

階段状水路の空気混入流特性に対する 水路傾斜角度の影響

EFFECT OF CHANNEL SLOPES ON AERATED FLOW CHARACTERISTICS IN STEPPED CHANNELS

高橋正行¹・大津岩夫²

Masayuki TAKAHASHI and Iwao OHTSU

¹正会員 博(工) 日本大学専任講師 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

²フェロー会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

Stepped channels are effective for dissipating the energy of supercritical flow that occurs at steep channels. Generally, stepped channel flows have been characterized as aerated flows. For design purposes, it is important to know the aerated flow velocity, the air-concentration, and the energy head of aerated flows in skimming flows. In this study, the quasi-uniform aerated flows of skimming flows in stepped channels are systematically investigated for a wide range of channel slopes. The experimental investigation reveals that the air-concentration ratio and the energy head of aerated flow increase with the channel slope θ under the relative step height S/d_c . Also, the friction factor f decreases as the channel slope θ increases for given S/d_c . Further, the distribution of air-concentration ratio and the velocity distribution have been shown under a wide range of channel slopes ($19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$). The energy head of aerated flow is formulated for the quasi-uniform flow region.

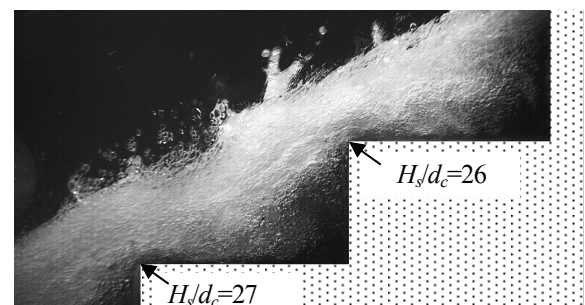
Key Words : Stepped channel, aerated flow, air-concentration, velocity, skimming flow, energy head

1. まえがき

急傾斜地の水路や堰・ダムを流下する高速流を傾斜面上で減勢させる方法として階段状水路の利用は有効である。

階段状水路をある程度流下すると各ステップ上で同じ流況が繰り返される擬似等流状態となる。この流れは空気混入流(aerated flow)となるため(図-1参照), 水深や流速の評価が困難であった。従来, 階段状水路直下に形成させた跳水を利用して間接的に空気混入流の水深, 流速, 流水抵抗, およびエネルギーを求めていた¹⁾。2000年頃から, aerated flowの流速測定が可能となり, Boes and Hager²⁾は水路傾斜角度 $\theta = 30^\circ \sim 50^\circ$ の階段状水路の空気混入率 C [=空気の体積/(空気の体積+水の体積)]と流速 u を測定し, 階段状水路の流水抵抗を明らかにしようとした。しかしながら, aerated flowのエネルギー評価までには至らなかった。また, $\theta = 16^\circ$ のTransition flowを対象にChanson and Toombes³⁾およびEL-Kamash et al.⁴⁾は C と u の測定を行ったが, aerated flowのエネルギー評価はなされていない。

Ohtsu et al.^{1),5)}は C と u の測定値からaerated flowのエネルギーを求める方法を示した。これに基づき, Takahashi et al.^{6),7)}は水路傾斜角度 $\theta=19^\circ$ の階段状水路についてaerated flowの C と u を測定しaerated flowのエネルギーの大きさを明らかにした。



H_s : クレスト天端から測定断面までの鉛直距離
図-1 擬似等流状態の空気混入流 ($\theta = 30^\circ$, $S/d_c = 1.0$)

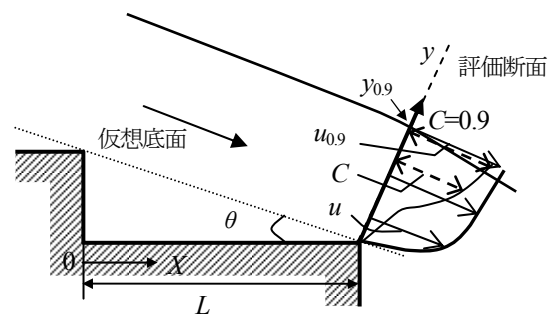


図-2 定義図

表-1 実験条件

θ	S [cm]	d_c [cm]	S/d_c	$R_e \times 10^{-4}$	H_{dam} [cm]
19°	1.25	4.17	0.3	2.6	85
	4.0	4.06~7.26	0.55~0.98[(S/d_c) _s =0.98]	2.5~5.8	95
	5.0	6.67~11.61	0.43~0.75	4.7~12.3	280
30°	2.5	5.00~8.33	0.3~0.5	4.2~8.5	280
	5.0	6.67~8.00	0.62~0.75	5.0~6.5	280
	10.0	9.76~11.77	0.85~1.0 [(S/d_c) _s =1.0]	7.9~14.7	280
55°	1.25	4.17	0.3	2.4	249
	2.5	5.00~6.25	0.4~0.5	3.4~5.8	249
	5.0	4.55~7.15	0.7~1.1 [(S/d_c) _s =1.1]	3.7~6.4	249

