

# 河床波上流れでの LES 粗面モデルの検証

## VALIDATION OF LES ROUGHNESS MODEL FOR FLOW OVER ROUGH BED

笠井大彰<sup>1</sup>・中山昭彦<sup>2</sup>  
Tomoaki KASAI and Akihiko NAKAYAMA

<sup>1</sup> 学生員 神戸大学大学院 工学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

<sup>2</sup> 正会員 PhD 神戸大学大学院教授 工学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

In order to apply Large-eddy Simulation (LES) method in prediction of turbulent flows over various bed forms with roughness, a wall stress model that has been verified in smooth flows is extended to general surfaces with roughness. It is based on the rough-surface resistance formula and the modification of the turbulent length scale in the sub-grid scale model due to surface roughness. Test calculations are done for fixed sand dune model and model roughness over wavy bed. The results are compared with experimental data and Direct Numerical Simulation (DNS) results. It is found that the wall stress model with modification of length scale can predict separating flows over the rough surface better than the commonly used eddy viscosity model and the non-slip bottom boundary condition with very coarse grid.

**Key Words :** LES, wall model, rough surface, sand dune, wavy bed

### 1. はじめに

ラージ・エディ・シミュレーション (LES) 法はいろいろな分野の乱流予測法として開発, 改良, 検証がなされ, 実用的な手法として確立されつつある (例えば<sup>1), 2)</sup>. 乱流変動自体を運動方程式に基づいて計算するので, 経験則にほとんど依存することなく瞬時大規模構造が予測でき, 水工学でもその応用は期待される. 本著者らも複雑地形上乱流で検証し<sup>3)</sup>, 実河川流予測も試みている<sup>4)</sup>. LES 法は Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) 法に比べ, 流れ内の乱流応力はかなり普遍的モデルで表せるものの, 高レイノルズ数流れの境界近傍応力の解像は困難で, 信頼性ある wall model が必要である. 壁面近傍でせん断力の支配的な部分には RANS モデル, 剥離, 逆流の伴う慣性力の影響の大きい領域ではサブグリッドスケール(SGS)応力モデルを用いる Hybrid model や Detached Eddy Simulation(DES)法 なども提案され応用されている<sup>5)</sup>. しかしこれらのほとんどは滑面を対象とし, その検証も滑面乱流にとどまっている.

一方, 自然河川あるいは人工水路も底面は水理学的に粗面で粘性摩擦より粗度抵抗が卓越する. 粗度要素が計算格子で解像できる場合, その形状による抵抗は直接計算することは可能になるが, 自然河川などでは解像不可能な砂粒子などがありモデル化は避けられない.

大気境界層の LES 計算では境界近傍の瞬時速度分布が対数則に従うとする仮定<sup>6)</sup>が用いられるが逆流のある流れでは成り立たず, 河床波下流の剥離域などには適用できない. 筆者ら<sup>7)</sup>は解像可能な粗度効果より解像できない小スケール効果を推定する dynamic wall model を提案したが, 計算負荷が大きくあまり実用的でない. この dynamic wall model 手法を簡易にしたモデルも提案し, 滑面波状水路など逆流を伴う流れで検証し良い結果を得ている.

本研究では, LES の更なる実用化をめざし, 粗面にも適用可能な SGS モデル及び壁面モデルを提案, 検証する. モデルを固定砂粒粗度のあるモデル河床波上乱流および砂粒子に似た模擬粗度を有する波状底面開水路乱流に適用し, 既往の方法と比べ, その精度や有用性を検証する. いずれも剥離再付着を伴う複雑な流れで, 実河川流に応用するための検証として有用である.

