

CIP-Soroban法に基づく 汽水域 3 次元数値流動モデルの開発

A DEVELOPMENT OF 3D CIP-SOROBAN SOLVER
FOR AN ESTUARY WATER FLOW

中村 恭志¹・石川忠晴²

Takashi NAKAMURA and Tadaharu ISHIKAWA

¹正会員 理博 東京工業大学准教授 大学院総合理工学研究科環境理工学創造専攻
(〒226-8503 神奈川県横浜市緑区長津田町4259番G5-3)

²フェロー会員 工博 東京工業大学教授 大学院総合理工学研究科環境理工学創造専攻
(〒226-8503 神奈川県横浜市緑区長津田町4259番G5-3)

A new three-dimensional numerical model for an estuary river flow is proposed. The three-dimensional numerical model is based on the Constrained Interpolated Profile (CIP) scheme and the Soroban computational grid system. While time evolutions of water flow are calculated by the CIP scheme according to three-dimensional turbulent equation with a quite low numerical diffusion error, by using Soroban grid system, computational grid points can be rearranged and gathered freely around an arbitrary region according to the topography and a position of a saline layer even after a computation starts. As a result of this excellent numerical feature, the proposed model can be expected to solve a reasonable estuary water flow even if a coarse computational mesh system is employed. The proposed model is applied to an estuary flow in the Kitakami River downstream from the estuary barrier with actual geometry conditions. As a result of comparisons with field-observational data, it is verified that the proposed model can solve the actual density flow in an estuary with a reasonable accuracy.

Key Words : CIP scheme, Soroban Grid System, Estuary River Flow, 3D numerical model.

1. 序論

河川が海洋と接続する汽水域では、塩水密度流が河川での流動に大きな影響を与える。そのため河川汽水域の数値流動解析では、塩分の空間的分布を考慮した鉛直二次元、或は三次元モデルでの解析が従来から試みられてきた^{1,2)}。特に三次元モデルは、近年の計算機能力の向上に伴い、開水路乱流^{3,4)}、塩水遡上解析⁵⁾、サーマル流動⁶⁾など河川と関連する様々な流れにおいて開発と適用が進められている。これら三次元モデルの多くは、曲線座標系や σ 座標系などを導入し、水面や河床面の形状を詳細に考慮できるものとなっている。その一方で、河川汽水域への適用で問題となる密度躍層の数値計算上の取り扱いについては十分に検討がなされていない。すなわち、従来の二次元モデルなどでは、数値拡散誤差を避け急峻な密度躍層を表現するために、水深方向に細かい計算格子を用いて計算を行う場合が多かった。しかしながら、この方策をそのまま三次元モデルで使用することは、計算負荷の面から現実的では無いと考えられる。

このような問題点を解決する密度流数値解析モデルとして、CIP-Soroban法と内部境界条件法とを組み合わせた解析モデルの開発を進めている^{7,8,9,10)}。このモデルでは、基礎方程式の解法に高精度流体解法であるConstrained Interpolated Profile (CIP)法¹¹⁾を用いるのに加え、近年提案された計算格子であるSoroban格子¹²⁾を用いることに特徴がある。Soroban格子ではソロバン¹³⁾の軸上で計算珠を上下させるように、計算の各ステップにおいて格子点を上下に移動させることが可能である。これにより躍層付近に格子点を集中させれば、格子点の総数を増加させずとも躍層付近の空間精度の向上が期待できる。実際に、このモデルに基づく鉛直二次元数値解析では、数値拡散誤差の少ない、詳細な密度成層の記述が可能であることを確認している^{7,8,9,10)}。しかしながら、3次元水流動解析へのCIP-Soroban法の適用は未だ行われていなかった。そこで本研究では、先に提案したCIP-Soroban法に基づく鉛直2次元密度流解析モデルの3次元解析モデルへの拡張について報告を行う。汽水域への適用に向けた3次元Soroban格子の配置方法について提案を行うとともに、試行解析例として開発した3次元モデルを宮城県新北上

