# 流れを遡上する波状性長波のカオス的挙動と その流動の内部構造の特性

CHAOTIC BEHAVIOR AND FLUID STRUCTURE IN UNDULAR BORES PROPAGATING ON AGAINST CURRENTS

# 安田 浩保<sup>1</sup>・大塚 淳一<sup>2</sup> Hiroyasu YASUDA and Jun-ichi OHTSUKA

<sup>1</sup>正会員 博(工学) 新潟大学准教授 災害復興科学センター(〒950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050) <sup>2</sup>正会員 博(工学) 寒地土木研究所 寒地水圏研究グループ(〒 064-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

The property of solitary waves propagating in nonuniform flows which is greater than an critical condition of wave propagation in against currents is hardly known. Two flume experiments were conducted, one was to evaluate an chaotic fluctuation of wave height, another was to measure a fluid inside structures of undular bores under against currents with the PIV. The results of the first one indicate that the maximum wave height at each gaging point were not represented in any experiments, the difference of the maximum wave hight equals to the maximum height changes. The results of second one shows that the there is a fluid instability in fluid structures and there may be a relationship between the chaotic behavior and the instability.

Key Words : undular bore, hydraulic experiment, PIV, instability, chaotic

# 1. はじめに

Longuet-Higgins & Stewart<sup>1)</sup>は鉛直方向分布を一様 とした単純な流れと波動の相互作用について Radiation 応力を導入して、波動理論から導かれる遡上限界の条件  $(U/c_q > 0.25)$ を上回る逆流場に達した波動は後続波 からのエネルギ供給によりやがて発散することを示し た。ここで、Uは断面平均流速、 $c_g$ は波動の郡速度で ある。その後、佐藤<sup>2)</sup>は前出の理論<sup>1)</sup>に流れの鉛直方 向分布と水面勾配さらには乱れなどによるエネルギー の散逸を加味した理論を導き、不等流を遡る周期波の 減衰を Longuet-Higgins & Stewart の理論よりも適切 に説明できることを示した。近年では流れと波の干渉 を考慮した高次の波動方程式が相次いで導かれて遡上 限界点付近における進行波の伝播停止と水位減衰が記 述できることが示されている<sup>3)-5)</sup>。これらの成果をは じめとする数多くの関連研究の積み重ねによりかなり の部分まで流れを遡上する周期波の特性が理解される ようになってきた。

逆流場における孤立波の遡上特性については上述の 現象と類似とはいえ研究例が少なく、未だに十分に解 明されているとは言い難い。岩瀬ら<sup>6)</sup>は逆流場を遡上 する構成素波が孤立波である波状性長波はその流れの 規模に依存することなく次第に KdV 式の定常解へ収束 するように変形すると結論した。安田ら<sup>7),8)</sup> や李ら<sup>9)</sup> は水理実験とこれを再現するために波動方程式や3次 元の数値計算を実施し、流れを遡上する孤立波は波形 の変形や減衰を生じないばかりか砕波を生じることが なく、逆流場においてさえも非常に強い保存性を維持 することを示した。対象の波動が浅水波なら遡上限界 は Froude 数から見積もることができ、彼らの研究は遡 上限界となる Froude 数が 0.25 を下回る逆流条件で行 われたものと位置付けることができる。一方で、この遡 上限界を上回る条件を対象とした研究は非常に少ない。 中村ら<sup>10)</sup>による研究は、限界条件を上回る Froude 数 が0.3-0.6の逆流場における波状性長波の遡上特性を実 験的に調べた数少ない研究の一つで、彼らは分散波列 の生成に伴う急激な水位上昇ののちに非砕波にもかか わらず急激な水位減衰を生じることを示した。

現在のところ、前述のように、遡上限界の条件付近 での波状性長波の遡上特性に関する本格的な研究は著 者らの知る限りほとんど存在せず、このために基本的 な特性さえも未解明のままである。本研究では、遡上 の限界条件程度かそれを上回るような強い逆流場にお ける波状性長波の水理的な特性のみならずその流動の 内部構造を実験的に解明することを試みる。



