水工学論文集,第54巻,2010年2月

非構造格子に基づく浅水流計算モデルの開発と数値実験

DEVELOPMENT OF NUMERICAL MODEL FOR SHALLOW WATER EQUATIONS ON UNSTRUCTURED GRID AND NUMERICAL EXPERIMENTS

赤穂　良輔[1]・肖　鋒[2]
Ryosuke AKOH and Feng XIAO

[1] 正会員　工博　東京工業大学　総合理工学研究科（〒 226-8502 横浜市緑区長津田町 4259 番）
[2] 非会員　理博　東京工業大学　総合理工学研究科（〒 226-8502 横浜市緑区長津田町 4259 番）

A novel finite volume method has been presented to solve the shallow water equations on triangular unstructured grid. Keeping both PV(Point Value) and VIA(Volume Integrated Average) as the model variables and updating the boundary PVs through a local Riemann solver make the formulation much easier to be extended to unstructured grids with local reconstruction over single grid cell. We present a two dimensional formulation for shallow water equations on triangular unstructured grid of high order accuracy. Numerical oscillation can be effectively eliminated through the use of the reconstructions of oscillation free interpolation functions. We do the realistic Tsunami simulation and validate our simulator by comparison with the observed data.

Key Words: *Triangular grid, Shallow water equations, CIP, Finite volume method*

1. 序論

高精度な浅水流計算モデルを構築するためには，高次精度の定式化に加え，長期的な時間積分に伴う質量保存性の考慮や衝撃波の位置を正確に捉えることが必要である．また，複雑境界を高解像度に捕獲できる非構造格子への拡張にも関心が集まっており，有限要素法や有限体積法による浅水流計算モデルの開発[1, 2, 3)] や実際の水理問題へ適用した研究が盛んに行われている.[4, 5)]

一方で近年，我々は高精度かつ Robust な離散化手法である CIP/Multi-Moment 有限体積法の開発を行ってきた．[6)] 本手法は，ある物理量に対して複数の計測量 (”モーメント”と呼ぶ) を離散変数として取り扱う”マルチモーメントの概念”に基づいており，局所的に高次補間関数を構築可能なことから非構造格子への拡張が従来の高精度有限体積法よりも容易であるという利点を持つ.

文献 [7)] では，本手法による浅水波方程式への定式化を提案し，様々なベンチマークテストについて良好な結果を得ることに成功した. しかし，海底勾配項についての精度検証，コリオリ力や摩擦力など外力項の検討は行っておらず，また実際の水理問題への適用は行っていなかった. そこで, 本研究では，海底勾配項に対するより高精度な定式化方法を提案し, また外力項に対する定式化，遡上計算方法の導入を行うことで, より実践的な浅水流計算モデルの提案を行う.

本論文では, 第 2 章で数値計算手法の概要，第 3 章で浅水波方程式への定式化について説明する．第 4 章では，幾つかのベンチマークテストを行い，第 3 章で示した定式化の妥当性について検討する．第 5 章では, 数値実験として 2004 年インド洋地震津波へ適用する. 最後に第 6 章で本論文の結論を述べる.

2. 数値計算手法

本章では、以下の二次元双曲型方程式に対する定式化を示すことで, 三角形非構造格子を用いた CIP/Multi-Moment 有限体積法の概要を説明する.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial F(q)}{\partial x} + \frac{\partial G(q)}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

ここで，$F(q), G(q)$ は x, y 方向の非粘性流束を表す.

(1) モーメントの定義

空間に分布する $q(x, y, t)$ に対し，積分平均値 (VIA:Volume Integrated Average) および離散点における値 (PV:Point Value) を定義し離散変数として取り扱う.