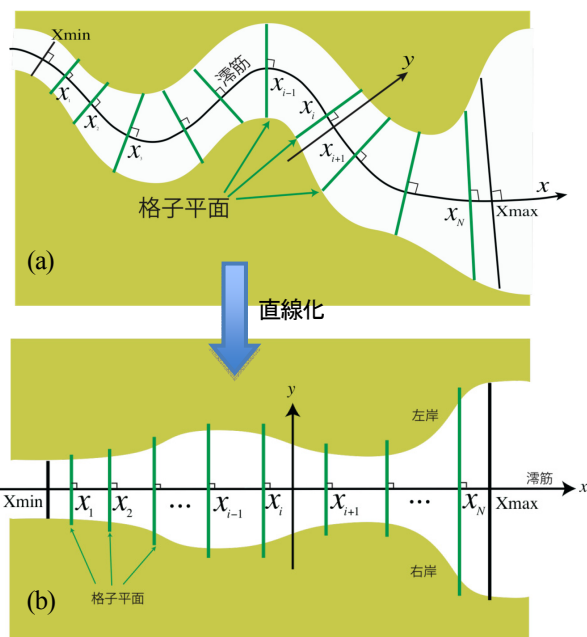


図-1 河道の直線化. 主流軸(滞筋)に沿って x 方向を取った計算空間を採用する. 図中白抜き部分が水域に相当する. 緑実線で示す格子平面は x 軸に垂直に設定される.

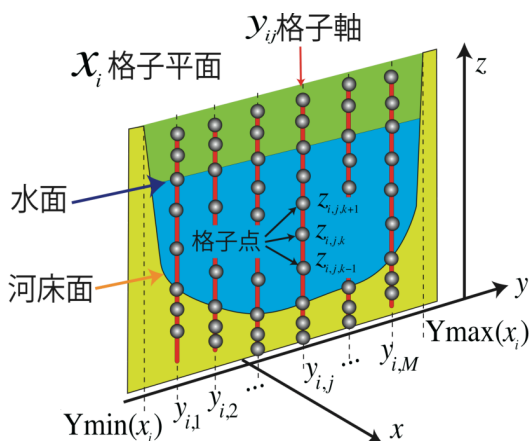


図-3 格子点の設定. 各格子軸上に任意の個数の計算格子点を配置する.

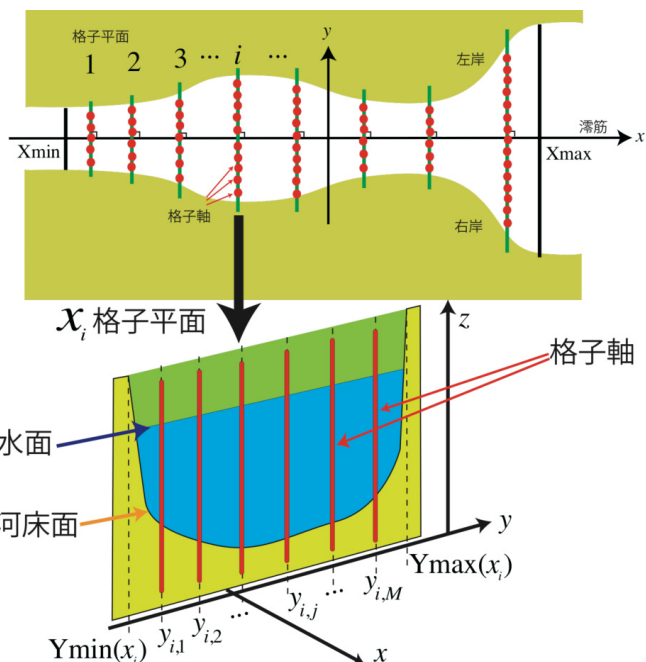


図-2 格子軸の設定. 各格子平面内に鉛直方向に向かう格子軸(赤実線)を設定する.

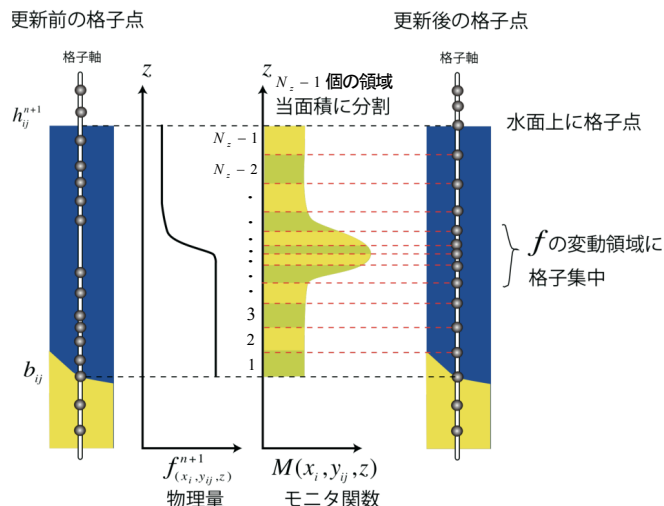


図-4 Soroban格子における格子点適合配置. 図中丸印が格子点位置を示す.

