

水深積分浅水流方程式における 馬蹄渦のモデル化

A MODELING OF A HORSESHOE VORTEX FOR DEPTH-AVERAGED SHALLOW FLOW EQUATIONS

木村 一郎¹・細田 尚²・岩田 通明³

Ichiro KIMURA, Takashi HOSODA and Michiaki IWATA

¹正会員 博(工) 北海道大学准教授 工学研究科北方圏環境政策工学専攻 (〒060-8628札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 工博 京都大学教授 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

³正会員 工修 (株)建設技術研究所 (〒103-0012 東京都中央区日本橋堀留町1-7-7)

Depth-averaged 2D (two-dimensional) shallow flow equations are frequently used for analyzing practical phenomena in shallow flows, such as, rivers, lakes, etc. The depth-averaged models have a great advantage in computational efficiency compared with 3D (three-dimensional) models. If 3D flow structures are predominant, the depth-averaged 2D models are not applicable. Recently, several sophisticated 2D depth-averaged model, in which some 3D flow structures, such as, secondary currents of the first kind, or the vertical acceleration are incorporated, have been proposed. However, a horseshoe vortex in front of a bluff body, which also contains a typical 3D flow feature, has not been considered into any depth-averaged models. In order to consider a horseshoe vortex in depth averaged equations, we propose a novel physical based model for a horseshoe vortex in front of a bed mounted cylinder. The model can reproduce the horseshoe vortex if the profiles of the depth and the depth-averaged velocity in the stream-wise directions are given. For model validation, the present model is applied to two kinds of flows, namely, a potential flow around a circular cylinder and 3D URANS computations of a flow around a square cylinder. The results showed that the present model can capture the fundamental features of a horseshoe vortex excellently.

Key Words : Horseshoe vortex, Plane 2D model, Shallow flow equations, Flow around a cylinder

1. はじめに

水理学分野における近年の数値解析的研究の動向には、三次元モデルの普及と平面二次元モデルの高機能化の二つの流れが見て取れる。電子計算機の高速化は三次元モデルの普及を加速させたが、二次元モデルの経済性の間にはなお大きな溝がある。水深積分型の二次元モデルは、当然のことながら流れの三次元性を取り扱うには限界があり、比較的浅い水域であっても局所的に三次元性が卓越する流れ場へ適用すると大きな誤差を生じる。このような水深積分モデルの限界を克服すべく、二次流や鉛直加速度などの流れの三次元性の一部を積分した形で取り込んだ平面二次元モデルが提案されてきている。特に、流線の曲がりに伴う二次流（第一種二次流）を考慮した平面二次元モデルの発展は目覚ましく、Kalkwijk & de Vriend (1980)¹⁾の先駆的な研究以来、一般座標系への拡張²⁾、流線の曲がりに対する二次流の発達遅れ（ラグ）を考慮したモデル³⁾、二次流の発達に伴う流速分布系の変化を考慮したモデル^{3),4)}などが提案されてきている。木村ら⁵⁾はこれらのモデルを用いて、循環流の中心付近に浮遊砂が集積する極めて三次元的な現象（Tea-pot効果）の再現にも成功している。

一方、二次流とともに河川工学上重要となる三次元的渦現象として、構造物などの前縁に発生する馬蹄渦が挙げられる。馬蹄渦は橋脚周りの局所洗掘を支配することが知られており、Nagata et al. (2005)⁶⁾は精緻な三次元モデルにより円柱周りの馬蹄渦と局所洗掘深を極めて忠実に再現してみせた。しかし、実務的場面ではこれらの三次元モデルの適用は現実的な選択とはいえない。現在に至るまで、馬蹄渦の影響をとりこんだ水深積分モデルはその場しのぎ的なものを除いて著者の知る限り存在せず、既往の水深積分モデルはこのような局所洗掘問題に対して全くといっていいほど無力である。

本研究は、水深積分浅水流方程式における馬蹄渦のモデル化を新たに提案するものである。まず、モデル化の概念とモデル式の導出を行う。次に、モデルの検証のために、このモデルを円柱周りのポテンシャル流と、角柱周辺のURANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes) 三次元数値シミュレーション結果の2つの流れ場へ適用し、馬蹄渦の再現性を検証する。今回提案するモデルは、一般形状の構造物に対する適用にむけての第一歩として、構造物に垂直に流れが衝突する場合を想定し、流線方向とその直角方向に単純化されたデカルト座標系のもとでモデル化の導出を行った。また、馬蹄渦やそれに伴う局所洗掘現象においては鉛直加速度の影響が重要となるこ