- VIA :

$$\overline{^V q_i} \equiv \frac{1}{\Delta s_i} \int_{\delta s_i} q(x, y, t) ds, \quad (2)$$

- PV(セル頂点 v_{ij}) :

$$\overline{^{P_v} q_{ij}} \equiv q(v_{ij}, t) \quad (j = 1, 2, 3), \quad (3)$$

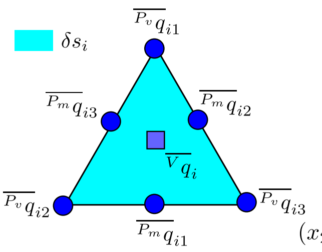


図-1 モーメントの配置

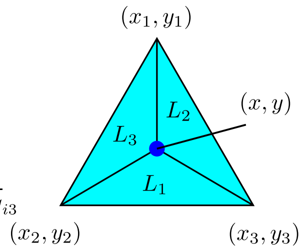


図-2 面積座標

- PV(セル境界の中点 m_{ij}) :

$$\overline{^{P_m}q_{ij}} \equiv q(m_{ij}, t) \quad (j = 1, 2, 3). \tag{4}$$

ただし，$\delta s_i, \Delta s_i$ はそれぞれセル i の計算領域および面積を表している．各モーメントの配置を**図-1** に示す.

(2) 補間関数の構築

本研究では，各セル内に定義した複数のモーメントを用いて三次精度となる二次元二次補間関数を構築する．ここで，三角形セル上で補間関数を構築する場合に有効である面積座標を用いる．**図-2** に示す三角形の面積座標 (L_1, L_2, L_3) と Cartesian 座標 (x, y) の間には以下の 1 対 1 の対応関係が成立する.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

本論文で用いる補間関数は以下のようになる.

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_i(L_1, L_2, L_3) &= a_1L_1 + a_2L_2 + a_3L_3 + a_4L_1L_2 \\ &+ a_5L_2L_3 + a_6L_3L_1 + (a_7L_1 + a_8L_2 + a_9L_3)L_1L_2L_3 \end{aligned} \tag{6}$$

ここで係数 $a_1, ..., a_9$ を決める際に必要な 9 つの拘束条件は，セル内に定義された 7 つのモーメントとセル中心の x, y 方向の勾配より与える．ただし，セル中心の勾配は離散変数ではなく，PV,VIA より間接的に求める．また，セル中心の勾配に対して TVD(total variation diminishing) 制限をかけることで数値振動を抑制することが可能である．[8)]

(3) Moment の時間発展

各モーメントは，式 (1) より得られる以下の様な時間に関する常微分方程式より計算を行う.

- VIA :

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{^{V}q_i}}{dt} &= -\frac{1}{\Delta s_i}\int_{\delta s_i}\left(\frac{\partial F(q)}{\partial x} + \frac{\partial G(q)}{\partial y}\right)ds, \\ &= -\frac{1}{\Delta s_i}\sum_{j=1}^{3}\int_{\delta l_{ij}}\left(\mathcal{F}_{ij}\cdot n_{xij} + \mathcal{G}_{ij}\cdot n_{yij}\right)dl. \end{aligned} \tag{7}$$

- PV :

$$\frac{d\overline{^{P}q_{ij}}}{dt} = -\left(\partial_x\mathcal{F}_{ij} + \partial_y\mathcal{G}_{ij}\right), \tag{8}$$

ただし，$\boldsymbol{n} = (n_x, n_y)$ は各境界の外向き単位法線ベクトルを示している．また，時間積分法としては，三次精度 TVD Runge-Kutta 法を適用する.

ここで，式 (7) の $\mathcal{F} = F(q)$ と $\mathcal{G} = G(q)$，式 (8) の $\partial_x\mathcal{F} = \partial F(q)/\partial x$ と $\partial_y\mathcal{G} = \partial G(q)/\partial y$ は，流束関数および流束関数の一階微分値に対し整合性を持った数値近似式を表している．本論文では以降, それぞれを VIA および PV の数値流束と呼ぶ.

(4) 数値流束の評価

数値流束の評価するためには，着目する離散点における流束の連続性を考慮する必要がある.

まず，VIA について考えると，PV がセル境界において連続となる様に定義されていることから, 流束もセル境界において連続であると見なすことができる．よって, 数値流束は対応するセル境界上に定義された PV を用いて直接的に評価する．本研究では，式 (7) の線積分を三次精度のラグランジュ補間法による数値積分を用いて評価する.

次に，PV について考慮すると，隣接する各セルの補間関数より離散点上の一階微分値 $\partial_x^{\pm}q, \partial_y^{\pm}q$ を求めた場合, これらは必ずしも一致しない. すなわち，各離散点において x, y 方向の一階微分値に対する局所的な Riemann 問題が存在する．PV の数値流束は，この Riemann 問題を適切な近似 Riemann 解法を用いて解くことで評価する.