川下流部へ適用し、現地観測結果との比較を行った。

2. 三次元Soroban格子法による離散化

3次元空間におけるSoroban格子法では、まず計算領域は複数の格子平面により離散化され、ついで各平面上に平行な複数の格子軸が設定される。さらに各格子軸上に格子点が配置されることになる。このように計算格子の配置に階層性を持たせることで、Soroban格子法では格子点の位置を計算を進めながら自由に調整することが可能であるにも関わらず、非構造格子などでは大きな負荷と手間が要求される参照格子点の探索が簡便に行えるようになっている。

(1) 計算空間（河道の直線化）

3次元へのSoroban格子法の拡張については矢部らにより既に提案されているが¹²⁾、カーテシアン座標系を対象としており、そのまま蛇行・屈曲を伴う河川などへの解析に適用することは難しいと考えられる。そこで、本研究では図-1(a)に示すように、河道主流方向（滞筋）に沿って座標軸 x を取り、図-1(b)に示すように河道を直線化した計算空間内で計算を進めることとした。ただし、実際の河道の屈曲による影響は、後述するように各地点 x における主流軸の曲率をパラメータとして、流速の運動方程式に遠心力項を加味することで考慮している。河道の屈曲に伴う外岸と内岸側での主流方向の距離の相違については考慮していないため、河道が大きく曲がる河川などへの適用には、今後曲線座標系の導入などについて検討を行う必要がある。

(2) Soroban格子

図-1 (b) に示すように、主流(x)方向に垂直な複数の格子平面 x_i を設定する。これら格子平面は図-1 (a) に示すように、実際の河道において主流に垂直な横断面を設定することに相当する。次に図-2に示すように、各格子平面 x_i 上で河道横断方向を y 方向として、垂直 z 方向に走る複数の格子軸 y_{ij} を設定する。最後に図-3に示すように、各格子軸 y_{ij} 上に複数の格子点 z_{ijk} を設定する。流速や塩分などの物理量は各格子点上にコロケート配置され時間発展が計算される。以上の規則性を持って配置される限り、格子平面・軸・点の数と位置については任意に設定可能である。なお、本モデルでは内部境界条件法⁷⁾に従い、水面と河床面上に動力学・運動学的境界条件を課しつつ水塊外部も同時に計算を行う為、水面上及び河床面以下の空間にも小数の格子点を配置している。

(3) Soroban格子による適応格子配置

Soroban格子法では格子点を格子軸上で自由に再配置可能であり、各計算ステップにおける水面位置と着目する物理量分布に応じて計算格子点の鉛直位置を更新している。格子点位置の更新は計算軸ごとに行われる。図-4に示すように次時刻における水面位置 h_{ij}^{n+1} と着目する物理量 $f_{(x_i, y_{ij}, z)}$ が計算されたとする。格子点を物理量 f が急変する領域に集中させる為に、モニター関数 M の鉛直分布を次式に従い計算する。

$$M(x_i, y_{ij}, z) = \sqrt{1 + \alpha (\partial f^{n+1} / \partial z)^2} \quad (1)$$

ここで α は格子の集中度合いを調整する任意の正定数である。式(1)のモニター関数 M は空間勾配 $\partial f^{n+1} / \partial z$ が大きくなる、即ち物理量 f が急変する領域で大きな値を取る。水塊内部に配置する格子点数を N_z とする場合には、モニター関数 M をその面積(積分値)が等しくなるように $N_z - 1$ 個の領域に分割し、それら領域の境界面を新たに更新された格子点の位置として採用する。これにより、格子点を塩水躍層などの物理量が急変する領域に集中させて空間解像度を向上させることが出来る。また、格子点を次時刻における水面位置 h_{ij}^{n+1} に一致させるように配置することで、微少な水面変動も正確に表現できるようにになっている。