# 2. 水理実験

#### (1) 実験水路

本研究で使用した水路は、図-1 に示した全長 34 m、 全幅 0.5 m の矩形断面である。下流端から 6 m の区間 は固定勾配区間、そこから 28 m の区間は水平から 1/50 まで無段階に水路勾配を変化させることができる。本 論文では、流下方向の座標軸を x として可変勾配区間 が開始する地点を x = 0 m、ここでの高さを鉛直方向 の基準として z = 0 m と定義した。水路の上流端に最 大給水能力が 80 L/s の給水機構と下流の固定勾配区間 に排水機構を備え、不等流場が形成できるようになっ ている。ただし、上流端から約 2 m の区間には、ポン プからの給水を整流するための緩衝材を配置した。ま た、河口部を模擬して x = 0 から 4 m の水路床勾配を 3/20 に急変させた。固定勾配区間には最長周期 10 s、 造波可能最大水深 0.8 m のコンピュータ制御のパドル 型造波機を備えている。

#### (2) 実験条件

遡上限界を上回る強い逆流場を伝播する波状性長波 の特性を理解するために二つの水理実験を行った。一 つは、これまでに言及されることのなかった水位変動 量に顕われる初期値依存性の評価のための水位変動の 計測、もう一つは、逆流場における波状性長波の流動 の内部構造を明らかにすることを目的にした PIV 計測 である。どちらの水理実験においても水路の下流端か ら与える入射波の形状は同一の sin<sup>2</sup>型の上に凸の半周 期の孤立波型とし、その造波直後の波高は 2.5 cm、周 期は7 s とした。この入射波の造波には水路下流端に設 置されているパドル型造波機を用いた。本文における 周期の定義は、定常流水位が一度隆起し再び定常水位 に戻るまでの時間である。

逆流の規模は 10、30 L/s の 2 つとした。この定常流 の水深規模は造波区間の水深  $D_d$  を 0.8 m に統一した が、この設定値の若干の変動は実験装置の構造上避けら れず ±5 mm 以内を許容範囲とした。水路床勾配は造波 機の設置されている x = -6 から 0 m は水平床、x = 0m から上流区間のみ 1/250 に設定して不等流状態を作 り出している。計測範囲である x = 5 から 22.5 m 区間 の両流量に対する定常状態における Froude 数は、流量 が 10 L/s の場合では 0.1 から 0.2 と全区間で理論的な遡 上限界を下回り、30 L/s の場合では 0.25 から 0.5 程度 で遡上限界を上回る。以後、逆流規模は浅水波の遡上限 界を規定する Froude 数を用い、10 L/s を Fr < 0.25、 30 L/s を Fr > 0.25 として表記する。また、同区間の 水深規模は両流量ともに 0.1 m 前後である。

この水路底面の材質は低流量時の上流区間での水面 が逆勾配となることを回避するために人工芝を敷設し、 今回の実験条件における Manning の粗度係数は不等流 計算で推定して、0.020~0.022 である。

#### a) 水位変動量に顕われる初期値依存性

第一段階の実験条件については、水路下流端からの 入射波形の入射と定常流量を供給して、いずれの流量 条件とも 15 回ずつ実施した。Fr < 0.25の条件のみ $D_d$ の標準値の 0.8 m を  $\pm 2$  cm 増減した条件を 3 回だけ混 入させた。

#### b) 逆流場での流動の内部構造

第二段階の実験条件については、第一段階の実験結 果として後述するように Fr > 0.25の実験では Froude 数が 0.4 を超える流下方向の基準点から 15 m 地点を境 界にして急激な波高減衰が開始されることが判明した。 これに従って撮影地点の選定を行い、Fr > 0.25の条 件では流下方向の基準点から 5、10、15、20 m 上流 の 4 地点とした。Fr < 0.25の条件については、予備 実験において 15、20 m の両地点で長波理論が教える 開水路の流動に酷似した水底から水面までおおむね断 面平均流速となる全層流動であることが確認されたた め、この 2 地点のみとした。

