水工学論文集,第54巻,2010年2月

観測されたSF$_6$濃度を用いたグリーン関数による拡散モデルの制御変数の推定

Using Green's Functions to Estimate Parameters of Diffusion Model from Observed SF$_6$ Concentrations

坪野考樹[1]・津旨大輔[2]・芳村毅[3]・西岡純[4]

Takaki Tsubono, Daisuke Tsumune, Takeshi Yoshimura and Jun Nishioka

[1] 正会員　博 (工)　電力中央研究所　水域環境領域（〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646）
[2] 正会員　博 (工)　電力中央研究所　大気・海洋環境領域（〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646）
[3] 非会員　博 (水産科学)　電力中央研究所　大気・海洋環境領域（〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646）
[4] 非会員　博 (水産科学)　北海道大学准教授　低温科学研究所（〒 060-0819 北海道札幌市北区北 19 条西 8)

Green's functions(GF) are applied to estimate a movement of water mass by data assimilation (DA) of observed SF$_6$ concentrations in a diffusion model. The diffusion model employs 2-D diffusion equations of the concentrations with difference scheme, driven by the geostrophic currents calculated from the sea surface height, of which a geometrical function is expressed in a linear sum of the third order 2-D orthogonal polynomials like Legendre polynomials. The coefficients of the polynomials, the released concentration along the sea route, the dissipation rate and a horizontal diffusivity are estimated with GF assimilated the SF$_6$ concentrations sparsely observed in time and space into the model. The horizontal diffusivity is estimated to be $3.8\pm0.7\mathrm{m^2s^{-1}}$. The optimal SF$_6$ calculations traces the observed SF$_6$ concentrations. However, the estimated flux of SF$_6$ concentrations released from ship is 2.1×10^{-4}mol/min, which is about 40 % less than the in-situ that, suggesting that the mixed-layer depth of SF$_6$ was probably about 20m deeper than that of 30m reported by Tsumune *et. al.*[1).

Key Words: *Green's Function, Data Assimilation, Sulfer Hexafluoride Tracer, Horizontal Diffusivity*

1. はじめに

Tsumune et al.[1)]，Nishioka et al.[2)] は，植物プランクトンの増殖にとって鉄が制限因子と考えられる外洋高栄養塩海域である北太平洋亜寒帯域表層に鉄散布を実施して，その水塊での鉄に対する植物プランクトンやCO_2の応答を調べる実験 SEED II[3)](: The Subarctic Pacific Iron Experiment for Ecosystem Dynamics Study II) において，水塊トレーサとして六フッ化イオウ (SF_6) を鉄溶液に溶解させたトレーサ溶液を散布し，船舶で移動しながら海水を採水・測定して，鉄溶液を含む水塊の移動を追跡した．

坪野ら[5)]（以降において，前回の研究と記述）では，この SEED II における時間・空間で疎に観測された SF_6 濃度を拡散方程式にグリーン関数（GF: Green's Functions）[4)] を用いてデータ同化 (DA：Data Assimilation) して，水塊移動を追跡する手法を開発し，その適用性について検討を行った．その結果，航路上に SF_6 を散布するモデルが，散布直後の一定面積の海域に一定の濃度を与えるモデルよりもよい結果となることが分かった．また GF で推定された濃度結果を観測結果として，再び GF で推定する双子実験，および推定値に正規乱数を追加した結果について GF で再推定する双子実験を実施した．その結果，Tsumune et al.[1)] が観測した SF_6 濃度から GF により推定した値は，双対実験による推定値と同程度であることが確認され，この手法の問題設定は適切であると判断された．

ただし，前回の研究[5)] では，設定したモデルにおいて航路上における SF_6 の海域へ散布するフラックスの計算が困難なこと，また拡散係数を $5\mathrm{m^2s^{-1}}$ で一定にして計算しており，最適であるかどうかを判断していないこと，の課題がある．また，GF を用いると，これらフラックスや拡散係数など制御変数の誤差を推定できるが，前回の研究[5)] では実施しておらず，次に GF で得られる目的関数の減少幅を検討することで GF で仮定した線形性の妥当性について確認できるが，これについても前回の研究[5)] では実施していない．そこで，本研究では，モデルを改良して，上述した課題について検討を実施した．