3. 基礎方程式

基礎方程式として以下の3次元非圧縮 $k-\varepsilon$ 乱流方程式を用いた。

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{lic} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{lic} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_{eff} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{uv}{R} + \frac{\tau_x}{\rho} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{lic} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{lic} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_{eff} \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{u^2}{R} + \frac{\tau_y}{\rho} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{lic} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{lic} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_{eff} \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\tau_z}{\rho} - g \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dk}{Dt} = & P_k - \varepsilon + G_k + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_{lic}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_{lic}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & (C_1 P_k - C_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} + C_1 (1 - C_3) \frac{\varepsilon}{k} G_k + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_{lic}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_{lic}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_{lic}}{\sigma_s} \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_{lic}}{\sigma_s} \frac{\partial s}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_{eff}}{\sigma_s} \frac{\partial s}{\partial z} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P_r = & 2\nu_t \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ & + \nu_t \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$G_r = \frac{\nu_{eff}}{\sigma_t} \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (10)$$

$$\nu_{eff} = \nu_{mol} + \nu_t = \nu_{mol} + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad \nu_{lic} = 0.01 (D)^{4/3}$$

ここで x は主流方向、 y は横断方向、 z は鉛直方向の座標であり、 $u(t, x, y, z)$, $v(t, x, y, z)$, $w(t, x, y, z)$ は各々 x , y 及び z 方向の流速成分を表す。 $k(t, x, y, z)$ と $\varepsilon(t, x, y, z)$ は乱流エネルギーと同散逸率であり、 ν_{mol} と ν_t は水の分子粘性と乱流粘性係数である。 $p(t, x, y, z)$ は圧力であり、 $s(t, x, y, z)$ は塩分である。密度 $\rho(t, x, y, z)$ は水温は一定であるとして、塩分 s からUNESCOによる経験式を用いて求められる¹³⁾。水平方向の粘性係数 ν_{lic} には水平方向の代表格子幅 D からリチャードソンの3/4乗則を用いて求めたものを使用した。 τ_x, τ_y, τ_z は水面上の風応力と底面上に加わる摩擦応力である。運動方程式(2)及び(3)では曲率 R を用いて遠心力の

効果を導入している。係数 C_1, C_2, C_3, C_μ には $k-\varepsilon$ モデルの標準値を使用した^{9,10}。式(2)～(10)の解法は鉛直2次元CIP-Sorobanモデルと同様の手順で行われる^{7,8,9,10}。時間分割法に基づき式(2)～(7)を移流項とそれ以外の項に分離し、移流項はCIP法を用いた空間3次精度の補間をSoroban格子で行うことにより計算される。その後、移流項以外の項についてSoroban格子上で差分近似を行い、内部境界条件法⁷を用いて水面上での“圧力一定”（力学条件）及び河床面上での“湧き出し無し”（動力学条件）を満足するように時間発展が計算される。以上の流速、塩分、乱流諸量の計算に加え、水面位置 $h(t, x, y)$ の時間発展を次式に従い計算する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

m, n は x, y 方向への線流量であり、式(2)～(3)により計算された流速から以下のように見積もられる。

$$m(t, x, y) = \int_{b(x, y)}^{h(t_n, x, y)} u \, dz, \quad n(t, x, y) = \int_{b(x, y)}^{h(t_n, x, y)} v \, dz \quad (12)$$

ここで $b(x, y)$ は河床高である。

4. 計算結果

開発した3次元モデルを宮城県新北上川下流域へ適用した。計算領域は河口より上流17.2kmの北上大堰から追波湾沖合7kmまでとした（図-5）。新北上川は洪水を追波湾に導く放水路として、旧追波川の開鑿工事により造られた人造河川である。河口から上流17.2kmの地点には北上大堰が設置され、新北上川への放流量を調整している。雨期などの出水時を除き放流量は $3\text{m}^3/\text{sec}$ 程度に制限されている。2006年8月～9月の夏期渇水期に上流域での塩分鉛直観測が国土交通省北上川下流河川事務所により行われている¹⁴。観測は河口から10kmより上流域において1km毎に行われ、船上から降ろした水質計により鉛直方向の塩分分布が50cmピッチで計測されている。本研究ではこの2006年夏期の観測結果と計算結果との比較を行い、出水に伴う塩分分布変化に着目して検証を行った。計算期間は観測が行われた2006年8月8日～9月1日の26日間とした。初期塩分分布は現地観測結果を用いることとし、計算時間間隔はCFL数が0.1以下となるように設定した（ $\Delta t \sim 10\text{sec}$ ）。他の河川感潮域に対して行われた鉛直2次元モデルによる解析¹⁵を参考に、格子平面は主流（ x ）方向に200mごととした。格子軸は横断（ y ）方向に一定間隔で配置し、計算が現実的な時間内で終了する範囲で出来るだけ細かく配置した（河道部：25m毎、追波湾：200m毎）。各格子軸上の格子点数は鉛直方向の格子点間隔が平均25cmとなるように決定した。各計算ステップでは、式(1)における f を塩分 s とし、塩水界面に格子点を集中させるようにした。北上大堰の位置する上流端で

