論説

土木學會誌 第一卷第五號 大正四年十月

しんぷる、さーじんぐ、たんく (SIMPLE SURGING TANK.)

工學士 秋元繁松

玆ニ題シテしんぷる、さーじんぐ、たんくト稱ヘ原語其儘ヲ使用シタルハ偶々適當ナル譯語ヲ發見セサルニヨルさーじノ字義ハ巨濤テフ意味ナレハさーじんぐ、たんくヲ巨濤槽ト譯スルモ可笑シクサリトテ防溢槽ト云フモ少シク意味ノ徹底セサル嫌アリ故ニ强ヒテ譯語ヲ使用セサリキ而シテさーじんぐトハ何ソヤ是レ本論ニ入ルニ先チ少シク説明セサルヘカラサル問題ナリさーじんぐテフ問題カ實際問題トシテ研究セラルヽニ至リシハ水力用水槽(Head tank)内ニ起ル現象カ其動機ナルヘシト信セラル從テ其研究モ頗ル輓近ノ事ニ屬ス西暦一九〇八年十一月瑞西國工業學校教授ぷろーじる(Prásil)先生カ Wasserschlosszproblem ト題シ Schweizerische Bauzeitung. Band LII. Nr. 21. ニ論セラレ續テ一九〇九年ニハえすちゃうぃす會社顧問囑托技師ろーべるとでゅぶ先生(Robert Dubs)カ Allievi's Allgemeine Theorie uber die Veranderliche Bewegung des Wassers in leitung ナル著書ノ第二編ニ於テ頗ル組織的ニ詳論セラレタルトカ先ツ本問題ニ關スル研究ノ嚆矢ナリト云フヲ得ヘケン其後昨年十二月れいもーど、じょーんそん(Raymoud Johnson)先生カ Proceedings of American Society of C. E. Vol. XL. No. 8. ニ於テ主トシテ Differential surge tank ニ付キ論セラレ其内ニ Simple surge tank ニ關シ論セラレタルモ頗ル簡單ノモノニ過キサリキ然リ而シテ此問題ニ關スル研究ハ何故ニ斯ク近

來ノ事ニ屬スルカノ疑問モ從テ起ラサルヘカラサルカ兎角水力ハ云フマテモナク輓近ノ發達ナルカ最近ニ至リテハ一層進歩シ貯水池ヲ使用シテ飽クマテ水量ノ經濟的使用ヲ研究スルニ至レリ其貯水池ノ計畫ニツレテ所謂さーじ、しゃふと又ハさーじ、たんく(Surge shaft or tank)ノ設計セラルヽニ至ルハ必然ノ結果ナルカ之等ノ設計ハ水力事業ノ性質及ヒ其他ノ情況ニヨリテ必スシモ肝要ナラスシテ果シテ實現セラルヽモノ誠ニ十中ノ二三ニ過キス故ニ本問題ノ研究モ一般技術者ノ頭腦ニ觸ルヽ機會ノ案外少カリシハ蓋シ止ムヲ得サリシ次第ナリト云フヘシ

第一圖ニ於テ略示セル如ク貯水池ヲ使用スル計畫ニアリテハ水槽ト貯水池トヲ連絡スル水路ハ一般ニ耐水壓隧道ノ方式ヲ採用セサルヘカラス即チ使用水量ハ貯水池ヨリ耐水壓隧道ヲ經テ水槽ニ至リ水槽ヨリ導水鐵管ヲ通過シテ水車ニ導入セラルヽ順序ナルカ今若シ或事故若クハ必要ノタメニ水車ノげーとカ急ニ閉鎖セラルヽ場合ヲ假想センニ茲ニ如何ナル現象カ出來スルカヲ見ンニ先ツ第一ニ一般ニ知ラルヽ如ク鐵管內ニ所謂水槌作用(Water hammer)カ起ルナラン併シ此ハ吾々ノ問題外トスル所ナリ吾々ノ問題ハ左ニアラスシテげーとノ閉塞作用カ始マルト殆ント同時ニ耐水壓隧道及水槽內ノ流水ノ減速度(Retardation)ニ起因スル水槽內水面ノ上下運動是レナリ此運動ハ一般ニ一種ノ波ニシテ所謂漸減波動(Damped wave motion)ナリ而シテ此運動ハ摩擦ノタメニ漸次ニ勢力ヲ殺カレ遂ニ定時期ヲ經過シテ消滅スルニ至ルモノナルカ時トシテ波ノ振幅數尺乃至數十尺ニ達スルコトアリ如上ノ現象ヲ稱シテさーじんぐトハ云フナリ斯ク云ヘハ恰モ大海ノ激浪ノ如ク聞ユルカ實ハ振幅コソ頗ル大ナルコトモアレさーじんぐ即チ水面ノ上下運動ノ速度ハ又意外ニ緩ニシテ多クハ毎秒ノ速度寸ヲ以テ計ルヘシカルカ故ニさーじんぐノ正ニ酣ナル時ト雖水槽內水面ハ全體トシテ恰モ靜止セルカ如キ觀アリ其速度ノ極メテ遲緩ナルコトハ注目スヘキ點ナリ因ミニ九州水力會社ノ水槽內ニ於テ實驗ノ結果ニ於テモ毎秒最大速度ハ僅カニ

一寸强ナリキ要スルニ工事計畫如何ニヨリテハ其振幅意外ニ大ナルコトアルヘキヲ以テ其さーじんぐニ對シテハ水槽ヨリ水ノ膨騰溢流セサル樣水槽ノ容積ヲ適當ニ設計スルカ然ラサレハ必要ナル溢流口ノ大サヲ決定セサルヘカラス而シテ斯ル現象ハ如何ナル原因及事項ニ基クカヲモ概要說明センニ已ニ一言述ヘタル如クさーじんぐハ水車げーとノ閉塞作用ニツレテ起ル耐壓隧道及ヒ水槽內流水ノ減速度(Retardation)ニ由來スル力ニ原因スルモノナリ而シテソモ何故ニ一高一低ノ上下運動ヲ連續スルカノ理由ハ後來更ニ理論的ニ述ヘンモ普通原則トシテ第一水モ一種ノ惰性(Inertia)ナル物理的性質ヲ有ス即チ一度或原因ニヨリ水ノ平衡崩レテ或運動ヲナスヤ之ヲ阻止スル他ノ障害ナキ限リ該運動ハ永久持續スヘキ筈ナルヘシ第二之ニ反シテ一方ニ於テハ水ハ歪ミ又ハ不平衡(Deformation or unbalance)ニ對シテハ他ノ性質即チ抵抗力(Elastic resistance)ヲ有ス畢竟水ノ連續的上下運動ハ以上二者ノ反對セル性質カ反動的ニ反覆セル現象ニ外ナラスト見レハ比較的簡單ニ概念ヲ得ヘシ尙此さーじんぐニ關シテ誤解シ易キ點ニ付キ一言述フル必要アリト信スルハ他ナシ導水鐵管內ノ水槌作用ノ影響ヲ混淆シテ考フルニアリ是レ往々誤謬ニ陷リ易キ問題ニシテ自己ノ經驗ニ鑑ミ稍モスレハ專門技術家ニシテ已ニ疑惑ヲ挾メル觀アリトニカク水槌(Water shock or hammer)モ一種ノ波ノ運動ナレトモ導水鐵管入口ニ於テハ波ノ節(Node)ニ相當シ水槌ノ零ナルケ處ナルヲ以テさーじんぐニ關シテハ此問題ハ全ク度外視シテ可ナルヘキ筈ナリ次ニ如何ナル事項ニ關スルヤヲモ序ニ說明センニトニカク耐壓隧道及水槽內流水ノ減速度ニ基ク力ハ主因ナルヲ以テさーじんぐノ高サハ流水量ニ比例スルコトハ云フマテモナシ次ニ隧道ノ長サ及ヒ水槽ノ深サニ比例スルコトモ明カナリ次ニ隧道及水槽ノ斷面積ニ反比例ス何トナレハ斷面積ノ小ナル程流速大ニシテ從テさーじんぐモ大ナレハナリ最後ニ水車げーとノ開閉時間ニ反比ナルコトモ明カナリ之ハ追テ理論ノ部ニ於テ說明スヘシ以上ハ主要ナル事項トシテ考フ

ル所ノモノナリサテ上來架說セル所ニヨリテさーじんぐニ關シ稍々一通リノ概念ヲ得タルヲ以テ之ヨリ理論及ヒ應用ヲ述フル所アラントス然ルニ該問題ニ關スル理論ハ比較的複雜ニシテ到底完全ニ且ツ徹底的ニ解決ヲ與フルコトハ容易ノ業ニアラサルカ如シ結局ハ數學的ノ解決ノ面倒ナル事由ニ歸着スルコトハ專門家ノ唱道スル所ナリ故ニ幾多ノ假定及ヒ數多ノ省略的計算方法ニヨリテ研究ノ歩ヲ進ムルハ蓋シ止ムヲ得サル次第ナルカ如シ併シ過半ノ場合ニハ幸ニ實際問題ニ於テ左程ノ支障ヲ來タサヽルヲ以テ好都合ナリト云フヘシ