本研究では，近似 Riemann 解法として LLF(local Lax-Friedrichs) Riemann Solver を用いて次式より求める.

$$\begin{aligned} \partial_x\mathcal{F}_{ij} &= \frac{1}{2}\left\{\partial_xF\left(\partial_xq_{ij}^-\right) + \partial_xF\left(\partial_xq_{ij}^+\right) - \alpha_{ij}\left(\partial_xq_{ij}^+ - \partial_xq_{ij}^-\right)\right\} \\ \partial_y\mathcal{G}_{ij} &= \frac{1}{2}\left\{\partial_yG\left(\partial_yq_{ij}^-\right) + \partial_yG\left(\partial_yq_{ij}^+\right) - \beta_{ij}\left(\partial_yq_{ij}^+ - \partial_yq_{ij}^-\right)\right\} \end{aligned} \tag{9}$$

ここで，$\partial_xF\left(\partial_xq_{ij}^{\pm}\right), \partial_yG\left(\partial_yq_{ij}^{\pm}\right)$ は，$\partial_xq_{ij}^{\pm}, \partial_yq_{ij}^{\pm}$ を用いて評価した流束関数の一階微分値である．また $\alpha = |\partial F/\partial q|, \beta = |\partial G/\partial q|$ は，それぞれ x, y 方向の特性速度を示し，各離散点に定義された PV を用いて直接評価する.

3. 浅水波方程式への定式化

本章では，浅水波方程式への定式化について記述する．まず，基礎となる海底勾配項を含んだ二次元浅水波方程式は，保存変数を $q = [h, M, N]^T$，流束を $F(q), G(q)$，海底勾配項を S_b とすると次のように書き表される.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial F(q)}{\partial x} + \frac{\partial G(q)}{\partial y} = S_b, \\ &F = \begin{bmatrix} M \\ \frac{M^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{MN}{h} \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} N \\ \frac{MN}{h} \\ \frac{N^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \end{bmatrix}, S_b = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh\frac{\partial z}{\partial x} \\ -gh\frac{\partial z}{\partial y} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，h は水深，M, N はそれぞれ x, y 方向の運動量，g は重力加速度,z は海底地形の高さである．

(1) 海底勾配項の取り扱い

支配方程式を式 (10) とする空間に静止条件 ($h + z$ =const,$M = 0, N = 0$) を与えた場合，その空間における物理量は外乱を与えない限り時間的に変化しない ($\partial q/\partial t = 0$) はずである．この条件を満たすためには，式 (10) に静止条件を代入することで得られる関係式,

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\left(\frac{gh^2}{2}\right) = -gh\frac{\partial z}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{gh^2}{2}\right) = -gh\frac{\partial z}{\partial y} \tag{11}$$

が保持される様に離散化を行う必要がある．以降，式 (11) を”C-Property(Conservation Property)”と呼ぶ．

本研究では，C-Property を保持するために海底勾配項を水位 $H = h + z$ を含んだ以下の形に書き換える．

$$\begin{aligned} -gh\frac{\partial z}{\partial x} &= -gh\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{gh^2}{2}\right), \\ -gh\frac{\partial z}{\partial y} &= -gh\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{gh^2}{2}\right). \end{aligned} \tag{12}$$

すると H を離散化するので，静止条件では式 (12) の右辺第 1 項が共に 0 となり，また第 2 項が C-Property を保持するように働く定式化を構築することができる．

(2) モーメントの時間発展

保存変数 q に加え水位 H に対しても PV と VIA を定義する．まず，VIA は次の時間発展式より更新を行う．

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{^V q_i}}{dt} = &-\frac{1}{\Delta s_i}\sum_{j=1}^{3}\int_{\delta l_{ij}}\left(\mathcal{F}_{ij}\cdot n_{xij} + \mathcal{G}_{ij}\cdot n_{yij}\right)dl \\ &+\frac{1}{\Delta s_i}\int_{\delta s_i} S_b ds. \end{aligned} \tag{13}$$

