

変分法と浅水流モデルを併用した 河床粗度の逆推定法に関する研究

INVERSE ESTIMATION OF BED ROUGHNESS COEFFICIENTS BY USING VARIATIONAL APPROACH AND SHALLOW-WATER MODEL

吉田圭介¹・石川忠晴²

Keisuke YOSHIDA and Tadaharu ISHIKAWA

¹正会員 博士(工) 千葉工業大学助教 工学部建築都市環境学科(〒275-0016 千葉県習志野市津田沼2-17-1)

²フェロー会員 工博 東京工業大学大学院教授 総合理工学研究科(〒226-8502 横浜市緑区長津田4259)

This paper describes the methodology on the inverse estimation of the bed roughness coefficients of open-channel flows. The method is based on the variational approach and the shallow-water model. The optimal control theory is applied for the parameter identification. The requisite gradient information is efficiently obtained by the adjoint equations. The fundamental twin experiments were carried out with the synthetic data in order to verify the validity of the method. The data assimilated consists of values of the water level and depth-averaged velocity. The results showed that the accurate coefficients can be predicted and these estimates are stable with respect to random perturbation of data, if sufficient data at observation locations are available.

Key Words: *variational method, inverse estimation, bed roughness, shallow-water model*

1. はじめに

広域の河川洪水流を低負荷かつ高精度に解析するには、流れの方程式を正確に解くことに加えて様々な課題が存在する。例えば、境界条件である流量観測の精度の問題¹⁾、多様な乱流の再現性の程度、そして流動モデルにおける地被・植生や移動床の取り扱い等であり、これらは洪水観測が困難で、精度よい情報が少ないことが要因として知られている。

こうした課題がある中で、河川実務の解析では取り扱う現象の再現目標を定め、出来る限り解析プロセスを簡略化しつつも結果の信頼性を確保する必要がある。そのため、解析ではモデルの高度化に加えて、有限の観測情報と照合して実現象を総合的に把握する姿勢が重要となる。この点に関して、福岡ら²⁾は水位観測情報と浅水流モデルを用いて河道内の貯留現象を高精度に評価する試みを行っている。

水工学に限らず、自由度が高い広域の流動現象を扱う学問分野では実現象と解析結果との接点を保つことは重要な研究課題と考えられる。例えば、近年、地球物理学分野では広大な時空間寸法をもつ気象・海象現象を精度良く予測するために、観測情報を有効に利用するデータ同化法³⁾が検討されている。

現在、高度な同化手法には4次元変分法(adjoint法)とEnsemble Kalman Filter法がある。これらの方法では物理法則を満足しつつ、多様な観測情報を同化して、物理現象の初期・境界条件およびモデル内の定数を逆推定することが可能である。なお、気象

モデルへのadjoint法の利用は弱・強拘束条件といった概念を提案したSakaiの研究⁴⁾まで遡り、その後、このadjoint法は主に気象学で発展していった。

一方、水工学分野ではadjoint法の適用例はあまり多くない。孟ら⁵⁾は連続式を強拘束条件に利用して実験室規模の組織乱流構造の推定を行った。また、近年、海岸工学分野ではadjoint法を用いた波浪現象の初期・境界条件^{6),7)}、津波波源域⁸⁾および鉛直渦粘性係数^{9),10)}の逆推定が行われている。さらに、国外では開水路流や潮汐流での平面拡散係数¹¹⁾、底面粗度^{12),13),14)}や流量^{15),16)}等の逆推定が検討されている。

データ同化法は徐々に流動現象へ適用されつつあるが、河川流での適用例は比較的少ない。そこで、本報では今後、多様な観測情報を河川流解析へ活用する目的で、その1つの試みとして、変分法と浅水流モデルを併用した河床粗度の逆推定法を開発し、数値実験により実行可能性の基礎的検討を行った。

本報の内容は3点ある。1点目は逆推定法の基本的な考え方を提示し、定式化を行うことである。本報ではこの例題として1次元移流拡散問題を扱う。なお、本報では以下、基礎式の数値解法の影響を除外して、逆推定法の実行可能性に関して考察を行う。

2点目はadjoint法の実装手続きについて精度面から検討を行うことである。adjoint法には実装上、連続系と離散系が存在し、物理的意味を理解する上では連続系が分かりやすい。しかし、計算精度に関しては両者を比較検討する必要があり、上述の例題を通じて数値実験を行った。また、3点目は河床粗度

の逆推定における、観測情報の特性の影響を考察することである。データ同化を行う上では、情報の取得頻度や取得箇所の検討は重要と考えられる。そこで、本報では幾つかの数値実験により、観測情報の特性が逆推定に及ぼす影響を系統的に考察した。