### 2. LES 基礎式と SGS モデル及び粗面モデル

#### (1) LES基礎式

本LES に用いる運動方程式と連続の式は,

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (p) + g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{T_{ij}}{\rho} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

で、粗度の影響は境界条件および SGS 応力に反映させるため運動方程式に粗度による抵抗などはいれない。上式で、 $x_i$  は  $x_2=y$  方向を鉛直上向きにとったデカルト座標、 $t$  は時間、 $u_i$  はフィルタ平均された速度成分、 $p$  はフィルタ平均された圧力、 $\rho$  は流体の密度、 $g_i$  は重力の加速度、 $T_{ij}$  は粘性応力と SGS 応力  $\tau_{ij}$  の非対称部の和で、動粘性係数を  $\nu$  とすると

$$\frac{T_{ij}}{\rho} = \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{\rho} \left( \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} \right) \quad (3)$$

である。SGS 応力及び境界条件については、以下の通りである。

## (2) SGS モデル

LES では、用いる SGS モデルと差分スキームでその性能はほぼ決まるので SGS モデルの改良に力が入れてきた。しかし、境界の影響が大きい壁乱流では壁面効果を巧く導入すれば、SGS は渦粘性モデルで十分であると考えられるようになってきている (例えば Froehlich and Rodi<sup>8)</sup>)。渦粘性仮定をすると  $\tau_{ij}$  は

$$\frac{1}{\rho} \left( \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} \right) = -2\nu_t S_{ij} \quad (4)$$

と表される。ここで、 $S_{ij}$  はフィルタ平均された流れのひずみ速度テンソル、 $\nu_t$  はサブグリッド渦動粘性係数である。

本研究で用いる壁面近傍で減衰効果のある標準 Smagorinsky モデル(以降  $s_s$  と表記)は

$$\nu_t = (C_s \cdot \Delta)^2 \cdot (|S|) \quad (5)$$

$$C_s = C_{s0} \left( 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{25} \right) \right), \quad |S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad (6)$$

である。ここで、 $\Delta$  は格子サイズ、 $C_{s0}$  はモデル定数、 $y^+$  は壁面までの粘性距離である。

次に粗度の影響を考える。RANS 法では粗度の影響を反映させるのに、乱流長さスケールを粗度高さに応じ増加させる方法が提案され、効果も確認されている<sup>9,10)</sup>。LES に粗度効果を導入するには、境界条件として壁最近傍点で粗面壁関数を仮定する方法<sup>6)</sup>や、抵抗を体積力として導入する方法があるが<sup>11)</sup>、前者は逆流のある流れには適用できず後者は格子幅が粗度高さに比べ大きい場合現実的でない。ここでは RANS 法に倣い境界条件と乱流長さスケールの修正で対応する方法を考える。

標準 Smagorinsky モデルではサブグリッド乱流スケールを格子幅にとるが、このスケールを粗度に依存させると、その効果を表すことができる。ここでは、Durbin et al.<sup>10)</sup> による  $k-\varepsilon$  法の修正に似た手法を用いる。Durbin et al.による方法をそのまま使用すると、粗度の

表-1 数値計算手法の概要。

要点	手法
座標	境界適合座標系(シグマ座標)
格子, 変数配置	コロケート
移流項差分	保存型2次精度中心差分
粘性項	2次精度中心差分
圧力解法	SOR 法
計算アルゴリズム	2次精度 A-B 法
時間進行法	Fractional-step 法

影響が壁面からの距離に関わらず加わる。しかし、粗度の影響は壁面から距離が離れると減少すると考えられるので、長さスケール  $\Delta$  を、変形した次の  $\Delta'$  に置き換える。

$$\Delta' = \Delta \left( 1 + \frac{\Delta y}{y + \Delta} \right) \quad (7)$$

ここで、 $\Delta y$  は等価粗度  $k_s$  に依存する長さスケールで

$$\Delta y = 0.9 \left[ \sqrt{k_s^+} - k_s^+ \exp \left( -\frac{k_s^+}{6} \right) \right] \quad (8)$$

である。ここで  $k_s^+$  は粗度レイノルズ数である。これにより壁面での長さスケールは  $\Delta + \Delta y$  となり、壁面から離れるに従い  $\Delta$  に漸近する。本研究ではこのモデルを修正型 Smagorinsky モデル ( $ms$  と表記) と呼ぶ。また、修正型 Smagorinsky モデルには減衰関数を用いず、 $C_s = C_{s0}$  とする。