(S/d_c)_s : skimming flowの上限値¹⁾, H_{dam} : 階段状水路の鉛直長さ

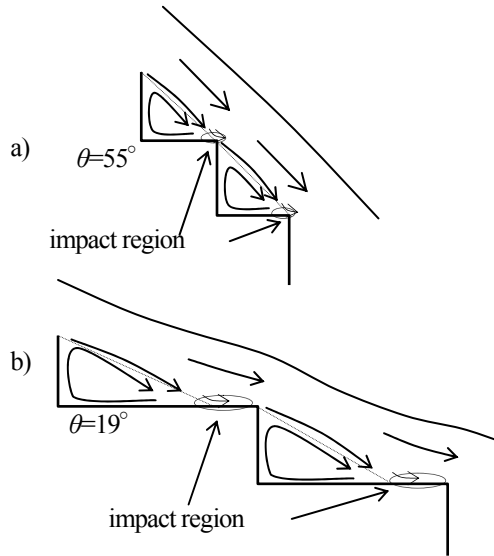


図-3 衝突領域の変化図

しかしながら、階段状水路のaerated flowの空気混入率および流速分布特性、流水抵抗、エネルギーに対する水路傾斜角度 θ の影響については不明な点が多い。

本研究では、広範囲な水路傾斜角度 $19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ の階段状水路を対象に相対ステップ高さ $S/d_c \geq 0.3$ (S : ステップ高さ, d_c : 限界水深[$d_c=(q_w^2/g)^{1/3}$; g : 重力加速度; q_w : 水の単位幅流量])のskimming flow(図-1)に対してaerated flowの流速 u , 空気混入率 C , 流水抵抗, およびaerated flowのエネルギー水頭に対する水路傾斜角度 θ と相対ステップ高さ S/d_c の影響を明らかにした。

2. 実験

実験はskimming flowの擬似等流状態の流況を対象¹⁾に表-1の条件のもとで実施した。空気混入率の空気混入率 C と流速 u は二点電極型ボイド率計を用いて測定した(測定時間間隔 20μsec, 測定時間 20sec)。また, aerated flowの u , C およびエネルギーの評価断面をエッジ断面(図-2参照)とした。なお, y は仮想底面に垂直な距離, $y_{0.9}$ はaerated flow depthであり $C=0.9$ の生じる y の値である。ステップ面上の圧力測定には圧力取出し孔を用いた。

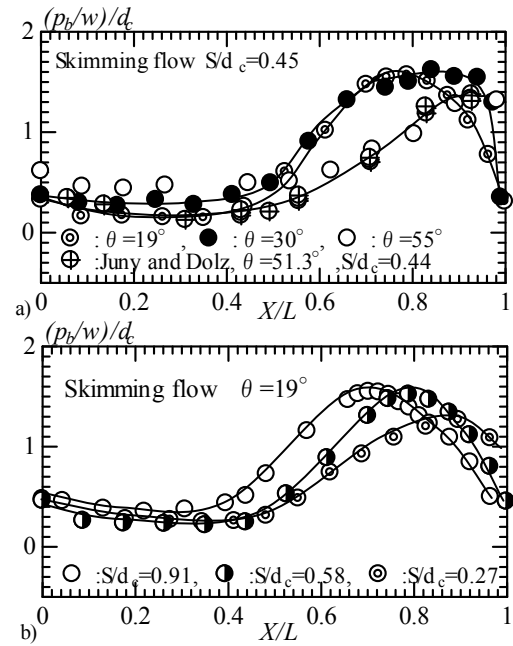


図-4 ステップ水平面上の圧力分布

3. Skimming flowの流況

Skimming flowでは各ステップ隅角部に渦が形成される。また, $\theta=50^\circ \sim 55^\circ$ のskimming flowの場合, 主流はこの渦の上を滑るように流下し, 主流はステップエッジ近傍のみに衝突する(図-3a)。一方 $\theta=19^\circ \sim 30^\circ$ の場合, ステップを越える主流は常にステップ水平面上に衝突し, impact regionは $\theta=50^\circ \sim 55^\circ$ の場合と比べて大きくなっている(図-3b)。このことは高速ビデオカメラによる流況の観察およびステップ水平面上の圧力分布(図-4a)から理解される。

