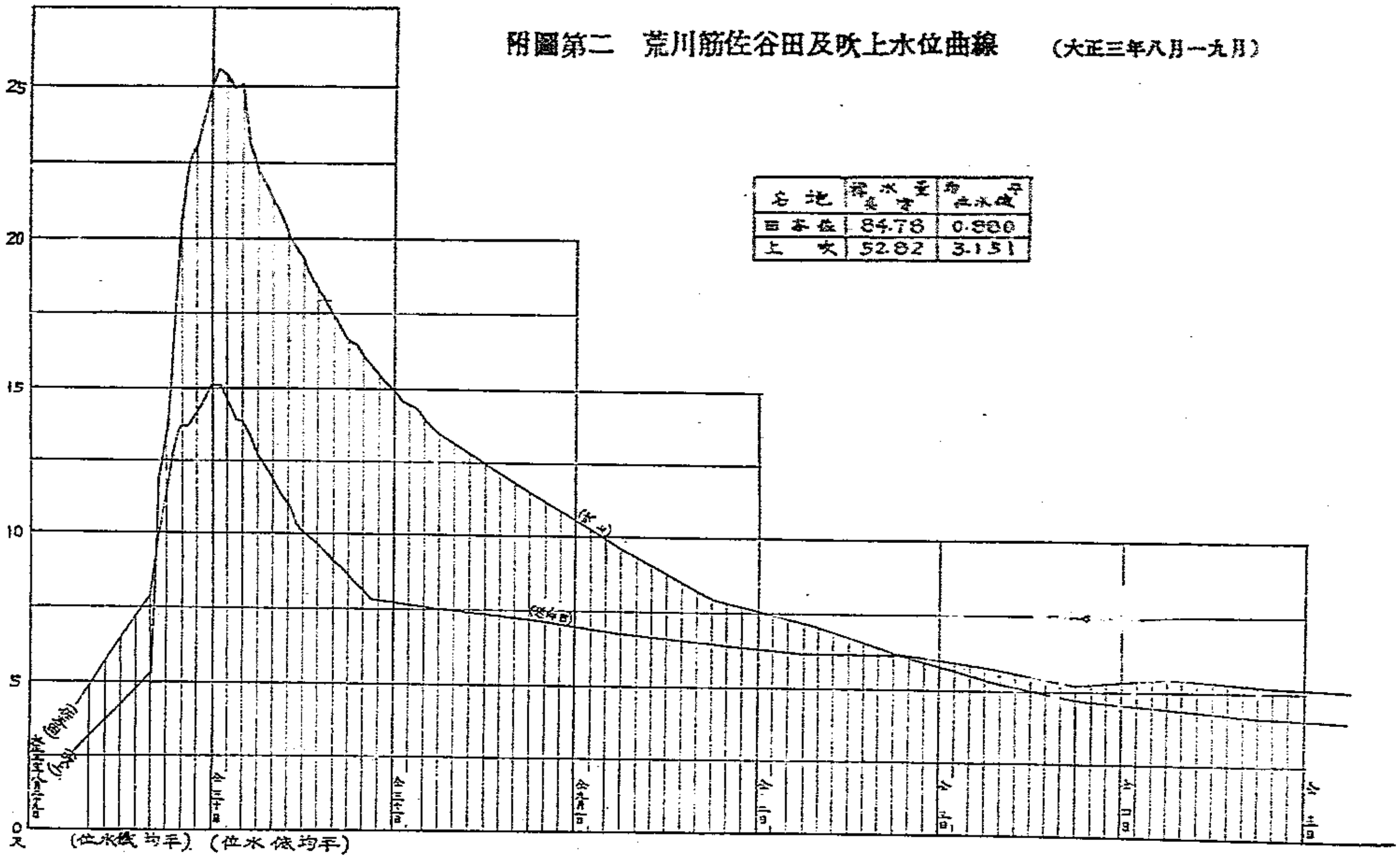
然ルニ式(29)ハしぇぢー式ヲ基礎トセルヲ以テ不定流ノ基礎式ニ於テ$\frac{\partial u^2}{\partial x}$ $\frac{\partial u}{\partial t}$等ヲ無視シタルモノナリ之ヲ用ヒテ潮汐ノ影響アル場合ヲ論スルハ稍不完全ナリト雖モ問題ノ性質上精密ヲ要セサレハ之ヲ用ヒテ實地上差支ナシト信ス(完)