2. 解析の概要

本研究では，前回の研究[5)] と同様に，拡散方程式で得られた計算結果（出力）を観測結果と比較して，グ

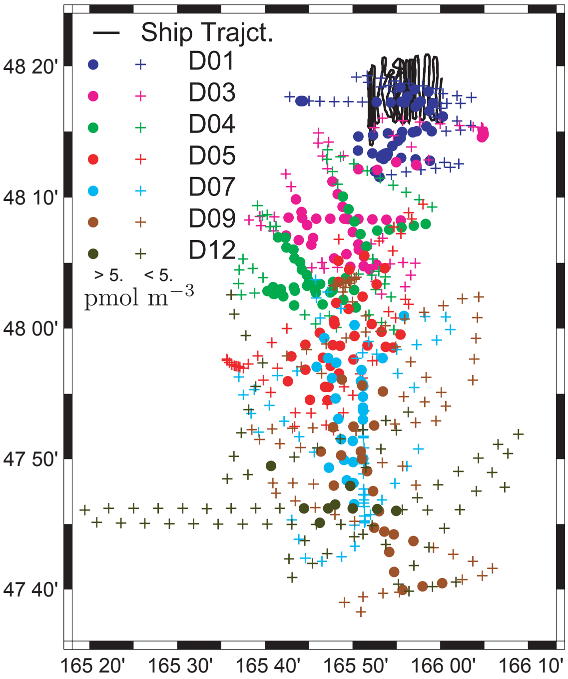

図-1 観測海域と SF_6 の測定点

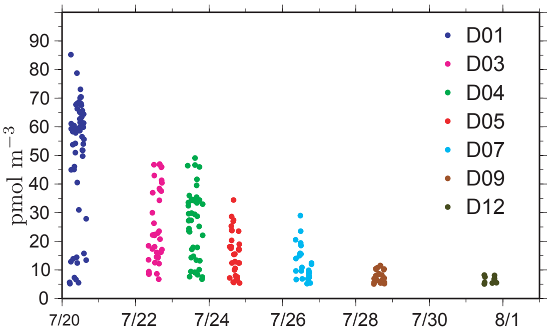

図-2 SF_6 濃度

リーン関数を用いて制御変数である初期の濃度・流動など（入力）を推定する．ただし，本章では，モデルやGFの詳細は前回の研究に詳しいので，概要と前回と異なる点を中心に記述し，次に，GFで得られた推定値の誤差を求める式についても記述する．

(1) 観測結果の概要

解析に用いる SF_6 濃度の観測法や結果の詳細はTsumune et al.[1] に詳しいので，本節では観測結果の概要を記述する．SF_6 のトレーサ追跡は，2004年に北太平洋亜寒帯域で実施された．Tsumune et al.[1] は，船上に設置したタンクに現場海水を採取し，その海水に SF_6 をバブリングして，SF_6 の飽和海水 (0.12 moles m^{-3}) を4.1m^3(0.49mol) 作成した後，48.13 °N，166 °Eの地点に2004年7月19日から20日までの23時間をかけて，船上からパイプを通して約3L/min(3.6×10^{-4}mol/min) で海表面に散布した．この放出水深は約10mの位置で，最終的な SF_6 の混合層厚は約30mと報告されている．

Tsumune et al.[1] は，SF_6 の水隗をジグザグに操船して追跡し，船底 (水深約5m) からポンプで船上に観測間隔6分間で連続的に採取して SF_6 濃度を分析した．ただし，SF_6 濃度が 2.0pmol m^{-3} 以下の値となった場合を，バックグラウンド濃度，つまり散布した SF_6 の水隗ではないと判断している．

SF_6 の水隗の観測は，散布後1, 3, 4, 5, 7, 9および12日目の夜間に約8〜10時間かけて実施された．**図**-1に，観測海域，SF_6 の水隗形状を観測した測定点 (濃度が 5.0 pmol m^{-3} 以上の位置を●，未満の位置を+)，および SF_6 を散布する船舶の軌跡 (黒線) を示す．**図**-2に，放出後の日付に対する SF_6 濃度が 5.0 pmol m^{-3} 以上の値を示す．ここに，図中のD01の01は放出後からの日付までの観測結果を表す．本研究では，**図**-1に示した全ての観測点の結果を用いた．ここに，散布後1, 3, 4, 5, 7, 9および12日目における観測点 n は，それぞれ97, 82, 85, 74, 91, 98および77点で全604点である．

(2) 拡散モデルの概要

SF_6 の計算は以下の式を用いた．

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} = \nu\nabla C - \alpha_0 C \qquad (1)$$