図-4中の p_b は底面圧力水頭, w は水の単位体積重量である。

また, 与えられた θ に対して S/d_c を大きくすると, ステップ水平面上の圧力が最大となる X/L の値は小さくなり, impact regionは大きくなっている(図-4b)。

4. 空気混入率分布

レイノルズ数 R_e が $R_e \geq 3 \times 10^4$ の場合, 擬似等流状態のskimming flowの空気混入率 C は次の関係で整理される^{9), 10)}。

$$C = \text{func}\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \theta, \frac{S}{d_c}\right) \quad (1)$$

(1)式の関係で C の実験値を整理した一例を図-5に示す。

図-5a)に示されるように, 与えられた θ に対して S/d_c を大きくすると C は大きくなる。これは, S/d_c が大きくなるに伴い, ステップ水平面に形成される衝突領域が大きくなる(図-4b)ため, 主流の乱れが大きくなり C が大きくなったものと推論される。

与えられた S/d_c に対して θ を大きくすると, 図-5b)に示されるように, C の値は大きくなる。これは高速ビデオカメラを用いた観察によると θ が大きくなると空気と

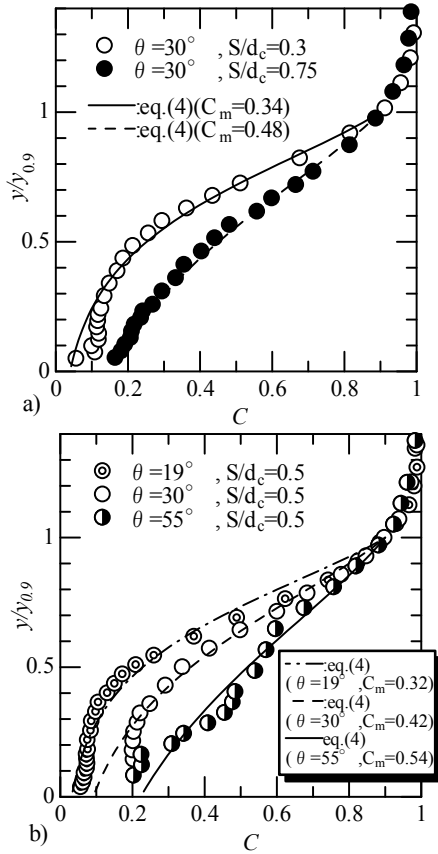


図-5 空気混入率分布

水の界面で碎波(braking)し易くなり、乱れも大きくなり、気泡が底面付近まで輸送されたものと考えられる。

次式で定義される断面平均空気混入率 C_m の値を図-6に示す。

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (2)$$

C_m は、平坦な傾斜水路($S=0$)のときにWilhelms and Gulliverの実験式¹¹⁾と一致するように式形を定め、相関係数が最大となるように係数を決定すると、次の実験式で示される。

$$C_m = \left(\frac{6.9}{\theta} - 0.12 \right) \frac{S}{d_c} + 0.656 \{ 1 - e^{-0.0356(\theta-10.9)} \} + 0.073 \quad (3)$$

($19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$, $0 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s$, $R^2=0.88$, θ in degree)
(3)式の右辺第2項は $S=0$ の場合のWilhelms and Gulliverの定義による断面平均空気混入率の提案式である。(2)式の定義による断面平均空気混入率の大きさに補正するためには(3)式の第3項を付加する必要があることがWilhelms and Gulliverの論文に記載¹¹⁾されている。

