

柔軟な構造体を有するダクト流れの数値計算

NUMERICAL PREDICTION OF DUCT FLOWS WITH FLEXIBLE STRUCTURE

黒田 望¹・牛島 省²

Nozomu KURODA and Satoru USHIJIMA

¹ 学生員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスター)

² 正会員 工博 京都大学教授 学術情報メディアセンター (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

This paper deals with the computational method to predict incompressible fluids in a duct including a flexible object. The finite deformations due to the geometrical non-linearity of the flexible object are solved with FEM by means of the stress increments. This computational method is applied to the duct flow including a flexible plate. In the computations, Young's modulus is changed for each case and it has been shown that the fluid forces acting on the object and the pressure differences between upstream and downstream boundaries depend on the Young's modulus. As a result, this computational method allows us to predict the effect of the flexible plate's stiffness on duct flow.

KeyWords : fluid-solid interaction, flexible object, finite deformation, FEM, MICS

1. はじめに

水工学分野では、円柱や角柱を対象として流体抵抗に関する研究が行われている。例えば、河道内の橋脚や植生を対象に単体の円柱や円柱群に対する流体力とその抵抗係数に関する研究¹⁾や洪水氾濫時の堤内地の家屋やビルなどを対象として角柱や角柱群に働く流体抵抗の研究^{2),3)}が行われている。変形を伴う植生や植生群の配置が抵抗特性に与える影響を検討した例はナイロン糸⁴⁾や河道内に生育する実ヨシを用いた研究⁵⁾、現地に繁茂するヨシの挙動と粗度係数の評価を行った研究⁶⁾があるが、植生長、直径、曲げ剛性は同一群落内でも個体差があることが指摘されている⁷⁾。そのため、同一の流入流出条件であっても群落によって流体抵抗が変化することが予想される。前述した円柱や角柱を対象とした研究では、辺長を変えた例は多く存在するが、剛性の異なる物体を対象とした例は少ない。流体力弾性振動状態での円柱群に作用する非定常流体力を扱った岡本らの研究⁸⁾のように、弾性支持された剛体がほとんどである。辻本ら⁷⁾の研究では実際の植生の剛性を測定し、植生の变形モデルに用いて抵抗則を構築しているが、物体を片持ちばりで表現しているため、詳細な変形を再現することは難しい。

柔軟な構造体は、流れに対する形状変化が生じるた

め、流体力特性に関する研究が不十分である。例えば、石川⁹⁾はしなり変形する矩形板まわりの流れ場構造を PIV を用いた風洞実験により調べた。数値実験による場合、複雑形状物体に対する流体抵抗の把握には、本研究で扱うような多相場の解法¹⁰⁾が有効である。本解法では、流体力の算出時に、圧力勾配項と粘性拡散項の面積分を体積積分に変換して、サブセル法で体積を求めているため、複雑形状物体に作用する流体力も詳細に評価できる。本報ではダクト流中に存在する底面を固定した矩形板を対象として、物体の変形が流体抵抗に及ぼす影響を定量的に確認する。

2. 数値解析手法

(1) MICS による多相場の基礎式

MICS¹⁰⁾における多相場の基礎式は、以下の Euler 表記による質量保存則、非圧縮条件、保存形表示された運動方程式の 3 式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] \quad (3)$$

ここで、 ρ, μ, p は順に計算セル内の体積平均操作によって求められる密度、粘性率、圧力である。また、 u_i はセル内の質量平均により算出される x_i 方向の流速成分である。 t と x_i は時間と3次元直交座標系の座標成分で、 f_i は外力の加速度成分を表す。

(2) 有限要素法による物体変形の計算

仮想仕事の原理より導き出される平衡方程式を離散化した物体運動の基礎式は以下の通りである。

$$M\ddot{\mathbf{d}} + C\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{F}_{int} = \mathbf{F}_{ext} \quad (4)$$

ここで、各節点の3次元変位を成分とするベクトルを \mathbf{d} 、上付のドットは時間微分(2つのドットは2階微分)を表し、 M は質量マトリックス、 C は減衰マトリックス、 \mathbf{F}_{ext} は流体力などの外力ベクトルである。 \mathbf{F}_{int} は次式で表される四面体要素の内力ベクトル \mathbf{F}_{int}^e を重ね合わせて求める。

$$\mathbf{F}_{int}^e = \int_{\Omega_e} B^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (5)$$