## (3) 壁面モデル

次に、壁面近傍を解像しない場合、式(3),(4)で得られる壁面応力は過小評価されてしまうので別に壁面応力のモデルが必要になる。壁面応力  $T_w$  を壁面での速度勾配から求めるのではなく、壁面近傍の瞬時速度  $u_1$  を基にした抵抗則

$$T_w = \rho C_d u_1 |u_1| \quad (9)$$

で得られる応力を壁面境界条件に用いることが考えられる。ここで  $C_d$  は抵抗係数で、これに粗面抵抗則を用いることで粗度効果を導入できることになる。本研究では、

$$C_d = \frac{1}{\left( \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y_1}{k_s} \right) + B_s \right)^2} \quad (10)$$

で算定する。ここで、 $y_1$  は壁面最近傍計算点までの距離、 $B_s = 8.5$  である。これを壁面応力モデル ( $wsm$  と略記) と呼び、通常の粘着条件を速度の境界条件とする計算 ( $ns$  と略記) と比較し、検証する。

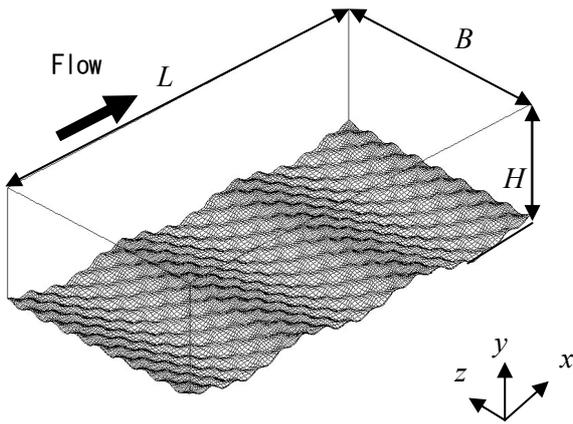


図-1 波状底面水路.

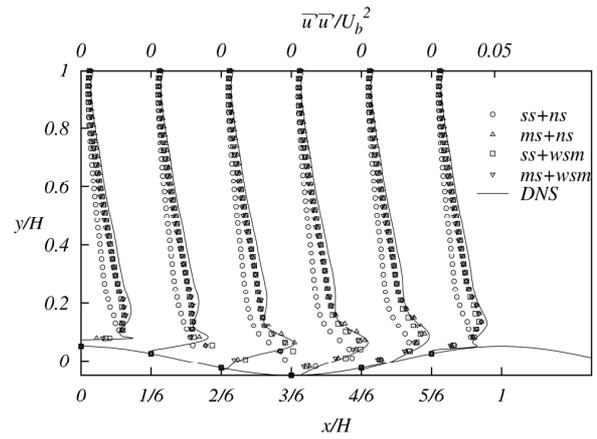


図-3 波状底面流れの  
主流方向レイノルズ垂直応力分布.

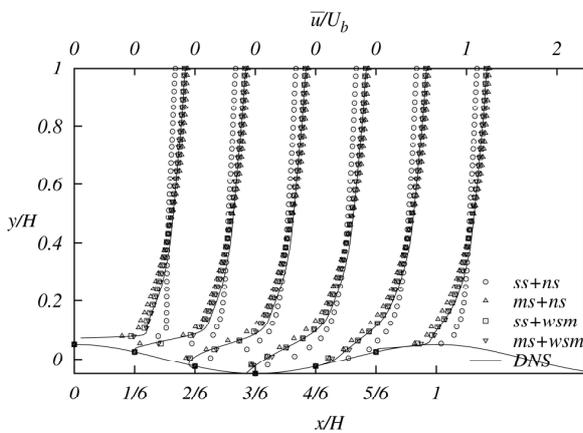


図-2 波状底面流れの平均流速分布.