2. 1次元移流拡散問題への適用例

(1) 問題設定と定式化

定式化が容易な1次元移流拡散現象を例として、観測情報が与えられた場合の、その初期・境界条件を逆推定する問題を定式化する。なお、ここで提示する定式化の考え方自体は、後で示す粗度の逆推定法でも同様に利用できる。本報では図-1に示した積分領域における順問題の方程式を次式で与える。

$$f_1 = \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial c}{\partial x} \right) = 0 \quad (1)$$

$$f_2 = c_0 - c|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

$$f_3 = q_1 - (u - \kappa \partial / \partial x) c|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

$$f_4 = q_2 - (u - \kappa \partial / \partial x) c|_{x=L} = 0 \quad (4)$$

ここで、 t は時刻、 x は1次元座標、 c はスカラー量、 u は x 方向流速、 κ は拡散係数、 c_0 は初期条件、 q_1, q_2 はflux境界条件、 $f_i (i=1 \sim 4)$ は関数である。本報では簡単のため、流速 u と拡散係数 κ は定数とする。

1次元移流拡散現象の順問題では式(2)～(4)が与えられた場合に、式(1)に基づいて現象予測を行う。一方、観測情報が与えられた場合に、初期・境界条件を数値的に推定する逆問題では、上記の方程式(1)～(4)を拘束条件として、観測値と解析値が出来る限り一致するように、最適な初期・境界条件を求めることとなる。この逆問題を制約条件付きの最適化問題と考えると、ラグランジュの未定乗数法により、制約条件のない最適化問題として扱うことができる。具体的には、汎関数 $\Phi (= J + F)$ を導入して、その停留条件を考察し、逆問題を定式化する。

$$J = \frac{K}{2} \int_0^T \int_0^L \delta_c(x - x_k, t - t_k) (c - c^m)^2 dx dt \quad (5)$$

$$F = \int_0^T \int_0^L \lambda_1 f_1 dx dt + \int_0^L \lambda_2 f_2 dx + \int_0^T (\lambda_3 f_3 - \lambda_4 f_4) dt \quad (6)$$

ここで、 J は評価関数、 K はガウスの決定係数である。本報では評価関数に観測誤差のみ考え、背景誤差⁶⁾を考慮しない。 λ_i は関数 f_i に対する未定乗数、 δ_c はデルタ関数、 c^m は c の観測値、 (x_k, t_k) は図-1に示した領域で観測値が存在する離散点(○)を示す。

最適化問題を考える場合には、汎関数 Φ を従属変数 $c, c_0, q_1, q_2, \lambda_i$ の関数とみなし、その第一変分をゼロとすることが必要条件として導出される。その結果、次に示すadjoint式が導出される。

$$-\frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - u \frac{\partial \lambda_1}{\partial x} - \kappa \frac{\partial^2 \lambda_1}{\partial x^2} + K \delta_c (c - c^m) = 0 \quad (7)$$

$$\lambda_1|_{t=T} = 0, \quad \partial \lambda_1 / \partial x|_{x=0} = 0, \quad \partial \lambda_1 / \partial x|_{x=L} = 0 \quad (8)$$

また、上式に加えて停留条件を満足するために、制

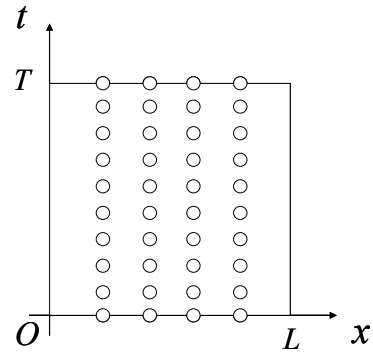


図-1 計算対象の時空間領域と離散的な観測情報○

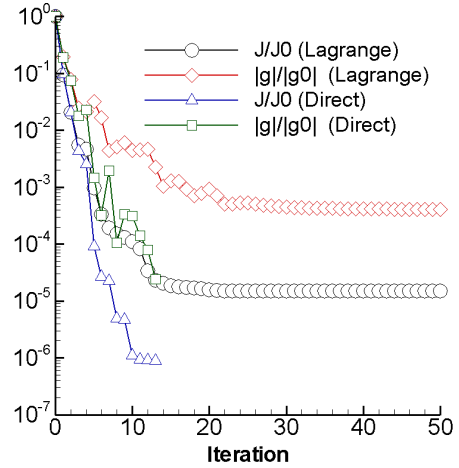


図-2 評価関数 J/J_0 と勾配ノルム $|g|/|g_0|$ の反復履歴

御変数 $\mathbf{x} = (c_0, q_1, q_2)^T$ (T : 転置) に対する評価関数の勾配情報 $\mathbf{g} = \nabla_{\mathbf{x}} J$ も導出される。その結果、式(7)を式(8)の条件下で解き、得られる評価関数 J と勾配量 $\mathbf{g}$ に対して適当な降下法を適用することで、観測結果を説明する最適な初期・境界条件が求められる。