ここに、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力ベクトル、 B は形状関数で表現されるひずみ変位マトリックスである。上付添字の T は転置を表す。積分領域 Ω_e は四面体要素を表し、質量マトリックス M は対角行列として表される集中マトリックスとした。本報では、質量減衰のみを考慮しているため、対角行列として表される減衰マトリックスを利用する。

本報で使用した客観性のある応力速度は、次に示す Cotter-Rivlin 速度¹¹⁾ である。

$$\dot{T}_{(c)} = \dot{T} + L^T \cdot T + T \cdot L \quad (6)$$

ここに、上式中の T および \dot{T} はそれぞれテンソル形式の応力と応力速度を表し、 L は速度勾配テンソルである。添字の (c) は Cotter-Rivlin 速度を表す。有限変形問題に対応するために、ベクトル表記した Cotter-Rivlin 応力速度 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{(c)}$ と速度 $\dot{\mathbf{d}}$ を次のように関連づける。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{(c)} = D\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = DB\dot{\mathbf{d}} \quad (7)$$

ここに、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみベクトルを表す。 D は材料特性を示す応力ひずみマトリックスであるが、ここでは均質等方な線形弾性体を扱うので、ヤング率とポアソン比の二つの材料定数によって構成される。式(6)の応力速度 \dot{T} をベクトル表記した $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ と現ステップの応力 $\boldsymbol{\sigma}^n$ を用いて、次ステップの応力 $\boldsymbol{\sigma}^{n+1}$ は次式で表される。

$$\boldsymbol{\sigma}^{n+1} = \boldsymbol{\sigma}^n + \dot{\boldsymbol{\sigma}}\Delta t \quad (8)$$

固体は四面体要素の集合として表現し、変形の再現性を高めるために2次要素モデルを用いている。本解法

では陽解法により計算しているため、非線形反復計算は行わない。

3. ダクト流中に存在する矩形板の数値計算

(1) 計算条件

ダクト流中に存在する矩形板のヤング率を変化させて流体抵抗に及ぼす影響を調べる。計算概要と物性値は図-1及び表-1に示すとおりである。本報では剛性による影響を調べるため、矩形板の寸法 b, d, h は一定とした。ヤング率 E は次のような7条件とした。 $E = 1.0 \times 10^4, 2.0 \times 10^4, 3.0 \times 10^4, 5.0 \times 10^4, 1.0 \times 10^5, 2.0 \times 10^5, 1.0 \times 10^6$ (Pa)。計算に用いた矩形板は節点数441、四面体数180で、流体の計算セル数は $60 \times 9 \times 30$ である。計算領域は $B = 0.3$ (m)、 $L = 2.0$ (m)、 $H = 1.0$ (m)とした。時間刻みは流体で 1.0×10^{-2} (sec)、固体で 1.0×10^{-4} (sec)とした。流入条件は表-1に示す U と $\partial p / \partial x = 0$ 、流出条件は $\partial u / \partial x = 0, p = 0$ とした。

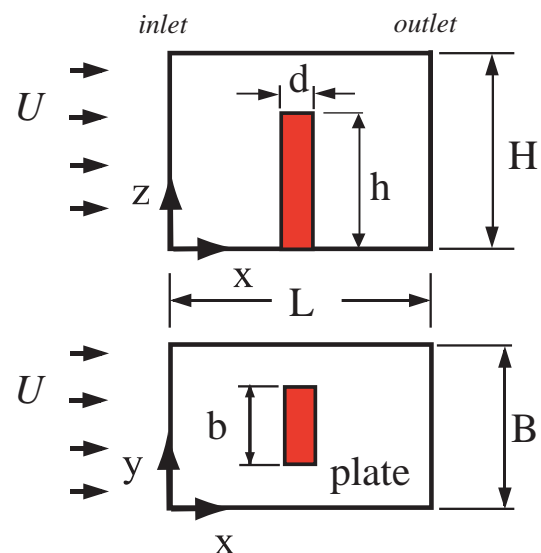


図-1 計算領域

表-1 固体と流体の物性値 (矩形板)

solid		
ρ_s	Density of solid [kg/m ³]	1.0×10^3
ν	Poisson ratio [-]	0.499
b	Width of solid [m]	0.18
d	Length of solid [m]	0.06
h	Height of solid [m]	0.6
fluid		
ρ_f	Density of fluid [kg/m ³]	1.0×10^3
μ	Viscous coefficient [kg/m·s]	1.0×10^{-3}
U	Inlet velocity [m/sec]	0.2