数値流束 $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ は，セル境界の PV より直接評価する．

ここで，海底勾配項の積分については文献 [7] で提案した方法では二次精度に落ちる問題があった．本研究では三次精度を維持する為に，式 (12) の第 1 項の積分を以下の様にして求める．

1. セル内に構築した補間関数 (式 (6)) より, セルの重心における $h, \partial H/\partial x, \partial H/\partial y$ の値を求める．
2. セル頂点・セル境界の中点と重心の計 7 点における値を拘束条件として, 各セル内に $gh\partial H/\partial x, gh\partial H/\partial y$ についての二次元二次補間関数を次式より構築する．

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_i(L_1, L_2, L_3) = &\, b_1L_1 + b_2L_2 + b_3L_3 + b_4L_1L_2 \\ &+ b_5L_2L_3 + b_6L_3L_1 + b_7L_1L_2L_3 \end{aligned} \tag{14}$$

3. 2 で求めた補間関数を積分して得られた値を, 第 1 項の積分値とする．

第 2 項の積分は数値流束と同様の方法，すなわちガウスの発散定理を適用し, 線積分に対してラグランジュ補間による数値積分を用いて評価する．

次に PV は, 式 (10) に式 (12) を代入し, 流束の空間微分項と海底勾配項を足し合わせることで得られる次式に基づき時間発展計算を行う．

$$\frac{d\overline{^P q_{ij}}}{dt} = -\left(\partial_x\mathcal{F}_{ij} + \partial_y\mathcal{G}_{ij}\right) + \mathcal{S}_{ij} \equiv -\left(\partial_x\mathcal{F}'_{ij} + \partial_y\mathcal{G}'_{ij}\right), \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \partial_x F' &= \begin{bmatrix} M_x \\ 2uM_x - u^2h_x + c^2H_x \\ -uvh_x + vM_x + uN_x \end{bmatrix} \\ \partial_y G' &= \begin{bmatrix} N_y \\ -uvh_y + vM_y + uN_y \\ 2vN_y + -v^2h_y + c^2H_y \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{16}$$

ただし，$u = M/h, v = N/h, c = \sqrt{gh}$ である．静止条件では (16) の各項が 0 となり，C-Property を保持した定式化になっている．PV の数値流束は，式 (9) に示す LLF Riemann Solver を用いて評価する．

(3) コリオリ力および海底摩擦力に関する取り扱い

海底勾配項以外の外力項として，コリオリ力の影響を考慮した S_c および海底摩擦力の影響を考慮した S_f がある. 本研究ではそれぞれ次式より与える．

$$S_c = [0, f_cN, -f_cM]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$S_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_x = \dfrac{gn^2}{h^{\frac{7}{3}}}M\sqrt{M^2+N^2} \\ \tau_y = \dfrac{gn^2}{h^{\frac{7}{3}}}N\sqrt{M^2+N^2} \end{bmatrix} \tag{18}$$

ここで，f_c はコリオリ係数，n はマニング係数を表す．

本研究では，Fractional step 法を用いた導入を行う．具体的には，VIA に対する外力項の計算については, 海底勾配項の第 1 項と同様の方法よりセル内における積分量を求める. 一方，PV に対する外力項は離散点に定義された PV の値を直接用いて評価する．

(4) 遡上計算

本研究では，移動境界手法として計算格子を固定した Euler 的手法を用いる．本手法は，陸地領域まで含めて計算格子を作成し，陸地には人工的に薄い水深を設定することで，全領域を計算する．また，水際近傍に位置するモーメントに対しては，若干の特殊操作を加えた時間発展計算を行う．

a) 陸水判定

本研究では，セル・セル境界・セル頂点に対して，それぞれ以下のような陸域・水際・水域の判定を行う．

1. セル：各時間ステップの $\overline{^V h}$ より判定
   - 陸域：$\overline{^V h} = \varepsilon.$
   - 水域：$\overline{^V h} > \varepsilon.$
2. セル境界：隣接するセルの陸水判定結果より設定

- 陸域：両側のセルが共に陸域.
- 水域：両側のセルが共に水域.
- 水際：一方のセルが陸域，他方が水域.