(2) 適用例

逆問題を変分法により扱う際には、実装段階で2種類の方法がある³⁾。1つは連続系adjoint式(7)を離散化して解く方法(以下、「未定乗数法(Lagrange)」)であり、もう1つは順問題の基礎式(1)を離散化して、数値的に離散系adjoint式を求める方法(以下、「直接法(Direct)」)である。本報では1次元移流拡散問題に関して、この実装手続きを精度面から検討する。

以下、境界条件 q_1, q_2 を固定し、初期条件 c_0 を推定した双子実験の結果について示す。なお、双子実験とは所与の初期・境界条件の下で順問題を数値的に解き、その結果をそのまま観測情報として与えて、同化手法の実行可能性を検討するものである。

順問題では、 $T=1.1\text{sec}$ 、 $L=15\text{m}$ 、 $u=1.0\text{m/s}$ 、 $\kappa=1.0\text{m}^2/\text{s}$ 、時間刻み $\Delta t=0.1\text{sec}$ 、空間刻み $\Delta x=1.0\text{m}$ と設定し、時間・空間差分にはEuler陽解法と中央差分を用い、境界条件を $q_1, q_2=0$ とする。本例題では初期条件 c_0 の真値は図-3に示される。観測情報は4点($x=2, 5, 6, 8\text{m}$)において各時間stepで与える。なお、adoint式(7)の離散化は順問題と同様とし、本問題では降下アルゴリズムに共役勾配法を用いた。

図-2には反復回数に対する評価関数とその勾配の大きさの変化を2種類の方法で比較して示した。図中、添字の0は初期推定値を用いた場合の値を示す。本計算では J/J_0 が一定値以下となれば収束したものとし、計算を停止させた。直接法では数stepの反復計算で収束しているが、未定乗数法では条件を満足せず計算が終了しないことがわかる。

図-3には初期条件の推定誤差を2種類の方法で比較して示し、初期条件 c_0 の真値と初期推定値(initial guess)の例を併示した。ここで推定誤差とは初期条件の最終解析値と真値の差を示す。直接法では誤差はほぼゼロとなっているが、未定乗数法では若干の誤差が存在していることがわかる。この結果は初期推定値を変化させた場合でもほぼ同様であった。

勾配量 $\mathbf{g}$ の計算が正しい場合には、同じ降下法を適用する限り、両手法の収束は同じ程度であるはずだが、図-3の結果からは異なる結論を得る。そこで、以下、勾配量が正確かどうか確認を行う。評価関数 $J(\mathbf{x})$ を適当な $\mathbf{x}$ の周辺でテイラー展開すると、正しい勾配ならば微小量 α に対して次式が成立する³⁾。

$$\Psi(\alpha) = \frac{J(\mathbf{x} + \alpha \mathbf{g})}{\alpha \mathbf{g}^T \mathbf{g}} - 1 \cong O(\alpha) \quad (9)$$

図-4には微小量 α に対して $\Psi(\alpha)$ を示した。直接法では展開式(9)に従うが、未定乗数法では全く異なる結果が得られる。このことから、本問題の条件下においては、未定乗数法によって勾配情報が正確に求められず、図-3に示すように誤差を伴う解析値が得られたのではないかと考えられる。

3. 浅水流モデルにおける粗度係数の推定

(1) 浅水流モデル

浅水流モデルと変分法を併用した、河床粗度係数の推定法について示し、上記「直接法」による双子実験を通して、その実行可能性などを検討する。平面2次元浅水流モデルは次式で示される¹⁷⁾。

$$f_h = \frac{\partial h J_*}{\partial t} + \frac{\partial M J_*}{\partial \xi} + \frac{\partial N J_*}{\partial \eta} = 0 \quad (10)$$

$$f_M = \frac{\partial J_* M}{\partial t} + \frac{\partial J_* U M}{\partial \xi} + \frac{\partial J_* V M}{\partial \eta} + g h \left(\Gamma_5 \frac{\partial H}{\partial \xi} + \Gamma_6 \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) - m J_* (U \Gamma_1 + V \Gamma_2) - n J_* (M \Gamma_3 + N \Gamma_4) + \frac{g n_*^2 M J_* \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (11)$$

$$- \left(\Gamma_7 \frac{\partial \tau_{xx} h}{\partial \xi} + \Gamma_8 \frac{\partial \tau_{xx} h}{\partial \eta} + \Gamma_9 \frac{\partial \tau_{yy} h}{\partial \xi} + \Gamma_{10} \frac{\partial \tau_{yy} h}{\partial \eta} + \Gamma_{11} \frac{\partial \tau_{xy} h}{\partial \xi} + \Gamma_{12} \frac{\partial \tau_{xy} h}{\partial \eta} \right) = 0$$

$$f_N = \frac{\partial N J_*}{\partial t} + \frac{\partial U N J_*}{\partial \xi} + \frac{\partial V N J_*}{\partial \eta} + g h \left(\Omega_5 \frac{\partial H}{\partial \xi} + \Omega_6 \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) - m J_* (U \Omega_1 + V \Omega_2) - n J_* (U \Omega_3 + V \Omega_4) + \frac{g n_*^2 N J_* \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (12)$$

$$- \left(\Omega_7 \frac{\partial \tau_{xx} h}{\partial \xi} + \Omega_8 \frac{\partial \tau_{xx} h}{\partial \eta} + \Omega_9 \frac{\partial \tau_{yy} h}{\partial \xi} + \Omega_{10} \frac{\partial \tau_{yy} h}{\partial \eta} + \Omega_{11} \frac{\partial \tau_{xy} h}{\partial \xi} + \Omega_{12} \frac{\partial \tau_{xy} h}{\partial \eta} \right) = 0$$