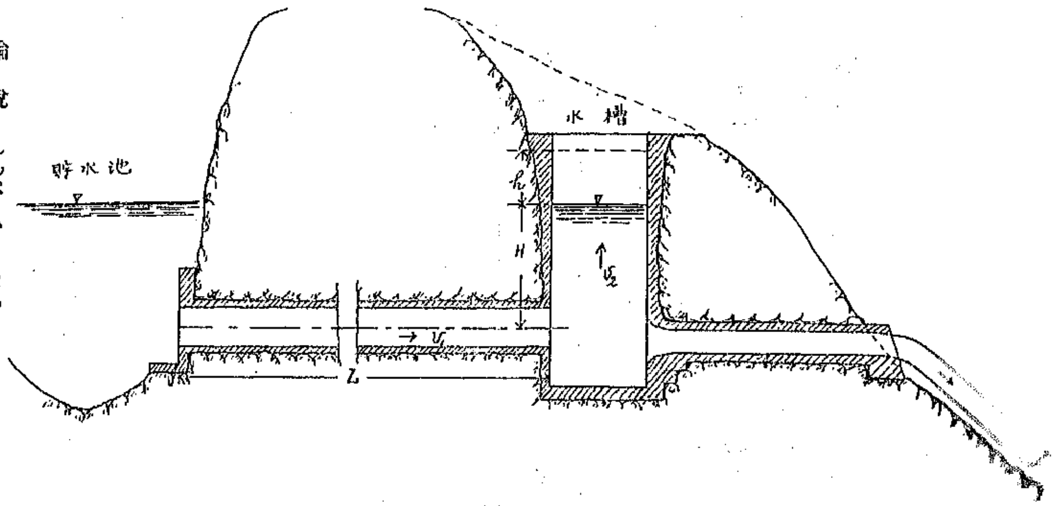
而シテ實際問題ニ於テハ耐壓隧道及水槽內ノ流水ハ周界ノ摩擦ノ影響ヲ受クルヲ以テ是非共此摩擦ヲ考ヘサルヲ得ス然ルニ此問題ハ少シク複雜ナルヲ以テ最初摩擦ヲ除外シタル簡易ノ場合ヨリ論シ始メ次ニ摩擦ヲ考フル場合ニ移ルヲ便利ナリトス而シテ之ヲ始ムル前更ニ順序トシテ尙ホ最モ簡單ナル場合ヲモ序ニ併セテ論述セサルヘカラス他ナシ吾等ノ未タろーべると、でゅぶ先生等ノ研究ノ結果ニ接セサリシ當時ハ僅カニ其場塞キノ方法トシテ甘シタル最モぷりみちーぶノ方法アリ先ツ最初ニ之ヲ紹介セサルヘカラス

此ぷりみちーぶノ方法トハ水車ノげーとカ極メテ急激ニ即チ瞬間ニ閉鎖セラレタリ換言スレハ其閉鎖時間カ零ナリト云フ假想ノ下ニ立案セラレタルモノナリ耐壓隧道內ノ全流量カ一定ノ流速度ヲ有スル以上ハ從テ一定ノ活勢(Kinetic energy)ヲ有スヘシ水車げーと閉鎖ト共ニ流水ノ運動カ止ム其運動カ止ムト同時ニ如上ノ活勢ハ形ヲ變シテ一種ノ仕事ヲナス筈ナリ即チ此活勢コソ頓テ水槽內ニ於テ或一定ノ水ヲ上騰スル仕事ヲナスモノナリ即チ之ヲ次ノ如キ方程式ヲ以テ現ハスコトヲ得ヘシ

以下使用スル所ノ方程式ニ於テ次ノ如キ符號ヲ採用ス

A_1 ハ耐壓隧道ノ斷面積ヲ示ス

第一圖



A_2 ハ水槽ノ周壁カ凡テ垂直ナリト假定シ之ヲ水平ニ横断シタル横断面積ヲ示ス

v_0 ハ隧道内ニ於ケル普通時ニ於ケル流速度ヲ示ス (in normal condition or "Beharrungs Zustand,,)

v_1 ハ隧道内ニ於テ流速ノ平衡ノ崩レタル時ニ於ケル流速度ヲ示ス (in hydraulic disturbance)

v_2 ハ水槽内ニ於テ同斷

L ハ隧道ノ長ヲ示ス

H ハ水槽内ノ水深、但シ隧道出口ノ中心線以上ノ深サヲ示ス

h ハさーじんぐノ高サヲ示ス

g ハ重力加速度ヲ示ス

Q_0 ハ平衡時ニ於ケル流量ヲ示ス

Q ハ水車げーと作用ニヨリテ變化スル流量ニシテQ_0ヨリ零マテノ間ニ變化スルモノトス

T ハ水車げーとノ閉鎖時間

w ハ水ノ單位重量ヲ示ス

$$(w\times L\times A_1)\times\frac{v_0^2}{2g}=\int_0^h w\times A_2\times h\times dh$$

之ハ説明ヲ要スルマテモナクかいねちっく、えなーじーハ

ラォーくだーんニ等シト云フ力學上ノ原則ヲ其儘現ハシタルニ過キス此方程式ヲ分解スレハ次ノ如シ

$$h^2=\frac{L\times A_1\times v_0^2}{gA_2}$$

$$=\frac{L\times A_1\times\left(\frac{Q_0}{A_1}\right)^2}{gA_2}$$

$$\therefore\quad h=Q_0\sqrt{\frac{L}{g\times A_1\times A_2}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(I)}$$

(I)ナル方程式ヲ見ルニ時間ノ函數ヲ全ク含マス故ニ實際トハ適合セサルハ云フマテモナシ何トナレハ實際水車げーとノ閉鎖シ終ルマテニハ其場合ニ應シ夫々一定ノ時間ヲ費サヽルヘカラサレハナリ次ニ摩擦ニ關スル項ヲ全ク含マサルヲ以テ之レ亦タ實際トハ相違シタル結果タルヤ論ナシ、但シ此方法ハ一種ノ照査トシテ又ハ目安トシテ採用スルニ於テハ毫モ差支ナク寧ロ最モ安全ニ過キタル方法ナルヘシ

次ニ以下說ク所ノモノハ最モ科學的ニ研究セラレタルろーべるとてゅぶ先生ノ說ヲ主トシテ參考シ多少自說ヲ加味シテ最モ必要ナル部分ノミヲ論述セントス

第一章　摩擦ヲ考ヘサル場合ニ於ケルさーじんぐ

水槽內水面ノ變動ハ一ニ水車げーとノ閉鎖作用ニ歸因スルヲ以テ此閉鎖作用ハ今後大ニ問題トナルモノナリ研究ノ都合上此閉鎖作用ヲ二ケノ場合ニ區分シテ考フルヲ便利トス即チ第一ノ場合ハげーとノ閉鎖シ終ル迄ノ期間ニシテ便宜上之ヲふぁーすと、すてーじ (First stage) ト稱ス第二ノ場合ハ全ク閉鎖シ終レル時ヨリ以後ノ期間ニシテ之ヲせこんど、すてーじ (Second stage) ト稱ス

第一節　ふぁーすとゝすてーじニ於ケルげーと閉鎖ニヨルさーじんぐ

水車げーと閉鎖作用中水車ヲ通過スル流量ノ變化ハ一ニげーとノ閉鎖作用ノ遲速如何ニヨルハ云フマテモナシ即チ水量ノ變化ノ定變ナルカ又ハ不定變ナルカハ(Uniform or variable change)げーとノ閉鎖作用ノ定變ナルカ又ハ不定變ナルカニヨルハ明カナリ故ニ水量ノ變化又ハげーと閉鎖ノ割合ハ時間ノ函數ナリト考フルコトヲ得ヘシ、但シ之ハふぁーすとゝすてーじニ於テノ話ナルハ云フマテモナシ

先ツ閉鎖ノ定變ナル場合ヲ考フレハ次ノ關係カ成立スルコトハ敢テ絮説ヲ要セスシテ明カナリ

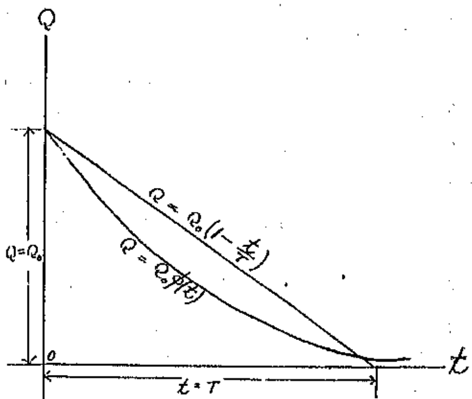
$$Q=Q_0\left(1-\frac{t}{T}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{I})$$

即チtハ零時トT時トノ間ニ變化スル時間ニシテQナル水量ハtナル時間ノ函數ナルコトハ第二圖ヲ見テモ明カナリ併シ之ヲ八ケ間敷吟味スル時ハ此方程式ハ不合理ナル點ノ存在スルハ明カナルモ玆ニハさーじんぐハ全落差ニ對シテハ影響セスト假定シテ立論セントス、此問題ニ關シテ別ニ改メテ詳論セントス

次ニげーとノ閉鎖ノ不定變ナル場合ニハ

$$Q=Q_0\times\phi(t) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{I'})$$

第二圖



上式ニ於テハ$\phi(t)$ハtノ函數ニシテQハ$\phi(t)$ニ支配セラルヽコトヲ示スモノナリ(第二圖參照)然ルニ$\phi(t)$ノ場合ハ非常ニ面倒ナルヲ以テ本論ニ於テハ之ヲ省略シ前者ノ場合ノミニ付キ研究セントス

次ニ流レノ連續性(Law of continuity of flow)ノ原理ヲ玆ニ應用スルトスレハ次ノ關係カ成立スルコ

トハ明カナリ

$$A_1\times v_1=A_2\times v_2+Q \quad \cdots\cdots \text{(II)}$$

サテさーじんくノ高サ即チhナル水頭ハ隧道及ヒ水槽内ノ流水ヲ減速(Retardation)スルコトニ由來シタルモノト考フルコトヲ得ヘシ而シテ此水頭hヨリ生スル全壓力ハ即チ

$$w\times A_2\times h$$

然ルニ他方ニ於テハ隧道及ヒ水槽内ニ於テ減速セラルヘキ質量ハ夫々次ノ如シ

$$\frac{A_1\times L\times w}{g} \quad 及ヒ \quad \frac{A_2\times(H+h)\times w}{g}$$