3. セル頂点：隣接するセルの陸水判定結果より設定

- 陸域：隣接するセルの一つ以上が陸域.
- 水域：隣接する全てのセルが水域.

b) Moment に対する特殊操作

水深の最少値を $h_{\min} = \varepsilon$ とし，また各計算 step において $h \leq \varepsilon$ となる領域の運動量をを強制的に 0 とする.具体的には以下の特殊操作を行う.

- $\overline{^V h} = \varepsilon$ の場合，$\overline{^V M} = 0, \overline{^V N} = 0$ とする.
- $\overline{^P h} \leq \varepsilon$ の場合，$\overline{^P h} = \varepsilon, \overline{^P M} = 0, \overline{^P N} = 0$ とする.

更に，陸域のセルから水が逆流しないように，水際の運動量 M, N の PV に対し，以下のような制限を加える.

1. + 側のセルが陸域の場合

$$M = \min(0, M), \quad N = \min(0, N), \qquad (19)$$

2. − 側のセルが陸域の場合

$$M = \max(0, M), \quad N = \max(0, N), \qquad (20)$$

ここで，水際のセル境界上に定義された陸域の PV については周りのセルの VIA より補間して値を更新する.また，VIA を更新する際，陸域の頂点を含むセル境界の数値流束は，セル中心の PV のみを用いて評価する.

4. 数値テスト

本章では，幾つかのベンチマークテストを行うことで，第 3 章で示した各定式化の妥当性を評価する．尚，特に明記していない場合は SI 単位を用いている．また，重力加速度 g は 9.81[m/s^2] として計算を行う.

(1) 精度検証

海底勾配項を含めた本定式化の計算精度を検証する数値テストを行う. 海底地形および初期条件を以下のように定める.

$$\begin{cases} z(x,y) = \sin(2.0\pi x), \\ h_0(x,y) = 10.0 + \exp(\sin(2.0\pi x))\cos(2.0\pi y), \\ M_0(x,y) = \sin(\cos(2.0\pi x))\sin(2.0\pi y), \\ N_0(x,y) = \cos(2.0\pi x)\cos(\sin(2.0\pi y)). \end{cases} \qquad (21)$$

また, 上下左右とも周期境界条件を与え, 計算格子には, 正方形格子の左上と右下の頂点を結んだ対角線で分割した三角形格子を用いる.

ここでは, 衝撃波が解に現れないように計算終了時刻を $t = 0.05$ とし, セル数 1280000 の結果を半解析解と見なして, 誤差の収束性の検証を行う. **表-1** に h の VIA についての L_1 誤差および精度のオーダーを示す. この結果より，本定式化は滑らかな解の場合，非線形問題に対しても三次精度を保持していることがわかる.

表-1 h に対する L^1 誤差および計算精度

セル数	L^1 誤差	精度
1250	$2.28E-3$	-
5000	$3.57E-4$	2.67
20000	$4.96E-5$	2.85
80000	$6.38E-6$	2.96

(2) Rossby の孤立波

本問題では，重力加速度 $g = 1$, コリオリ係数 $f_c = y$ とすることで，支配方程式を無次元化した赤道ベータ面浅水波方程式としている．計算領域 $[-24, 24]\times[-12, 12]$ とし, 上下を壁境界, 左右を周期境界に設定し, 以下の初期条件を与える.

$$\begin{cases} h_0(x,y) = 1 + \phi(x)\frac{3+6y^2}{4}\exp(-0.5y^2) \\ u_0(x,y) = \phi(x)\frac{-9+6y^2}{4}\exp(-0.5y^2), \\ v_0(x,y) = \phi_x(x)2y\exp(-0.5y^2), \end{cases} \qquad (22)$$

ただし,$\phi(x)$ および $\phi_x(x)$ は次式より与えられる.