(2) 有限変形領域と微小変形領域

図-2 は矩形板に作用する流下方向の流体力 F_{ave} と矩形板先端の流下方向変位 δ の関係を示したものである。これらは、時間平均値としている。図中の μ^2 は、次式で示す流体力 F_{ave} の無次元パラメータである。同様に変位 δ も矩形板の初期高さ h で無次元化している。

$$\mu^2 = \frac{F_{ave} h^2}{EI} \quad (9)$$

ここに、 I は断面二次モーメントである。図-2 より、変形が小さい領域では μ^2 と δ/h には線形関係があると見なせるが、 δ/h が約 0.5 より大きくなると非線形性が強くなる。そこで、本数値実験では図に示すように、 $E = 8.0 \times 10^4$ (Pa) を境にして微小変形領域と有限変形領域を区分する。図中実線は、原点と $0 < \delta/h < 0.55$ の範囲に存在する計算結果で描いた回帰直線である。 $\delta/h > 0.55$ の計算結果を使用すると、原点付近の計算結果からのずれが大きくなることから、回帰直線を描く際に除去した。

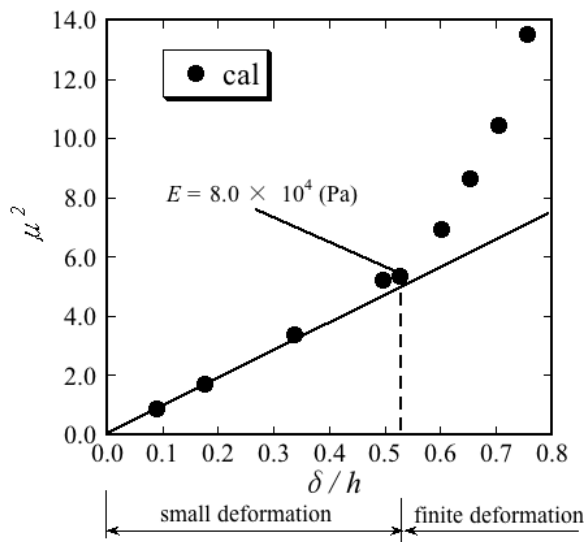


図-2 微小変形領域と有限変形領域の定義

(3) 流体抵抗の計算

図-3 に、次式で示す $x = 0.1$ m 地点での $y-z$ 面平均圧力 P_u と $x = 1.9$ m 地点での $y-z$ 面平均圧力 P_d の差 ΔP を示す。

$$\Delta P = P_u - P_d - \Delta P_0 \quad (10)$$

ここに、 ΔP_0 は矩形板がない条件で計算を行い、定常状態になったときの圧力差を表す。 ΔP_0 を減ずることにより、ダクト流れの抵抗を取り除き、矩形板のみの抵抗とする。図-3 に示すように、 ΔP は急激に低下した後、一定の値付近を変動していることがわかる。他のケースにおいても同様の変動が見られる。 $t = 20$ (sec)

以後の圧力差 ΔP の時間平均 ΔP_{ave} を、各ヤング率における圧力差として、流体抵抗の変化をみる。図-4 はヤング率 E と平均圧力差 ΔP_{ave} の関係を示したものである。ヤング率の増加とともに平均圧力差が大きくなり、流体抵抗が増していることがわかる。図-4 には、剛体の計算結果も示しており、ヤング率の増加とともに剛体の結果に漸近していることがわかる。

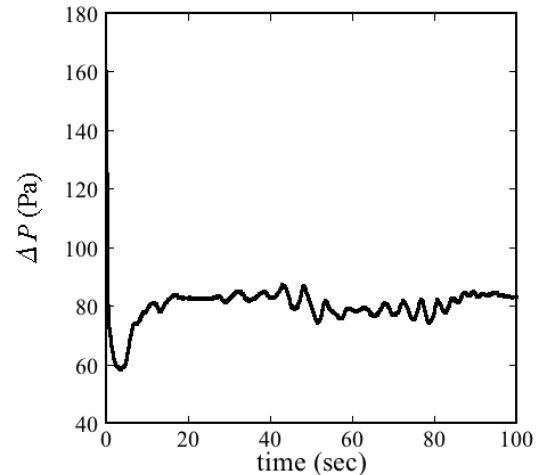


図-3 ΔP の時刻歴 ($E = 8.0 \times 10^4$ Pa)