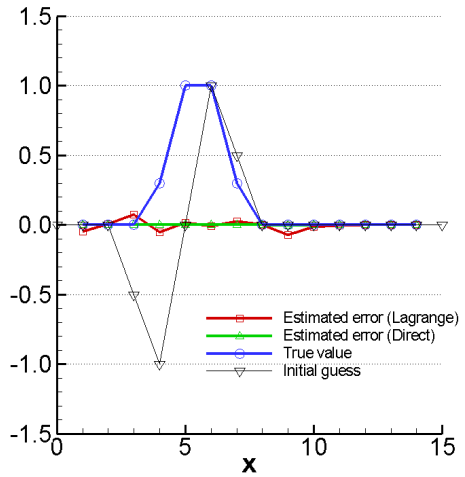


図-3 初期条件の推定誤差、初期条件の真値および初期推定値の例

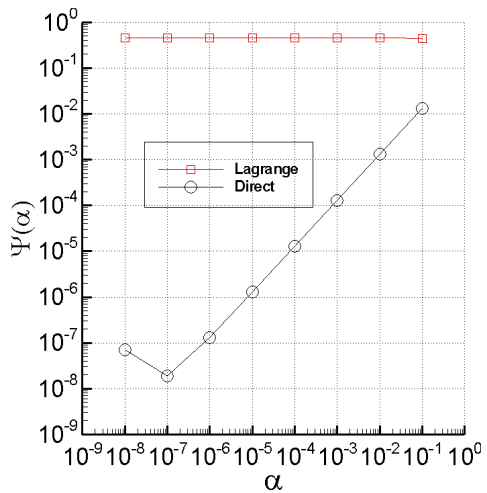


図-4 勾配情報の正確度テスト

$$f_m = m - x_\xi M - x_\eta N = 0, f_n = n - y_\xi M + y_\eta N = 0 \quad (13)$$

$$f_{\tau_{xx}} = \tau_{xx} - 2\varepsilon \left(\partial u / \partial x \right) + 2k/3 = 0 \quad (14)$$

$$f_{\tau_{yy}} = \tau_{yy} - 2\varepsilon \left(\partial v / \partial y \right) + 2k/3 = 0 \quad (15)$$

$$f_{\tau_{xy}} = \tau_{xy} - \varepsilon \left(\partial u / \partial y + \partial v / \partial x \right) = 0 \quad (16)$$

ここで、 x, y : デカルト座標、 ξ, η : 境界適合座標、 h : 水深、 H : 水位、 g : 重力加速度、 n_* : Manningの粗度係数、 u, v, m, n : 流速と単位幅流量の x, y 方向成分、 U, V, M, N : u, v, m, n の反変成分、 k : 水深平均の乱れエネルギー、 $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$: 水深平均のReynolds応力、 ε : 平面渦粘性係数 (Richardsonの4/3乗則で評価)、 $x_\xi, x_\eta, y_\xi, y_\eta, \Gamma_i, \Omega_i (i=1 \sim 12)$ はmetrics、 J_* は座標変換のヤコビアンである。

(2) 汎関数の定式化と停留条件

2. と同様に汎関数を定式化し、粗度係数を推定する枠組みを構築する。本問題では実河川での観測を想定し、水深平均流速 u と水位 H を観測情報とする。このとき、評価関数は次式で示される。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \iint_D \left(K_1 \delta_H \Delta H^2 + K_2 \delta_u \Delta u^2 \right) d\xi d\eta dt \quad (17)$$

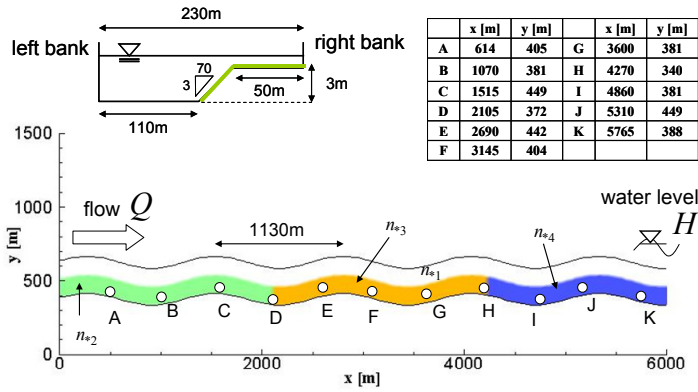


図-5 仮想蛇行河道と河床粗度の分布

(n_{*1} : 左岸側の低水路粗度, $n_{*2} \sim n_{*4}$: 高水敷粗度, A~K : 観測地点.)