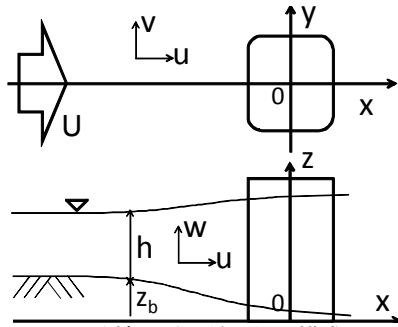


図-1 対象とする流れ場の模式図

とが指摘されているが、今回は簡単のため静水压近似が成り立つものと仮定した。複雑形状や砂州現象などへ適用可能な実用的モデルとするためには、今後本モデルを一般座標系に展開するとともに、動水压を考慮したモデルへ改良する必要がある。残された課題は多いが、水深積分モデルの新たな展開に向けての一步と考えられる。

2. モデル化の概要

(1) モデル化の前提と流速の表現

モデル化にあたり、図-1に示す流れ場を考える。流れ場は水路中心の主流方向の軸（ x 軸）に対して左右対称とし、中心軸上で横断方向の流速は0とする。中心軸上の x 方向（主流方向）と y 方向（横断方向）の三次元的な流速 u, v を次のように ζ のべき乗の形で表す。

$$u = u(x, \zeta) = u_0(x) + u_1(x)\zeta + u_2(x)\zeta^2 + u_3(x)\zeta^3 + u_4(x)\zeta^4 + u_5(x)\zeta^5 + u_6(x)\zeta^6 + u_7(x)\zeta^7 + \dots \quad (1)$$

$$v = v(x, \zeta) = v_0(x) + v_1(x)\zeta + v_2(x)\zeta^2 + v_3(x)\zeta^3 + v_4(x)\zeta^4 + v_5(x)\zeta^5 + v_6(x)\zeta^6 + v_7(x)\zeta^7 + \dots \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{z - z_b}{h} \quad (3)$$

ここに、 h :水深、 z_b :基準面からの河床高、 (u, v) :それぞれ、 (x, y) 方向流速である。鉛直方向流速 $w(x, \zeta)$ については、三次元の連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

に式(1), (2)を用いると、次のようになる。

$$\begin{aligned} w = w(x, \zeta) = & -h\zeta \frac{\partial v_0}{\partial y} - h\frac{\zeta^2}{2} \frac{\partial v_1}{\partial y} - h\frac{\zeta^3}{3} \frac{\partial v_2}{\partial y} - h\frac{\zeta^4}{4} \frac{\partial v_3}{\partial y} \\ & - h\frac{\zeta^5}{5} \frac{\partial v_4}{\partial y} - h\frac{\zeta^6}{6} \frac{\partial v_5}{\partial y} - h\frac{\zeta^7}{7} \frac{\partial v_6}{\partial y} - h\frac{\zeta^8}{8} \frac{\partial v_7}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial x} (u_0\zeta + \\ & + \frac{u_1}{2}\zeta^2 + \frac{u_2}{3}\zeta^3 + \frac{u_3}{4}\zeta^4 + \frac{u_4}{5}\zeta^5 + \frac{u_5}{6}\zeta^6 + \frac{u_6}{7}\zeta^7 + \frac{u_7}{8}\zeta^8) \\ & - h\zeta \frac{\partial u_0}{\partial x} - h\frac{\zeta^2}{2} \frac{\partial u_1}{\partial x} - h\frac{\zeta^3}{3} \frac{\partial u_2}{\partial x} - h\frac{\zeta^4}{4} \frac{\partial u_3}{\partial x} - h\frac{\zeta^5}{5} \frac{\partial u_4}{\partial x} \\ & - h\frac{\zeta^6}{6} \frac{\partial u_5}{\partial x} - h\frac{\zeta^7}{7} \frac{\partial u_6}{\partial x} - h\frac{\zeta^8}{8} \frac{\partial u_7}{\partial x} - h(u_0 + u_1\zeta + u_2\zeta^2 + \\ & u_3\zeta^3 + u_4\zeta^4 + u_5\zeta^5 + u_6\zeta^6 + u_7\zeta^7) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \end{aligned} \quad (5)$$

一方で、水深平均流速 U 、 V については u, v を水深積分

することにより次のように表される。

$$U = U(x) = \int_0^1 u d\zeta \quad (6)$$

$$= u_0 + \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{3} + \frac{u_3}{4} + \frac{u_4}{5} + \frac{u_5}{6} + \frac{u_6}{7} + \frac{u_7}{8} + \dots$$

$$V = V(x) = \int_0^1 v d\zeta \quad (7)$$

$$= v_0 + \frac{v_1}{2} + \frac{v_2}{3} + \frac{v_3}{4} + \frac{v_4}{5} + \frac{v_5}{6} + \frac{v_6}{7} + \frac{v_7}{8} + \dots$$