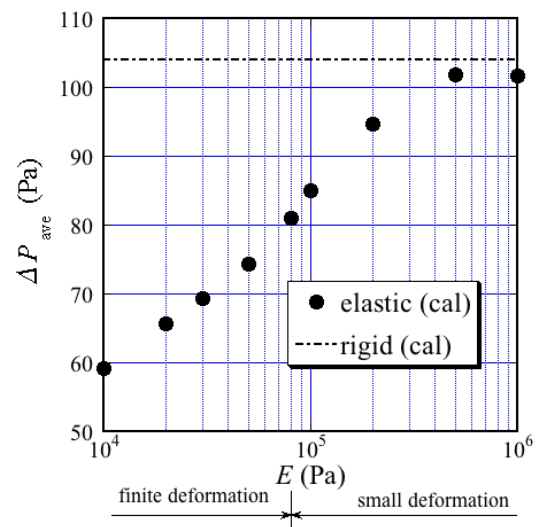


図-4 E と ΔP_{ave} の関係

同様に、 $t = 20$ (sec) 以後の流体力の平均値 F_{ave} を、各ヤング率で矩形板に作用する流体力として、流体抵抗の変化をみる。図-5 はヤング率 E と平均流体力 F_{ave} の関係を示したものである。ヤング率の増加とともに矩形板に作用する流体力が大きくなり、流体抵抗が増していることがわかる。平均圧力差を示した図-4 と同様に、 $E = 5.0 \times 10^5$ (Pa) の辺りから一定の値に近づいていることがわかる。図-4、図-5 に示すように、流体力や圧力差は同様の増加傾向を示し、(2) で定義した微小変形領域と有限変形領域の境界値は、対数表記したヤング率に対する、流体力や圧力差の変曲点付近の値と一致している。

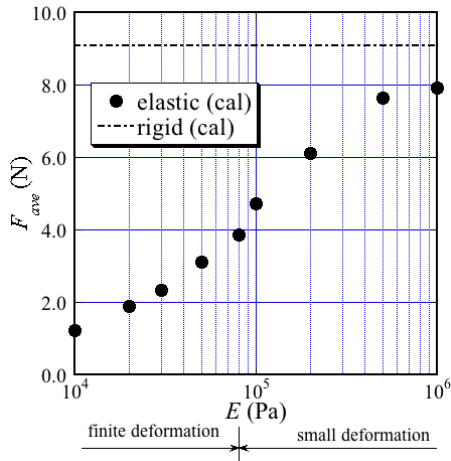


図-5 E と F_{ave} の関係

図-6から8に速度ベクトル図と渦度分布を示す．流れが矩形板でせき止められ，矩形板の自由端方向に向かった流れは自由端から剥離している．ヤング率の違いによって変形量が変化するため，剥離の仕方が変化している．例えば，図-6に示すヤング率の小さいケースでは，流れ方向に大きくしなっているため，剥離直後に渦度の高い領域が発生していない．このことから，柔軟な物体の場合抵抗が小さくなることを確認できる．一方で，変形が比較的小さい図-7，図-8に示す結果では剥離直後に渦度の高い領域が発生し，剥離渦が斜め上方に移動している．