ここで, $\Delta H, \Delta u$ は解析値と観測値の残差, K_1, K_2 はガウスの決定定数, δ_H, δ_u はデルタ関数, D は積分平面域である. 汎関数を従属変数 $h, M, N, m, n, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}, n_*$ の関数とみなし, 流体場の支配方程式(10)~(16)を拘束条件とすると, 2. と同様に,

$$F = \int_0^T \iint_D \sum \lambda_{\theta} f_{\theta} d\xi d\eta dt \quad (18)$$

と記述できる. ここで, 具体的には

$$\begin{aligned} \sum \lambda_{\theta} f_{\theta} = & \lambda_h f_h + \lambda_M f_M + \lambda_N f_N + \lambda_m f_m \\ & + \lambda_n f_n + \lambda_{\tau_{xx}} f_{\tau_{xx}} + \lambda_{\tau_{xy}} f_{\tau_{xy}} + \lambda_{\tau_{yy}} f_{\tau_{yy}} \end{aligned} \quad (19)$$

であり, λ_{θ} は変数 θ に対する未定乗数である. なお, 2. と同様の考え方でadjoint式も得られるが, 上で得た結果を受けて, ここでは「直接法」を採用する.

(3) 双子実験による高水敷粗度の推定

図-5には解析対象とする仮想蛇行河道と河床粗度の分布を示した. 河道断面内は中央より右岸側が高水敷となっており, 高水敷では縦断方向に沿って3種類の異なる地被状況を想定した. 通常, 洪水時の地被状況は不明であるが, ここでは平水時の植生繁茂の状況から判断するなどして, 大まかに仮定した. 本例題では低水路粗度 n_{*1} ($= 0.03$) は固定し, 推定を行う高水敷の抵抗要素はManning係数のみで扱うものとする. 一方, 観測地点の個数や配置法に関しては今後詳細に検討する必要があるが, 本報では観測地点はA~Kの11箇所設け, 以下の数値実験に応じて各地点における観測情報を同化する. 計算格子は縦断・横断方向に141×12であり, 時間刻み Δt は1.5secとした. 順問題の計算スキームには時間・空間差分に各々Euler陽解法と1次風上を用いた.

図-6には流動の境界条件である流量 Q と水位 H の時系列を示した. これらは1時間毎の情報を各時刻で線形内挿して与えており, 本双子実験において終始固定されている. 図中, “定常期間”とは所与の境界条件, 真値の粗度係数 ($n_{*2} = 0.035$, $n_{*3} = 0.060$, $n_{*4} = 0.055$), 河道形状および数値スキームを用いて, 双子実験の初期条件を作成する計算期間を示す. また“同化期間”ではこの期間に得られる観測情報

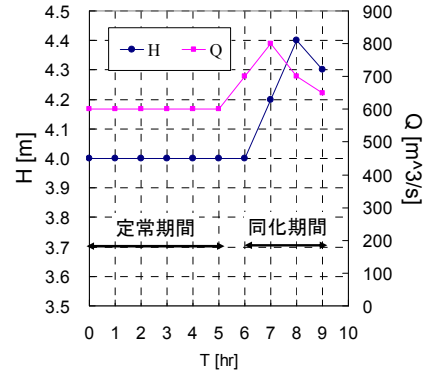


図-6 境界条件

表-1 水位観測に基づく高水敷粗度の推定
(観測時間間隔: 10分)

粗度真値 (n_{*2}, n_{*3}, n_{*4}) = (0.035, 0.06, 0.055)

Case	水位観測箇所 (図-5参照)					f.g. *)	解析値×10 ^{2**})		
							<i>n</i> * ₂	<i>n</i> * ₃	<i>n</i> * ₄
A-1	B	F	J			0.07	3.50	6.00	5.50
A-2	B	F	J			0.03	9.00	2.95	7.99
A-3	B	F	J			0.05	3.50	6.00	5.50
A-4	A	E	I			0.07	3.50	6.00	5.50
A-5	A	E	I			0.03	2.70	6.60	8.77
A-6	A	E	I			0.05	3.50	6.00	5.50
A-7	C	G	K			0.07	4.36	5.84	5.52
A-8	C	G	K			0.03	2.70	6.60	8.77
A-9	C	G	K			0.05	3.50	6.00	5.50
A-10	B	D	F	H	J	0.07	3.50	6.00	5.50
A-11	B	D	F	H	J	0.03	3.50	6.00	5.50
A-12	B	D	F	H	J	0.05	3.50	6.00	5.50

*) f.g. (first guess) : 初期推定値. $n_{*2} \sim n_{*4}$ で同値.

**) 解析値を四捨五入して3桁で記載.

を同化して粗度係数を逆推定する.