而シテ又夫々ニ相當スル減速度ハ次ノ如シ

$$\frac{dv_1}{dt} \quad 及ヒ \quad \frac{dv_2}{dt}$$

力(Force)ハ質量ト加速度(又ハ減速度)トノ相乘積ニ等シト云フ力學上ノ原則及ヒ水壓ハ斷面積ニ比例スト云フ一般ノ定則ニ基キ次ノ方程式ヲ得ヘシ

$$\pm w\times A_2\times h=\frac{A_1\times L\times w}{g}\times\frac{dv_1}{dt}\times\frac{A_2}{A_1}+\frac{A_2\times(H+h)\times w}{g}\times\frac{dv_2}{dt}$$

而シテ水車げーとノ閉鎖ノ時ニハ減速度起リげーと開口ノ時ニハ加速度カ起ルハ云フマテモナシ然ルニ加速度ト減速度トハ名ハ異ナルモ只タ符號(Sign)ヲ異ニスルノミニテ實質ハ同シ故ニ已ニ加速度ノ方ヲ正號ニ取リタル以上ハ従テ現在ノ場合ニ於テハ上式ノ左邊ハ負號ヲ取リ次ノ結果ヲ得ヘシ

$$-h=\frac{L}{g}\times\frac{dv_1}{dt}+\frac{(H+h)}{g}\times\frac{dv_2}{dt} \quad \cdots\cdots \text{(III)}$$

方程式(I)ヲ微分スレハ

$$\frac{dQ}{dt}=-\frac{Q_0}{T}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{I}_a)$$

次ニ方程式(II)ヲtニ關シ微分スレハ

$$A_1\frac{dv_1}{dt}=A_2\frac{dv_2}{dt}+\frac{dQ}{dt}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{II}_a)$$

(I_a)及ヒ(II_a)ヨリ次ノ關係ヲ得

$$A_1\frac{dv_1}{dt}=A_2\frac{dv_2}{dt}-\frac{Q_0}{T}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{II}_b)$$

水槽ノ周壁ハ一般ニ垂直ナリト考フルヲ以テ

$$v_2=\frac{dh}{dt}$$

即チ

$$\frac{dv_2}{dt}=\frac{d^2h}{dt^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{IV})$$

(II_b)及ヒ(IV)ヨリ

$$A_1\frac{dv_1}{dt}=A_2\frac{d^2h}{dt^2}-\frac{Q_0}{T}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{II}_c)$$

(III)及ヒ(IV)ヨリ

$$\frac{L}{g}\times\frac{dv_1}{dt}+\frac{(H+h)}{g}\times\frac{d^2h}{dt^2}=-h\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{III}_a)$$

(II_c)及ヒ(III_a)ヨリ$\frac{dv_1}{dt}$ヲ放逐スレハ次ノ微分方程式ヲ得ヘシ

$$\frac{L}{g}\left(\frac{d^2h}{dt^2}\times\frac{A_2}{A_1}-\frac{Q_0}{A_1T}\right)+\frac{H+h}{g}\times\frac{d^2h}{dt^2}=-h$$

即チ

$$\left(1+\frac{H+h}{g}\times\frac{A_1}{A_2}\right)\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{A_1g}{A_2L}\times h-\frac{Q_0}{A_2T}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{III}_b)$$

而シテ此微分方程式ノ解法ハ一寸面倒ナリ即チ $h\times\frac{d^2h}{dt^2}$ ナル項ノ存在カ非常ニ邪魔物ナルカ如シ

故ニ次ノ如キ方法及省略法ヲ使用スルコト丶ナル

(1)　ろがりずむノ方法 (Logarithmic method)

(III_b) 方程式ヲ少シ變形スレハ

$$\left\{h+\left(H+L\times\frac{A_2}{A_1}\right)\right\}\frac{d^2h}{dt^2}+gh-\frac{Q_0L}{A_1T}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{III}_c)$$

式ノ形ヲ簡單ニスルタメ次ノ如キ記號ヲ使用スレハ

$$H+L\times\frac{A_2}{A_1}=K_1$$

$$\frac{Q_0L}{A_1T}=gK_2$$

即チ

$$(h+K_1)\frac{d^2h}{dt^2}+gh-gK_2=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{III}_d)$$

次ニ $\frac{dh}{dt}=p$ ト假定スレハ

$$\frac{d^2h}{dt^2}=\frac{dp}{dh}\,\frac{dh}{dt}=p\frac{dp}{dh}$$

故ニ
$$(h+K_1)p\frac{dp}{dh}+gh-gK_2=0$$

又ハ
$$pdp=\frac{gK_2-gh}{K_1+h}dh$$
$$=\left\{g\frac{(K_2+K_1)}{K_1+h}-g\right\}dh$$

故ニ
$$\int pdp=\int g(K_1+K_2)\times\frac{1}{K_1+h}dh-\int gdh$$

故ニ
$$p=\sqrt{2g\left\{(K_1+K_2)\log K(K_1+h)-h\right\}}$$

即チ
$$\frac{dh}{dt}=\sqrt{2g\left\{(K_1+K_2)\log K(K_1+h)-h\right\}}$$

上式中ニ於テKハ積分定数ヲ示ス而シテ若シ上式中ニ次ノ如キ條件ヲ挿入セハ

$$t=0,\quad h=0,\quad 及ヒ\quad \frac{dh}{dt}=0$$

其結果

$$\log(K\times K_1)=0 \quad 即チ \quad K=\frac{1}{K_1}$$

故ニKノ代リニ$\frac{1}{K_1}$ヲ採用セハ

$$\frac{dh}{dt}=\sqrt{2g\left\{(K_1+K_2)\log\left(1+\frac{h}{K_1}\right)-h\right\}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(V)}$$

hノ最大値ハ常ニ$\frac{dh}{dt}=0$ナル條件ヨリ見出シ得ヘシ即チ

故ニ

$$2g\left\{(K_1+K_2)\log\left(1+\frac{h_m}{K_1}\right)-h_m\right\}=0$$

$$\log\left(1+\frac{h_m}{K_1}\right)=\frac{h_m}{K_1+K_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(VI)}$$

上式中 h_m ハ h ノ最大値ノ意味ナリ而シテ此式ハ所謂 Transcendental equation ニシテ直接ニ解クコト面倒ナリ先ツ之ヲ Logarithmic expansion ニヨリテ分解シ而モ高次ノ項ヲ省略スレハ簡單ノ形トナル例ヘハ三次以上ヲ省略スレハ

$$\frac{h}{K_1}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{K_1}\right)^2=\frac{h}{K_1+K_2}$$

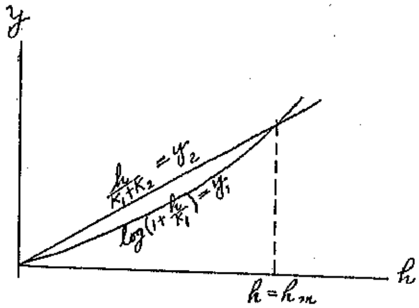
(2) 圖引的解法

他ノ方法トシテハ圖引的ニ解クコトヲ得ヘシ即チ(VI)方程式ヲろがり曲線方程式ト直線ノ方程式トニ分解シ即チ

$$\log\left(1+\frac{h}{K_1}\right)=y_1$$

$$\frac{h}{K_1+K_2}=y_2$$

第三圖



圖引的ニ二者ノ交切點ヲ求ムルニアリ(第三圖參照)

斯ノ如クシテ孰レノ方法ニヨリテモ h_m ヲ求ムルコトヲ得ヘシ只タ茲ニ呉レ〲モ注意スヘキハ最初ノ假定ニヨリ h_m ナルさーじんぐハ必ス閉鎖時間以内ニ起ルヲ必要トス即チ $0<t_{max}<T$ ナル條件ヲ滿足スヘキモノナルコトヲ記憶セサルヘカラス

(3)　省略計算方法

普通ノ場合ニハh_mノ値ハLニ比シテ可ナリ小ニシテ $\dfrac{h}{L}$ ナル項ハ省略スルモ敢テ支障ナキコト多シ故ニ(III_b)方程式中ニ於テ $\dfrac{hA_1}{LA_2}=0$ トスレハ

$$\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{gA_1h}{LA_2\left(1+\dfrac{HA_1}{LA_2}\right)}-\frac{Q_0}{A_2T\left(1+\dfrac{HA_1}{LA_2}\right)}=0$$

便利ノタメニ $\dfrac{gA_1}{LA_2+HA_1}=A$ 及ヒ $\dfrac{Q_0}{T(LA_2+HA_1)}=B$ ト假定スレハ

$$\frac{d^2h}{dt^2}+Ah-B=0$$

此微分方程式ノ Particular integration ハ記號解法 (Symbolic solution) ニ従ヒ次ノ如クスルコトヲ得

$$(D^2+A)\,h=B$$

即チ

$$\begin{aligned}h_p&=\frac{B}{(D^2+A)}\\&=(D^2+A)^{-1}B\\&=\frac{B}{A}\left(1+\frac{D^2}{A}\right)^{-1}\\&=\frac{B}{A}\\&=\frac{Q_0L}{A_1Tg}\end{aligned}$$