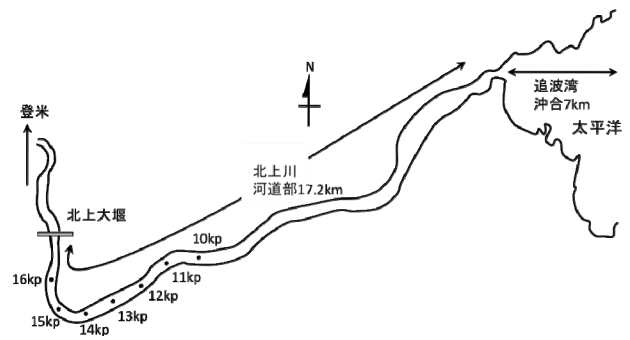


図-5 計算対象領域。現地観測地点を黒丸で示す。

は、断面一様として堰の実績放流量から求めた流速を境界条件として与えた。塩分は上流端（堰）及び下流端（追波湾沖合）でそれぞれ0及び34psuの固定値とした。追波湾沖合の境界には付近の鮎川港における観測潮位を水位境界条件として課した。図-6に用いた放流量と潮位の時系列変化を示す。計算期間中には台風の接近に伴う $100\text{m}^3/\text{sec}$ 程度の放流が三回含まれている。

図-7に計算された高塩分水塊の三次元空間分布を、観測が行われた堰付近上流域（10km～16km）について示す。図-7には23.5、24.5及び25.5psuより高い塩分の水塊のみを抜き出し、河床面とともに描いた。また、図-8には塩水楔の遡上が顕著に見られた放流前の大潮時（8月9日～11日）について、一潮汐周期内での高塩分水塊の三次元空間分布の時系列変化を示す。平水時の低い堰放流量（ $3\text{m}^3/\text{sec}$ ）が継続する期間では、図-8に示すように潮位に伴う進退を繰り返しながら塩水楔が遡上し、図-7(b)に示すように堰直下まで塩水層が遡上する様子が計算されている。また、台風接近に伴う放流量増加による塩水層の後退も図-7(c)に示すように再現されている。図-9には上流域（10km～16km）における塩分鉛直分布の観測結果との比較を示した。図-9(a)、(b)及び(c)は図-6において点線で示した出水前（ β ）、出水時（ γ ）及び出水後（ η ）における比較をそれぞれ示している。出水時における水表面付近の淡水層厚の増加と、出水後の塩水層厚の回復過程を計算結果は再現しており、出水に伴う塩水挙動の変化をおおむね再現していると考えられる。しかしながら、堰付近の上流16km地点において塩水層の塩分が低めに見積もられており、塩分躍層が観測結果に比べ多少滑らかになるなど、観測結果との差異が認められる。原因は今後の検討課題であるが、水平方向の格子幅が粗すぎる可能性や、上流端からの淡水放流を鉛直方向一様と仮定していることなどが原因として考えられる。

5. 結論

汽水域における塩水密度流の3次元数値解析モデルとして、CIP-Soroban法に基づく流動モデルの開発を行った。先に提案したCIP-Soroban法に基づく鉛直2次元密