ここに，C は SF_6 の混合層の平均濃度，x, y は東西，南北方向，u, v は東西，南北方向の混合層の平均流速，ν は拡散係数である．式 (1) の右辺最終項 $\alpha_0 C$ は，SF_6 が，混合層から鉛直混合によりその層の下部に流出する，および表層からガス交換などで散逸する現象をモデル化した項で，α_0 は SF_6 減少を表す係数 (以下，減少率) である．

流速･水深･SF_6 濃度をスタッガードメッシュで配置し，式 (1) について，移流項を3次の風上差分 (UTOPIA)，拡散項を中央差分，時間項をオイラー法で離散化して計算した．

図-1の範囲を計算範囲 (165.3 °E – 162.22 °E，47.6 °N – 48.4 °N) とし，x, y 方向の格子幅を 0.008 度 (($\delta x, \delta y$)=(607m, 907m)) としたことから，x, y 方向の格子数は116, 111となる．C の側方の境界条件は，流速が計算領域から流出する場合を放射条件とし，流速が計算領域外から流入する場合を0とした．

船舶からの放出についてのモデル化は，前回の研究[5] において，一定面積に一定濃度を与える方法と，放出時の航路がメッシュの端をまたいだ直後のメッシュに一定濃度を与える方法を試したが，前者と比較して後者の結果が，初期濃度や誤差について良好であったことが確認されている．ただし，後者の方法では，放出フラックスの計算が困難となることから，本解析では，SF_6 の放出時における航路上にあるメッシュについて，一定濃度 C_0 を追加する方法を採用した．この方法における C_0 は，時間格子を1分としていることから，放出時の航路上におけるメッシュの濃度が1分間で増加する量，つまりフラックス量となる．

(3) データ同化 (DA: Data Assimilation) の概要

a) 制御変数 x

DA によって求める制御変数 $\mathbf{x}$ は，前回の研究[5]では式 (1) の流速，初期の SF_6 濃度，減少率であったが，モデルを改良して，線形的に流動が変化すると仮定して放出開始・12 日目の観測終了時の流速，および拡散係数も取り扱えるように改良した．ここに，$\mathbf{x}$ のように，ボールドで表現した場合，ベクトルもしくは行列を示す．

ただし，実際には前回の研究[5]同様，計算上の理由により，それぞれの変数に応じて制御変数を変更した．

まず，流速は，空間的に滑らかな流速場が必ず得られることを考慮し，水面形 η は x, y の正規直交化した，ルジャンドル直交多項式の線形和で表され (仮定 1)，流速は地衡流の式 (2)

$$fv = g\frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad fu = -g\frac{\partial \eta}{\partial y} \tag{2}$$

で水面勾配により計算できる (仮定 2) とした，2 つの仮定を用いて，水面形の多項式の係数 a_{ij} を制御変数に設定した．ここに，係数 a の下付き ij は x, y の多項式の次数を表す．ここに，f は緯度を 48.5 °N としたコリオリパラメータで，g は重力加速度である．

流動に関した制御変数は，流動が時間変化しない場合は多項式のそれぞれの係数 a_{ij} とし，流動が時間変化する場合は，流動が線形的に変化するとして，放出開始時と 12 日目の観測終了時の 2 つの流動を推定するとしたために，開始時と終了時の多項式のそれぞれの係数 a_{ij} とした．

次に，式 (1) の減少率 α_0 は，値そのものを求めると，計算途中で負となる可能性があるため，前回の研究[5]同様に $\alpha_0 = 5^{\alpha} \times 10^5$ pmol m^{-3} s^{-1} として，α を制御変数とした．そして，海域に放出された濃度を表す，放出時の航路上にあるメッシュの濃度 C_0(放出濃度) は，減少率と同様の理由から，$C_0 = 5^{\beta} \times 90$ pmol m^{-3} として，β を制御変数とした．最後に，拡散係数 ν は，値そのものを制御変数とした．

以上より，制御変数は $\mathbf{x}=(a_{ij}, \alpha, \beta, \nu)'$ となる．ここに，$'$ は転置を表す．

b) 目的関数 J

ある観測時刻・地点 (k) の濃度 C_k で表される観測結果を $\mathbf{y} = (C_1, C_1, \cdots, C_n)'$ とし，制御変数 $\mathbf{x}$ により計算される SF_6 濃度 C から，その時刻，地点の濃度を計算する関数を $M(\mathbf{x})_k$ として，$\mathbf{y}$ と $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を用いて，以下のように目的関数 J を設定した．

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y})'\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{R}$ は観測結果に対する重みを示す行列である．

c) グリーン関数 (GF:Green's Function)