1609

次ニ $(D^2+A)\,h-B=0$ ナル方程式ノ Complementary function ハ

$$(D^2+A)\,h=0$$

又ハ

$$(D^2+\sqrt{A^2})h=0$$

即チ此場合ハ複素數 (Imaginary roots) ノ場合ナルヲ以テ

$$h_c=A'e^{ti\sqrt{A}}+B'e^{-ti\sqrt{A}}$$

指數函數ヲ三角函數ニ變形スレハ

$$h_c=(A'+B')\cos\sqrt{A}\,t+i(A'-B')\sin\sqrt{A}\,t$$

上式中 A' 及ヒ B' ハ任意定數ナルニヨリ之ヲ書替フレハ

$$h_c=C\cos\sqrt{A}\,t+D\sin\sqrt{A}\,t$$

總合解法 (Total solution) ハ同上二者ノ和ナルニヨリ

$$h_t=h_p+h_c$$

$$=\frac{Q_0L}{A_1Tg}+C\cos\sqrt{A}\,t+D\sin\sqrt{A}\,t$$

C 及ヒ D ナル積分定數ハ上式中ニ次ノ條件ヲ挿入スレハ直ニ決定セラル

$$t=0,\quad h=0,\quad 及ヒ\quad \frac{dh}{dt}=0$$

其結果

$$C=-\frac{Q_0L}{gTA_1}\quad 及ヒ\quad D=0$$

故ニ

$$h=\frac{Q_0L}{gTA_1}\left\{1-\cos\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\,t\right)\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\text{VII})$$

又ハ

$$=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin^2\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\cdot\frac{t}{2}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\text{VIII})$$

上式ハ一見シテ波動ノ方程式ナルコトヲ知リ得ヘク其振幅ハ$\frac{2Q_0L}{gTA_1}$ナルコトモ直ニ了解シ得ヘシ而シテ此振幅ハ實際ノ場合ニハ摩擦ノ爲メニ漸次低減スルモノナルコトハ後尾述フル所ニヨリテ明カナルヘシ

今若シTナル閉鎖時間カ與ヘラレタル場合ニハhナルさーじんぐノ高サカ最大値ナルタメニハ次ニ示ス條件カ必要ナルコトハ(VIII)ヨリ直ニ了解セラルヘシ

$$t_{max}=\pi\sqrt{\frac{LA_2+HA_1}{gA_1}}$$

此際忘ルヘカラサルコトハ最初ノ假定ニヨリ即チふぁーすと、すてーじニ於テハ

$$T\geqq t_{max}\left(=\pi\sqrt{\frac{LA_2+HA_1}{gA_1}}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(IX)}$$

故ニ(VIII)ヨリ

$$h_{max}=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(IX}_a\text{)}$$

次ニ(VIII)方程式中ニtニTヲ代用スレハ

$$h_T=2\frac{Q_0L}{gTA_1}\sin^2\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\times\frac{T}{2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(X)}$$

次ニ(VIII)式ヲ微分スレハ

$$\frac{dh}{dt}=v_2=\frac{Q_0L}{TgA_1}\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\sin\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}t\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(XI)}$$

v_2ノ最大値ハ次ノ條件カ滿足サルヽ時ニ起ルコトハ上式ヨリ直ニ分ル

$$t_{max}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XII)}$$

次ニ(XI)式中ニ於テtニTヲ代用セハ

$$v_{2T}=\frac{Q_0}{T\sqrt{A_1A_2}}\sqrt{\frac{L}{g}}\ sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\times T\right)\times\frac{1}{\sqrt{1+\frac{HA_1}{LA_2}}} \quad \cdots\cdots\cdots \text{(XIII)}$$

第二節　せこんどすてーじニ於ケルげーと閉鎖ニヨルさーじんぐ

水車げーとノ閉鎖時間Tハ一般ニ短時間ニシテ普通十秒時以內トス從テふぁーすとすてーじノ場合ニ述ヘタルt_{max}即チt_{max}ノ起ル時間ハ一般ニTヨリ小ナルコト甚タ稀レナリ換言スレハt_{max}ハせこんどすてーじニ起ルヲ普通トス今t_1ヲふぁーすとすてーじノ始マリヨリせこんどすてーじノ或點マテノ時間トシt_2ヲせこんどすてーじノ始マリヨリ同點マテノ時間トスレハ次ノ關係アルヘシ

$$t_1=T+t_2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(I)}$$

若シt_1カt_{max}ニ相當ストセハ

$$t_{max}=T+t_2$$

即チt_{max}ハせこんどすてーじニ於ケル次ノ如キ時間ニ起ルヘシ(前節(IX)參照)

$$t_2=\pi\sqrt{\frac{LA_2+HA_1}{gA_1}}-T$$

今若シげーとカ完全ニ閉鎖セラレタリトセハ水ノ流レモ全ク止マルハ云フマテモナシ其結果耐壓隧道內ノ流水ハ今後ハ只タ水槽內ノ水面ヲ高ムルコトニノミ費サルヽヘシ即チ

$$A_1v_1=A_2v_2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(II)}$$

h_Tヲ以テふぁーすとずてーじノ終ハリニ於ケルさーじんぐノ高サヲ示シhヲ以テせこんどずてーじニ於ケルh_T以上ノ高サヲ示ストセハ全體ノ高サハ明カニ(h_T+h)ナルヘシ今前節方程式(III)ノ意味ヲ更ニ擴張シhノ代リニ(h_T+h)ヲ置キ換フレハ同様ノ關係ヲ得ヘシ

$$\frac{L}{g}\frac{dv_1}{dt}+\frac{H+(h_T+h)}{g}\frac{dv_2}{dt}=-(h_T+h) \quad \cdots\cdots \text{(III)}$$

上式中ニハdt_2ノ代リニdtヲ使用セリソハ$t_2=0$及$h=0$ナル條件ニ對シテ$\frac{dh}{dt}=v_{2T}$ナルコトヲ考フルニヨル

(II)方程式ヨリ

$$A_1\frac{dv_1}{dt}=A_2\frac{dv_2}{dt}$$

即チ

$$\frac{dv_1}{dt}=\frac{A_2}{A_1}\frac{dv_2}{dt}=\frac{A_2}{A_1}\frac{d^2h}{dt^2} \quad \cdots\cdots \text{(IV)}$$

(III)及ヒ(IV)方程式ヨリ

$$\frac{A_2}{A_1}\frac{L}{g}\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{H+h_T+h}{g}\frac{d^2h}{dt^2}=-(h_T+h) \quad \cdots\cdots \text{(III}_a\text{)}$$

即チ

$$\left\{1+\left(\frac{H+h_T}{L}+\frac{h}{L}\right)\frac{A_1}{A_2}\right\}\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{A_1}{A_2}\frac{(h_T+h)}{L}g=0 \quad \cdots\cdots \text{(III}_b\text{)}$$

此微分方程式ノ解法ハ前節同様一寸面倒ナリ故ニ前節同様省略法ヲ施ス即チ第一項中$\frac{h}{L}\times\frac{A_1}{A_2}$ヲ省略スレハ

$$\left(1+\frac{H+h_T}{L}\times\frac{A_1}{A_2}\right)\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{A_1}{A_2}\frac{h_T+h}{L}g=0$$

即チ

$$\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{gA_1}{A_2L\left(1+\frac{H+h_T}{L}\times\frac{A_1}{A_2}\right)}h+\frac{h_TgA_1}{A_2L\left(1+\frac{H+h_T}{L}\times\frac{A_1}{A_2}\right)}=0$$

前節同様記號解法ニヨリテ Particular integration ハ次ノ如シ

$$h_p=-h_T$$

次ニ Complementary function ハ前節同様ノ方法ニテ求メラル

$$h_c=C\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L+H+h_T}}\,t\right)+D\sin\left(\sqrt{\frac{g}{L+H+h_T}}\,t\right)$$

次ニ總合解法ハ

$$h=h_p+h_c$$

$$=-h_T+C\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L+H+h_T}}\,t\right)+D\sin\left(\sqrt{\frac{g}{L+H+h_T}}\,t\right)$$

C 及ヒ D ナル積分定數ヲ定ムルニハ $t=0$, $h=0$ 及ヒ $\frac{dh}{dt}=v_{2T}$ ナル條件ヲ上式ニ應用セハ求メラル

即チ

$$C=h_T,\qquad D=v_{2T}\sqrt{\frac{A_2L(H+h_T)A_1}{gA_1}}$$

故ニ

$$h=-h_T+h_T\cos\left(\sqrt{\frac{A_1g}{A_2L+(H+h_T)A_1}}\,t\right)$$
$$+v_{2T}\sqrt{\frac{A_2L+(H+h_T)A_1}{gA_1}}\sin\left(\sqrt{\frac{A_1g}{A_2L+(H+h_T)A_1}}\,t\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(V)}$$

上式中 h_T 及 v_{2T} ハ前節ノ方法ニヨリ直ニ決定セラルヘシ次ニ式ノ形ヲ簡單ニスルタメ次ノ如キ符

號ヲ使用スレハ

$$\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+(H+h_T)A_1}}=\frac{1}{T_A}\,,\quad \sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}=\frac{1}{T_B}$$

(V)ハ次ノ如ク變形ス

$$h+h_T=\frac{Q_0L}{gTA_1}\left\{1-\cos\left(\frac{T}{T_B}\right)\right\}\cos\left(\frac{t}{T_A}\right)+\frac{Q_0L}{gTA_1}\times\frac{T_A}{T_B}\sin\left(\frac{T}{T_B}\right)\sin\left(\frac{t}{T_A}\right)$$