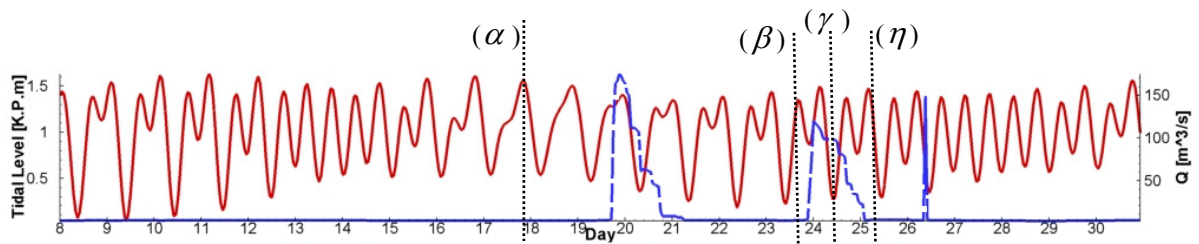


図-6 潮位（赤実線）及び堰放流量（青破線）．横軸は2006年8月1日午前0時からの日数．

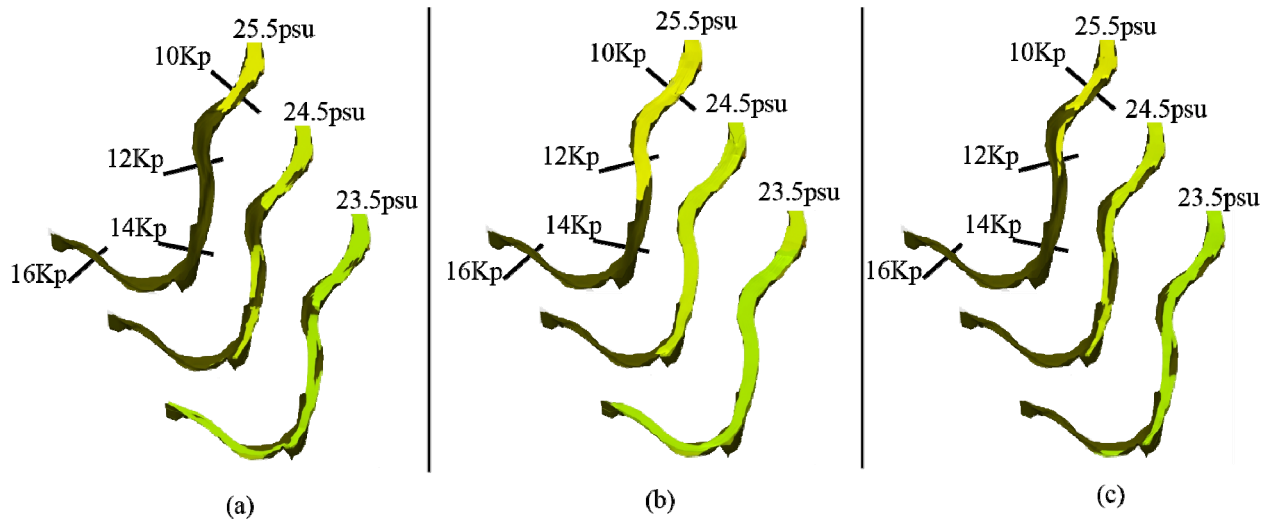


図-7 新北上川上流部における高塩分水塊（左より25.5, 24.5, 23.5psu以上の水塊）の三次元空間分布．現地観測が行われた上流域を河床面とともに拡大して示す．(a) : 8月8日（初期条件）, (b) : 8月18日（図-6内 α ）及び(c) : 8月25日（図-6内 γ ）．