Menemenlis ら[4]や杉浦ら[6]を参考に，Green's Function Method を以下に示す．ただし，Menemenlis らが示した式は，制御変数の誤差を考慮した，より一般的な記述となっており，簡易化して記述した本章と異なることに注意する必要がある．ただし，Menemenlis らが実施した計算では，制御変数の誤差は考慮していない．

目的関数 J の $\mathbf{x}$ による一回微分を

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = \left(\frac{d\mathbf{M}}{d\mathbf{x}}\right)'\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \tag{4}$$

とする．

式 (4) の右辺第一項の $\mathbf{M_x}$，つまり，ベース位置 $\mathbf{x}_0$ における $M(\mathbf{x}_0)$ の微分を以下の差分式

$$\frac{dM(\mathbf{x}_0)}{dx^j} \cong \frac{M(\mathbf{x}_0 + a^j\mathbf{e}^j) - M(\mathbf{x}_0)}{a^j} = \frac{\delta M(\mathbf{x}_0)}{\delta x^j} \tag{5}$$

で近似する．ここに，$a^j\mathbf{e}^j$ が $\mathbf{x}_0$ における j 番目のパラメータにおける変動である．そして，式 (4) の右辺最終項の $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を，以下のように式 (5) を用いて

$$\begin{aligned}\mathbf{M}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}) &\cong \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \left(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}}\right)\mathbf{x} \\ &\cong \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \left(\frac{\delta\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{\delta\mathbf{x}}\right)\mathbf{x} = \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{F}\mathbf{x}\end{aligned} \tag{6}$$

で近似する．

式 (6) を式 (4) に代入して最適化問題，すなわち停留値問題をそのまま解くと，

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = 0 \tag{7}$$

であるので，$\mathbf{x}$ は，以下の式で表される．

$$\mathbf{x} = -(\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}_o) - \mathbf{y}) \tag{8}$$

この結果として得られる制御変数 $\mathbf{x}_0$ は，以下となる．

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{x}_0 + \mathbf{x} \tag{9}$$

式 (8) は逆行列の計算を除いて簡単な形状をしているので，制御変数 $\mathbf{x}$ の数が少なければ，式 (8)，式 (9) の結果は，一次近似として良好な結果となる可能性がある．ただし，最終的な停留値を推定するには，式 (8) および式 (9) を一回だけ解くのではなく，$\mathbf{x}$ の次元や $J, M(\mathbf{x})$ の形状を考慮して，式 (9) を

$$\mathbf{x}_0^{l+1} = \mathbf{x}_0^l + \mathbf{x}^l \tag{10}$$

として，反復計算を行う必要がある．そのため，本研究でも反復終了の判定を設けて，反復計算を行った．

反復終了の判定は，式 (3) の変化か，式 (8) の大きさ $|\mathbf{x}|$ で判断することになるが，本研究では，式 (8) の大きさが 1×10^{-7} 以下となる場合の制御変数を最終結果とした．

ただし，式 (5) における $\mathbf{x}$ のそれぞれの制御変数に対して微小な変位は，それぞれ 0.001 として式 (8)，式 (9) の計算を行った．

d) 線形性の評価法

前回の研究[5]では，安定性を検証するために，推定した濃度結果に人工的な誤差を追加した値について再び DA を行う双対実験を実施した．その結果，人工的な誤差を与えても，誤差が無い場合と同程度の結果が

得られていることが確認でき，モデルが安定的に制御変数を推定できることが確かめられた．

このような方法以外に，広瀬[7)]が示した線形性の仮定の評価方法があることから，その方法を用いて線形性の評価を行った．

式 (10) で推定された $\mathbf{x}^l$ で J^{l+1} が J^l と比較してどの程度低下 ΔJ^l するかは，$\mathbf{x}_0^l$ と $\mathbf{x}^l$ を式 (6) に代入して式 (3) を計算することで，

$$\begin{aligned} &J^l - \Delta J^l \\ &= \frac{1}{2}\Big(\mathbf{M}(\mathbf{x}_0^l) + \mathbf{F}(\mathbf{x}_0^l)\mathbf{x}^l - \mathbf{y}\Big)' \mathbf{R}^{-1}\Big(\mathbf{M}(\mathbf{x}_0^l) + \mathbf{F}(\mathbf{x}_0^l)\mathbf{x}^l - \mathbf{y}\Big) \\ &= J^l - \frac{1}{2}(\mathbf{x}^l)'\mathbf{F}(\mathbf{x}_0^l)' R^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x}_0^l)(\mathbf{x}^l) \\ &= J^l - \frac{1}{2}(\mathbf{x}^l)'\Big(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}}\Big)' R^{-1}\Big(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}}\Big)(\mathbf{x}^l) \end{aligned} \tag{11}$$