(2) 流速分布係数関数の導出

次に、流速分布を決定づける係数関数(u_0, u_1 , etc)の具体形を導出する。簡単のため、今回は u については二次の項までを、 v については0次の項のみを考慮する。求める係数関数は $u_0(x)$ 、 $u_1(x)$ 、 $u_2(x)$ および $v_0(x)$ の4つとなる。

まず、定常流場の水深積分連続式、

$$\frac{\partial U h}{\partial x} + \frac{\partial V h}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

を用いると、次の関係が得られる。

$$-h \frac{\partial v_0}{\partial y} = \left(u_0 + \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{3} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial}{\partial x} \left(u_0 + \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{3} \right) \quad (9)$$

次に x 方向の中心軸上の運動方程式を考えると、

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial h}{\partial x} + \nu_t \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (10)$$

となる。ここに、 g :重力加速度、 ν_t :渦動粘性係数である。渦動粘性係数は、摩擦速度を用いずに水深平均流速 U を用いて次のように与える。

$$\nu_t = \beta' h \sqrt{U^2} \quad (11)$$

ここに、 β' はモデル定数であり、摩擦速度を用いる場合よりも1オーダー程度小さい値をとることに注意を要する。一方、底面摩擦の関係から次式が得られる。

$$\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\zeta=0} = \beta' h \sqrt{U^2} \frac{u_1}{h} = u_* |u_*| \quad (12)$$

ここに、 u_* は符号付きの摩擦速度である。Engelundモデル⁷⁾と同様に、摩擦速度と底面流速 $u|_{\zeta=0} = u_0$ は比例関係にあると仮定し、定数 r_* を用いて次のように表す。

$$u_0 = r_* u_* \quad (13)$$

式(12), (13)により u_1 は u_0 を用いて次のように表される。

$$u_1 = \frac{u_* |u_*|}{\beta' |U|} = \frac{u_0 |u_0|}{\beta' r_*^2 |U|} \quad (14)$$

一方、式(10)の u に、式(1)を代入し、 ζ の0次の項について整理すると次の関係式が得られる。

$$u_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} - u_1 \frac{1}{h} \frac{\partial z_b}{\partial x} \right) = -g \frac{\partial h}{\partial x} + \beta' h \sqrt{U^2} \cdot 2 \frac{u_2}{h^2} \quad (15)$$

さらに単純化のため $z_b=0$ と仮定すると、 u_2 は u_0 を用いて次のように表される。

$$u_2 = \frac{h}{2\beta' \sqrt{U^2}} \left(u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (16)$$

0次の係数 u_0 は、底面における主流流速 ($u|_{\zeta=0}$) を表している。これを次のように導出する。式(6)を二次の項までとると、次のようになる。

$$U = u_0 + \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{3} \quad (17)$$

式(17)の両辺に $6\beta' \sqrt{U^2} / h$ をかけると次式となる。

$$\frac{6\beta' \sqrt{U^2}}{h} U = \frac{6\beta' \sqrt{U^2}}{h} u_0 + \frac{3\beta' \sqrt{U^2}}{h} u_1 + \frac{2\beta' \sqrt{U^2}}{h} u_2 \quad (18)$$

式(18)に、式(14)、(16)を代入して u_1 、 u_2 を消去し、さらに構造物の上流側で主流方向水深平均流速 U は一般に非負であるから $\sqrt{U^2} = U$ とすると、 u_0 に関する次の関係式が得られる。

$$6\beta' \frac{U^2}{h} = 6\beta' \frac{U}{h} u_0 + 3 \frac{1}{hr_*^2} u_0 |u_0| + u_0 \frac{du_0}{dx} + g \frac{dh}{dx} \quad (19)$$

U 、 h については平面二次元モデルによる計算結果を用いる。最後に、 v_0 を求める。 v については前述の通り0次の項のみを考慮しているため、 v_0 は次のようになる。

$$v_0 = V \quad (20)$$

V は平面2次元モデルによる計算結果を用いる。以上より、式(14)、(15)、(19)、(20)により流速係数関数が全て決定されたことになる。なお、馬蹄渦の渦構造を描くには鉛直方向流速 w を式(5)に基づく次式で計算する。

$$\begin{aligned} w = w(x, \zeta) = & -h\zeta \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial x} \left(u_0 \zeta + \frac{u_1}{2} \zeta^2 + \frac{u_2}{3} \zeta^3 \right) \\ & - h\zeta \frac{\partial u_0}{\partial x} - h \frac{\zeta^2}{2} \frac{\partial u_1}{\partial x} - h \frac{\zeta^3}{3} \frac{\partial u_2}{\partial x} \\ & - h(u_0 + u_1 \zeta + u_2 \zeta^2) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \end{aligned} \quad (21)$$