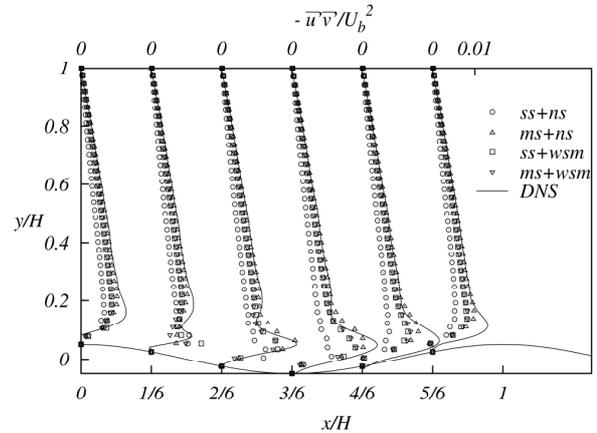


図-4 波状底面流れのレイノルズせん断応力分布.

### 3. 数値計算法

本計算で用いる数値計算法の概要は表-1 に示してある。これは基礎式を一般座標に変換し、コロケート格子を用いた Fractional step 法を基にしたもので、移流項に保存型 2 次精度中心差分、粘性応力項に 2 次精度中心差分を用いたものである。この差分法では等間隔格子あるいは格子間隔の変化が小さい場合比較的安定な計算ができる。壁面応力は前節で説明した非線形代数式で与えられるので時間進行には陽的 Adams - Bashforth 法を用いている。座標系は両検証ケースとも境界適合シグマ座標を用いている。その他の詳細は参考文献<sup>3)</sup>と同じである。

### 4. 検証ケース

#### (1) 粗度のある波状底面上流れ

上記計算法をまずレイノルズ数は低いが、DNS 計算の行われている粗度のある波状底面チャンネル流に適用する。形状は Maass and Schumann(1994)<sup>12)</sup>により DNS 計算が行われた平均高さ周期  $\lambda = H$ 、振幅  $h/2 = \lambda/20$  の

余弦波状チャンネルと同じであるが、図-1 のようにモデル粗度として高さ  $0.4h$ 、波長  $0.2\lambda$  の 3 次元正弦波が波状底面に重ねられたもので、中山<sup>13)</sup>によって行われた DNS の条件に合わせる。この場合、粗度レイノルズ数約 18 の遷移粗面ではあるが砂粒子粗度に非常に近いことが確認されている。

計算領域は主流方向に余弦の 3 周期分  $3H$  をとり、周期的に連続していると仮定する。また奥行き方向は  $1.6H$  であり、この方向にも周期境界条件を適用する。領域上端は水面ですべり面である。格子数は主流方向、鉛直方向、奥行き方向にそれぞれ (90, 35, 48) である。これは、DNS 計算に比べ、各方向に 1/3 の格子数であり、壁面近傍も密にしないため粘性底層は解像できない。チャンネル平均高さ  $H$  の基準断面での平均速度  $U_b$  を基にしたレイノルズ数は 6760 であり、実験室スケール程度である。

計算結果は図-2 に平均流速を示す。ここで、— は時間平均を表す。比較断面は  $x/\lambda = 0, 1/6, 2/6, 3/6, 4/6, 5/6$  の 6 断面である。標準 Smagorinsky モデルを用い、壁面境界条件を速度ゼロとする計算 *ss+ns*、修正した SGS モデルを用い、壁面境界条件を速度ゼロとする計算