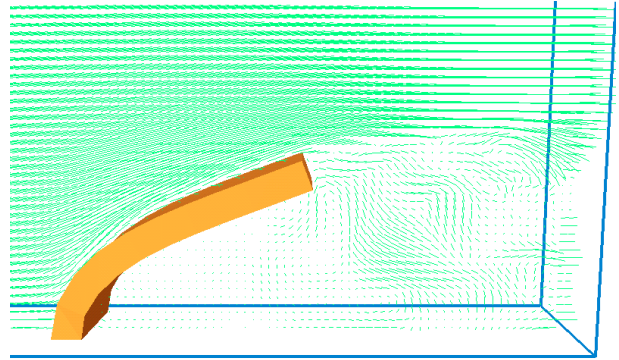
(4) 流体抵抗の評価

図-9に，次式で定義した抵抗係数とヤング率の関係を示す．

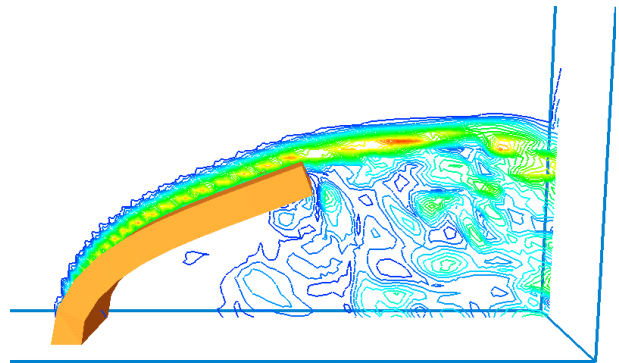
$$F = \frac{1}{2} \rho_f b l U^2 \quad (11)$$

$$C_D = \frac{F_{ave}}{F} \quad (12)$$

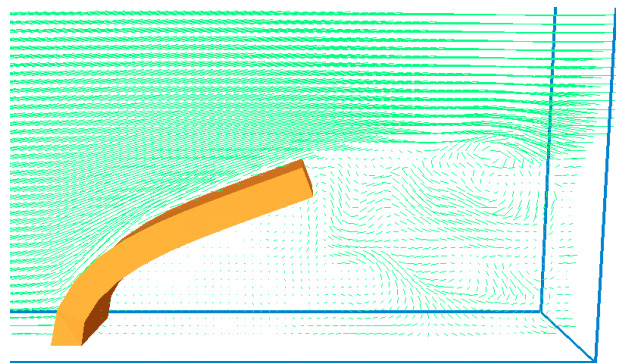
ここに， l は矩形板の投影高さで，矩形板の初期高さ h を用いたものを C_{D1} ，変形後の矩形板の高さを用いたものを C_{D2} としている．今回対象とした数値実験では，最も柔軟なケースである $E = 1.0 \times 10^4$ (Pa)のとき， C_{D1} と C_{D2} で2倍近く差があり，投影面積に変形を考慮しなくてはならないことがわかる．また，投影面積に変形を考慮した C_{D2} の場合でも抵抗係数はヤング率によって大きく変化している．これは，物体の形状変化に伴い，後流渦の強さが変化し，抗力が変化しているためである．中口ら¹²⁾の風洞実験の結果と比較すると，本数値実験ではそれよりも大きい値に漸近している．これは，中口らの実験結果が一樣流で行われているのに対し，今回の数値実験では，初期状態で流積の約40%を矩形板が占めるダクト流を対象としているため，流路壁による拘束効果が高くなり，流体抵抗が大きくなったと考えられる．



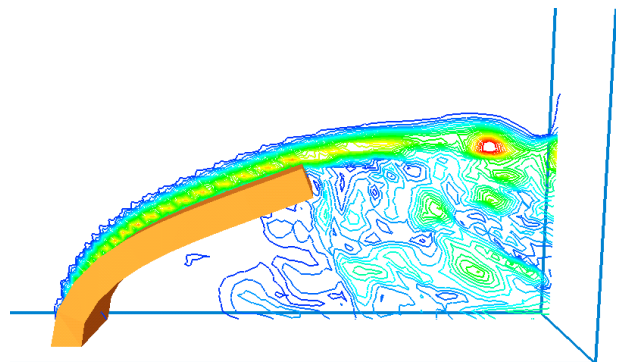
(a) 速度ベクトル図 ($t = 80.0$ sec)



(b) 渦度分布図 ($t = 80.0$ sec)

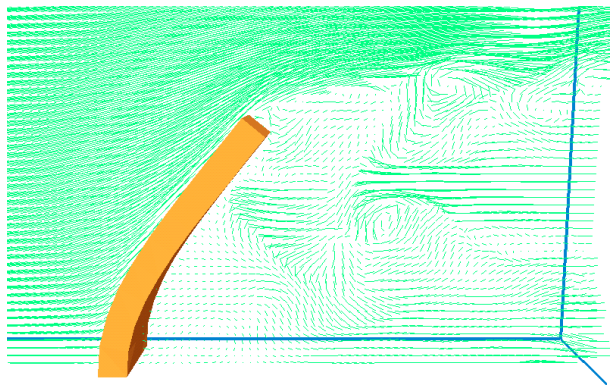


(c) 速度ベクトル図 ($t = 82.0$ sec)