式(9)については直接モデル化には用いていないが、後に横断方向流速の勾配 dh/dy を本モデルと三次元解析結果とで比較する際に用いる。

(3) 具体的な計算手順

a) 平面二次元モデルの中で用いる場合

本モデルを用いて馬蹄渦を考慮した平面二次元計算を行う場合の手順は次の通りである。

平面二次元モデルによる計算結果の U 、 h を用いて、式(19)により u_0 を求める。解析的には解けないので数値的方法を用いる必要がある。本研究では疑似非定常項 du_0/dt を導入した時間発展方程式を作り、定常解を求

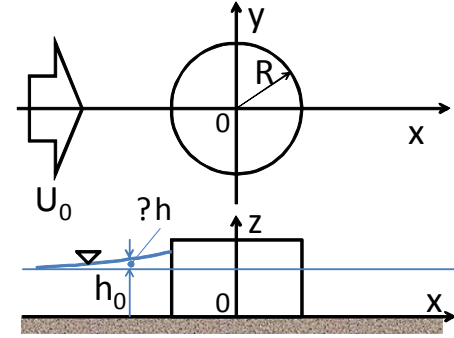


図-2 円柱周辺の流れ場の模式図と記号の説明

める方法を用いた。この際、移流項に相当する項(式(19)の右辺第三項)は風上差分を用いることにより計算を安定化させた。

求めた u_0 を用いて、 u_1 、 u_2 を式(14)、(16)求める。

求めた u_0 、 u_1 、 u_2 と、式(20)を用いて w を式(21)から計算する。

u_0 によって評価される u_* を用いて、次の時間ステップの水深積分流速 U 、 V 、 h を平面二次元モデルにより計算する。

以上のステップ ~ を繰り返すことにより、平面二次元モデルにおいて馬蹄渦の影響を考慮した流速場や局所洗掘の計算を行うことが可能となる。なお、三次元的な流況を求める必要が無い場合は、ステップ と は省略できる。

b) 本モデルにより水位変化を評価する場合

本モデルの別の用法として、水深平均流速 U 、 V のみが与えられている場合に構造物周辺の水位変化を評価することも可能である。この場合は、次の水深積分された中心軸上の x 方向の運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{z_s} \frac{u^2}{2} dz = -gh \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (22)$$

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = u_* |u_*| \quad (23)$$

式(22)に二次の項までべき乗展開した u を代入すると、

$$\begin{aligned} & h^2 + \frac{1}{g} \left(u_0^2 + u_0 u_1 + \frac{u_1^2 + 2u_0 u_2}{3} + \frac{u_1 u_2}{2} + \frac{u_2^2}{5} \right) h \\ & - \left[h^2 + \frac{1}{g} \left(u_0^2 + u_0 u_1 + \frac{u_1^2 + 2u_0 u_2}{3} + \frac{u_1 u_2}{2} + \frac{u_2^2}{5} \right) h \right]_{x=x_0} \\ & + \frac{2\beta'}{g} \int_{x_0}^x u_0 \sqrt{U^2} dx = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

となり、これと、式(19)、(14)、(16)を連立して解くことにより水深分布を計算することができる。

3. 円柱周りのポテンシャル流への適用

(1) 流れ場の概要

本モデルの基本的特性を把握するため、最初に円柱周りの流れ場へ適用し、馬蹄渦の再現性を検討する。円柱周りの水深平均流と水深分布については簡単のためポテ

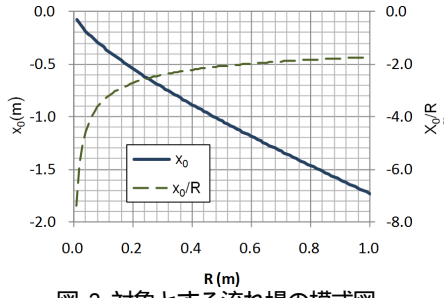


図-3 対象とする流れ場の模式図

ンシャル流による結果を用いる．図-2に対象とする流れ場の平面図と立面図を示す．座標原点は円柱の中心にとり，円柱の半径は R とする．無限遠方の主流方向（ x 方向）水深平均流速は $U=U_0$ ，水深は h_0 とする．円柱周辺の水位上昇量を Δh とする．また底面は水平とする．