次に, 双子実験における設定について説明する. 双子実験では予め粗度の真値を与えた場合の, 水位と流速の計算結果を観測情報として記録しておく. また, 以下の表-1~表-5に示すように, 粗度の初期推定値 (表中のf.g.) は3種類想定し, ここでは $n_{*2} \sim n_{*4}$ 全て同じ値とした. 各Caseにおいて以下に示す条件の下で反復計算を終了したのち, 高水敷粗度の解析結果を表中に四捨五入して3桁で記した.

各反復計算では評価関数の勾配情報 $\mathbf{g}$ は式(17)と式(18)に基づいて, 停留条件から求める¹³⁾. また, 本問題では逆行列更新を用いたBFGS公式 (準ニュートン法) を用いて降下計算を行っており, 直線探索では粗度係数が物理的に適正な範囲 ($0.005 < n < 0.090$) である条件を課した. 反復計算の収束条件は, 直線探索で次の条件を満足する場合とした¹⁸⁾.

$$l(s) < l(0) + \phi l'(0)s \quad (20)$$

ただし, $l(s) = J(\mathbf{x}^k + s\mathbf{d}^k)$ であり, s は探索刻み, ϕ は十分小さな正の実数, $\mathbf{x}^k$ は k 回目の反復における粗度値 n_{*i} ($i=2\sim4$) の集合ベクトル, $\mathbf{d}^k$ は準ニュートン法から得られる探索方向である.

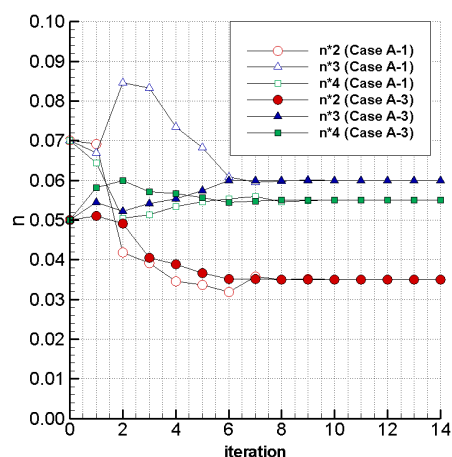


図-7 粗度係数の反復履歴 (Case A-1とCase A-3)

表-1には、観測時間間隔 ΔT^m を10分に固定し、それ以外の各条件を系統的に変化させた場合の、水位観測情報のみに基づく高水数粗度の推定結果を示した。観測箇所が3地点の場合には、初期推定値が真値に近い場合には解析結果は良好である。また、観測箇所は各領域の中央または上流側に設置すると解析結果は良好となる。一方、観測箇所を増やした場合には初期推定値や観測箇所に関わらず解析結果は真値に良好に収束することがわかる。

図-7にはCase A-1とCase A-3における粗度係数の反復履歴を示した。両ケースでは10回程度の反復で、解析結果は各領域の真値に収束することがわかる。

表-2には表-1の中で真値に収束したCaseを対象として、観測時間間隔 ΔT^m を60分に変更した数値実験の結果を示した。初期推定値が真値から離れている場合には解析値は真値から異なったが、それ以外では概ね良好な解析結果が得られることがわかる。

表-3には各条件を系統的に変化させた場合の、流速観測情報のみに基づく高水数粗度の推定結果を示した。 ΔT^m は60分とした。Case C-8を除く全てのCaseで解析値は真値へ収束し、同一条件(表-1参照)における水位観測より良好な結果が得られた。また、表には示していないが、 ΔT^m を10分とした場合は全てのCaseで良好な結果が得られた。

表-4には観測情報に誤差のある場合の、水位観測のみに基づく高水数粗度の推定結果を示した。ここで、水位観測値は粗度真値を与えた条件下で計算した水位量に対して、例として標準偏差0.01mの正規乱数を加えたものである。解析結果は数通りの乱数に対する平均値である。観測箇所が3地点の場合には、初期推定値が良い場合でも粗度の解析値に誤差を生ずる場合があるが、観測箇所を5地点とした場合には初期値によらず、良好な解析結果が得られた。

表-5には同様に観測情報に誤差のある場合の、流速観測に基づく高水数粗度の推定結果を示した。ここで、観測値の誤差には例として標準偏差0.1m/sの正規乱数で与えた。この誤差量は航空写真解析の精度¹⁹⁾を参考にした。このCaseでは真値に対する解析相対誤差は最大6%程度である。観測地点数の増加は解析結果の向上に貢献するが、観測誤差がある程

表-2 水位観測に基づく高水数粗度の推定
(観測時間間隔：60分)

粗度真値(n_{*2}, n_{*3}, n_{*4}) = (0.035, 0.06, 0.055)