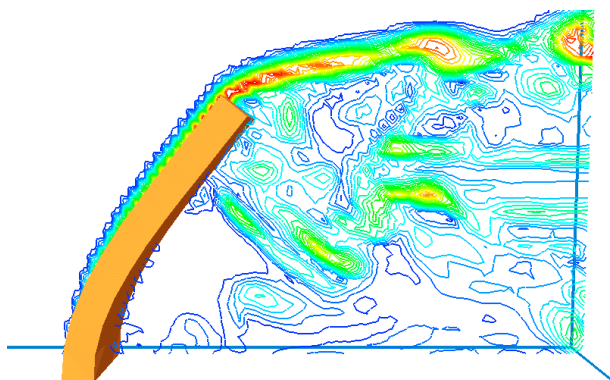


(d) 渦度分布図 ($t = 82.0$ sec)

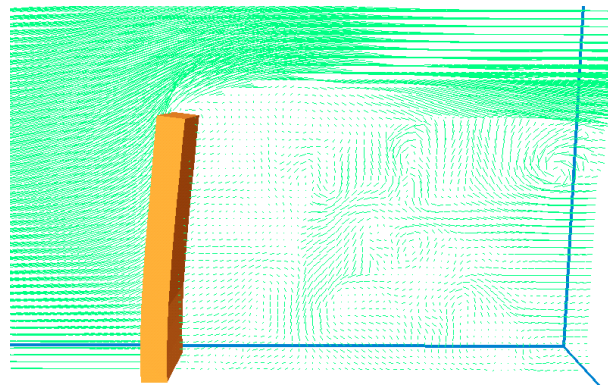
図-6 計算結果 $E = 1.0 \times 10^4$ (Pa)



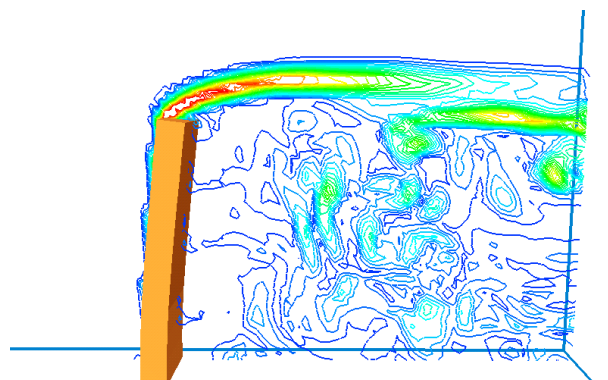
(a) 速度ベクトル図 ($t = 80.0 \text{ sec}$)



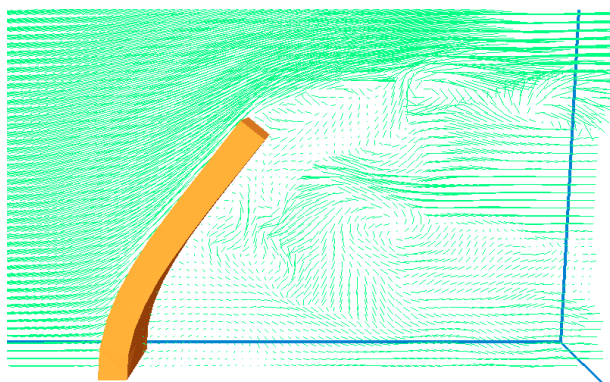
(b) 渦度分布図 ($t = 80.0 \text{ sec}$)



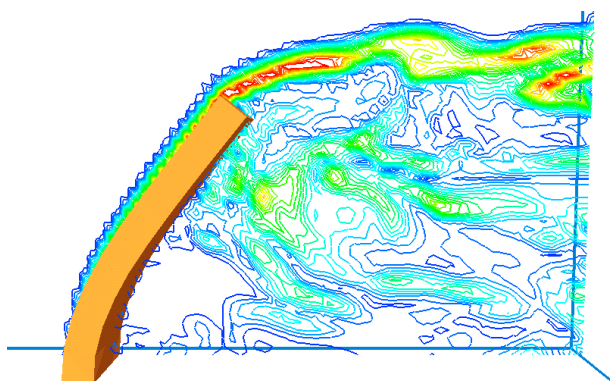
(a) 速度ベクトル図 ($t = 80.0 \text{ sec}$)