このような流れ場における中心軸上の主流方向水深平均流速 U ，水深 h ，水位上昇量 Δh は理論的に求まり，それぞれ次のように求められる．

$$U = U_0 \left(1 - \frac{R^2}{x^2} \right) \quad (25)$$

$$h = h_0 + \Delta h \quad (26)$$

$$\Delta h = \frac{U_0^2}{2g} \left(\frac{2R^2}{x^2} - \frac{R^4}{x^4} \right) \quad (27)$$

これより， x 軸方向の水面勾配は次のようになる．

$$\frac{\partial \Delta h}{\partial x} = \frac{U_0^2}{2g} \left(-4R^2 \frac{1}{x^3} + 4R^4 \frac{1}{x^5} \right) \quad (28)$$

(2) モデルの適用

a) 底面流速が0となる点（ $u_b(x)=0$ となる x ）の導出

最初に底面流速（ $u|_{z=0} = u_0$ ）の符号が反転する点（ $u_0=0$ となる $x = x_0$ ）の値を求めておく．この値は，馬蹄渦の水平方向の規模を決定づけるものと考えられる．

u_0 に関する関係式(19)に，式(25)-(28)を代入すると，次のようになる．

$$\begin{aligned} 6\beta' U_0^2 \left(1 - 2\frac{R^2}{x^2} + \frac{R^4}{x^4} \right) &= 6\beta' U_0 \left(1 - \frac{R^2}{x^2} \right) u_0 \\ + 3 \frac{|u_0| u_0}{r_*^2} + u_0 \frac{du_0}{dx} &\left\{ h_0 + \frac{U_0^2}{2g} \left(\frac{2R^2}{x^2} - \frac{R^4}{x^4} \right) \right\} \\ + 2U_0^2 &\left\{ h_0 + \frac{U_0^2}{2g} \left(\frac{2R^2}{x^2} - \frac{R^4}{x^4} \right) \right\} \left(-\frac{R^2}{x^3} + \frac{R^4}{x^5} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

上式で $u_0=0$ とおくことにより， x_0 に関する次の関係式が得られる．

$$3\beta' \left(1 - 2\frac{R^2}{x_0^2} + \frac{R^4}{x_0^4} \right) = \left(-\frac{R^2}{x_0^3} + \frac{R^4}{x_0^5} \right) \left\{ h_0 + \frac{U_0^2}{2g} \left(\frac{2R^2}{x_0^2} - \frac{R^4}{x_0^4} \right) \right\} \quad (30)$$

これを， x_0 について数値的に解けば良い．

図-3は円柱の半径 R を変化させた場合の x_0 と x_0/R の値をプロットしたものである． R が大きくなると x_0 の絶対値

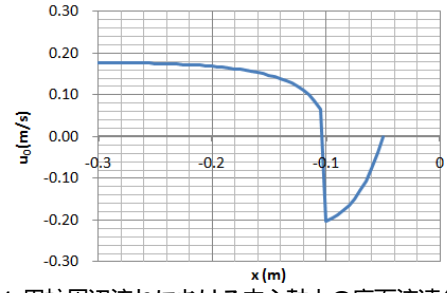


図-4 円柱周辺流れにおける中心軸上の底面流速分布

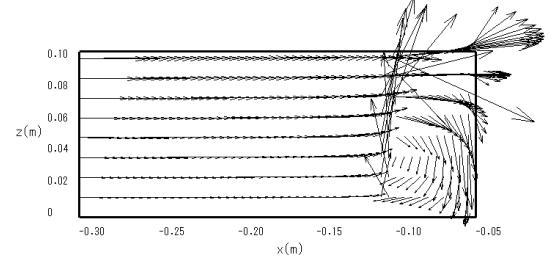


図-5 円柱周辺の流れにおける中心軸上の流速ベクトル

が大きくなり，馬蹄渦の水平スケールが大きくなることかわかる．

b) 流速係数関数の導出と馬蹄渦形状の計算

$u_0(x)$ を R/x のべき乗に展開して次のように表現する．

$$\begin{aligned} u_0 &= A_0 + A_1 \frac{R}{x} + A_2 \left(\frac{R}{x} \right)^2 + A_3 \left(\frac{R}{x} \right)^3 + A_4 \left(\frac{R}{x} \right)^4 + \\ &A_5 \left(\frac{R}{x} \right)^5 + A_6 \left(\frac{R}{x} \right)^6 + A_7 \left(\frac{R}{x} \right)^7 + \dots \end{aligned} \quad (31)$$