#### (3) 計測方法

第一段階、第二段階の実験ともに水位の計測は、図-1 に示したように配置された6本の容量式波高計を用い、 計測時間間隔は1/20sに設定した。

PIV 計測のための画像撮影には撮影間隔を 1/250 s に設定した 800 フレームの連続撮影が可能な高速度カ メラ (フォトロン製)を水路の左岸側に撮影範囲が水深 方向に水底から 25 cm 程度、流下方向にも 30 cm 程度 となるように設置した。シート光源には YAG レーザー (日本レーザー製)を用い、これを水路の左岸側壁から 横断方向に 10 cm の位置に水路壁と平行に厚さ 1 mm 程度のシート光が発生するように水底に向けて設置し、 光量は水面の影響が最小でかつ撮影領域内の輝度が均 ーに維持されるように予備実験の段階で調整を行い決 定した。トレーサー粒子には、粒径が 200-700 μm (密 度:1020 kg/m<sup>3</sup>、材質:スチレン系イオン交換樹脂)を 撮影領域の 2 m 程度上流から断面内に一様に拡散する ように専用器具で散布した。なお、今回の撮影では、同 時性の確保のために、撮影領域の 1 m 下流地点におい



**図-2** 計測された時間波形の一例 (x = 5.0 から 22.5 m)

て入射波の到達を波高計で検出し、これを高速度カメ ラの撮影開始の電気的なトリガーとした。それぞれの 地点における撮影回数は、3回ないしは4回ずつ繰り返 し行った。

# (4) 画像解析による流速測定と水面の判定

本研究では、PIV 法による鉛直 2 次元面における面 的な流速計測、この流速の計測範囲における水面の空 間分布についても画像計測により求めた。

PIV 計測ではこの種の流速計測において標準的な直 接相互相関法を用いた。流速の計測点の配置間隔は水 平方向、鉛直方向ともに8ピクセル、検索領域は水平 方向、鉛直方向ともに8ピクセルに設定した。前述し たように画像の撮影範囲は30 cm 四方程度であるが、 流速計測の対象領域は、光量が水底から水面まで十分 に確保されていた光源直下の流下方向15 cm 程度のみ とした。流速の算出をするにあたり発生が不可避の誤 ベクトルは計測領内でのメディアン値を求めこれを閾 値と定めて除去し、この計測点の上下左右の隣接点の 流速ベクトルが正常値として存在する場合にはこれら から補間された値を誤ベクトルと置換した。



流速の計測範囲における水面の空間分布は、画像下 端から上端へ向かって隣接ピクセルとの輝度の微分値 をピクセルごとに求め、試行錯誤で設定した閾値を上 回るピクセルを水面とした。具体的な図面の掲載は余 白の関係で行わないが、この画像解析の方法により読 み取られた水面の空間分布と撮影画像は良好に一致す ることを確認している。

# 3. 実験結果

# (1) 水位変動量に顕われる初期値依存性

第一段階として実施された実験により得られた時間 波形の一例を2に示した。鉛直軸は初期水位 $z_0$ から の変動量 H を各計測地点における実験開始時刻の水深  $D_0$  で除した波高水深比である。いずれの条件において も単一波としての入射波は伝播するに従って波状性段 波へ変形していく。同じ入射条件にも関わらず、遡上 する流量規模が異なると形成される分散波列の波長は 異なり、流量が小さい場合では鋭い分散波列を形成し、 流量が大きい場合では前者よりも緩やかな波形を形成 する。そのうえ、形成される分散波列の個数も異なる という差異が次第に顕著なる。これらの結果から、流 量規模に依存した変形特性が存在することが分かる。

15 回ずつ実施された実験結果を最大水位の変化率 $\lambda$ を用いて集約的に示したものが**図**–3 である。ここで、  $\lambda$ は各地点の最大水位  $H_{\text{max}}$  を x=5 m 地点の  $H_{\text{max}}$  で 除したものである。伝播に伴い形成される波状性段波 の先頭素波における $\lambda$ は少なくとも 1.8 程度にまで達 し、既往研究と同規模であった。

Fr < 0.25の条件のみ $D_d$ をわずかに変化させた条件 を含ませており、同図 a) においては $D_d$ を標準値とし たものを実線、 $D_d$ をわずかに変化させたものを点線で 表記した。 $\lambda$ としてこれらの結果を比較すると差異は ほとんど見られず、x = 20 m 地点までは現象の再現性 が高いことが分かる。その後、x = 22.5 m 地点では値 のばらつきが生じるが、これはこの地点での水深が波 高に対して浅いために全ての実験で砕波を生じたこと によるものである。