(3)式から求められる C_m の値とChansonによる気泡の拡散モデル¹²⁾(4)~(6)式を用いると、空気混入率分布が図-5の各線のように示される。

$$C = 1 - \tanh \left(k' - \frac{1}{2D'} \frac{y}{y_{0.9}} \right) \quad (4)$$

ここに、 D' は無次元化された乱流拡散係数であり、 k' は積分定数であり次のように示されている¹²⁾。

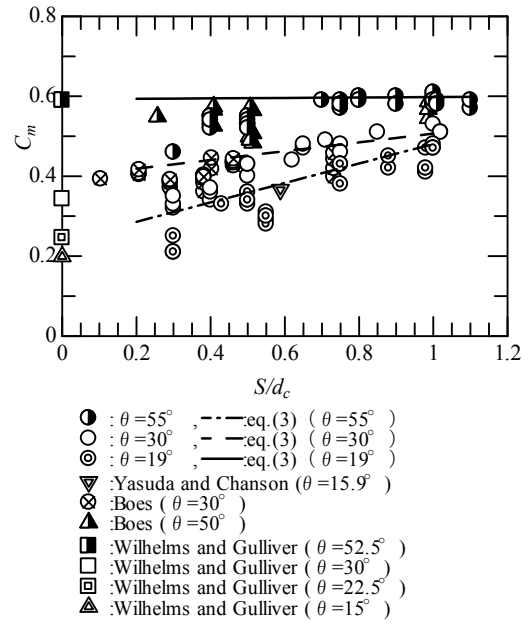


図-6 断面平均空気混入率

$$k' = \tanh^{-1} \sqrt{0.1} + \frac{1}{2D'} \quad (5)$$

$$D' = \frac{0.848C_m - 0.00302}{1 + 1.1375C_m - 2.2925C_m^2} \quad (6)$$

(3)式と気泡の拡散モデルを用いることで、広範囲な θ と S/d_c に対して空気混入率分布を示すことができるようになった。

5. 流速分布

擬似等流状態のskimming flowにおいて、 $Re \geq 3 \times 10^4$ の場合、空気混入流の流速 u は次の関係で整理される⁹⁾。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = \text{func} \left(\frac{y}{y_{0.9}}, \theta, \frac{S}{d_c} \right) \quad (7)$$

ここに、 $u_{0.9}$ は $y = y_{0.9}$ での流速である。(7)式の関係で実験値を整理すると流速分布は図-7のように $1/N$ 乗則[(8)式]で示される。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = \left(\frac{y}{y_{0.9}} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (8)$$

図-7a)のように、与えられた θ に対して S/d_c を大きくすると指数則分布の N の値は大きくなる。また、図-7b)のように、与えられた S/d_c に対して θ を小さくすると N の値は大きくなる。すなわち、 N は S/d_c と θ によって図-8に示されるように変化する。これは、評価断面での流速分布に対するimpactの影響のためと考えられる。

また、 N の値は(9)式で示される。

$$N = (-0.45\theta + 25.7) \left(\frac{S}{d_c} \right)^2 + (0.25\theta - 14.2) \frac{S}{d_c} - 5.5\theta \times 10^{-2} + 7.6 \quad (9)$$

$$(19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ, 0.3 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s, R^2=0.98)$$

(9)式より、 $\theta=19^\circ \sim 55^\circ$ のskimming flowにおいて、 θ と S/d_c を与えると流速分布を予測することが可能となった。

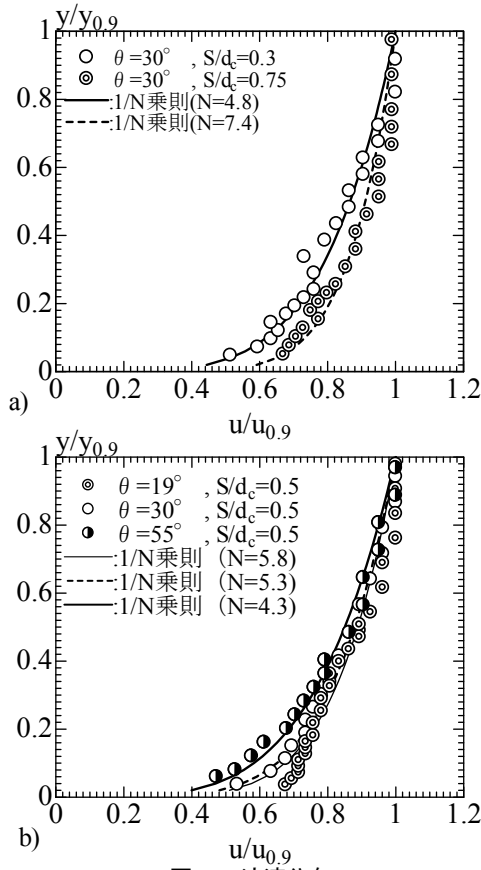


図-7 流速分布

6. 流水抵抗

図-2に示されるようにedgeを結んだ仮想底面に作用するせん断応力を τ_0 とし、仮想底面上の流体を検査部を選び流下方向の運動量方程式から次式が示される^{1),7)}。