と計算できる．ここに，J^l は，$\mathbf{x}_0^l$ を式 (3) に代入した値である．

新たに得られた $\mathbf{x}_0^{l+1}$ を式 (3) に代入した J^{l+1} は実際に低下した後の目的関数の値なので，J^l と J^{l+1} の差を $\delta J^l = J^l - J^{l+1}$ とおいて，この差 δJ^l が式 (11) で得られた ΔJ^l と同程度であるかを確認できれば，モデルの線形性の近似が適切かどうかの判定が可能となる．

e) 最終結果 $\hat{\mathbf{x}}_0$ の誤差推定

反復計算により得られた最終結果 $\hat{\mathbf{x}}_0$ と $\mathbf{y}$ を

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_0) + \epsilon \tag{12}$$

で表現する．ここに，ϵ は誤差を表す．式 (3) から ϵ の平均を $\mathrm{E}(\epsilon) = \mathbf{0}$，共分散行列を $\mathrm{V}(\epsilon) = \sigma^2\mathbf{R}$ とおくと，$\mathbf{y}$ の平均 $\mathrm{E}(\mathbf{y})$ と分散 $\mathrm{V}(\mathbf{y})$ は，

$$\mathrm{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_0), \tag{13}$$

$$\mathrm{V}(\mathbf{y}) = E(\mathbf{y} - \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_0))(\mathbf{y} - \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_0))' = \sigma^2\mathbf{R} \tag{14}$$

が成立する[8)]．

式 (8) の大きさ $|\mathbf{x}|$ が停留条件を満たして十分小さくなった，最終結果の $\mathbf{x}_0^{l+1}, \mathbf{x}_0^l, \mathbf{x}^l$ をそれぞれ $\hat{\mathbf{x}}_0, \mathbf{x}_0, \mathbf{x}$ として式 (10) を式 (9) とし，式 (6) と式 (8) を用いると，$\hat{\mathbf{x}}_0$ の平均 $\mathrm{E}(\hat{\mathbf{x}}_0)$, 分散 $\mathrm{V}(\hat{\mathbf{x}}_0)$ は，

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(\hat{\mathbf{x}}_0) &= \mathrm{E}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}) \\ &= \mathrm{E}(\mathbf{x}_0 - (\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}_o) - \mathbf{y})) \\ &= \mathrm{E}(\mathbf{x}_0) - (\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathrm{E}(\epsilon) = \mathbf{x}_0\,, \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{V}(\hat{\mathbf{x}}_0) &= \mathrm{E}(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)' \\ &= (\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathrm{E}(\epsilon\epsilon'))\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1} \\ &= \sigma^2(\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1} \\ &= \sigma^2(\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1} \end{aligned} \tag{16}$$

と表される．

σ^2 の最尤推定量は，式 (13),(14) を用いて対数尤度を求め，その対数尤度を σ^2 で微分することで，

$$\sigma^2 = \frac{2J}{n} \tag{17}$$

のように計算される．ここに，n は観測点数である．

3. 結果

海域の拡散係数 ν は $5\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-1}$ と固定して，流速について時間変化が無い場合 (直交多項式の次数はを 3 とした場合) と放出開始から観測終了時まで線形的に時間変化する場合 (直交多項式の次数はを 2 とした場合) について計算を実施した．また，前回の研究[5)]では，式 (3) の重みを表す行列 $\mathbf{R}^{-1}$ の対角成分を時間 t の関数 t^r としなければ，反復計算の途中で発散したが，今回のモデルではこの行列 $\mathbf{R}$ を単位行列としても，順調に計算できた．そのため，以降の結果は，行列 $\mathbf{R}$ を単位行列とした計算結果である．

流速の時間変化を考慮した計算では，反復回数とともに目的関数が小さくなるが，ある反復回数以降において停留値が振動し，反復終了の判定での，式 (8) の大きさ $|\mathbf{x}|$ が 1×10^{-7} 以下とならなかった．

本解析では，観測された SF_6 濃度が 0 となる地点の結果が流速の推定に寄与されず，SF_6 濃度が高い位置の情報から流動が推定される．しかし，この位置の情報は計算範囲の東西方向の中央にしかないため，東西両端付近の流動を推定する情報が不足している．その結果，流動を表現する多項式の係数の数が多いとその係数の組み合わせによっていくつかの解が現れ，停留値が振動したと予想される．