一般ニ$T_A=T_B$ナルニヨリ

$$h+h_T=2\frac{Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\frac{T}{2T_B}\right)\sin\left\{\frac{1}{T_B}\left(\frac{T}{2}+t\right)\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(VI)}$$

上式中左邊$(h+h_T)$ハさーじんぐノ全量ナリ本節ノ初メニ述ヘタル通リ$t_1=T+t_2$ナルニヨリ方程式(VI)ノt(即チt_2)ノ代リニ$(t-T)${即チ(t_1-T)}ト置キ換フルコトヲ得ヘシ然ルトキハ

$$h_{(total)}=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\frac{T}{2T_B}\right)\sin\left\{\frac{1}{T_B}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}$$

$$=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\,\frac{T}{2}\right)\sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(VII)}$$

此方程式ハ前節方程式(VIII)ノ變形ト做スコトヲ得ヘシ次ニ方程式(VII)ニ於テhノ最大値ヲ得ル必要ノ條件ハ

$$t_{max}=\frac{1}{2}\left(\pi\sqrt{\frac{A_2L+HA_1}{gA_1}}+T\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(VIII)}$$

從テ方程式(VII)ヨリ

$$h_{max}=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\,\frac{T}{2}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(IX)}$$

此方程式ニ於テTハ一般ニ定數ナレトモh_{max}ヲTノ函數ト考ヘテh_{max}トTトノ關係ヲ見ルモ又タ一種ノ興味アル問題ナリ今上式ヲTニ關シ微分スレハ

$$\frac{dh}{dT}=\frac{-2Q_0L}{gT^2A_1}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\frac{T}{2}\right)+\frac{2Q_0L}{gTA_1}\cos\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\frac{T}{2}\right)\times\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\times\frac{1}{2}=0$$

即チ
$$\tan\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\frac{T}{2}\right)=\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\times\frac{T}{2}$$

即チ
$$T=0$$

故ニ$T=0$ナル時h_{max}ハ最大値ナルヲ知ル然ルニ方程式(IX)中ニ$(T=0)$ヲ挿入セハ次ノ如クナル

$$|h_{max}|_{limit\ T=0}=\frac{0}{0}$$

即チIndeterminate caseトナルニヨリ$\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\frac{T}{2}\right)$ノ代リニ$\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\frac{T}{2}$ヲ使用スルモ差支ナキニヨリ

$$|h_{max}|_{limit\ T=0}\cong\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\times\frac{T}{2}$$

$$\cong\frac{Q_0L}{gA_1}\sqrt{\frac{gA_1}{A_2L+HA_1}}\quad\cdots\cdots\cdots\quad(X)$$

$$\cong Q_0\sqrt{\frac{L}{gA_1A_2}}\quad\cdots\cdots\cdots\quad(XI)$$

(XI)方程式ハ最初ぷりみちーぶノ方法トシテ論シタルモノト全ク同一ナリ

次ニ方程式(VII)ヲ微分スレハ

$$\frac{dh}{dt}=v_2=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\times\frac{T}{2}\right)\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\cos\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}\quad\cdots\quad(\mathrm{XII})$$

上式ニ於テvノ最大値ハ$\left(t-\frac{T}{2}\right)=0$ナル場合ニ起ルヘキ筈ナレトモ之ニテハ$t>T$ナル條件ニ反シ不合理ナルニヨリ次ノ如クス

即チ

$$\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\left(t-\frac{T}{2}\right)=\pi\quad\cdots\cdots\quad(\mathrm{XIII})$$

$$t_{max}=\frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{LA_2+HA_1}{gA_1}}+T\right)\quad\cdots\cdots\quad(\mathrm{XIV})$$

以上述ヘ來リタル所ニヨリテ摩擦ヲ考ヘサル場合ハ一通リ論シ終ハリタルニヨリ進ンテ摩擦ヲ考フル場合ニ付キ論セントス

第二章　摩擦ヲ考フル場合ノさーじんぐ

第一節　ふぉーすと、すてーじニ於ケルさーじんぐ

前章第一節ト同様ニ次ノ關係ヲ得ヘシ

$$Q=Q_0\left(1-\frac{t}{T}\right)\quad\cdots\cdots\quad(\mathrm{I})$$

$$A_1v_1=A_2v_2+Q\quad\cdots\cdots\quad(\mathrm{II})$$

茲ニ所謂摩擦トハ耐水壓隧道及ヒ給水槽内流水ニ對シ之ヲ妨碍セントスル一種ノ力ヲ意味スルカ故ニ其摩擦力ハ水流ノ方向ト反對ノ方向ナルコト明カナリ從テ此摩擦ニ起因スル水頭ハ負號(Negative sign)ナルコト明カナリ故ニ前章第一節方程式(III)ト同様ニ

$$\frac{L}{g}\frac{dv_1}{dt}+\frac{H+\Sigma h}{g}\frac{dv_2}{dt}=-\Sigma h$$

$$= -h - hr_1 - hr_2 \quad \cdots\cdots \quad \text{(III)}$$

上式中hr_1及ヒhr_2ハ夫々耐水壓隧道及ヒ給水槽内摩擦水頭ヲ示ス而シテ摩擦水頭ハ一般ニ次ノ方程式ヲ以テ示サルヽカ故ニ

$$hr_1 = fL\frac{p}{A_1}\frac{v_1^2}{2g} \quad \cdots\cdots \quad \text{(IV)}$$

上式中

L=隧道ノ長サ

p=隧道ノ周邊

A_1=隧道ノ斷面積

v_1=隧道内流水速度

f=摩擦係數

今hr_1ニ相當スル摩擦力ヲFr_1ヲ以テ示セハ

$$Fr_1 = wA_1hr_1 \qquad (w\text{ハ已掲セル通リ水重})$$

$$= wA_1fL\frac{p}{A_1}\frac{v_1^2}{2g} \quad \cdots\cdots \quad \text{(V)}$$

$f\dfrac{Lp}{2A_1g} = K_1$ト假定スレハ

$$Fr_1 = K_1wA_1v_1^2 \quad \cdots\cdots \quad \text{(VI)}$$

上式中v_1^2ノ存在カ微分方程式解法ヲ非常ニ面倒ニスル因子タルヲ以テ次ノ如キ Parametric method ヲ使用ス

$$Fr_1 = \lambda_1wA_1v_1 \quad \cdots\cdots \quad \text{(VII)}$$

$$\left(\text{上式中}\quad \lambda_1 = f\frac{Lpv_1}{2A_1g}\right)$$

(VII)式中λ_1ハ後來述フル方法ニヨリテ定メラルヽ定數ナリト考フルヲ以テ結局v_1ノ一次函數ト做スコトヲ得次ニv_1ハv_{max}ト零速度トノ間ニ横ハル速度ナリト考フルヲ以テ摩擦水頭ニ原因スル勢力損耗ノ總和ハ次ノ如クスルコトヲ得ヘシ

$$E=\int_0^{v_{max}} Fr_1\,dv \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(VIII)}$$

Fr_1ハ(VI)及ヒ(VII)方程式ノ孰レニテモ示シ得ルヲ以テ勢力モ亦タ別々ノ現ハシ方アリ之等ハ夫々E_a及ヒE_bヲ以テ示セハ

$$E_a=\int_0^{v_{max}} w\,A_1\,K_1\,v_1^2\,dv$$

$$=w\,A_1\,K_1\,\frac{v_{max}^3}{3}$$

$$E_b=\int_0^{v_{max}} w\,A_1\,\lambda_1\,v_1\,dv_1$$

$$=w\,A_1\,\lambda_1\,\frac{v_{max}^2}{2}$$

然ルニ孰レノ現ハシ方ニシテモ$E_a=E_b$ナラサルヘカラサルカ故ニ

$$wA_1K_1\frac{v_{max}^3}{3}=wA_1\lambda_1\frac{v_{max}^2}{2}$$

即チ

$$\lambda_1=K_1\frac{2}{3}v_{max} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(IX)}$$

(V)及ヒ(VII)方程式ヨリ

$$hr_1=\lambda_1 v_1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{X})$$

同理ニヨリ

$$hr_2=\lambda_2 v_2=\lambda_2\frac{dh}{dt} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{XI})$$

序ニλ_1ノ定メ方ハ圖引的ニモ求メ得レトモ餘リ管々シケレハ省略ス

(III) (X) 及ヒ (XI) 方程式ヨリ

$$\frac{L}{g}\frac{dv_1}{dt}+\frac{H+\Sigma h}{g}\frac{dv_2}{dt}=-h-\lambda_1 v_1-\lambda_2 v_2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{XII})$$

(I) 及ヒ (II) 方程式ヨリ

$$-v_1=-\frac{A_2}{A_1}v_2-\frac{Q}{A_1}$$

$$-v_1=-\frac{A_2}{A_1}\frac{dh}{dt}-Q\frac{(T-t)}{TA_1} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{XIII})$$

$$A_1\frac{dv_1}{dt}=A_2\frac{dv_2}{dt}-\frac{Q_0}{T}$$

or

$$\frac{dv_1}{dt}=\frac{A_2}{A_1}\frac{d^2h}{dt^2}-\frac{Q_0}{A_1T} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{XIV})$$

(XII) 方程式中ニ v_1 及ヒ $\frac{dv_1}{dt}$ ノ値ヲ置キ換フレハ

$$\left(1+\frac{H+\Sigma h}{L}\times\frac{A_1}{A_2}\right)\frac{d^2h}{dt^2}+\left(\lambda_2\frac{A_1}{A_2}+\lambda_1\right)\frac{g}{L}\frac{dh}{dt}+\frac{A_1}{A_2}\frac{g}{L}h+\left\{\lambda_1(T-t)-\frac{L}{g}\right\}\times\frac{Q_0 g}{A_2TL}=0 \quad \cdots \quad (\mathrm{XV})$$