(b) 渦度分布図 ($t = 80.0 \text{ sec}$)

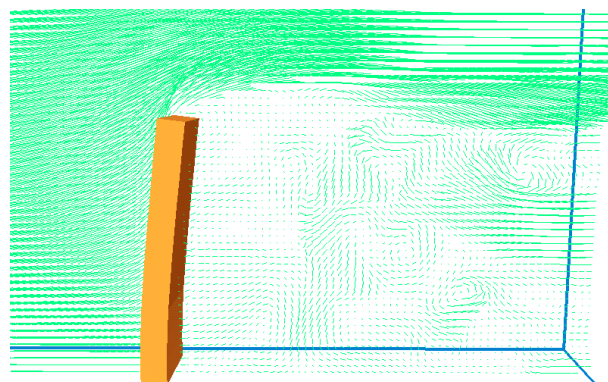


(c) 速度ベクトル図 ($t = 82.0 \text{ sec}$)

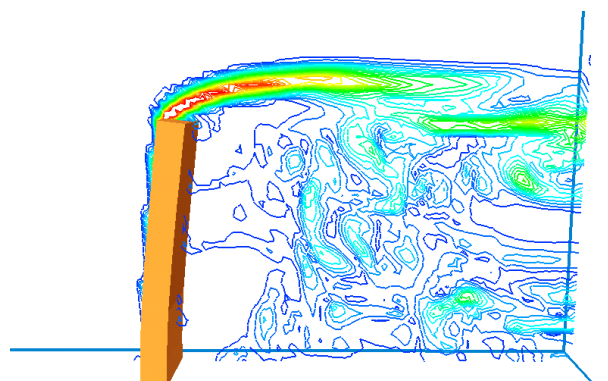


(d) 渦度分布図 ($t = 82.0 \text{ sec}$)

図-7 計算結果 $E = 1.0 \times 10^5 \text{ (Pa)}$



(c) 速度ベクトル図 ($t = 82.0 \text{ sec}$)



(d) 渦度分布図 ($t = 82.0 \text{ sec}$)

図-8 計算結果 $E = 1.0 \times 10^6 \text{ (Pa)}$

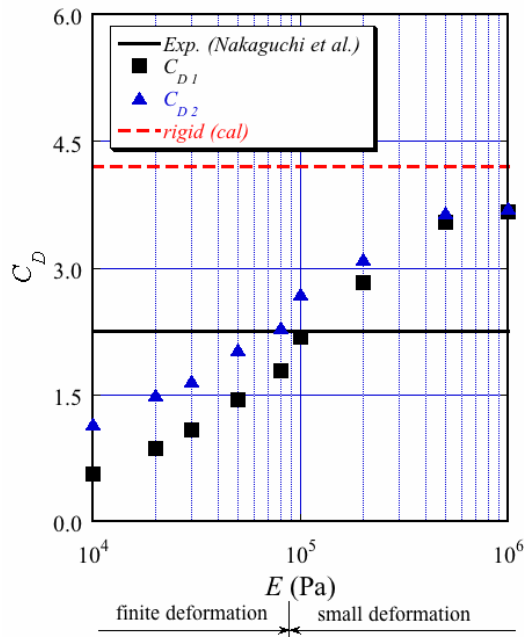


図-9 ヤング率と抵抗係数

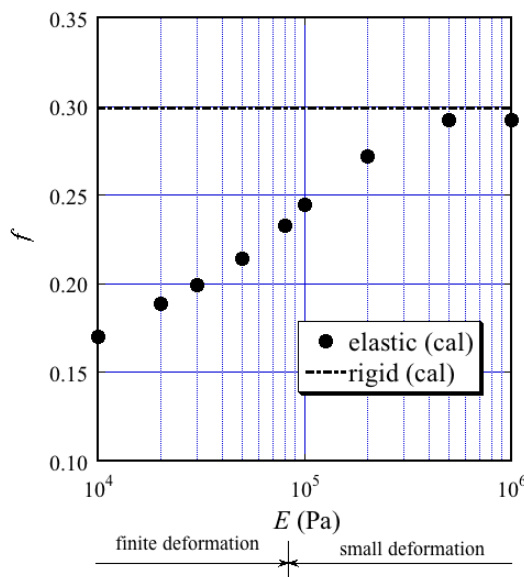


図-10 ヤング率と損失係数

図-10 に次式で定義した損失係数 f と E の関係を示す。

$$\Delta h_s = \frac{\Delta P_{ave}}{\rho_f g} = f \frac{L U^2}{R 2g} \quad (13)$$