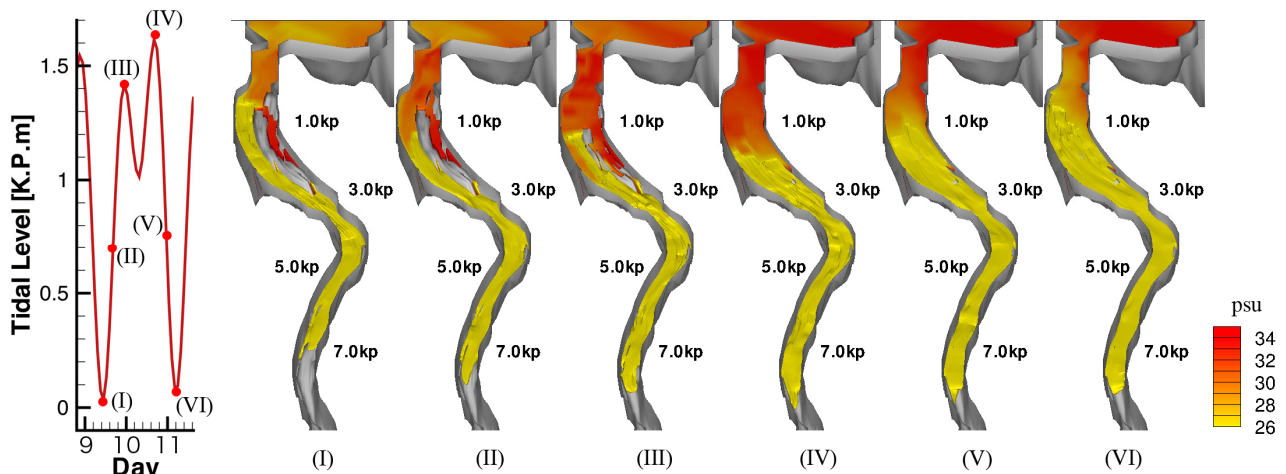


図-8 新北上川下流部における高塩分水塊の三次元空間分布．塩分26psu以上の水塊のみを抜き出し、河床面（灰色）とともに拡大して示す．8月9日～11日の一潮汐内での変化を示し、左端に示した潮汐水位図中の(I)～(VI)の各時刻における塩水分布を右側に示す．

度流解析モデルを基礎とし、汽水域の解析に適した3次元Soroban格子の構成方法を報告した．宮城県新北上川下流部へ適用した結果、開発した3次元モデルが現地観測により観測された塩水層挙動を概ね再現可能であることを確認した．

謝辞：本研究では、北上川水質観測データを国土交通省東北地方整備局北上川下流河川事務所からご提供いただきました．ご厚意に対しここに深謝の意を表します．

参考文献

- 1) 渡邊明英, 西村達也：河川流に関する数値解析の現状と課題, 河川技術論文集, 第10巻, pp.25-30, 2000.
- 2) 細山田得三, 早川典生, 青山了士, J. F. Atkinson, 福嶋祐介：河口における密度流と浮遊物質の輸送に関する数値計算, 水工学論文集, 第45巻, pp.955-960, 2001.
- 3) 横嶋哲, 中山昭彦：DNS及びLESのための一般座標系コロケート格子を用いた差分法の開発と検証, 水工学論文集, 第45巻, pp.565-570, 2001.