Case	水位観測箇所 (図-5参照)					f.g.	解析値 $\times 10^2$		
							n_{*2}	n_{*3}	n_{*4}
B-1	B	F	J			0.07	4.61	5.16	5.69
B-2	B	F	J			0.05	3.43	6.08	5.49
B-3	A	E	I			0.07	3.50	6.00	5.50
B-4	A	E	I			0.05	3.50	6.00	5.50
B-5	C	G	K			0.05	3.50	6.00	5.50
B-6	B	D	F	H	J	0.05	3.50	6.00	5.50
B-7	B	D	F	H	J	0.07	3.50	6.00	5.50
B-8	B	D	F	H	J	0.03	3.50	6.00	5.50

表-3 流速観測に基づく高水数粗度の推定
(観測時間間隔：60分)

粗度真値(n_{*2}, n_{*3}, n_{*4}) = (0.035, 0.06, 0.055)

Case	流速観測箇所 (図-5参照)					f.g.	解析値 $\times 10^2$		
							n_{*2}	n_{*3}	n_{*4}
C-1	B	F	J			0.07	3.50	6.00	5.50
C-2	B	F	J			0.03	3.50	6.00	5.50
C-3	B	F	J			0.05	3.50	6.00	5.50
C-4	A	E	I			0.07	3.50	6.00	5.50
C-5	A	E	I			0.03	3.50	6.00	5.50
C-6	A	E	I			0.05	3.50	6.00	5.50
C-7	C	G	K			0.07	3.50	6.00	5.50
C-8	C	G	K			0.03	4.84	9.00	8.56
C-9	C	G	K			0.05	3.50	6.00	5.50

表-4 誤差のある水位観測に基づく高水数粗度の推定
(観測時間間隔：10分、誤差：正規乱数、標準偏差0.01m)
粗度真値(n_{*2}, n_{*3}, n_{*4}) = (0.035, 0.06, 0.055)

Case	水位観測箇所 (図-5参照)					f.g.	解析値 $\times 10^2$		
							n_{*2}	n_{*3}	n_{*4}
D-1	B	F	J			0.05	3.74	5.76	5.49
D-2	A	E	I			0.05	3.58	5.80	5.51
D-3	C	G	K			0.05	2.13	6.53	5.37
D-4	B	D	F	H	J	0.07	3.52	5.99	5.38
D-5	B	D	F	H	J	0.03	3.52	5.99	5.38
D-6	B	D	F	H	J	0.05	3.52	5.99	5.38

度存在すると、水位観測ほど結果は向上しない。

図-8にはCase E-1を対象として、観測情報があるB地点の流速時系列と、それが無いD地点の流速時系列の収束状況を示した。B地点では解析値(○)は初期推定値(●)と比較して観測結果(△)に近づくことがわかる。また、解析値はこのCaseにおいて誤差を伴わない観測情報を用いた場合の結果(True、青線で表示)に近い結果を示す。ただし、観測情報に誤差があるため、両者は完全に一致はしない。一方、D地点においても、粗度情報の改善に伴って解析値はより真の状態(True)へ近づくことがわかる。

5. おわりに

本報では変分法と浅水流モデルを併用した河床

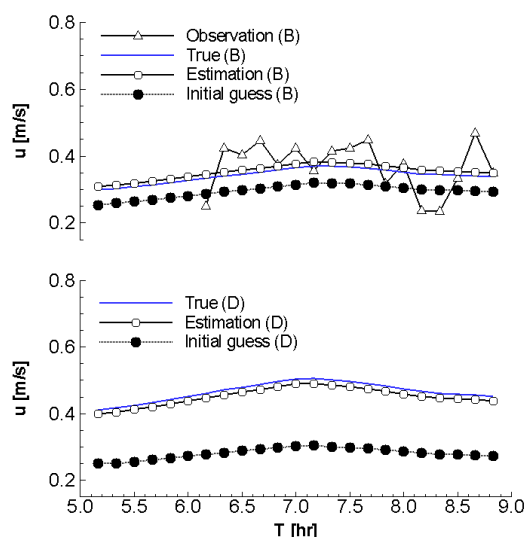


図-8 流速値の収束結果の例 (B地点とD地点, Case E-1)

粗度の推定法について、数値実験により実行可能性などの検討を行った。以下に得られた結論を述べる。

- (1) 本題に先立ち、1次元移流拡散問題を例として、双子実験によりadjoint法の実装手続きに関して精度面の検討を行った。その結果、本計算条件下では離散系adjoint形式で、精度良い結果が得られた。
- (2) 双子実験により、河床粗度の逆推定における観測情報の特性の影響を系統的に検討した。その結果、水位・流速観測ともに、粗度の初期推定値が真値に近く、観測地点数が推定する粗度値の数よりも多ければ、推定結果がより良好となった。
- (3) 同様の数値実験で、観測値に誤差がある場合を検討した。標準誤差0.01mの正規乱数を誤差量とした水位観測では、観測地点数を増加させると推定結果は良好となる。一方、標準誤差0.1m/sの誤差量を与えた流速観測では、観測地点数を増加させると推定結果は良好となったが、水位観測ほど向上しなかった。これには、観測の種類（水位、流速）の他に、誤差の大きさの影響が考えられる。なお、実問題の解析では誤差の扱い以外に、解析モデルや数値解法の選択が結果に影響を及ぼすことも考えられる。今後、詳細を検討していきたい。