上式中ニ於テ $\frac{\Sigma h}{L}\,\frac{A_1}{A_2}$ ヲ省略スレハ微分方程式ノ解法ヲ簡單ニスルコトヲ得ヘシ且ツ次ノ如キ記號ヲ使用スレハ

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= 1+\frac{HA_1}{LA_2} \\ K_2 &= \frac{g}{L}\left(\lambda_1+\lambda_2\frac{A_1}{A_2}\right) \\ K_3 &= \frac{A_1}{A_2}\frac{g}{L} \\ K_4 &= \frac{\lambda_1 Q_0 g}{TA_2L} \\ K_5 &= \frac{Q_0}{A_2T}-\frac{\lambda_1 Q_0 g}{LA_2} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(XVI)}$$

$$K_1\frac{d^2h}{dt^2}+K_2\frac{dh}{dt}+K_3h=K_4t+K_5 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(XVII)}$$

此微分方程式ノ Particular integration ニ對シテハ次ノ如キ Correlative method ヲ使用ス

$$h_p=mt+n \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(XVIII)}$$

m 及ヒ n ハ後ニテ定メラルヘキ未知數ナリ而シテ (XVIII) 方程式ヨリ

$$\left.\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= m \\ \frac{d^2h}{dt^2} &= 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\text{XVIII}_a)$$

(XVII) (XVIII) 及ヒ (XVIII_a) ヨリ

$$(K_3m-K_4)t+(K_2m+K_3n-K_5)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(XIX)}$$

上式カ t ノ如何ナル値ニ對シテモ滿足セラルヘキタメニハ

從テ

$$\left.\begin{aligned} K_3 m - K_4 &= 0 \\ K_2 m + K_3 n - K_5 &= 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XX)}$$

斯クシテm及ヒnハ上式ヨリ求メラルヘシ

$$m = \frac{K_4}{K_3}$$

$$n = \frac{K_5}{K_3} - \frac{K_2 K_4}{K_3^2}$$

$$= \frac{K_3 K_5 - K_2 K_4}{K_3^2}$$

故ニ(XVIII)方程式ハ次ノ如クナル

$$h_p = \frac{K_4}{K_3} t + \frac{K_3 K_5 - K_2 K_4}{K_3^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XXI)}$$

次ニ Complementary function ハ

$$K_1 \frac{d^2 h}{dt^2} + K_2 \frac{dh}{dt} + K_3 h = 0$$

即チ

$$(K_1 D^2 + K_2 D + K_3) h = 0$$

即チ

$$\rho = \frac{-K_2 \pm \sqrt{K_2^2 - 4 K_1 K_3}}{2 K_1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XXII)}$$

故ニ

$$h_c = A e^{\rho_1 t} + B e^{\rho_2 t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XXIII)}$$

最後ニ總合解法 (Total solution) ハ

$$h = h_p + h_c$$

$$=\frac{K_4}{K_3}t+\frac{K_3K_5-K_2K_4}{K_3^2}+Ae^{\rho_1 t}+Be^{\rho_2 t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXIV})$$

然ルニ(XXII)方程式ニ於テ$(K_2^2-4K_1K_3)\gtreqless 0$ノ如何ニヨリテ三種ノ場合カ起ル筈ナリ今各別ニ之ヲ吟味スレハ

第一ノ場合　　$K_2>\sqrt{4K_1K_3}$　ナラハ　$\rho=-\alpha$

及ヒ　$\rho=-\beta$

故ニ

$$h=h_p+Ae^{-\alpha t}+Be^{-\beta t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXV})$$

上式ハ上下運動即チ振動(Oscilatory motion)ニアラサルコト明カナリ但シ一種ノ漸減運動(Damped motion)ナリ(第四圖(1)參照)

第二ノ場合　　$K_2=\sqrt{4K_1K_3}$　ナラハ　$\rho=-K_2$

故ニ

$$h=h_p+(A+Bt)e^{-k_2 t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXVI})$$

上式モ前段同樣ナリ(第四圖(2)參照)

第三ノ場合　　$K_2<\sqrt{4K_1K_3}$　ナラハ　$\rho=-K_2\pm i\sqrt{4K_1K_3-K_2^2}$

$$=-K_2\pm i\omega$$

故ニ

$$h=h_p+e^{-k_2 t}(A\sin\omega t+B\cos\omega t)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXVII})$$

上式ハ一種ノ波動ヲ示ス但シ$e^{-k_2 t}$ナル Factor ノタメニ漸減波動トナル(第四圖(3)參照)

第二節　せこんどすてーじニ於ケルさーじんぐ

前章第二節ト同樣ニ次ノ關係カ成立スヘシ

$$t=T+t_1\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{I})$$

$$h=h_T+h_1\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{II})$$

本章第一節(XII)方程式ト同樣ニ次ノ微分方程式ヲ得ヘシ

$$\frac{L}{g}\frac{dv_1}{dt}+\frac{H}{g}\frac{dv_2}{dt}=-h_1-h_T-\lambda_1 v_1-\lambda_2 v_2 \qquad \cdots\cdots\cdots \text{(III)}$$

但シ上式ニ於テ省略法トシテ $\dfrac{\Sigma h}{g}\dfrac{dv_2}{dt}$ ヲ略セリ

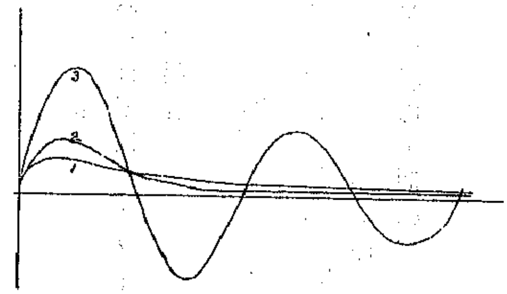
前章第二節ト同樣ニ

$$A_1 v_1=A_2 v_2$$

$$\frac{dv_1}{dt_1}=\frac{A_2}{A_1}\frac{dv_2}{dt_1}$$

$$=\frac{A_2}{A_1}\frac{d^2h}{dt_1^2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(IV)}$$

第四圖



方程式(III)及ヒ(IV)ヨリ次ノ關係ヲ得

$$\left(1+\frac{HA_1}{LA_2}\right)\frac{d^2h_1}{dt_1^2}+\left(\lambda_2\frac{A_1}{A_2}+\lambda_1\right)\frac{g}{L}\frac{dh_1}{dt_1}+\frac{A_1}{A_2}\frac{g}{L}h_1+\frac{A_1}{A_2}\frac{g}{L}h_T=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(V)}$$

次ニ

$$\left.\begin{aligned}\frac{L}{g}\left(1+\frac{HA_1}{LA_2}\right)&=a_0\\ \left(\lambda_2\frac{A_1}{A_2}+\lambda_1\right)&=a_1\\ \frac{A_1}{A_2}&=a_2\end{aligned}\right\}$$

ト假定セハ

$$a_0\frac{d^2h_1}{dt_1^2}+a_1\frac{dh_1}{dt_1}+a_2 h_1+a_2 h_T=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(V}_a\text{)}$$

此微分方程式ノ Particular integration ハ上式第四項ヲ第三項係數ニテ除シ

$$h_p = \frac{a_2 h_T}{a_2}$$

$$= h_T \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(VI)}$$

次ニ Complementary function ハ

$$a_0 \frac{d^2 h_1}{dt_1^2} + a_1 \frac{dh_1}{dt_1} + a_2 h_1 = 0$$

$$(a_0 D^2 + a_1 D + a_2)\, h_1 = 0$$

即チ

$$\rho = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2\, a_0} = -m \pm n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(VII)}$$

即チ

$$h_c = Ae^{\rho_1 t_1} + Be^{\rho_2 t_1}$$

故ニ總合解法ハ

$$h_1 = h_p + h_c$$

$$= -h_T + Ae^{\rho_1 t_1} + Be^{\rho_2 t_1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(IX)}$$

然ルニ方程式(VII)ニ於テ $\sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2} \gtreqless 0$ ノ如何ニヨリテ三種ノ場合ヲ生ス

第一ノ場合

$a_1^2 - 4a_0 a_2 > 0$ ナラハ $\rho_1 = -m + n$

$$\rho_2 = -m - n$$

即チ

$$h_c = Ae^{(-m+n)t_1} + Be^{(-m-n)t_1}$$

$h_1 = h_p + h_c$ ナルニヨリ

$$h_1 = h_T + e^{-mt_1}(Ae^{nt_1} + Be^{-nt_1}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad \text{(X)}$$

A 及ヒ B ナル微分定數ヲ見出スニハ $t_1=0,\ h_1=0,\ \frac{dh_1}{dt_1}=v_{2T}$ ナル條件ヲ應用セハ可ナリ（v_{2T} ハ前章參照）即チ

$$A=\frac{v_{2T}+(m+n)h_T}{2n}$$

$$B=\frac{-v_{2T}+(n-m)h_T}{2n}$$

故ニ

$$h_1=-h_T+\frac{e^{-mt_1}}{2n}\left[\{v_{2T}+(m+n)h_T\}e^{nt_1}+\{-v_{2T}+(n-m)h_T\}e^{-nt_1}\right]\ \cdots\cdots\ (\text{XI})$$