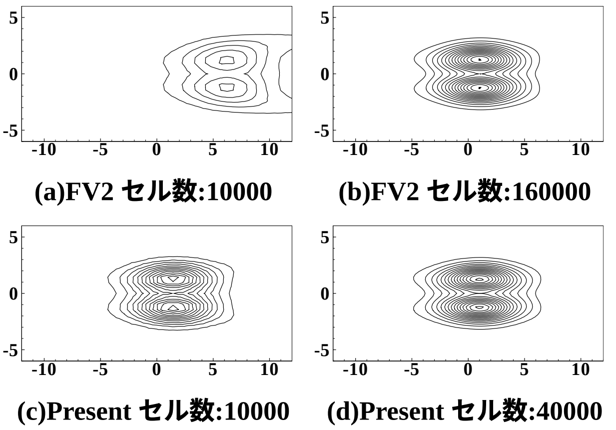
$$\begin{cases} \phi(x) = 0.771B^2\mathrm{sech}(Bx), \\ \phi_x(x) = -2B\phi(x)\tanh(Bx), \\ B = 0.395 \end{cases} \qquad (23)$$

本問題は，初期に分布された孤立波が一定の位相速度で形状を維持しながら伝播する．このような伝播は,線形波動力学と非線形性との絶妙なバランスのもと成り立っており, 非線形問題に対する計算手法の分散性と散逸性を検証するのに用いられる.[9] 尚, 上記の条件を用いると時刻 $t = 120$ に孤立波が初期位置に戻ることが半解析的に求められている.

ここでは, 二次精度有限体積法 (FV2) との比較を行う.ただし，FV2 は離散変数の数とセル数は等しくなるのに対し, 本手法の離散変数の数はセル数の約 3 倍となる.そこで，本論文では計算セル数と離散変数の数について考慮した比較を行う.

まず，**図-3** に時刻 $t = 120$ における h の等高線図を示す. 同じセル数の計算格子を用いた **(a)** と **(c)** の比較より，FV2 の結果が拡散的で初期形状を維持できていないのに対し，本手法は数値拡散が小さく，中心位置が厳密解となる [0, 0] により近い結果が得られている. また **(b)** と **(d)** の比較より，本手法は計算格子が 4 倍，離散変数の数も約 1.3 倍となる FV2 と拡散・移動後の位置共に同程度の結果を得られている事が分かる.

より詳細に比較するため，**図-4** にセル数 160000 を用いた FV2(**図-3(b)**) とセル数 40000 を用いた本手法 (**図-**



(a)FV2 セル数:10000　(b)FV2 セル数:160000

(c)Present セル数:10000　(d)Present セル数:40000

図-3　時刻 $t = 120$ における h の等高線図

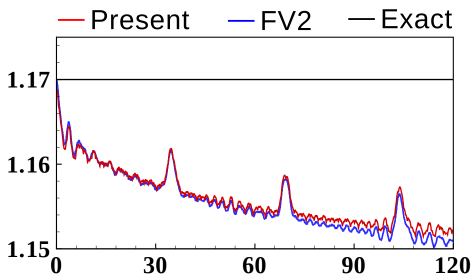


図-4　h の最大値の時間履歴

表-2　計算時間の比較

	セル数	離散変数の数	計算時間
FV2	160000	160000	988[s]
Present	40000	120601	629[s]

3(d)) の計算における h の最大値の時間履歴を示す．この結果より若干ではあるが，本手法の方が良好な結果となっている事が分かる．

更にそれぞれの計算時間を**表-2** に示す．本問題の計算時間は FV2 の約 2/3 倍であり，計算コストについても十分実用的であると考えられる．

(3) 遡上問題

ここでは，Thacker[10] によって提案された解析解を持つ遡上モデル検証問題を行う．計算領域 $[-4000, 4000]\times[-4000, 4000]$ とし，次式より与えられるボール状の海底地形に対し，

$$z(x,y) = \begin{cases} -D_0\left(1 - \dfrac{r^2}{L^2}\right), & \text{if} \quad r \le R_0, \\ -D_0\left(1 - \dfrac{R_0^2}{L_2}\right), & \text{otherwise,} \end{cases} \tag{24}$$

以下の初期条件を与える．

$$\begin{cases} H_0(x,y) = D_0\left[\dfrac{(1-A^2)^{1/2}}{1-A} - 1 - \dfrac{r^2}{L^2}\left\{\dfrac{1-A^2}{(1-A)^2} - 1\right\}\right], \\ M_0(x,y) = 0, \quad N_0(x,y) = 0. \end{cases} \tag{25}$$