これを，式(29)に代入し， R/x の次数ごとに係数の関係式を求める．このようにして求めた五次までの係数 $A_1 \sim A_5$ は次のようになる．

$$A_0 = r_*^2 \beta' U_0 \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2}{\beta' r_*^2}} \right\} \quad (32)$$

$$A_1 = 0 \quad (33)$$

$$A_3 = \frac{1}{3} \frac{h_0}{R} \frac{A_0 A_2 + U_0^2}{\beta' U_0 - \frac{1}{r_*^2} A_0} \quad (34)$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \frac{2\beta' U_0^2 + 2\beta' U_0 A_2 + \frac{1}{r_*^2} A_2^2 + h_0 \frac{A_0 A_3}{R}}{\beta' U_0 - \frac{1}{r_*^2} A_0} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} A_5 = & \frac{3\beta' U_0 A_3 - A_2 A_3 + \frac{h_0}{R} (2A_0 A_4 + A_2^2) + \frac{U_0^2}{gR} A_0 A_2 + \frac{U_0^4}{gR} - \frac{U_0^2 h_0}{R}}{3\beta' U_0 + A_0} \end{aligned} \quad (36)$$

式(31)-(36)により求める u_0 を式(14)，(16)に用いて u_1 と u_2 を求める．

図-4は， $u_0=0.3\text{m/s}$ ， $h_0=0.1\text{m/s}$ ， $\beta'=0.01$ ， $R=0.05\text{m}$ ， $r_*=15$ とした場合の中心軸上の底面流速 u_0 の分布を示したものである．円柱周辺の値が負の領域の部分が馬蹄渦の範囲に相当する．馬蹄渦上流側の流速が主流速に漸近す

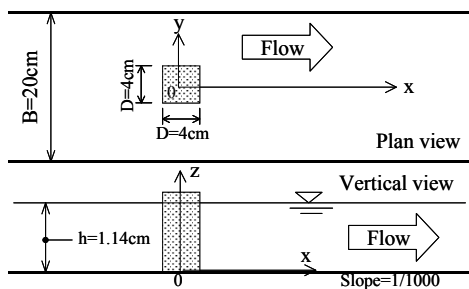


図-6 角柱周辺の流れ場の模式図

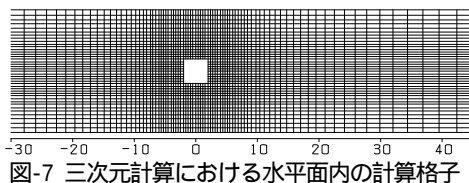


図-7 三次元計算における水平面内の計算格子

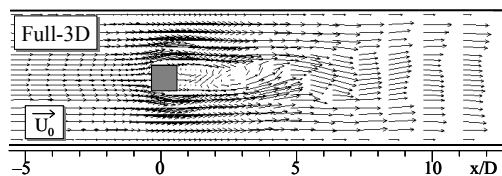


図-8 三次元解析 (3D-DP) における平面流況

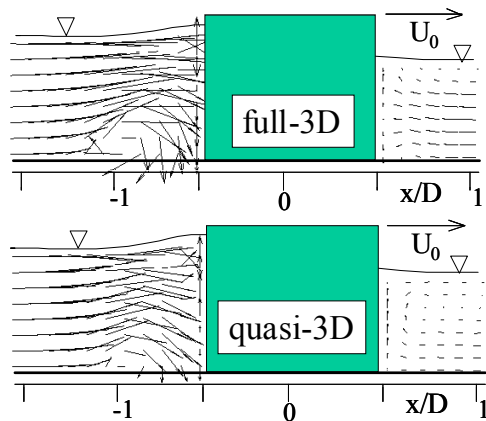


図-9 三次元解析における中心軸上の鉛直二次元流況
(上: 3D-DP, 下: 3D-SP)

る様子も再現されている．図-5は中心軸上の鉛直断面における流速ベクトルを示したものである．馬蹄渦の形状が再現されている．しかし，水面付近に大きな流速が見られる点は現象と矛盾する．この原因の一つは，鉛直方向の流速分布係数を z の2次の項までしか考慮していないことが一因と考えられる．今後さらに高次のモデルへ改良する必要性が示唆された．