参考文献

- 1) 例えば、中川一，小野正人，小田将広，西島真也：横断平均流速の測定と流速分布の数値シミュレーションを組み合わせた流速測定技術の開発と大河川での実地検証，水工学論文集，第50巻，pp.709-714，2006。
- 2) 福岡捷二，渡邊明英，原俊彦，秋山正人：水面形の時間変化と非定常二次元解析を用いた洪水流量ハイドログラフと貯留量の高精度推算，土木学会論文集，No.761/II-67，pp.45-56，2004。
- 3) 露木義：変分法によるデータ同化，気象庁数値予報課報告・別冊，第43巻，pp.102-165，1997。
- 4) Sakai, Y.: An objective analysis based on the variational method, *J. Meteor. Soc., Japan*, Vol.36, pp.77-88, 1958。
- 5) 孟岩，村山雅昭，日野幹雄：3次元組織的乱流構造の瞬間像を推定する試み，水工学論文集，第35巻，pp.513-518，1991。
- 6) 橋本典明，川口浩二，松浦邦明，宇都宮好博：Ajoint

表-5 誤差のある流速観測に基づく高水数粗度の推定
(観測時間間隔：10分，誤差：正規乱数，標準偏差0.1m/s)
粗度真値 (n_{*2}, n_{*3}, n_{*4}) = (0.035, 0.06, 0.055)

Case	流速観測箇所 (図-5参照)					f.g.	解析値 $\times 10^2$		
							n_{*2}	n_{*3}	n_{*4}
E-1	B	F	J			0.07	3.73	5.77	5.69
E-2	B	F	J			0.03	3.73	5.77	5.68
E-3	B	F	J			0.05	3.73	5.77	5.69
E-4	A	E	I			0.07	3.73	5.78	5.72
E-5	A	E	I			0.03	3.72	5.79	5.73
E-6	A	E	I			0.05	3.72	5.79	5.73
E-7	C	G	K			0.07	3.70	5.76	5.72
E-8	C	G	K			0.03	3.70	5.76	5.72
E-9	C	G	K			0.05	3.70	5.76	5.72
E-10	B	D	F	H	J	0.07	3.72	5.99	5.88
E-11	B	D	F	H	J	0.03	3.72	5.98	5.88
E-12	B	D	F	H	J	0.05	3.72	5.98	5.88

WAM (Cycle5)のデータ同化における評価関数の検討，
海岸工学論文集，第50巻，pp.186-190，2003。

- 7) 小林智尚，足立忠行，藤園康弘，安田孝志：データ同化を用いた波浪推算開境界条件の推定法，海岸工学論文集，第47巻，pp.266-270，2000。
- 8) 泉宮尊司，吉田慶太：アジョイントモデルによる津波の波源域の逆推定法に関する研究，海岸工学論文集，第49巻，pp.291-295，2002。
- 9) 坂井伸一：鉛直1次元同化モデルによるパラメータ評価の試み，水工学論文集，第43巻，pp.839-844，1999。
- 10) 川西澄，藤野智亮，余越正一郎：変分法を用いた潮流観測データ同化，海岸工学論文集，第43巻，pp.351-355，1996。
- 11) Pieasecki, M. and Katopodes, N.D.: Identification of stream dispersion coefficients by adjoint sensitivity method, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.125, No.7, pp.714-724, 1999。
- 12) Atanov, et al.: Estimation of roughness profile in trapezoidal open channels, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.125, No.3, pp.309-312, 1999。
- 13) Ding, Y. and Wang, S.S.Y: Identification of Manning's roughness coefficients in channel network using adjoint equation, *Int. J. Comput. Fluid Dynam.*, Vo.19, No.1, pp.3-13, 2005。
- 14) Das, S.K. and Lardner, R. W.: On the estimation of parameters of hydraulic models by assimilation of periodic tidal data, *J. Geophy. Res.*, Vol.96, No.C8, pp.15187-15196, 1991。
- 15) Sanders, B.F. & Katopodes, N.D.: Control of canal flow by adjoint sensitivity method, *J. Irrigation and Drainage Eng.*, ASCE, Vol.125, No.5, pp.287-297, 1999。
- 16) Sulzer et al.: Flood discharge prediction using two-dimensional inverse modeling, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.128, No.1, pp.46-54, 2002。
- 17) 長田信寿：一般座標系を用いた平面2次元非定常流れの数値解析，水理公式集 例題プログラム集，2001。
- 18) 茨城俊秀，福島雅夫：最適化の手法，共立出版，1996。
- 19) 箕浦靖久，石川忠晴，吉田圭介：実体視と画像相関解析を併用した洪水航空写真解析手法の構築と検証，水工学論文集，第53巻，pp.997-1002，2009。

(2009.9.30受付)