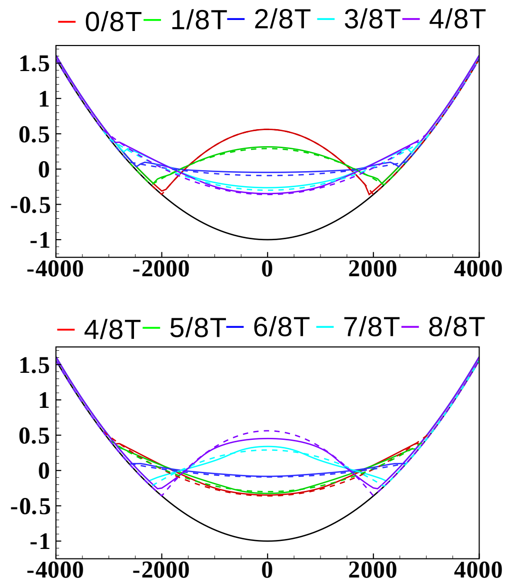


図-5　x 軸による H の断面図 (実線:計算結果，破線:厳密解)

ただし，r および A はそれぞれ次式より与えられる．

$$r = \sqrt{x^2+y^2}, \quad A = \frac{L^4 - R_0^4}{L^4 + R_0^4} \tag{26}$$

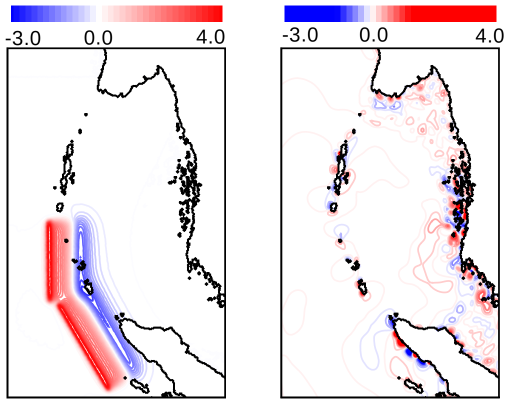
また，各定数をそれぞれ $D_0 = 1.0$，$L = 2500$，$R_0 = 2000$ として計算を行う．セル数 12800，時間ステップ $\Delta t = 0.05$ とし，また，陸水判定の微小量 $\varepsilon = 0.05$ として計算を行った．

図-5 に各時刻における x 軸による断面図を示す．実線が計算結果，破線が厳密解を表している．本定式化より，緩やかな勾配を持つ陸域に遡上する問題へ適用することが可能であることが分かる．しかし，本計算で用いた ε が十分小さな値ではないため，時間と共に厳密解との挙動の差が大きくなっている．今後は，水際付近における人口粘性の導入や補間関数のセル中心勾配にかける制限を変更することで，より小さな ε で計算できるように改善する必要がある．

5. 数値実験

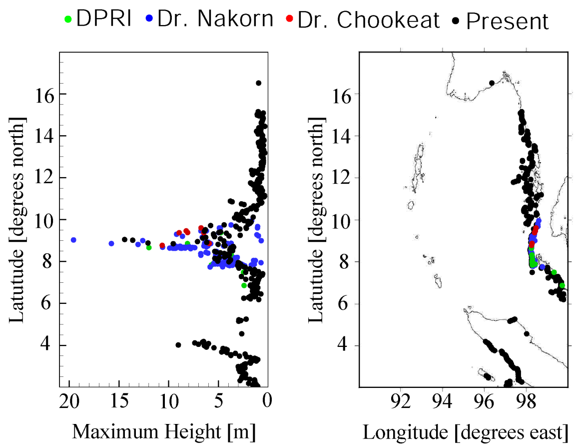
本章では，2004 年のインド洋地震津波を対象とした数値実験について記述する．初期条件として，海底面の変形量 [11] を水位 H の変位量として用いる．また，海底地形データは ETOPO2 Bathymetric Data[12] を元に作成した．**図-6** に **(a)** 初期水位と **(b)** 時刻 20000[s] における水位の等高線図を示す．

本モデルの検証として，海岸付近における最大水位について計測データとの比較を行う．本研究では，Chulalongkorn 大学の Dr.Anat より提供して頂いた DPRI, DR.Nakorn, Dr.Chookeat による三種類の計測データを用いる．各データはそれぞれ異なる方法, 異なる位置で計測されているが, データ間に整合性が確認できることから, 検証に用いるのに妥当であると考えられる．