Fr > 0.25 での実験値はすべて同一の初期条件を用 いた実験を行ったにもかかわらず、同図 b) に示したよ うに伝播に従って実験値毎の最大水位のみならず各計 測点への到達時間のばらつきが目立つ。しかも、すでに x = 10 m 地点で $\lambda$ にばらつきが生じはじめているばか りか、x=20 m 地点での実験ごとのλの差異は最大変化 量の半分程度にまで達しているところが非常に興味深 い。これらのことは、一般的な波動現象や Fr < 0.25 で の遡上現象は決定論的現象であるのに対し、Fr > 0.25 の逆流場での波状性長波の伝播現象は、鋭敏な初期値 依存性を内包する決定論的なカオス現象に遷移してい ると言えよう。工学的には河道内に侵入した津波など の長波現象の挙動を決定論的に把握することが困難で あることを示唆している。さらに、流量規模の差異が その後の変形過程に与える決定的な違いは、Fr > 0.25 条件でのみ砕波のその兆候や発生は一切ないにも関わ らず急速な波高減衰が生じる点である。

#### (2) 逆流伝播時の流動の内部構造

前節において、遡上限界を上回る逆流場を遡上する 波状性長波には強い初期値依存性が存在すること、非 砕波でさえ生じる急激な波高減衰の機構を内在してい ることが明らかとなった。これらのことは、流れを遡 上する波状性段波の流動構造は逆流場の規模に依存し、 しかも遡上限界を上回ると長波近似から大きく乖離し た流体力学的な特性への遷移があることを予見させる。 ここでは、PIV 計測より得られた面的な流速場に数値 的な粒子を投入し、その移動を Lagrange 的に追跡する ことよって流動の内部構造の可視化を行う。この可視 化により、計測領域内の流れの集中度、その瞬間にお ける流体塊の供給元が流れと波動のどちら由来である かの把握が可能となる。



図-4 逆流伝播時の流動の内部構造 (q = 10 L/s, x = 20 m)



図-5 逆流伝播時の流動の内部構造 (q = 30 L/s, x = 15 m)



図-6 逆流伝播時の流動の内部構造 (q = 30 L/s, x = 20 m)

入射波の到達から第一波峰の通過までのこのように して得られた流動構造を図-4から6に示した。図中の 赤色と緑色の数値粒子は解析範囲の下流端と上流端に おける水底から水面まで、青色の数値粒子は水底に配 置されたものである。各粒子の中心を始点する線分は 前の時間ステップ(1/250秒前)からの相対的な移動距 離を示している。なお、各流量、各計測地点でそれぞ れ4回程度の計測を行ったが現象は概ね同様であった ためアンサンブル平均は行わず、同図には PIV 処理で 欠損ベクトルが最も少なかった計測の実測値を示した。

a)  $Fr < 0.25 \ (q = 10 \ \text{L/s})$ 

Fr < 0.25の条件については 15、20 m ともに同様の 流動構造であったため x=20 m 地点についてのみ図-4 に示した。長波としての典型的な流動構造を示してい ることが分かる。0.520 s  $\geq 0.576$  s を比較すると分かる ように入射波の到達はまず水底付近で感知され、0.520 s の前後で青色粒子を巻き上げるような水底から水面 に向かう湧昇流動が形成される。0.576 s は開水路流れ  $\geq 入射波の衝突面を捉えたものと言え、この衝突面は$ <math>0.616 s のようにしだいに垂直に立ち上がり、その後は 下流から上流へ向かう入射波の流動により上流へ押し 流されていく。以後、これらの図で見られた赤色粒子 で構成された直立面を衝突面と呼ぶ。

衝突面の形成の契機となっている水底から水面へ向 かう湧昇流動の発生には次のような説明を与えられよ う。伝播に伴って形成された分散波列の構成素波の波 長 Lは撮影されたスチル写真からの読み取りによると 1 m 程度であった。この波長とそこでの水深を考え合わ せると相対水深  $D_0/L$ は浅水波相当の 0.1 程度となり、 波動由来の水粒子の楕円運動が存在すると考えられる。 すなわち、入射波の先頭部分(ある固定座標系からみ た入射波の到達に伴う水位上昇の開始点)は波谷とな るため、水底から水面に向かう鉛直上向きの流れが存 在すると理論的に結論できる。