附圖第一　ω ノ値



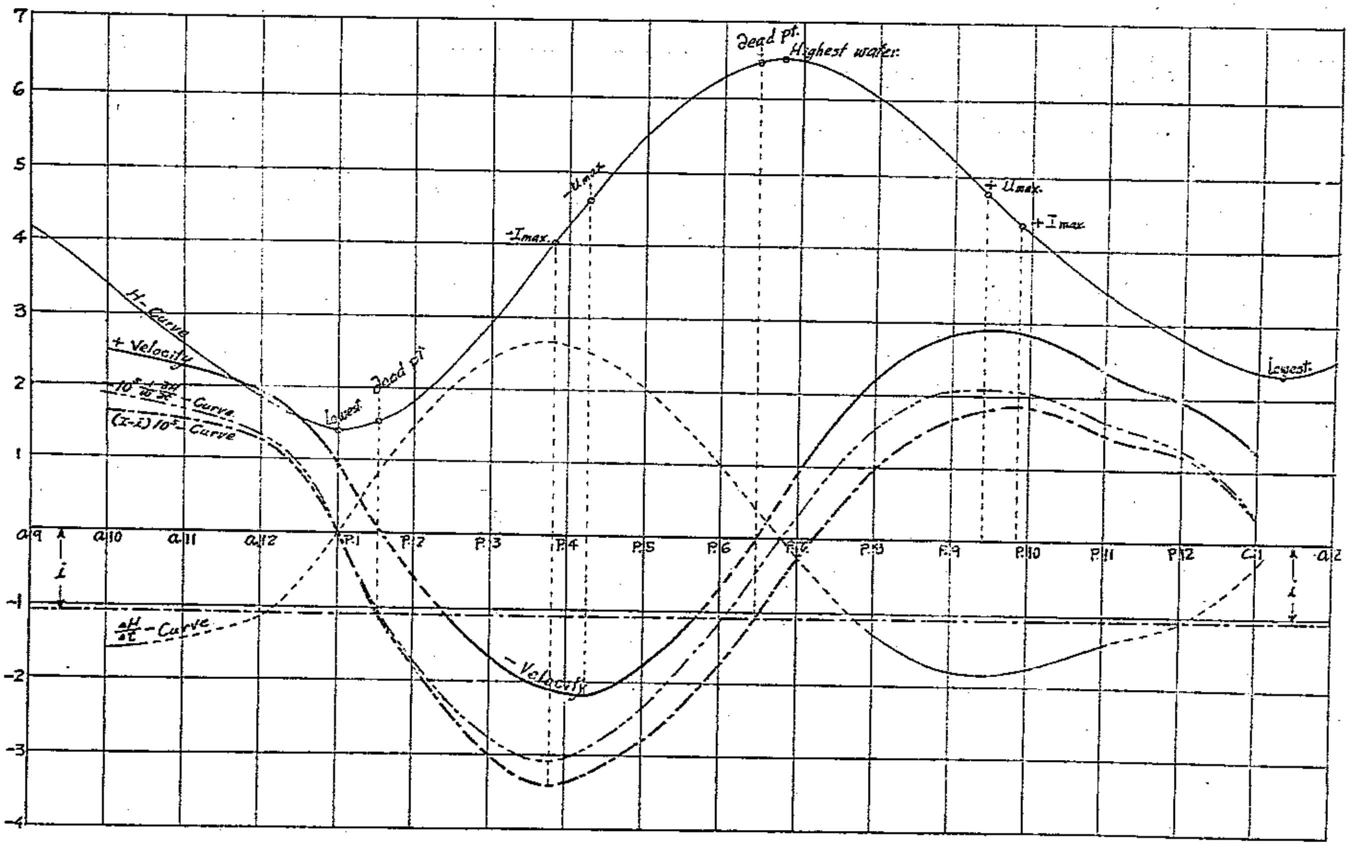
土木學會誌第三卷第三號附圖

附圖第二　荒川筋佐谷田及吹上水位曲線　（大正三年八月—九月）