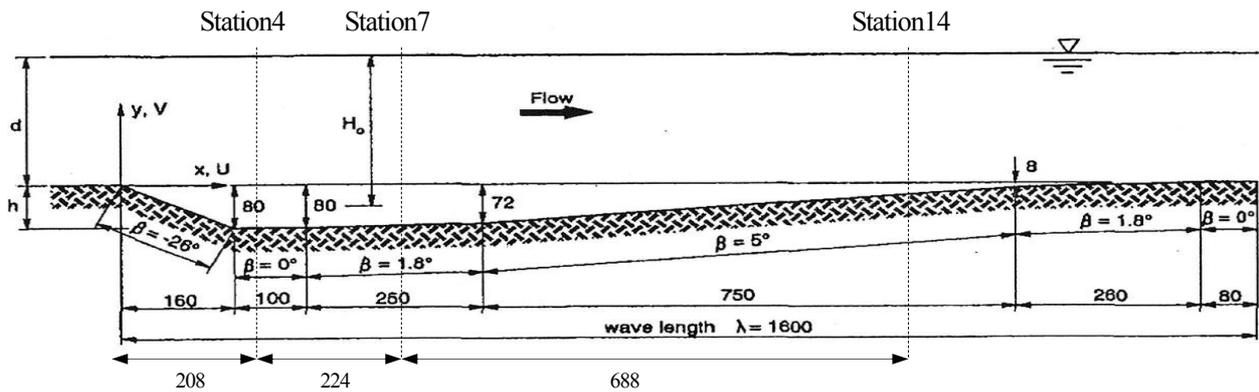


図-5 モデル河床波形状 (Mierlo and Ruiter<sup>14)</sup>) (単位: mm).

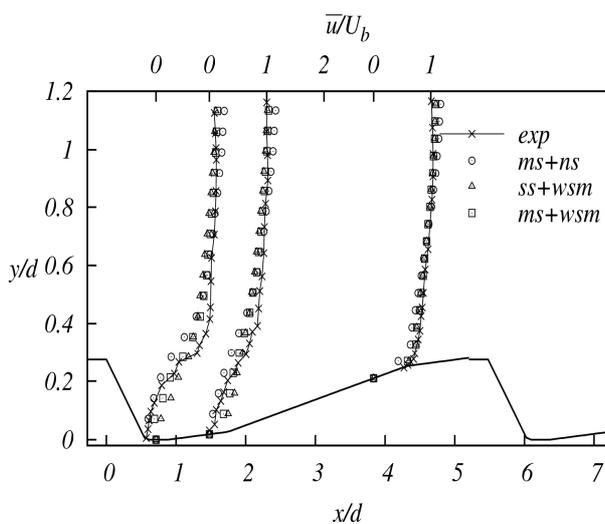


図-6 平均流速分布.

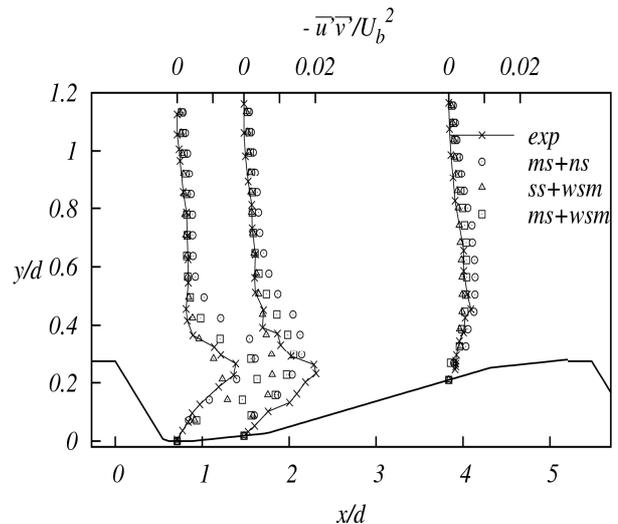


図-7 レイノルズせん断応力分布.

*ms+ns*, SGS モデルは修正しないが壁面境界条件に応力条件を用いた計算 *ss+wsm*, SGS モデルを修正し, 壁面応力条件を用いた計算 *ms+wsm* の4種の計算結果をそれぞれの断面でDNSデータと比較している. 相当粗度高さは  $k_s=0.14H$  とするが, *ms+ns* の場合にはこのモデルの最適値をとり,  $k_s=0.02H$  とした. *ss+ns* 以外のすべての計算結果は  $y/H>0.4$  では底面波の影響は小さくDNSによく合っている. *ss+ns* 計算結果はDNS結果にあまり一致していない. これは, 逆流を生じる流れに Von-Driest の減衰関数を用いていることが原因といえる. また, 壁面粗度の影響がモデルのどこにも反映されていないためDNS結果にあまり一致しないのは当然である. ケース *ms+ns* は  $y/H<0.4$  の壁面近くでDNS結果からずれ, 小さくなっている. これは,  $k_s$  をほぼゼロに取った計算<sup>3)</sup>でも同様の傾向を示すことが確認されており, 複雑形状の流れの場合 *ns* 条件を用いるのは適切でないといえる. *wsm* を用いた結果では, *ms*, *ss* ともにDNS結果に近い値を示している. さらにSGSモデルには *ss* より *ms* と組み合わせの方がよい結果を示している.