このように解が複数表れる不安定な状態を避ける方法として，制御変数になんらかの条件（全体の流速が最小となるなど）を目的関数に追加して計算する方法がある．そこで，多項式の係数を自乗した項を目的関数に加えて計算したが，流速について時間変化が無いとして計算した結果のほうが，推定された濃度と観測結果の差が小さくなった．

以上から，本研究では，流速について時間変化が無く，直交多項式の次数を 3 とした条件について検討を実施した．ただし，次数については 2 次の多項式よりも 3 次の多項式の場合のほうが，目的関数が小さくなることを確認している．

(1) 拡散係数の評価

海域の拡散係数 ν を 1.25, 2.5, 5, 10, $20\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-1}$ と変更して，計算を行った．**図**-3 に，拡散係数と誤差 σ の関係を示す．誤差 σ は，拡散係数に対して，非対称となるが，二次関数の形状となっており，拡散係数 ν が $5\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-1}$ のときに最小となることが分かった．

この結果から，拡散係数に対しても線形や差分の仮定が成り立つと考えられたため，拡散係数を制御変数にして GF を用いて拡散係数の推定を行った．しかし，式 (8) の大きさ $|\mathbf{x}|$ が $1{\times}10^{-4}$ のオーダーで留まり，$1{\times}10^{-7}$ 未満とならず，反復回数に対して拡散係数の小数点以下二桁目の値が振動する結果となった．これは，拡散