ここに、 R は径深で、上流と下流で速度水頭の変化は 0 として、矩形板による損失水頭 Δh_s は圧力水頭差 $\Delta P_{ave}/\rho_f g$ に等しいとおいた。図より、ヤング率の増加とともに損失係数が大きくなり、抵抗が増していることがわかる。微小変形領域と有限変形領域では損失

係数の増加傾向が異なり、 Re 数や矩形板の寸法を一定とした今回の数値実験においても、損失係数を一定値で評価することは難しい。これらのことから、柔軟な構造体を有する流れに対しては、有限変形を考慮できる評価手法が必要であることがわかる。

5. おわりに

本報では流れ場に存在する物体のヤング率が流体抵抗に及ぼす影響を数値実験により検討した。ダクト流中に存在する、底面を固定した矩形板の剛性を変化させ、剛性が大きくなると流体抵抗が大きくなることを確認した。変形と流体力の関係から微小変形領域と有限変形領域に分離したところ、流体力や圧力差の変曲点、微小変形領域から有限変形領域に変化する箇所に一致した。また、流体抵抗や損失係数は同様の増加傾向を示し、同様のヤング率から一定値を示した。これらのことから、有限変形領域における物体抵抗を計算する場合、変形後の矩形板高さだけでなく、有限変形を考慮できる計算手法が必要である。

参考文献

- 1) 林建二郎, 藤井優宏, 重村利幸. 開水路中における円柱群に作用する流体力に関する実験. 水工学論文集, Vol. 45, pp. 475-480, 2001.
- 2) 重枝未玲, 秋山壽一郎, 石原仁. 常流あるいは射流中に置かれた水没柱状物体に働く流体力. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 889-894, 2006.
- 3) 河原能久, 伊藤康, 内田龍彦, 家藤憲司. 非定常流中の建物に作用する流体力の直接測定. 水工学論文集, Vol. 53, pp. 979-984, 2009.
- 4) 大本照憲, 田中貴幸, 矢北孝一. 植生群落の配置が開水路流れの抵抗に与える影響. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 1141-1146, 2006.
- 5) 林建二郎, 今野政則. 流れによる変形や振動を考慮した河道内植生に作用する流体力と抵抗則の評価. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 1231-1236, 2007.
- 6) 福岡捷二, 島谷幸宏, 田村浩敏, 泊耕一, 中山雅文, 高瀬智, 井内拓馬. 水流による高水敷上のヨシ原の倒伏・変形と粗度係数に関する現地実験. 河川技術論文集, Vol. 9, pp. 49-54, 2003.
- 7) 辻本哲郎, 北村, 忠紀. 柔軟な植生粗度を伴う流れに関する研究. 土木学会論文集, Vol. 607/II-45, pp. 29-44, 1998.
- 8) 岡本史紀, 加藤慶訓, 吉野直樹, 富田哲司. 流弾性振動状態の円柱群に作用する非定常流体力. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 64, No. 623, pp. 2041-2049, 1998.
- 9) 石川仁. しなり変形する矩形板まわりの流れ-樹木のしなりからモーフィング翼へ-. 日本流体力学会誌 (ながれ), Vol. 28, No. 4, pp. 309-314, 2009.
- 10) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師. 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法. 土木学会論文集, Vol. 64/II-2, pp. 128-138, 2008.
- 11) 久田俊明, 野口裕久. 非線形有限要素法の基礎と応用. 丸善株式会社, 1995.
- 12) 中口博, 橋本貴久裕, 武藤真理. 矩形柱の抗力に関する一実験. 日本航空学会誌, Vol. 16, No. 168, pp. 1-5, 1968.

(2009.9.30 受付)