**b)**  $Fr > 0.25 \ (q = 30 \ \text{L/s})$ 

Fr > 0.25の条件については、第一段階のすべての実験結果で水位の急激な減衰が開始されたx=15、および減衰後の流動構造を捉えるための 20 m の結果を図-5 と 6 に示した。

x=15 m では、前節の結果と同じように波動の到達は 水底から感知されるものの、水底から水面へ向かう一 体的な湧昇流動は形成されず、0.656 から 0.800 s にか けて上流端と下流端からの数値粒子がそれぞれに S 字 型の大きく揺らぐ湧昇流動を形成する。しかし、これは 前述の湧昇流動に比べると脆弱なもののようで、0.800 s の下流端の水面付近から始まる鉛直下向きの流動が開 始される。その後は、0.888 s に示したように比較的短 時間のうちに水面から水底へ向かって崩壊が始まると ともに、水深のおよそ4割程度の下層で赤色粒子の上 流へ向かう輸送が開始される。入射波の質量輸送はこ の下層が担うようである。

x=20 mでは、開水路の流動が最大水位時の前後で さえ計測領域の全体に存在し続けるという一つの大き な特徴がある。このため、水底に配置された青色の粒 子を巻き上げる湧昇流動が開始されるものの、巻き上 げられた粒子群は 1.068 s に示したようについに水面ま で到達できないところが前述の 2 地点と異なる。また、 この地点でもピーク水位前後では 2 層構造の流動が構 成されていた。0.956 s に示したように水位上昇量 H と 同程度の空間スケールの反時計回りの渦状流動を生じ た後、1.068 s 以降から入射波の質量輸送を担う上流へ 向かう二層構造の流動が形成された。

# 4. 考察

前章までに逆流規模が大きくなると、一般的な波動 理論と対比すると非常に特異と言うべき流動構造が存 在することを実験的に示した。ここでは、この流動構 造に応答していると考えられる水理現象について考察 を深める。

#### (1) 遡上時の急激な波高減衰と不安定性の発生要因

前章に示した二つの流量規模の3地点の流動構造を 比較して結論できることは、遡上限界を下回る逆流規 模では波動としての流動は開水路の流動に十分に勝る だけの運動量を有し、このために図-4のようにまず波 動と開水路の衝突面を形成し、これが波動の流動によ り上流へ輸送される。一方で、遡上限界を上回る逆流 規模では、波動の運動量は流れのそれより同程度か小 さいため、図-5のように不安定な衝突面を形成したり、 図-6のように衝突面はついには直立状態に達すること なく開水路の流動がこれを水面から水底方向に押しつ ぶすようにして形成される渦状流動を示した後に二層 流形態へ遷移したりという変形過程が存在するようで ある。つまり、遡上限界を上回る逆流規模では、波動 由来の流動は自身の質量輸送を担う浅水波特有の水平 流動の形成が困難となり、開水路の流動との拮抗によ る渦状流動などを生じざるを得なくなる。このことに 伴って運動量を損失し続けることが波高減衰の一つの 大きな要因であると推測される。また、波動と開水路 の流動の微妙な均衡ゆえに図-5で見られた揺らぎなが ら立ち上がる不安定な衝突面が形成され、この不安定 性こそが水面変動の伝播に現れる図-3に示したカオス 的な不規則な振舞いを引き起す大きな要因になってい ると考えられる。

#### (2) 流速軌道からみた流動特性

前章は波状性長波の第一波峰の鉛直2次元平面から みた流動構造についてのみの言及であった。ここでは、



**図**-8 PIV 計測された Euler 流速の軌道 (D=1.2 cm)

図-7、8 に示した水面近傍と水底における Euler 流速 の軌道図をとおして連続的な流動を捉え、この特徴的 な流動構造に対して考察を加える。これらの図は流速 計測された領域のそれぞれの時刻の水平方向の中央位 置における水深の 85%の地点と水底から 1.2 cm での水 平方向流速 u と鉛直方向流速 w を描いている。ただし、 u,w ともに各流速計測の結果の初期時刻の水平流速 uo で無次元化され、u は下流へ向かう流れを正、w は上向 きを正とした。軌跡線は、着目時刻の前後 5 時刻の u、 w の平均値を 0.04 秒毎に示し、このうち分散波列の通 過を着色太線で区別している。