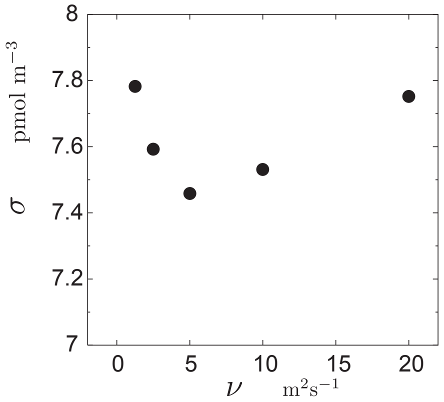

図-3 拡散係数 ν と誤差 σ の関係

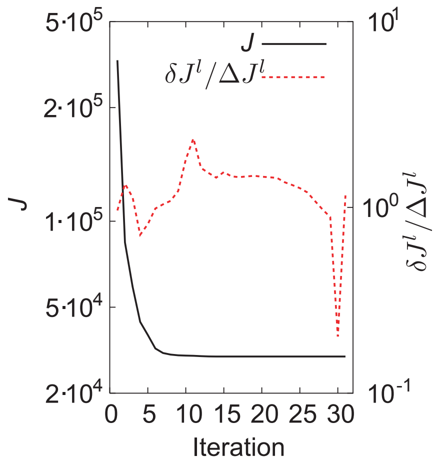

図-4 反復回数 l に対する，目的関数 J^l と $\delta J^l/\Delta J^l$

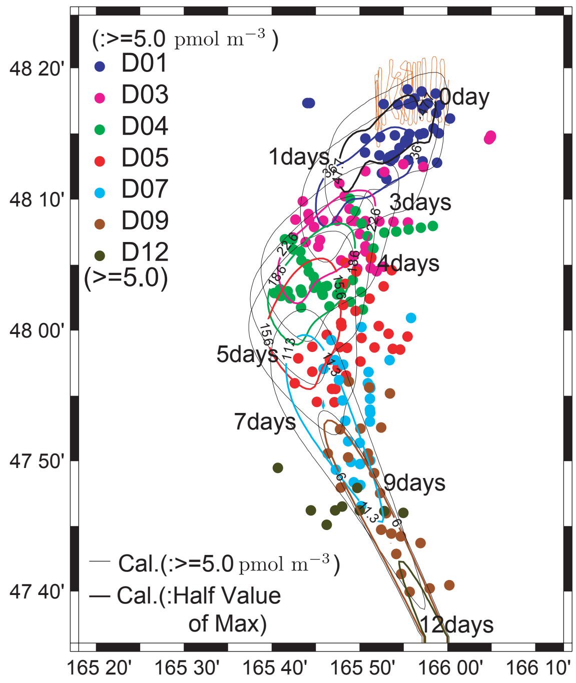

図-5 推定した SF_6 濃度の半値と 5pmol m^{-3} の分布

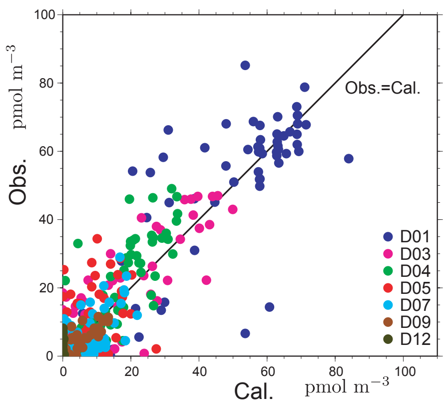

図-6 Model 2(:r = 0.5) の計算結果と観測結果の散布

係数の値のうち下二桁目の変動が濃度の拡散現象に影響をほとんど与えないこと，または**図**-3 の拡散係数に対する誤差の形状が非対称であることが原因であると考えられる．

式 (8) の大きさ $|\mathbf{x}|$ が 1×10^{-7} 未満とはならなかったが，90 回目の反復回数で得られた拡散係数は，3.8±0.7m^{2}s^{-1} となった．この値は，**図**-3 において誤差 σ が最小となる拡散係数 ν の値である 5m^{2}s^{-1} と同程度となった．

本研究で用いたモデルは簡易化しており，拡散係数についてはオーダー程度しか議論できないと考えると，本モデルの最適な拡散係数 ν は 5m^{2}s^{-1} 程度と推測される．そこで，以下の議論では拡散係数 ν を 5m^{2}s^{-1} とした固定して計算した結果について記述する．

(2) 線形性の評価

反復回数それぞれに対して，式 (11) で得られた ΔJ^l と，実際の目的関数の低下量 $\delta J^l = J^l - J^{l+1}$ を計算し，その比 $\delta J^l/\Delta J^l$ を計算した．

図-4 に，反復回数 l に対する，目的関数 J^l(黒線) と $\delta J^l/\Delta J^l$(赤点線) を示す．目的関数 J^l は反復回数 l に対して低下しており，反復回数 10 回程度で一定の値となった．また，式 (11) で得られた ΔJ^l と，実際の目的関数の低下量 $\delta J^l = J^l - J^{l+1}$ の比 $\delta J^l/\Delta J^l$ は，反復回数 30 回を除いてほぼ 1 程度となっていた．この結果より，本解析の非線形性は小さいと考えられる．

(3) 結果の評価

前節までの結果から，目的関数の重み $\mathbf{R}$ を単位行列，拡散係数を 5m^{2}s^{-1}，流動が定常で 3 次の多項式とした条件を採用して，推定された濃度分布および制御変数である初期濃度について検討した．

図-5 に，SF_6 濃度の半値 (太線)，5pmol m^{-3}(細黒線) の分布および SF_6 濃度の 5pmol m^{-3} 以上の観測点を示す．ここに，図中の各色の線で示した分布は，放出終了後 0, 1, 3, 5, 7, 9, 12 日目の結果を示し，船の移動で時間変化する観測点と比較時刻が異なる．そのため，半値の分布は観測点と同様に南進しているが，観測点よりも南側に位置する結果となる．また，半値の分布は，放出直後が四角に近い形状であるのにたいし，南進とともに反時計回りに回転していき，その後南北に伸び

る結果となり，濃度結果から推定しているので当然ではあるが，5pmol m^{-3} 以上の値となる観測点の時間に伴う移動と同様となった．

図-6 に計算結果と観測結果の散布図を示す．推定された濃度結果 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ と観測結果 $\mathbf{y}$ の RMS である σ は 7.5pmol m^{-3} となり，前回の研究[5] で得られた結果である 8.2pmol m^{-3} よりも小さくなった．このことから，本解析のモデルのほうが良好であると考えられる．

本解析では，放出時の航路上にあるメッシュについて，SF_6 を一定濃度 C_0 で与える方法を採用しており，この SF_6 濃度 C_0 から放出フラックスが計算できる．推定された SF_6 濃度 C_0 は 12.6±0.5pmol m^{-3} であり，計算の格子幅を 0.008 度 (($\delta x, \delta y$)=(607m, 907m))，時間間隔 Δt を 60s としているので，散布後における最終的な SF_6 の鉛直混合層厚を Tsumune et al.[1] の報告である 30m を採用すると，放出フラックスは約 2.1×10^{-4}mol/min となる．

Tsumune et al.[1] および Nishioka et al.[2] によると，船上から SF_6 を 3.6×10^{-4}mol/min で放出したことが報告されており，今回得られた放出フラックスは報告されている値に比べて約 40% 小さな値となった．