4. 角柱周りの流れへの適用

(1) 流れ場の概要

木村ら⁸⁾は角柱周辺の流れと水深分布に関する実験と三次元URANSモデルによる計算を行った．この研究は角柱上流側の水位堰上げに着目したものであったが，三次元解析結果には馬蹄渦が再現されているため，本モデルの検証データとして取り上げる．図-6は対象とする流れ場の平面図と断面図である．図-7に示す計算格子が用

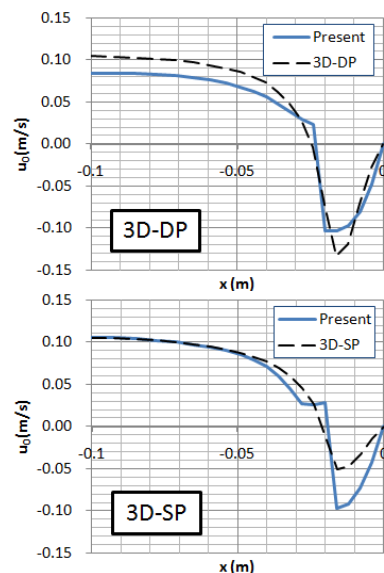


図-10 角柱周辺流れにおける中心軸上の底面流速分布

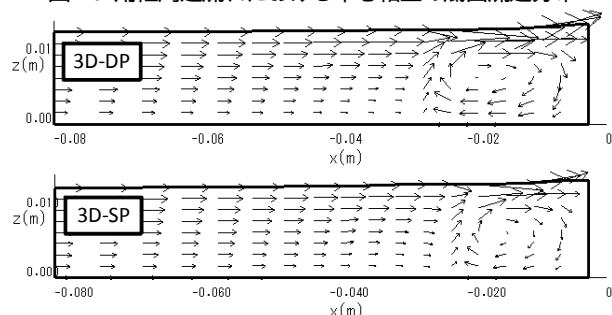


図-11 角柱周辺流れにおける流速ベクトル (present model)

いられ，鉛直方向は8格子に分割されている．乱流モデルにはKimura & Hosoda (2003)⁹⁾による非線形 k - ϵ モデルが用いられている．三次元計算は動水圧を考慮した場合（以下これを3D-DPと称す）と静水圧近似の場合（以下，3D-SPと称す）の二通りで行われ，合わせて平面二次元モデルによるシミュレーションも実施されている．

図-8は瞬間的な平面流況（3D-DP）を示したものであり，カルマン渦の発振が再現されている．馬蹄渦も時間的に変動することが確認されているが，本計算結果において，馬蹄渦の変動量はカルマン渦の振動に比べてごくわずかであることを確認した．このため，本モデルとの比較においては，時間平均流速場を用いて行う．一方，図-9は，中心軸に沿う鉛直断面の流況を示したものである．角柱上流側にはいずれの計算結果にも馬蹄渦が再現されているが，その規模は3D-SPの場合の方が若干小さい．構造物上流側の水位分布については，3D-DPの再現性は良好で，3D-SPは実験の水位上昇より若干小さい値となることなどが示されている．

(2) モデルの適用性の検証

a) モデル検証の概要

(1)で述べた角柱の計算結果をもとに本研究で提案するモデルの検証を行う．本モデルは静水圧を仮定しているため，3D-DPと3D-SPの両方についてモデルの適合性を

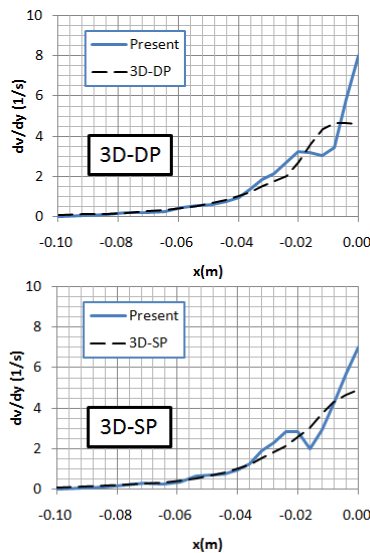


図-12 角柱周辺流れにおける中心軸上の底面流速分布

検討する．まず，三次元解析結果から水深平均流速 U 、 V を求め，本モデルに適用し，中心軸上の鉛直断面の流速分布を求めた．これを三次元解析結果と比較した．

b) 底面流速 u_0 の分布の比較

図-10は中心軸上の底面流速を三次元計算の結果と本モデルの結果(u_0)で比較したものである．いずれの結果も角柱上流側の流速が負となる領域を再現できている．ただし，本モデルの結果は分布が滑らかでない箇所が見られる．この点についてはモデルの近似次数の低さ(u は二次， v は0次)が一因と考えられ，今後検討を要す．3D-DPについては馬蹄渦のスケールや流速の負値の分布の再現性は良好であるが，馬蹄渦の上流側の流速については若干過小評価となっている．一方，3D-SPの結果については，馬蹄渦の水平スケールは良好に再現しているものの，流速の最小値については過大に評価している．本モデルは静水圧を仮定しているため，3D-SPの方の適合性が良いことが予想されたが，そのような傾向は見いだせない．これは，モデルの鉛直方向の次数(二次)が低く，動水圧の効果が現れるほどの十分な再現精度が得られていないことが一因と考えられる．