$$\tau_0 = \rho_w g d_w \sin \theta \quad (10)$$

また、抵抗係数 f は次式で定義される。

$$f = \frac{8\tau_0}{\rho_w V_w^2} \quad (11)$$

(10)式と(11)式から次式が得られる。

$$f = 8 \left(\frac{d_w}{d_c} \right)^3 \sin \theta \quad (12)$$

ここに、 d_w はclear water depth、 V_w は断面平均流速であり、次式で示される。

$$d_w = \int_0^{y_{0.9}} (1-C) dy \quad (13)$$

$$V_w = \frac{q_w}{d_w} \quad (14)$$

$R_e \geq 3 \times 10^4$ の範囲では、 f は次の関係で表示される^{1),6),9)}。

$$f = \text{func} \left(\frac{S}{d_c}, \theta \right) \quad (15)$$

C の実験値と(12)式および(13)式より f を求め、(15)式の関係で整理した結果を図-9に示す。 f を実験式で示す

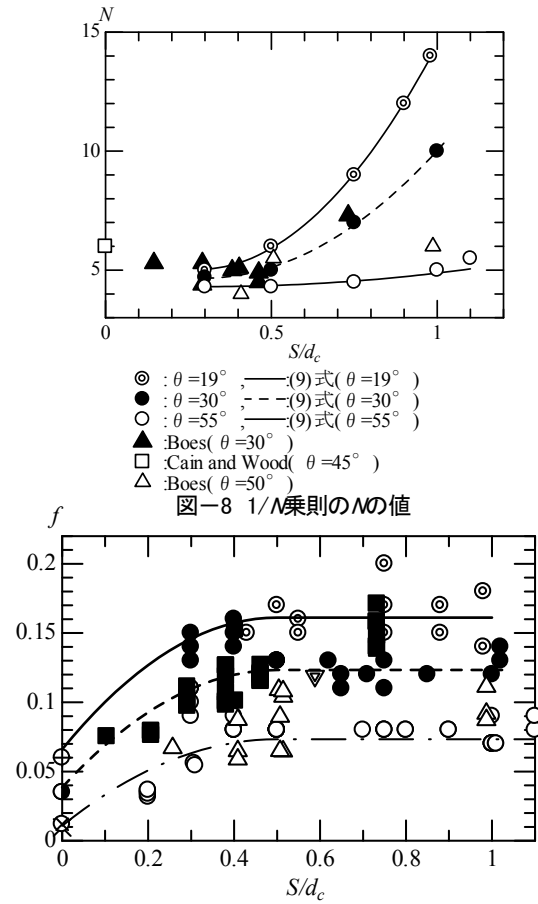


図-8 1/N乗則のNの値

図-9 空気混入流の抵抗係数

と(16)式が得られる。

$$f = 4\theta^2 \times 10^{-5} - 5.4\theta \times 10^{-3} + 0.249 - \left(6\theta^2 \times 10^{-6} - 4\theta \times 10^{-3} + 0.455 \right) \left(0.5 - \frac{S}{d_c} \right)^2 \quad (16-1)$$

$$(19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ, 0 \leq S/d_c \leq 0.5, \theta \text{ in degree})$$

$$f = 4\theta^2 \times 10^{-5} - 5.4\theta \times 10^{-3} + 0.249 \quad (16-2)$$

$$(19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ, 0.5 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s, \theta \text{ in degree})$$

従来、階段状水路直下に形成させた跳水を利用して間接的に抵抗係数が求められている¹⁾。この間接的に評価された抵抗係数 f_j ¹⁾と空気混入率から直接的に求めた f とを比較すると $f/f_j=0.5 \sim 0.9$ となっている。これは、跳水によって間接的に抵抗係数 f_j を評価する場合に用いられた運動量とエネルギーの関係式に含まれている仮定¹⁾が実際と異なったためと考えられる。

図-9に示されるように、 $S/d_c \leq 0.5$ の場合、与えられた θ に対して S/d_c によって f の値は変化する。 $S/d_c \geq 0.5$ の場合、 S/d_c の変化に関わらず f の値は一定となる。この