本解析では，流動を簡易化し，2 次元のモデルを採用しているなどモデルを簡易化していることから，推定された SF_6 濃度 C_0 について議論があるが，推定された SF_6 濃度 C_0 を信頼すると，この報告値と推定されたフラックスの差は，船から放出された SF_6 濃度のうち 40% が表層に留まることができずに大気や深層に散逸した，もしく放出後の SF_6 濃度が鉛直一定となった層厚が 30m よりも大きかった，の 2 つの可能性が示唆される．そして，後者が原因であるとした場合では，本解析で推定された SF_6 濃度 C_0 から報告値どおりのフラックスを得るとすると，層厚が約 50m となる必要がある．

このフラックスについては，海域における鉄溶液の濃度と関係があり，Nishioka et al.[2] らの研究である SF_6 と同時に散布した鉄溶液に対する植物プランクトンの増殖に関する研究において重要な値となるため，観測された鉄濃度やその他の観測結果とあわせて検討する必要があると考えられる．

4. まとめと課題

時間・空間で疎に観測されたトレーサ濃度 (SF_6 の濃度) を拡散方程式に GF でデータ同化して水塊を追跡する手法を開発し，推定された結果について検討を行った．その結果，本モデルでは流動の時間変化までを推定できるほど，観測された濃度の位置情報が十分ではないことが分かった．また，本解析で誤差を含めて推定した拡散係数は $3.8\pm0.7m^2s^{-1}$ となり，$5m^2s^{-1}$ 程度の値が適当であることが分かった．そして，線形性の妥当性の結果から本解析の非線形性は小さいことが示唆された．最後に，推定された水塊のトレーサ濃度 (SF_6 濃度) は，観測結果を追随する結果となったが，推定された SF_6 濃度の放出フラックスは，実際の放出フラックスよりも約 40% 小さい値となり，船から放出された SF_6 濃度のうち約 40% が表層に留まることができずに大気や深層に散逸した，もしくは Tsumune et al.[1] が報告した放出後の SF_6 濃度が鉛直一定となった混合層厚の値 30m よりも大きい 50m 程度となる可能性が示唆された．

今後の課題として，放出フラックスの推定値と実際の値との違いについて検討する必要がある．そして，本研究で示した手法を現場海域における水塊移動予測に適用する場合を考えると，測定開始後何日間までのデータが揃うと，以降のトレーサを何日間追跡する出来るかとした問題が考えられる．今後，これらの課題について実施する予定である．

参考文献

1) Tsumune, D., J. Nishioka, A. Shimamoto, Y. W. Watanaba, T. Aramaki, Y. Nojiri, S. Takeda, A. Tsuda and T. Tsubono: (In Press) Physical behaviors of the iron-fertilized patch in SEEDS II, *Deep Sea Res. II*, 2009.
2) Nishioka J., S. Takeda, Y. Kondo, H. Obata, T. Doi, D. Tsumune, C. S. Wong, W. K. Johnson and A. Tsuda: (In Press) Changes in iron concentrations and bio-availability during an open ocean mesoscale iron enrichment experiment in the western subarctic pacific, SEEDS II, *Deep Sea Res. II*, 2009.
3) Tsuda, A. et al: A mesoscale iron enrichment in the western subarctic Pacific induces large centric diatom bloom, *Science*, Vol.300, pp.958-961, 2003.
4) Menemenlis, D., I. Fukumori and T. Lee: Using Green's Functions to Calibrate an Ocean General Circulation Model, *Mon. Wea. Rev.*, Vol.133, pp.1224-1240, 2005.
5) 坪野考樹・津旨大輔・芳村毅・西岡純. グリーン関数法で SF6 濃度結果を拡散方程式にデータ同化する手法を用いた水塊移動の推定. 水工学論文集，53 巻，pp.1489-1494, 2008.
6) 杉浦望実, 淡路敏之, 増田周平, 美山透, 望月崇, 豊田隆寛, 石田信浩, 五十嵐弘道, 日吉善久, 佐々木祐二, 石川洋一. 4D-VAR 結合同化手法を用いた気候変動研究 (I). 海洋学会秋季大会講演要旨集, p. 40, 2006.
7) 広瀬直毅. グリーン関数による縁辺海循環モデルの最適化. 海洋学会春季大会講演要旨集, p. 55, 2009.
8) 柳井春夫，竹内啓: 射影行列 一般逆行列 特異値分解，東京大学出版, pp. 132-139，2000.

（2009.9.30 受付）