第二ノ場合　$a_1^2-4a_0a_2=0$ ナラハ　$\rho_1=\rho_2=-m$

即チ　$h_c=Ae^{-mt_1}+Bt_1e^{-mt_1}$

$h_1=h_p+h_c$ ナルニヨリ

$$h_1=-h_T+e^{-mt_1}(A+Bt_1)\ \cdots\cdots\ (\text{XII})$$

A 及ヒ B ナル微分定數ハ前段同樣ノ方法ニテ求メラル

$$A=h_T$$

$$B=v_{2T}+mh_T$$

之等ヲ方程式(XII)ニ挿入スレハ

$$h_1=h_T(e^{-mt_1}-1)+(v_{2T}+mh_T)t_1e^{-mt_1}\ \cdots\cdots\ (\text{XIII})$$

第三ノ場合　$a_1^2-4a_0a_2<0$ ナラハ　$\rho_1=-m+in$

$\rho_2=-m-in$

上式ニ於テ

$$m=\frac{a_1}{2a_0},\quad n=\sqrt{\frac{a_2}{a_0}-\left(\frac{a_1}{2a_0}\right)^2}$$

即チ

$$h_c=e^{-mt_1}(Ae^{int_1}+Be^{int_1})$$

or

$$=e^{-mt_1}\left\{C_1\cos(nt_1)+C_2\sin(nt_1)\right\}$$

$h_1=h_p+h_c$ ナルニヨリ

$$h_1=-h_T+e^{-mt_1}\left[\left\{C_1\cos(nt_1)+C_2\sin(nt_1)\right\}\right]$$

前段ト同法ニテ C_1 及ヒ C_2 ナル積分定數ヲ得ヘシ

即チ

$$C_1=h_T$$

$$C_2=\frac{v_{xT}+mh_T}{n}$$

故ニ

$$h_1=-h_T+\left\{h_T\cos(n\,t_1)+\frac{v_{xT}+mh_T}{n}\sin(nt_1)\right\}e^{-mt_1}$$

or

$$h_1+h_T=\left\{h_T\cos(n\,t_1)+\frac{v_{xT}+mh_T}{n}\sin(nt_1)\right\}e^{-mt_1}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(XIV)}$$

or

$$h_{total}=\left\{h_T\cos(n\,t_1)+\frac{v_{xT}+mh_T}{n}\sin(nt_1)\right\}e^{-mt_1}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(XV)}$$

上式 h ハ時間ノ函數トシテ現ハシタルさーじんぐノ高ヲ示ス而モ e^{-mt_1} ナル因子ノタメニ漸減波動ヲ現ハスモノトス

さーじんぐノ最大高ハ $\frac{dh}{dt}=0$ ナル條件ヨリ得ラルヘシ即チ

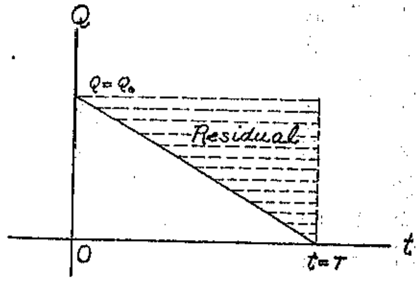
$$\frac{dh}{dt}=-me^{-mt_1}\left\{h_T\cos(nt_1)+\frac{v_{xT}+mh_T}{n}\sin(nt_1)\right\}$$

$$+e^{-mt_1}\left\{-h_Tn\sin(nt_1)+(v_{xT}+mh_T)\cos(nt_1)\right\}=0$$

$$\text{or}\quad \tan(nt_{1\,max}) = \frac{n}{m+\dfrac{h_T}{v_{2T}}(m^2+n^2)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XVI)}$$

水車閉鎖時(Closing time)カ比較的小ナルトキ即チ$T<10^{sec}$ナルトキハ(XVI)方程式ハ多少簡單トナル

第五圖



水車ヲ通過スル水量ハ上圖ニ示ス如ク時間ノ一次函數ノ如ク變化スルモノトスレハTナル閉鎖時間中ニ給水槽ニ殘留スル水量ハ大凡ソ次ノ如キ關係ヲ有スヘシ

$$\frac{Q_0}{2}\times T = A_2 h_T$$

即チ

$$h_T = \frac{Q_0 T}{2A_2}$$

次ニQ_0ナル水量ハ閉鎖時間ノ終ハリニ於テハ給水槽以外ニハ全ク流出セサルニヨリ次ノ關係アリ

$$v_2 A_2 = Q_0$$

$$v_{2T} A_2 = Q_0$$

或ハ

$$\text{or}\quad v_{2T} = \frac{Q_0}{A_2}$$

以上求メ得タルh_T及ヒv_{2T}ノ値ヲ(XVI)方程式中ニ挿入スレハ

$$\tan(nt_{1\,max}) = \frac{n}{m+\dfrac{T}{2}(m^2+n^2)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(XVII)}$$

(XVI)及ヒ(XVII)方程式ヨリ $nt_{1\,max}$ ノ値ヲ發見シ之ヲ(XV)式ニ挿入スレハさーじんぐノ最大値ヲ得ヘシ

次ニ(XV)方程式ヲ　ニ付キ微分スレハ

$$\frac{dh}{dt}=v_2=\left\{v_{2T}\cos(nt_1)-\frac{m\,v_{2T}+h_T(m^2+n^2)}{n}\sin(nt_1)\right\}e^{-mt_1}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XVIII})$$

次ニ水車閉鎖時間カ非常ニ小ナルトキ即チ $T\equiv0$ ナルトキハ尚一層簡單ナル關係ヲ得ヘシ

$T\equiv0$ ナルトキハ $h_T\equiv0$ 且ツ m^2 及ヒ n^2 ナル値ハ省略シテ差支ナキ程 m 及ヒ n ノ値ハ小ナルヲ以テ $m\,h_T$ ナル値ハ v_{2T} ニ比シテ省略シテ可ナリ

從テ(XVI)方程式ハ

$$\tan(nt_{1\,max})=\frac{n}{m+\frac{h_T}{v_{2T}}(m^2+n^2)}$$

$$=\frac{n}{m}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XIX})$$

or

$$t_{1\,max}=\frac{1}{n}\mathrm{arc}\tan\left(\frac{n}{m}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XX})$$

尚又(XV)方程式ハ次ノ如ク縮小セラルヘシ

$$h=\frac{v_{2T}}{n}\sin(nt_1)e^{-mt_1}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXI})$$

(XIX)方程式ヨリ

$$\sin(nt_{1\,max})=\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}$$

上式ヲ(XXI)方程式ニ挿入スレハ

$$h_{max}=\frac{v_{2T}}{\sqrt{m^2+n^2}}e^{-mt_{1\,max}}$$

$$=\frac{Q_0}{A_2\sqrt{m^2+n^2}}e^{-mt_{1\,max}}$$

$$=\frac{Q_0}{A_2\sqrt{\frac{a_2}{a_0}}}e^{-mt_{1\,max}}$$

$$=\frac{Q_0}{\sqrt{A_1A_2}}\sqrt{\frac{L}{g}\left(1+\frac{HA_1}{LA_2}\right)}e^{-mt_{1\,max}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(XXII)}$$

上式中$\frac{HA_1}{LA_2}\doteqdot 0$ト做シテ差支ナシ然ルトキハ

$$h_{max}=\frac{Q_0}{\sqrt{A_1A_2}}\sqrt{\frac{L}{g}}e^{-mt_{1\,max}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(XXII}_a\text{)}$$

以上ハTナル閉鎖時間カ非常ニ小ナル場合ニ付キテ省略法ヲ論述シタルモノナルカTカ比較的大ナル場合例ヘハ$T>10^{sec}$ナル場合ヲモ併セテ論述スルコトヽセン

方程式(XV)ヨリ

$$h=\left\{h_T\cos(nt_1)+\frac{v_{2T}+mh_T}{n}\sin(nt_1)\right\}e^{-mt_1}$$

第一章第一節方程式(X)ヨリ

$$h_T=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin^2\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\,\frac{T}{2}\right)$$

第一章第一節方程式(XIII)ヨリ

$$v_{2T}=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\frac{T}{2}\right)\cos\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\frac{T}{2}\right)$$

本節(VII)方程式ヨリ

$$m=\frac{a_1}{2a_0},\qquad n=\sqrt{\frac{a_2}{a_0}-\left(\frac{a_1}{2a_0}\right)^2}$$

$$\cong\sqrt{\frac{a_2}{a_0}}$$

$$=\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}$$

式ノ形ヲ簡單ニスルタメ次ノ如ク假定スレバ

$$\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}T=\alpha,\qquad \sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}t_1=X$$

以上列擧セル關係式ヲ(XV)式ニ應用スレバ

$$h=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\left\{\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos X+\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}+\frac{mT}{\alpha}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)\sin X\right\}e^{-mt_1}$$

$$=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\frac{\alpha}{2}\left\{\sin\left(\frac{\alpha}{2}+X\right)+\left(\frac{mT}{\alpha}\sin\frac{\alpha}{2}\right)\sin X\right\}e^{-mt_1}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXIII})$$

上式ニ於テ α X 及ヒ m ニ對シ實際ノ値ヲ當テ箝ムレバ

$$h=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\frac{T}{2}\right)\left[\sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\left(\frac{T}{2}+t_1\right)\right\}\right.$$

$$\left.+\frac{\lambda_1}{2}\sqrt{\frac{gA_2}{LA_1}}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\frac{T}{2}\right)\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}t_1\right)\right]e^{-mt_1}\cdots\cdots\quad(\mathrm{XXIII}_a)$$

上式運算中ニ$\frac{HA_1}{LA_2}\cong 0$及ヒ$h_2\frac{A_1}{A_2}\cong 0$ヲ假定シタルコトヲ記憶スルヲ要ス

本節(I)式ヨリ

$$t_1=t-T$$

此關係ヲ(XXIII$_a$)式ニ應用スレハ

$$h=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\frac{T}{2}\right)\left[\sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{h_1}{2}\sqrt{\frac{gA_2}{LA_1}}\sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\frac{T}{2}\right)\sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}(t-T)\right\}\right]e^{-m(t-T)}\dots\quad\dots\quad\text{(XXIV)}$$