c) 馬蹄渦の形状の検討

図-11は，本モデルで再現された中心軸上の鉛直二次元流況を示したものである．いずれの結果にも馬蹄渦が再現されている．これと，図-9の三次元計算結果を比較すると，三次元解析結果の馬蹄渦は底面近傍に発生し，比較的横方向に扁平な形状をしているのに対し，本モデルの結果では，馬蹄渦の範囲が水面近くまで及んでいる．これも，モデルの鉛直方向の次数が低いことが一因と考えられる．

d) 横断方向流速の勾配の比較

本モデルは左右対称な流れ場を仮定しているため，中心軸上の横断方向流速 v はゼロであるが，その勾配 dv/dy は値を持つ．式(9)を用いてこの値を計算し，三次元解析結果と比較したものが図-12である．いずれの条件においても比較的良好な一致を示している．

5. おわりに

本研究は，水深積分浅水流方程式を用いて馬蹄渦を伴う流れ場を再現する場合の新たなモデルを提案したものである．実用モデルに向けての検討の第一段階として，左右対称の流れ場を対象に，中心軸上の鉛直二次元流況を再現するモデルを導出した．本モデルを円柱周りのポテンシャル流と，角柱周りの三次元URANS解析結果に適用し，モデルの妥当性を検証した．本モデルは，構造物上流側の馬蹄渦の発生，馬蹄渦による底面付近の逆流域の出現，中心軸における横断方向流速勾配などをほぼ妥当に再現することが示された．しかし，馬蹄渦の断面形状は三次元解析結果と異なり，モデルの改良の必要性が示唆された．

今後，本モデルを実用的なモデルとしていくために，次のような改良を行ってきたい．

鉛直加速度を考慮したモデルの導出

流速係数関数の鉛直方向の非線形次数の増大(5次程度まで増加させる)

一般曲線座標化による複雑形状問題への適応

謝辞：本研究を進めるにあたり，北海道大学教授，清水康行先生から貴重なご助言をいただいた．また，京都大学大学院，音田慎一郎先生からも示唆に富むご意見をいただいた．ここに記して深甚なる謝意を表する．

参考文献

- 1) Kalkwijk, J. P. & de Vriend, H. J.: Computation of the flow in shallow river bends, *J. Hydraulic Res., IAHR*, Vol.18, No.4, pp.327-342, 1980.
- 2) 細田尚, 長田信寿, 岩田通明, 木村一郎: 一般座標系での主流と2次流の遅れを考慮した平面2次元モデル, 水工学論文集, 第44巻, pp.587-592, 2000.
- 3) 音田慎一郎, 細田尚, 木村一郎: 一般座標系での主流の流速分布変化を考慮した湾曲流の水深積分モデルとその検証, 水工学論文集, 第49巻, pp.553-558, 2005.
- 4) 音田慎一郎, 細田尚, 木村一郎: 一般座標系での湾曲流の水深積分モデルの改良とその検証について, 水工学論文集, 第50巻, pp.769-774, 2006.
- 5) 木村一郎, 音田慎一郎, 細田尚, 清水康行: 開水路側方キャビティ内二次流とその浮遊砂輸送への影響を再現する水深積分モデル, 水工学論文集, Vol.53, pp.1075-1080, 2009.
- 6) Nagata, N., Hosoda, T., Nakato, T. & Muramoto, Y.: Three-dimensional numerical model for flow and bed deformation around river hydraulic structures, *J. Hydraulic Eng., ASCE*, Vol.131, pp.1074-1087, 2005.
- 7) Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, *Proc. ASCE*, Vol.100, HY11, pp.1631-1648, 1974.
- 8) 木村一郎, 細田尚, 音田慎一郎: 橋脚による堰き上げ効果の再現性に着目した数値解析モデルの比較, 水工学論文集, Vol.49, pp.559-564, 2005.
- 9) Kimura, I. & Hosoda, T.: A non-linear k- ϵ model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp.813-837, Wiley, 2003.

(2009.9.30受付)