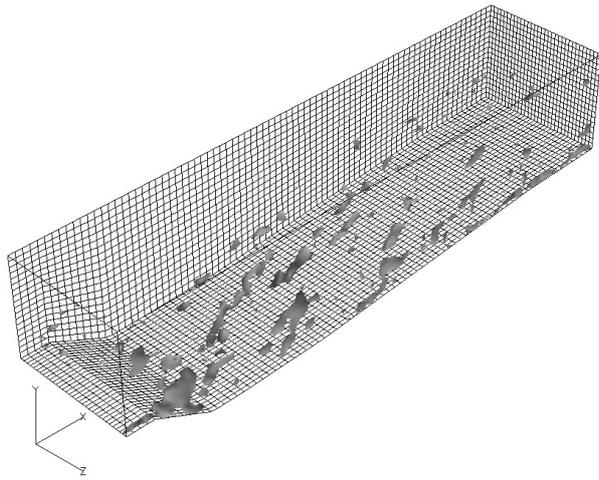
図-3に主流方向レイノルズ垂直応力の分布を示す.

ここで, ' は変動を表す. 主流方向レイノルズ垂直応力分布では *ss+ns* 以外のすべての結果の差は小さいが, *ss+wsm* 結果が比較的DNS結果に近い.

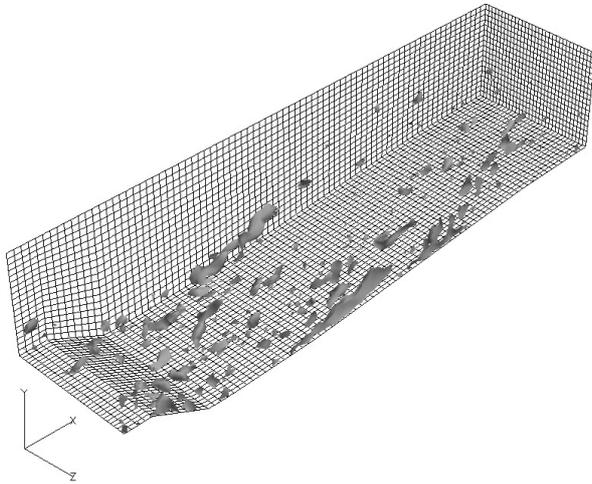
図-4にレイノルズせん断応力の分布を示す. すべての結果において正弦波前面でレイノルズ応力が過小予測され下流側で大きくなっている. すべての断面でピーク値が小さく解析されているのはLESの空間平均の効果<sup>14)</sup>が原因として考えられる.