(a) 初期水位　　　**(b) 時刻 20000[s]**

図-6 水位の等高線図



(a) 最大水位　　　**(b) 計測地点**

図-7 計算結果 (黒) と計測データ (DPRI:緑，Dr. Nakorn:青，Dr. Chookeat:赤) の最大水位比較

図-7 に，**(a)** 最大水位および **(b)** 計測地点を示す. **(a)** と **(b)** は，縦軸が示す緯度が一致するように描写している．この結果より，全体的なプロファイルについて，計測データの結果と非常に良く一致していることが確認できる. しかし，幾つかの点では，計測データよりかなり小さな値となっていることが分かる．これは，計算結果が水位のセル積分平均値であるのに対し計測データは局所的な値である点，また本計算で用いた地形データおよび計算格子の解像度が沿岸付近において不十分である可能性などが原因として考えられる.

6. 結論

本論文によって, 得られた結果は以下のとおりである.

1. 海底勾配項の定式化を改良し, 滑らかな解をもつ非線形問題に対して三次精度を得ることに成功した.
2. コリオリ力を考慮した二次元浅水波方程式に対する数値テストを行った. 4 倍細かい格子を用いた二次精度有限体積法の結果と比較して, 解の解像度および計算時間について本手法の優位性を確認した.
3. 陸域に人工的な微小水深 ε を仮定する事で, 緩やかな勾配を持つ陸域への遡上計算が可能であることを示した. また，今後はより小さな ε で計算できるように改良が必要である.
4. 2004 年インド洋地震津波を対象とした数値実験を行い, 最大水位に関する計測データと比較したところ，全体的に妥当な結果を得ることに成功した.

謝辞:

第 5 章の数値実験で用いた各種データは，Chulalongkorn 大学の Dr.Anat に提供して頂きました.

参考文献

1) Hubbard,M.E. Multidimensional Slope Limiters for MUSCL-Type Finite Volume Schemes on Unstructured Grids, *J. Comput. Phys.* **155** (1999) 54.
2) Hanert,E., Roux,D.Y.L., Legat,V., Deleersnijder,E. An efficient eulerian finite element method for the shallow water equations, *Ocean Modelling* **10** (2005) 115-136.
3) Xing,Y., Shu,C.-W. High order well-balanced finite volume WENO schemes and discontinuous Galerkin methods for a class of hyperbolic systems with source terms, *J. Comput. Phys.* **214** (2006) 567.
4) 重枝未玲, 秋山壽一郎，重岡広美, ドライ・ウェット状態となる地形起伏がある場での氾濫流の数値シミュレーション 水工学論文集, 第 51 巻,2007 年 2 月
5) 文屋信太郎，ヨハネスウェスタリンク, 非構造格子を用いた高潮・波浪・潮汐結合モデルによるハリケーンカトリーナ高潮場再現計算海岸工学論文集, 第 55 巻 (2008) 土木学会, 316-320
6) 肖鋒，伊井仁志，小野寺直幸，計算流体力学 CIP マルチモーメント法による手法コロナ社 (2009)
7) 赤穂良輔, 伊井仁志, 肖 鋒, 三角形非構造格子における CIP/Multi-Moment 有限体積法による浅水波方程式の数値モデル, 日本計算工学会論文集 Vol.2008, No.20080013.
8) Ii,S., Shimuta,M., Xiao,F. A 4th-order and single-cell-based advection scheme on unstructured grids using multi-moments, *Comput. Phys. Comm.* **173** (2005) 17.
9) Boyd,J.P. Equitorial solitary waves. part i: Rossby solitons, *J. Phys. Oceanography*, **10** (1980) 1699-1717.
10) Thacker,W.C. Some Exact Solutions to the Nonlinear Shallow Water Wave Equation, *J. of Fluid Mechanics*, **107** (1981) 499-508
11) Takashima,M., Koshimura,S., Meguro,K. Development of possible tsunami exposure estimation module for tsunami disaster response, *Proceedings of the Fourth International Symposium on New Technologies for Urban Safety of Mega Cities in Asia* (2005) ISBN 981-05-4063-9, pp. 481-488.
12) http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/image/2minrelief.html

(2009.9.30 受付)