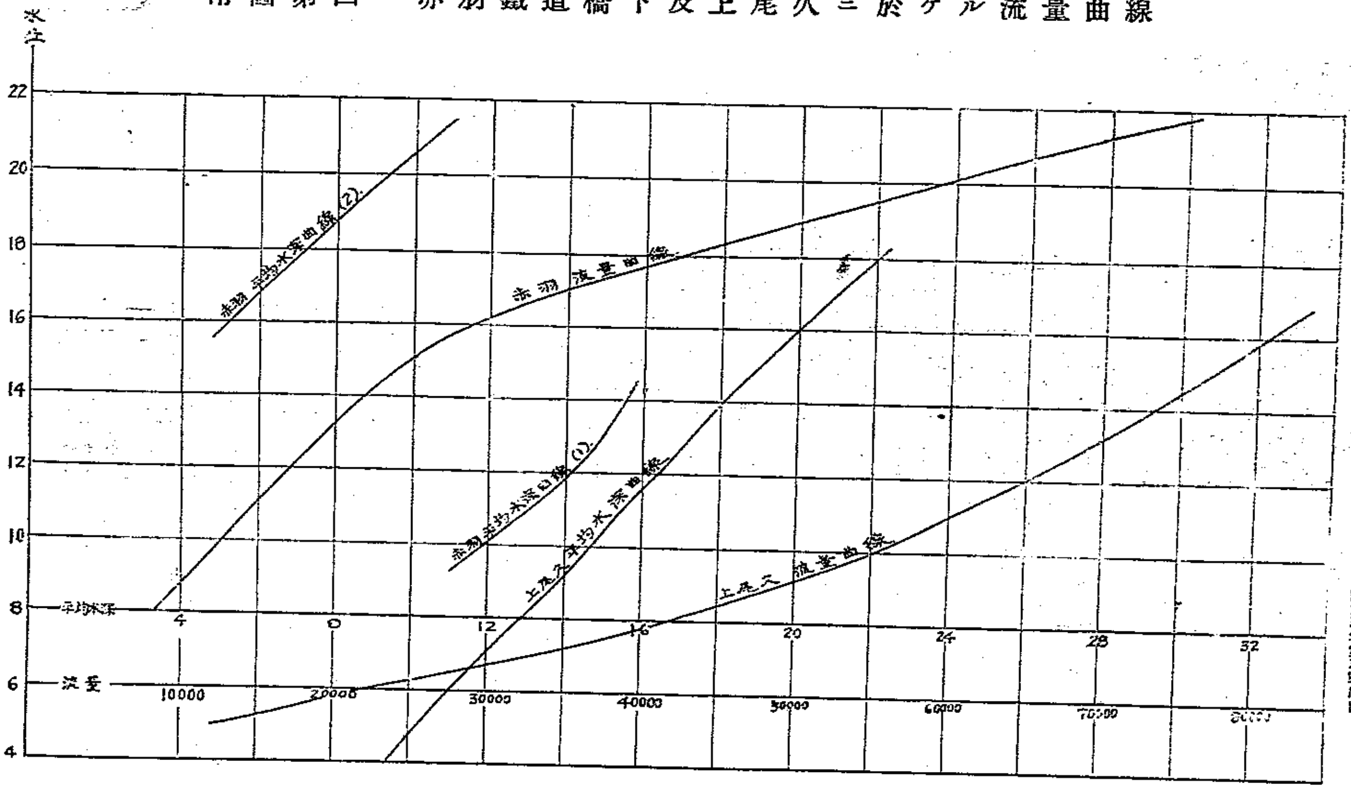
地名	量水標零點高	平均水位
佐谷田	84.78	0.880
吹上	52.82	3.151