## (2) 河床波上流れ

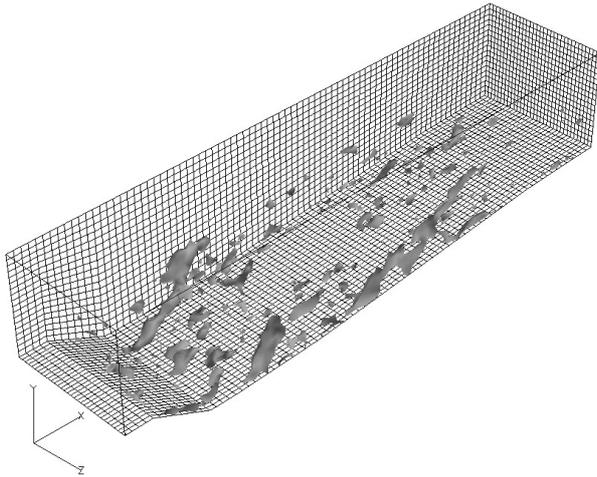
次に, 異なる河床形状としてモデル河床波上の流れの計算を行う. この流れについてはMierlo and de Ruiter<sup>15)</sup>により実験データが得られており, レイノルズ数もDNSよりかなり大きい. このモデル河床形状は図-5に示すように波高  $h=80\text{mm}$ , 周期  $\lambda=1600\text{mm}$  のモデルデューンである. 河床は代表粒径  $D_{50}=1.6\text{mm}$  のほぼ様な砂粒子が接着されている粗面である. 計算はこの河床波がいくつも連なったものの一周周期分を計算領域とし, 主流方向と奥行き方向を周期境界条件とし計算を行った. 主流方向, 鉛直方向, 奥行き方向の格子数はそれぞれ(80, 18, 32)である. 座標は境界に沿うシグマ



(a) *ms+ns* モデル



(b) *ss+wsm* モデル



(c) *ms+wsm* モデル

図-8  $x$  方向瞬時渦度 ( $\omega_x=8U_b/d$ ) の等値面.

座標であるが格子は等間隔であり、鉛直方向には壁面モデルを検証するためかなり粗いものである。

河床波頂上の断面平均流速  $U_b$  と水深  $d=292\text{mm}$  を基準としたレイノルズ数は  $174,640$  である。本モデル河床波の相当粗度高さを最適値  $k_s=16\text{mm}$  としている。実験データとの比較断面は  $x=0.13\lambda, 0.27\lambda, 0.7\lambda$  の3断面で実験結果ではそれぞれ Station4, Station7, Station14 と表示されている断面である。

図-6 に平均流速分布を示す。すべての比較断面で *ms+ns* の結果が小さくなっている。これは前節の波状底面の検証で見られた傾向と同じであり、 nonslip の境界条件では底面抵抗が大きすぎるためと考えられる。これに対し、*ss+wsm* と *ms+wsm* の結果は河床波下流の逆流域で逆流が小さく出ているものの実験値に近い結果を示している。

次に、図-7 にレイノルズせん断応力分布を示す。せん断応力の分布はモデルにより大きな差が見られる。全体的に *ms+ns* の結果は大きすぎ、またピーク位置も上方にずれている。逆流域の Station4 で *ss+wsm* 結果が最も実験結果に一致し、Station7 では *ms+wsm* 結果がやや実験結果に近い値を示している。Station14 では *wsm* モデルを用いた両方の結果が実験結果に近い値を示している。全体的に *ms+wsm* が波状底面流れと同様に良好な結果を示しているといえる。

次に、計算された瞬時流れ場の検証として、それぞれのモデルを用いた計算の瞬時  $x$  方向渦度  $\omega_x$  を示す。

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (11)$$

図-8 は  $\omega_x=8U_b/d$  の等値面をプロットしている。野村ら<sup>16)</sup>は河床波流れの乱流渦構造の特徴として再付着点近辺から発生する渦の重要性を指摘している。本検証で比較した SGS および壁面モデルでこの構造がどの程度再現されるかを調べる。本計算はモデルの検証を主目的としているので解像度は低いですが、どの計算結果にも再付着点あたりから上方に向かう渦が見られる。しかし、*ms+ns* 結果は境界条件が粘着条件であるため、他に比べ壁面から生じる渦構造が少ない。*ss+wsm* 結果は *sgs* モデルに粗度の影響がないため *ms+wsm* に比べ、大きな渦構造がない。*ms+wsm* 結果では河床波の後部で河床波同等の大きな渦構造が発達し、最もコヒーレントな結果を示している。

以上のように粗度効果は SGS 応力を修正し、さらに壁面には速度ゼロではなく応力や境界条件を課すことで影響を反映させることができると分かった。これで、壁面近傍を解像できない実スケール流れや剥離を伴う流れにも適用でき、LES 法の応用性が高まるといえる。