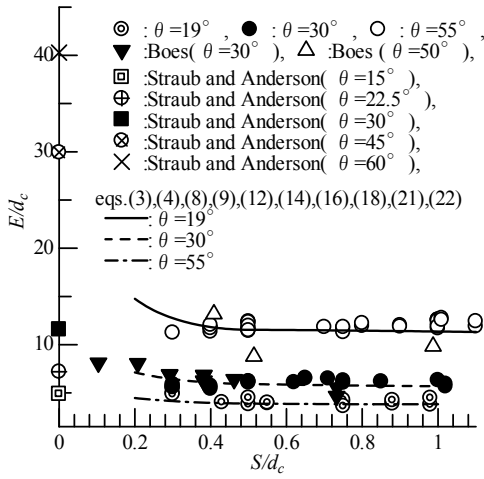


図-10 空気混入流のエネルギー水頭

場合、いくつかのステップにおいてair-layerが間欠的に形成される．air-layerが形成されると、仮想底面上の主流と隅角部内の渦とのinteractionは小さくなり、 f が一定となるものと考えられる¹⁾．

$S=0$ すなわち平坦な傾斜水路の f の値¹⁶⁾と階段状水路の f の値を比較すると、 $S/d_c \geq 0.5$ の階段状水路の f の値が3倍程度大きくなることが示される．

7. 空気混入流のエネルギー水頭

$\theta=19^\circ \sim 55^\circ$ のskimming flowの場合、高速ビデオカメラによる流況観察から図-2に示すステップエッジ断面での流れは仮想底面と平行に流下していることが確認された．したがって、エネルギー評価断面を図-2のように定める．また、エネルギー水頭 E は空気混入流を連続体として取り扱うこととし、空気混入率の変化を密度変化として表わすものとする次式のように示される^{1),5)}．

$$E = \frac{\int_0^{y_{0.9}} [\rho_w g y \cos \theta + p] u dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho_w g y dy} + \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[\frac{1}{2} \rho_w u^3 \right] dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho_w g y dy}$$

$$= \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[(1-C) \rho_w g y \cos \theta + \int_y^{y_{0.9}} \{ (1-C) \rho_w g \cos \theta \} dy \right] u dy}{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) \rho_w g y dy}$$

$$+ \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[\frac{1}{2} (1-C) \rho_w u^3 \right] dy}{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) \rho_w g y dy} \quad (17)$$

ここに、 p はエネルギー評価断面での空気混入流中の圧力 $\left(p = \int_y^{y_{0.9}} \rho_w g \cos \theta dy \right)$ であり、 ρ は空気混入流の密度 $[\rho = (1-C) \rho_w ; \rho_w$ は水の密度]である．

エネルギー水頭 E をclear water depth d_w および断面平均流速 $V_w (=q_w/d_w)$ で表すと、(17)式は補正係数 C_v および C_p を

用いて次のように示される^{1),5)}．

$$E = C_p d_w \cos \theta + C_v \frac{V_w^2}{2g} \quad (18)$$

(18)式中の補正係数 C_p と C_v はそれぞれ次のように示される．

$$C_p = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[(1-C)y + \int_y^{y_{0.9}} (1-C) dy \right] u dy}{d_w \int_0^{y_{0.9}} (1-C) u dy}$$

$$= \frac{\int_0^{y_{0.9}} (\rho_w g y \cos \theta + p) u dy}{\int_0^{d_w} (\rho_w g y \cos \theta + p_w) V_w dy} \quad (19)$$

$$C_v = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) u^3 dy}{V_w^2 \int_0^{y_{0.9}} (1-C) u dy} = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \frac{1}{2} \rho_w u^2 u dy}{\rho_w q_w \frac{1}{2} V_w^2} \quad (20)$$

ここに、 p_w はclear water flowの圧力 $\left(p_w = \int_y^{d_w} \rho_w g \cos \theta dy \right)$

である．

(19)式より、 C_p は断面を通過する空気混入流のポテンシャルエネルギーと圧力のなす仕事の和とclear water flowのそれらの和との比と解釈される．また(20)式より、 C_v は断面を通過する空気混入流の運動エネルギーとclear waterの運動エネルギーの比と解釈される．

空気混入率 C と流速 u の測定値を用い(13)、(14)から d_w および V_w 、(19)、(20)式から C_v および C_p を求め、(18)式を用いて空気混入流のエネルギー水頭 E/d_c を算出した結果を図-10に示す．図に示されるように、 E/d_c の θ と S/d_c による変化が示され、与えられた S/d_c に対して θ を大きくすると E/d_c は大きくなる．