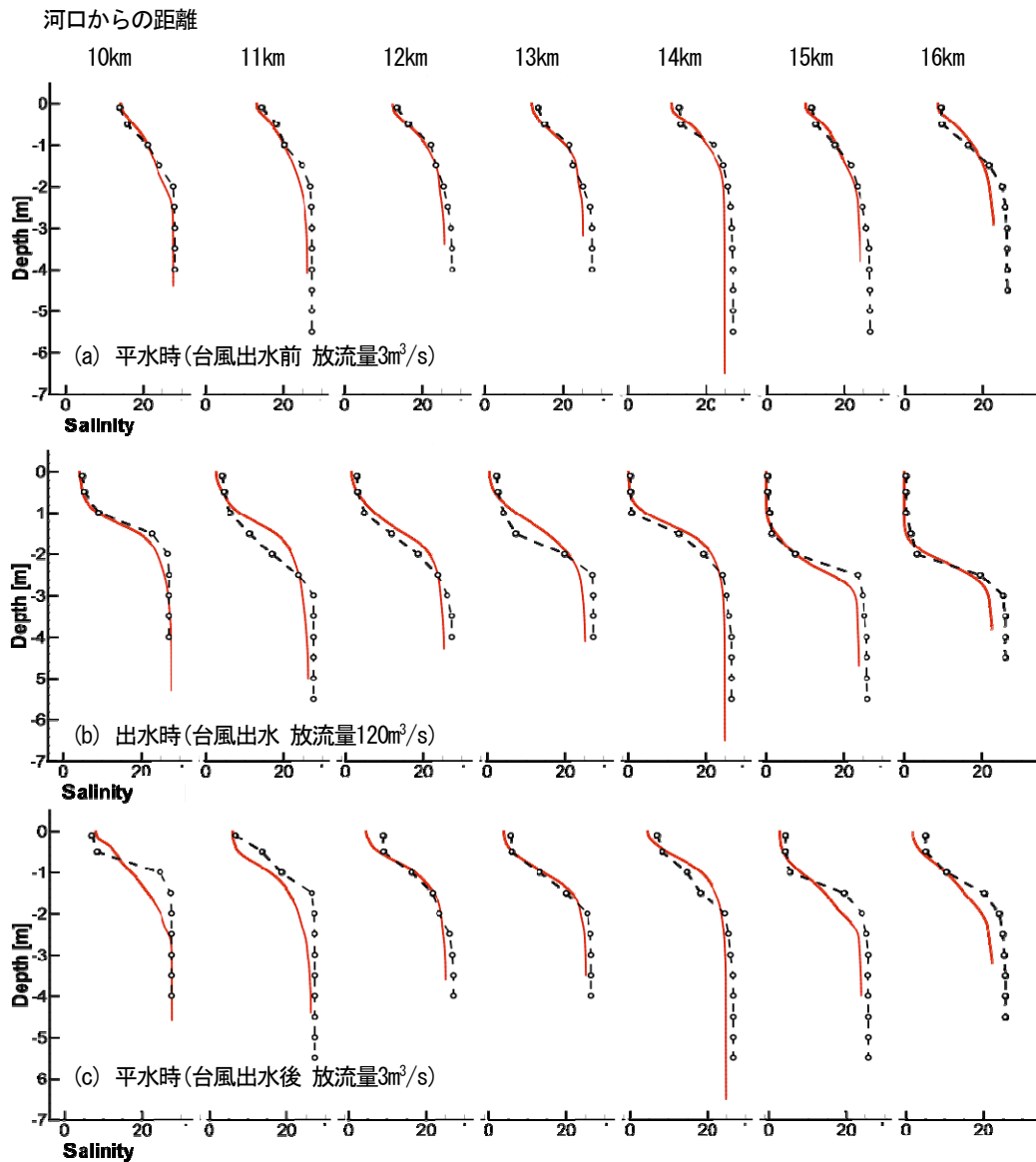


図9 新北上川上流域における塩分鉛直分布の現地観測結果との比較。赤実線は計算結果を、白丸は観測結果を示す。(a)、(b)及び(c)はそれぞれ図-6内に点線で示された (β) 、 (γ) 及び (η) の日時の結果を示す。

- 4) 瀬津家久, 山上路生: 水深変化を有する非定常な複断面開水路流れの3次元乱流計算, 水工学論文集, 第47巻, pp.421-426, 2003.
- 5) 北上和典, 中西太, 荒川英誠, 中辻啓二, 白波瀬卓哉, 劉炳義: 3次元塩水遡上解析モデルの開発と紀の川汽水域環境への適用, 水工学論文集, 第47巻, pp.1009-1014, 2003.
- 6) 秋山壽一郎, 重枝未玲, 前多陽子: 3次元モデルによる水平面上の粒子サーマルの流動・堆積シミュレーション, 水工学論文集, 第48巻, pp.1165-1170, 2004.
- 7) 工藤健太郎, 石川忠晴, 中村恭志: 境界条件を計算領域内部に設定する流体運動計算手法の開発, 水工学論文集, 第48巻, pp.691-696, 2004.
- 8) 中村恭志, 石川忠晴, 矢部孝, 滝沢研二: CIP-Soroban格子法に基づく浅水2次元自由水面流れの計算手法の開発, 水工学論文集, 第49巻, pp.685-690, 2005.
- 9) 中村恭志, 小島崇, 石川忠晴: CIP-Soroban法による河道幅を考慮した汽水域2次元数値モデルの開発, 水工学論文集, 第50巻, pp.805-810, 2006.
- 10) 小島崇, 中村恭志, 石川忠晴: 水温成層を考慮した貯水池

- 内流動解析に向けたCIP-Soroban法に基づく鉛直2次元数値流動モデルの開発, 水工学論文集, 第52巻, pp.1039-1044, 2008.
- 11) Yabe, T., Xiao, F. and Utsumi, T.: Constrained interpolation profile method for multiphase analysis, *J. Comput. Phys.*, Vol. 169, pp.556-593, 2001.
- 12) Yabe, T., Mizoe, H., Takizawa, K., Moriki, H., Im, H. and Ogata, Y.: Higher-order schemes with CIP method and adaptive Soroban grid towards mesh-free scheme, *J. Comput. Phys.*, Vol. 194, pp.57-77, 2004.
- 13) UNESCO: The Practical salinity scale 1978 and the international equation of state of seawater 1980, *Tech. Pap. Mar. Sci.*, Vol. 36, pp.25, 1981.
- 14) 国土交通省東北地方整備局北上川下流河川事務所, 平成18年度北上川下流域流況検討業務報告書, 2007.
- 15) 鈴木伴征, 石川忠晴: 利根川河口堰下流部における貧酸素水塊の発達・挙動に関する現地観測と数値計算, 水工学論文集, 第43巻, pp.881-886, 1999.

(2009. 9. 30受付)