## 6. 結論

自然河川など粗度のある底面の流れに適用可能な LES の実用化をめざし、壁面応力モデルと粗面モデルを提案した。モデルは固定砂粒粗度のあるモデル河床波上乱流および砂粒子に似た模擬粗度を有する波状底面開水路乱流の計算に適用し、その精度、有用性を検証した。いずれも剥離再付着を伴う複雑な流れで、実河川流に応用するための検証として有用なケースである。

通常用いられる粘着条件に粗度による効果を長さスケールの修正に加え、粗面抵抗則に基づいた壁面応力条件を用いることで、河床波など剥離、再付着のある複雑な流れも平均流速、乱流応力また瞬時乱流構造もよい予測精度があることが確認された。ただし、今後粗度モデルに必要な有効粗度高さと実際の粗度要素の高さの関係の改良が必要である。

#### 参考文献

- 1) Sagaut, P.: *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*, 3rd ed., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- 2) Grinstein, F., Margolin, L.G and Rider, W. J.: *Implicit Large Eddy Simulation*, Cambridge University Press, 2007.
- 3) 笠井大彰, 中山昭彦: 複雑境界上乱流の LES 計算における壁面モデルの検証, 水工学論文集, 第 53 巻, pp.1051-1056, 2009.
- 4) 柴田良一, 中山昭彦: LES による実河川河床掃流力の予測, 土木学会 応用力学論文集, Vol.12, pp.681-689, 2009.
- 5) Leschziner, M.: Statistical modeling and simulation of turbulent separated flows; limits, hard lessons and symbiotic relations, 日本流体力学学会年会 2007, 講演要旨集, AM07-00-000. 2007.
- 6) Mason, P.J.: Large-eddy simulation : A critical review of the technique, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol.120, pp.1-26, 1994.
- 7) 北野有哉, 中山昭彦: 陽的フィルタリングによる高レイノルズ数開水路乱流の LES, 水工学論文集, 第 52 巻, pp.1021-1026, 2008.
- 8) Froehlich, J. and Rodi, W.: Introduction to large eddy simulation of turbulent flows, in *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*, Launder, B.E. and Sandham, N., Cambridge Univ. Press, Cambridge U.K., 2002.
- 9) Patel, V.-C. and Yoon, J.Y.: Application of turbulence models to separated flow over rough surfaces, *ASME, J. Fluids Eng.*, Vol.117, pp.235-241. 1995.
- 10) Durbin, P.A., Medic, G, Seo, J.-M., Eaton, J.K. and Song, S.: Rough Wall Modification of Two-Layer k-e, *ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 123, pp.16-21, 2001.
- 11) Chow, F.K., Street, R.L., Xue, M. and Ferziger, J.H.: Explicit filtering and reconstruction turbulence modeling for large-eddy simulation of neutral boundary layer flow, *J. Atmospheric Science*, Vol.62, pp.2058-2077, 2005.
- 12) Maass, C. and Schumann, U.: Numerical simulation of turbulent flow over a wavy boundary, *Direct and Large-Eddy Simulation I*, ed. P.R. Voke, L. Kleiser and J.P. Chollet, pp. 287-297, 1994.
- 13) 中山昭彦: DNS による開水路底面近傍速度場と空間平均速度場の検証, 水工学論文集, Vol.50, pp.127-132, 2006.
- 14) Nakayama, A, Kitano, Y. and Yokojima, S.: Structure of Large Scale Turbulence in Smooth and Rough Surface Channels Deduced by Explicit Filtering, *TSFP6*, Vol.2, pp.911-916, 2009.
- 15) Mierlo, M.C.L.M. and de Ruiter, J.C.C.: Turbulence measurements above artificial dunes, Delft Hydraulics Lab., Report Q789., Delft, The Netherlands, 1988.
- 16) 野村和則, 禰津家久, 山上路生: 砂堆流れの瞬間構造とボイル渦に追随する粒子挙動に関する研究, 土木学会応用力学論文集, Vol.12, pp.797-804, 2009.

(2009. 9. 30受付)