図-10には平坦な傾斜水路($S/d_c=0$)の場合の空気混入流のエネルギー水頭 E/d_c の値も示している．なお、 $S/d_c=0$ の E/d_c の大きさは、空気混入率 C をStraub and Andersonの資料¹⁶⁾に基づき、流速分布をCain and Woodの資料¹⁵⁾ ($\theta=45^\circ$ の測定値)に基づき1/6乗則と仮定して求めた．図-10に示されるように、 $S/d_c \geq 0.5$ の階段状水路の空気混入流のエネルギー水頭 $E_{S/d_c \geq 0.5}$ と平坦な傾斜水路($S/d_c=0$)の空気混入流のエネルギー水頭 $E_{non\ step}$ との比は $E_{S/d_c \geq 0.5}/E_{non\ step}=0.3 \sim 0.6$ となる．すなわち、平坦な傾斜水路($S/d_c=0$)と比べて階段状水路はエネルギー減勢効果が大きいことが理解され、その効果を定量的に知ることができた．

(19)、(20)式に $Y = y / y_{0.9}$ および $U = u / u_{0.9}$ を用いると、 C_p と C_v は次式で表示される⁵⁾．

$$C_p = \frac{\int_0^1 \left[(1-C)Y + \int_Y^1 (1-C) dY \right] U dY}{\left(1 - \int_0^1 C dY \right) \int_0^1 (1-C) U dY} \quad (21)$$

$$C_v = \frac{\left(1 - \int_0^1 C dY \right)^2 \int_0^1 (1-C) U^3 dY}{\left[\int_0^1 (1-C) U dY \right]^3} \quad (22)$$

(21)、(22)式より空気混入率 C の分布と無次元流速 $U (=u/u_{0.9})$ の分布が得られると C_v と C_p の値を求めることが

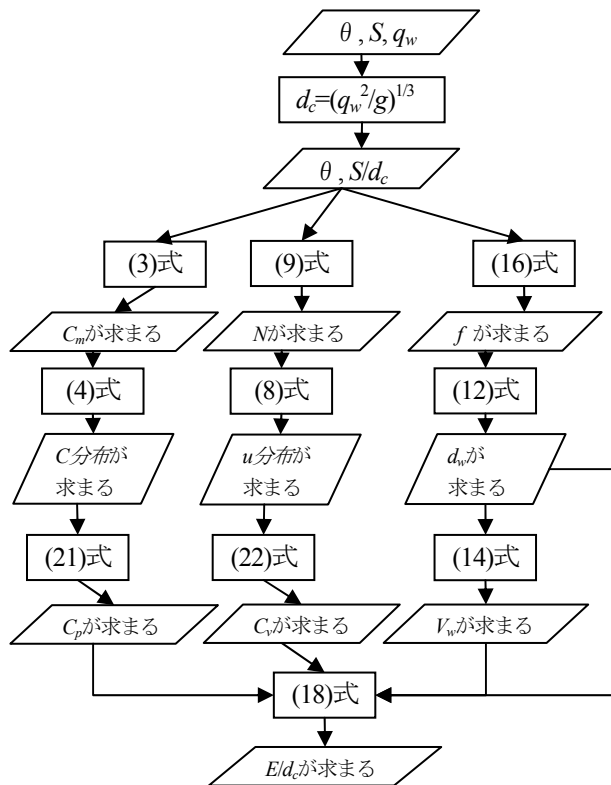


図-11 E/d_c 算出フローチャート

できる。したがって、与えられた θ と S/d_c に対して、図-11のフローチャートに示すように提案した各式を用いると E/d_c が求まり、図-10の各線が得られる。図-10に示されるように計算値は実験値を満足している。すなわち、広範囲な水路傾斜角度 $\theta=19^\circ\sim55^\circ$ のskimming flowに対して空気混入流のエネルギー水頭 E/d_c の算定が可能になり、 E/d_c に対する水路傾斜角度 θ と相対ステップ高さ S/d_c の影響を明らかにすることができた。