上式中第二項ハ波動ニ對シテハ其影響甚タ微弱ニシテ省略スルモ差支ナキヲ以テ次ノ如ク簡單ナル形トナスヘシ

$$h=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\frac{T}{2}\right\}\sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2}}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}e^{-m(t-T)}\quad\dots\quad\dots\quad\dots\quad\text{(XXIV}_a\text{)}$$

本節(XVI)式ヨリ

$$\tan(nt_{1\,max})=\frac{n}{m+\frac{h_T}{v_{2T}}(m^2+n^2)}$$

然ルニ

$$m^2+n^2=\frac{a_2}{a_0}$$
$$=\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}$$
$$\cong\frac{gA_1}{LA_2}$$

(XVI)式中ニ$\sqrt{m^2+n^2}$及ヒh_T及ヒv_{2T}等ニ對ス實値ヲ入レ換フレハ

$$tan\,(nt_{1\ max})=\frac{n}{m+\sqrt{\frac{g A_1}{LA_2}}tan\left(\sqrt{\frac{g A_1}{LA_2}}\times\frac{T}{2}\right)}\quad\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\quad \text{(XXV)}$$

以下少シク九州水力電氣株式會社給水槽附水壓隧道ノ例ニ付キ應用問題ヲ述フルコトヽセン

$A_1=$ 175.0 平方尺

$L=$1710.0 尺

$Q_0=$1000.0 秒立方尺

$v_0=$ 5.7 秒尺

$A_2=$7000.0 平方尺

$H=$ 15.0 尺

$T=$ 3.0 秒

I. Theoretical surging height due to sudden stoppage.

$$h=Q_0\sqrt{\frac{L}{g\,A_1\,A_2}}\qquad\text{(by primitive method)}$$

$$=1000\sqrt{\frac{1710}{3.22\times175\times7000}}$$

$$=6.587$$

さーじんぐノ變化ノ有樣ヲ探究スルニハFirst stageノ研究必要ナレトモ單ニさーじんぐノ最大値ヲ知ルニハ一般ニSecond stage丈ケニテ充分ナルヲ以テ以下例題ハ凡テSecond stage丈ケニ止メントス

II.　Surging in second stage, not taking frictional resistances into consideration.

第一章第二節(IX)式ヨリ

$$h_{max}=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\,sin\left(\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\times\frac{T}{2}\right)$$

$$=\frac{2\times1000\times1710}{32.2\times3\times175}\,sin\left(\sqrt{\frac{32.2\times175}{1710\times7000+15\times175}}\times1.5\right)$$

$$=\quad ,,\quad \times sin\,(0.0326)$$

$$=\quad ,,\quad \times sin\,(1^\circ\,52')$$

$$=\frac{22800}{112.7}\times0.0326$$

$$=6.59$$

以上計算シタル h_{max} ハ次ニ示ス t_{max} 時ニ起ルモノトス

$$t_{max}=\frac{1}{2}\left(\pi\sqrt{\frac{LA_2+HA_1}{gA_1}}+T\right)$$

$$=73.7 \quad \text{or} \quad 74^{sec.}$$

第一章第二節(X)式ヨリ

$$\left|h_{max}\right|_{limit\ T=0}=\frac{Q_0L}{gA_1}\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}$$

$$=\frac{1000\times1710}{\sqrt{32.2\times175}\,\sqrt{1710\times7000+15\times175}}$$

$$=6.585$$

之ニ相當スル時間ハ

$$t_{max}=\frac{1}{2}\left(\pi\sqrt{\frac{LA_2+HA_1}{gA_1}}\right)$$

$$=72.2 \quad \text{or} \quad 72^{sec.}$$

Tヨリモ大ナル任意時間ニ對スルさーじんぐハ次ノ如シ第一章第二節(VII)式ヨリ

$$h=\frac{2Q_0L}{gTA_1}sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\frac{T}{2}\right\}sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}$$

$$=\frac{2\times1000\times1710}{32.2\times3\times175}sin\left(\sqrt{\frac{32.2\times175}{1710\times7000+15\times175}}1.5\right)\times sin\left\{\sqrt{\frac{32.2\times175}{1710\times7000+15\times175}}(t-1.5)\right\}$$

$$=\frac{22800}{112.7}\times0.0326\,sin\left(\frac{t-1.5}{46}\right)$$

$$=6.59\,sin\left(\frac{t-1.5}{46}\right)$$

$h=1.305^{shaku}$	$t=10.7^{sec.}$
$=2.563$	$=19.9$
$=3.716$	$=29.1$
$=4.666$	$=38.3$
$=5.496$	$=47.5$
$=6.109$	$=56.7$
$=6.478$	$=65.9$
$=6.583$	$=75.1$

次ニ第一章第二節(XII)式ヨリ

$$v_2=\frac{2Q_0L}{gTA_1}\,sin\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\,\frac{T}{2}\right\}\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\,cos\left\{\sqrt{\frac{gA_1}{LA_2+HA_1}}\left(t-\frac{T}{2}\right)\right\}$$

$$=0.143\,cos\left(\frac{t-1.5}{46}\right)$$

$v_2=0.140^{\text{shaku}}$	$t=10.7^{\text{sec.}}$
$=0.118$	$=29.1$
$=0.079$	$=47.5$
$=0.026$	$=65.9$
$=0$	$=74.0$

III. Surging in second stage, taking frictional resistances into consideration.

第二章第二節ヨリ

$$a_0=\frac{L}{g}\left(1+\frac{HA_1}{LA_2}\right)$$

$$=\frac{1710}{32.2}\left(1+\frac{15\times175}{1710\times7000}\right)$$

$$=53.1133$$

$$a_1=\left(\lambda_2\frac{A_1}{A_2}+\lambda_1\right) \qquad (\lambda_2\,\lambda_1\ \text{ハ以下算出})$$

$$=\left(0.0000033\times\frac{175}{7000}+0.08072\right)$$

$$\cong0.08072$$

$$a_2=\frac{A_1}{A_2}$$

$$=\frac{175}{7000}$$

$$=0.025$$

$$\lambda_1=\frac{2}{3}\Sigma L\frac{4}{d}\,\frac{v_1}{2g}$$

$$=\frac{2}{3}\times 0.003\times 1710\times\frac{4}{15}\times\frac{5.7}{64.4}$$

$$=0.08072$$

$$\lambda_2=\frac{2}{3}\Sigma\ H\times\frac{p}{A_2}\times\frac{v_2}{2g}$$

$$=\frac{2}{3}\times 0.003\times 15\times\frac{350}{7000}\times\frac{1000}{7000}\times\frac{1}{64.4}$$

$$=0.0000033$$

$$m=\frac{a_1}{2a_0}$$

$$=\frac{0.08072}{2\times 53.1133}$$

$$=0.0007597$$

$$n=\sqrt{\frac{a_2}{a_0}-\left(\frac{a_1}{2a_0}\right)^2}$$

$$\cong\sqrt{\frac{0.025}{53.1133}-(0.0007597)^2}$$

$$\cong 0.0216$$

第二章第三節(XVII)式ヨリ

$$tan\,(n\,t_{1\,max}) = \frac{n}{m + \frac{T}{2}(m^2+n^2)}$$

$$= \frac{0.0216}{0.0007597 + 1.5 \times \frac{1}{40\times 53}}$$

上式中 $m^2+n^2 \cong \frac{a_2}{a_0}$ トナセリ

$$= 14.7219$$

故ニ

$$nt_{1\,max} = tan^{-1}\,14.7219$$

$$= 1.5041$$

$$t_{1\,max} = \frac{1.5041}{0.0216}$$

$$= 69.6$$

$$\cong 70^{\,sec.}$$

故ニ

$$mt_1 = 0.0007597 \times 70$$

$$= 0.053179$$

$$cos\,(n\,t_{1\,max}) = \frac{1}{\sqrt{1+(14.722)^2}}$$

$$= 0.06627$$

$$\sin(n\,t_{1\,max})=\frac{14.722}{\sqrt{1+(14.722)^2}}$$

$$=0.97563$$

第二章第二節(XV)式ヨリ

$$h=\left\{h_T\cos(n\,t_{1\,max})+\frac{v_{oT}+m\,h_T}{n}\sin(n\,t_{1\,max})\right\}e^{-mt_1}$$

$$=\left\{0.214\times0.06627+\frac{0.143+0}{0.0216}\times0.9756\right\}e^{-mt_1}$$

$$=6.4597\times e^{-mt_1}$$

$$=\frac{6.4597}{e^{mt_1}}$$

$$=\frac{6.4597}{e^{0.053179}}$$

$$=\frac{6.4597}{1.0546}$$

$$=6.12$$

第二章第二節(I)式ヨリ

$$t_{max}=T+t_{1\,max}$$

$$=3+69.6$$

$$=72.6$$

以上說述セル所ノモノハ主トシテGate closingノ問題ニ關シテ論セラレタルカ尙此外Gate openingノ場合ニ關シテ論セサルヘカラサルカ實際問題ニ於テハ比較的緊要ナラスト信ス尙ホ此外餘水

1640

吐ヲ有スル給水槽ニ對スルさーじんぐノ關係換言スレハさーじんぐノ起ル給水槽ノ餘水吐ハ如何ニ決定スヘキヤノ問題アレトモ之等ハ後日更ニ稿ヲ改メテ說述スル機ヲ待タント欲ス(完)