図-7、8のa) に示した Fr < 0.25の条件では水面 と水底の流速軌道ともに  $u \ge w$ の正負が周期的に交 換を示す均整のとれたらせん状である。これに対して、 Fr > 0.25の条件では図-7、8に示した b) と c) のど ちらでもらせん形状の崩れが目立ち、一般的な波動現 象との際立つ相違が見られる。もう一つ特徴的なこと は図-7、8のa) と比べると上流へ向かう uの出現時間 の長さが特に水面近傍で格段に短くなっている。これ を補償するように水底において上流へ向かう uが出現 し、x=20 m では分散波列の素波の周期のおよそ半分 にあたる 0.5 秒程度にも達する。同じ逆流規模で同じ計 測地点でさえも上層と下層で流動構造が大きく異なり、 これが分散波列の構成素波の周期の時間スケールで継 続することが同図から改めて理解できる。

# (3) 課題

図-4から図-6の各図の下段に示した水深変化図より、いずれの条件でも分散波列の第二波峰以降の構成

素波でさえ第一波峰での最大水位と同規模に達することが見て取れる。しかし、**図**-7、8のうち分散波列の 第2、3波峰が通過する時刻(x=15 m:t=1.6, 2.8 s, x=20 m:t=2.4 s)に着目すると、水面、水底いずれと も流向の負から正への反転規模は第一波峰の通過時と 比べて大幅に小さいことがわかる。現時点では、著者 らは、第一波峰とそれ以外では流向反転の規模が大き く異なることについての合理的な説明に達しておらず、 引き続きの検討課題としたい。

# 5. おわりに

流れを遡る孤立波の性質はほとんど解明されていな いが、その中でも遡上限界を上回るような強い逆流場 においてはその基本的な性質さえ知られていない。本 研究では、強い逆流場を遡上する波状性長波は鋭敏な 初期値依存性を内在してカオス的な振舞いをすること を実験的に示した。これは同現象の決定論的な予測が 困難であることを示唆している。さらに、PIV による 流動構造の計測と数値粒子を用いた可視化技法を用い ることで、逆流伝播時の流動構造には流体力学的な不 安定性が存在することを見出すとともに、この不安定 性が水位変動に見られるカオス性に結びついている可 能性があることを指摘した。

#### 参考文献

- 1) Longuet–Higgins, Stewart, The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents, J. Fluid Mech., 10, 1961.
- 佐藤 道郎, 不等流を遡る波の波高変化に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第242号, pp.15–29, 1975.
- Dingemans, M. W, Water wave propagation over uneven bottoms, 700 pp., 1997.
- Chen, Q, Madsen, P. A. Schaffer, Basco, Wavecurrent interaction based on an enhanced Boussinesq approach, *Coastal Eng.*, Vol.33, pp. 11–39, 1998.
- 5) 沖和哉, 酒井哲郎, 芦谷淳志, 波と流れの相互干渉を考慮 した Boussinesq 方程式による数値解析, 海洋開発論文 集, 第 19 巻, p.159–164, 2003.
- 6) 岩瀬浩之,竹田勝博,後藤智明,ソリトン分裂波の増幅機構と数値計算の誤差特性に関する一考察,土木学会海岸工学論文集,第47巻,pp.21-25,2000.
- 7) 安田 浩保,山田 正,後藤 智明,スルースゲートの閉鎖に 伴い発生する段波の水理実験とその数値計算,土木学会 論文集, No.733/II-63, pp.89–105, 2003.
- Yasuda, H, A One-Dimensional Study on Propagation of Tsunami Wave in River Channels, J. Hydr. Engrg., 2010 in Printing.
- 9) 李光浩、大堀文彦、水谷法美,河口から遡上する孤立波 および周期波と流れの相互作用に関する基礎的研究、海 洋開発論文集、第23巻、p.159–164、2007.
- 中村祐介,安田浩保,清水康行,流れの遡上に伴う波高 減衰に着目した波状性段波の実験的研究,土木学会地震 工学論文集,第28巻,2007.

(2009.9.30 受付)