8. まとめ

広範囲な水路傾斜角度 $19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ 、レイノルズ数 $2.4 \times 10^4 \leq Re \leq 1.5 \times 10^5$ 、ステップ高さ $S/d_c \geq 0.3$ の階段状水路における擬似等流状態の skimming flow に対して、aerated flow の空気混入率分布、流速分布、および抵抗係数を明らかにすることができた。また、エネルギー水頭に対する水路傾斜角度 θ と相対ステップ高さ S/d_c の影響を明らかにした。以下に本研究の結論を要約して示す。

- ① 断面平均空気混入率 C_m は(3)式で示される。また、skimming flow の空気混入率 C の分布は(3)式と diffusion model(4)～(6)式によって求められる (図-5)。
- ② 流速分布は、 $1/N$ 乗則[(8)式]で近似できることを示し、 N の実験式(9)式を提案した。
- ③ 抵抗係数 f の実験式(16)式を提案した。
- ④ 与えられた水路傾斜角度 θ と相対ステップ高さ S/d_c に対して、図-11 のフローチャートのように空気混入流のエネルギー水頭 E/d_c を求められ

るようになった。

- ⑤ 平坦な傾斜面上を流下する空気混入流のエネルギー $E_{\text{non step}}$ に比べて階段状水路の空気混入流のエネルギー E_{step} は小さくなり、 $E_{\text{step}}/E_{\text{non step}}=0.3\sim0.6$ であることを示した。

謝辞：著者の一人（高橋正行）は本研究の一部に科研費(10318363)の助成を受けた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M. : Flow Characteristic of Skimming Flows in Stepped Channels, *J. Hydr. Engng.*, ASCE, Vol.130, No.9, pp.860-869, 2004.
- 2) Boes R.M. and Hager, W.H. : "Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways", *J. Hydr. Engng.*, ASCE, Vol.129, No.9, pp.661-670, 2003.
- 3) Chanson, H. and Toombes, L. : "Hydraulics of stepped chutes : the transition flow", *J. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.42, No.1, pp.43-54, 2004.
- 4) EL-Kamash, M.K., Lowen, M.R., and Rajaratnam, N. : "An experimental investigation of jet flow on a stepped chute", *J. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.43, No.1, pp.31-43, 2005.
- 5) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M. : "Energy Head of Aerated Flows in Stepped Channels", *Proc. of 31st IAHR Cong.*, IAHR, pp.2890-2899, 2005.
- 6) Takahashi, M., Yasuda, Y., and Ohtsu, I. : Characteristics of Aerated Flows in Skimming, Transition, and Nappe Flows, *Proc. of 32nd IAHR Cong.*, IAHR, CD-ROM, 2007.
- 7) 高橋, 安田, 大津 : 階段状水路における空気混入流特性, *水工学論文集*, 土木学会, 第 52 巻, pp.787-792, 2008.
- 8) Sánchez-Juny, M., Bladé, E., and Dolz, J. : Pressures on a Stepped Spillway, *J. Hydr. Res.*, IAHR Vol. 46, No. 4, pp. 574-576, 2008.
- 9) 高橋, 安田, 大津 : 階段状水路における空気混入射流の特性に対するレイノルズ数の影響, *水工学論文集*, 土木学会, 第 50 巻, pp. 871-876, 2006.
- 10) Takahashi, M., Yasuda, Y., and Ohtsu, I. : Effect of Reynolds Number on Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels, *Proc. of 31st IAHR Cong.*, IAHR, pp.2880-2889, 2005.
- 11) Wilhelms, S. C. and Gulliver, J. S.: Bubble and Waves Description of Self-aerated Spillway Flow, *J. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.43, No.5, pp.522-531, 2005.
- 12) Chanson, H. : *The Hydraulics of Stepped Chutes and Spillways.*, AA.Balkema, Lisse, The Netherlands, 2000.
- 13) Yasuda, Y. and Chanson, H. : Micro- and Macro-Scopic Study of Two-Phase Flow on a Stepped Chute, *Proc. of 30th IAHR Cong.*, IAHR, pp.695-702, 2003.
- 14) Boes, R.M. : Zweiphasenströmung und Energieumsetzung auf Grosskaskaden., Ph. D thesis, ETH, Zürich, Switzerland. (In German), 2000.
- 15) Cain, P. and Wood, I. R. : "Measurements of Self-aerated Flow on a Spillway", *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol.107, No.11, pp.1444-1524, 1981.
- 16) Straub, L. G. and Anderson, A. G. : "Experiments on Self-Aerated Flow in Open Channels", *J. Hydr. Div.*, ASCE, Vol.84, No.HY7, pp.1-35, 1958.