附圖第三　荒川筋千住ニ於ケル潮汐ノ影響　（大正二年四月七日）



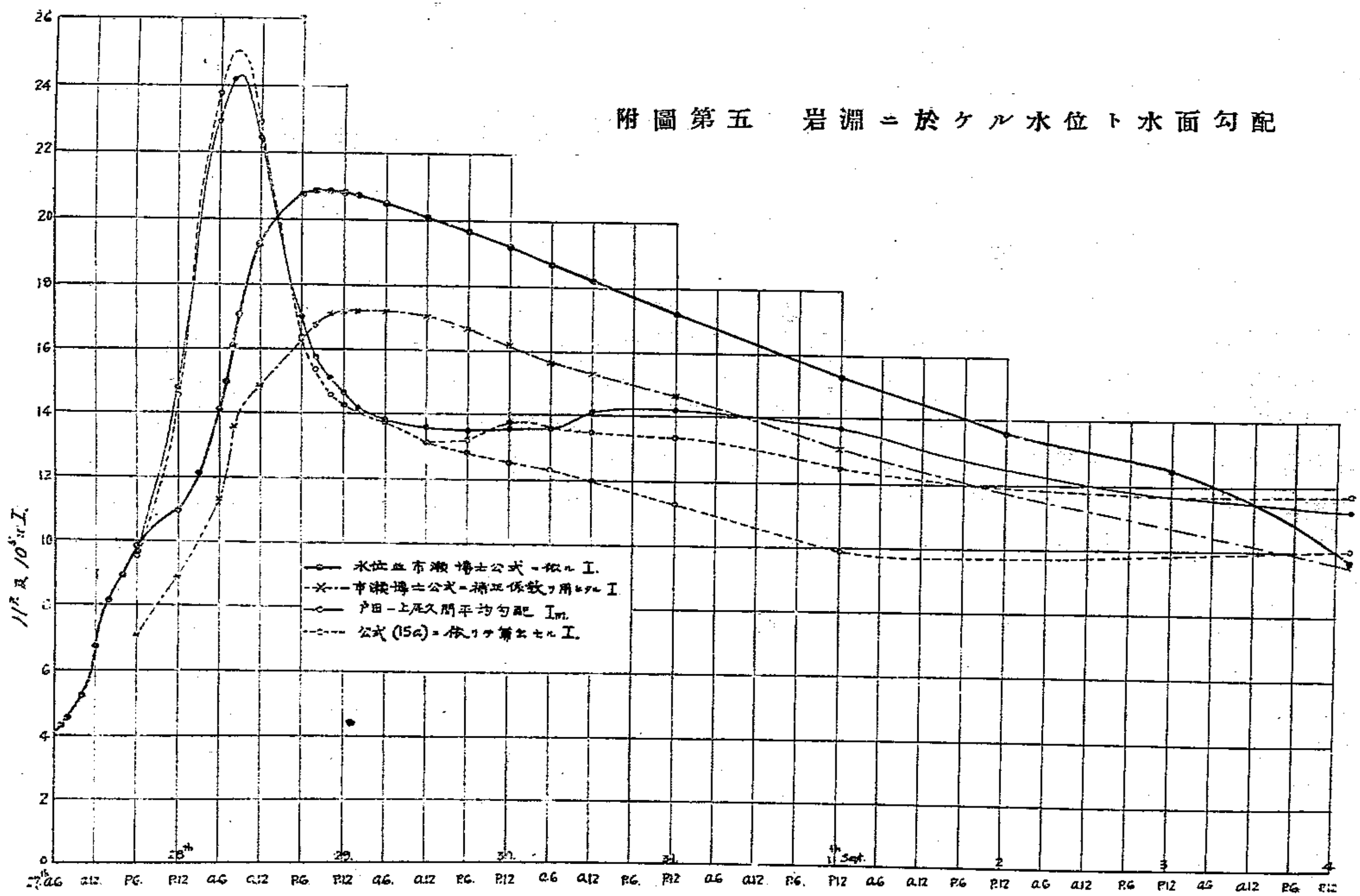
土木學會誌第三卷第三號附圖

附圖第四　赤羽鐵道橋下及上尾久ニ於ケル流量曲線



土木學會誌第三卷第三號附圖

附圖第五　岩淵ニ於ケル水位ト水面勾配



土木學會誌第三卷第三號附圖