開水路粗面乱流における抵抗則と運動量輸送

EFFECTS OF REGULALY ARRAYED ROUGHNESS ON FLOW RESISTANCE AND TURBULENT FLOW　STRUCTURE IN AN OPEN CHANNEL

大本照憲[1]・Sukarno Tohirin[2]・松田健作[3]
Terunori OHMOTO, Sukarno Tohirin and Kensaku MATSUDA

[1]正会員　工博　熊本大学教授　大学院自然科学研究科社会環境工学専攻（〒860－8555 熊本市黒髪2丁目39－1）
[2]非会員　熊本大学大学院自然科学研究科博士後期課程　（同上）
[3]学生会員　熊本大学大学院自然科学研究科博士前期課程　（同上）

Effects of regularly arrayed cylindrical and sphere roughness on flow resistance and turbulent characteristics in an open channel have been investigated over a completely rough-bed with uniform stainless steel rods and glass beads , where their diameters were 15mm and 30mm. Detailed spatial measurements of streamwise and vertical velocity fluctuations were conducted using Particle Image Velocimetry (PIV) in a vertical plane along the completely rough bed surface. Experimental results indicated that flow resistance with sphere roughness is higher than that with cylindrical roughness and significant degrees of spatially regular variation in the time-averaged velocities were generated along the rough elements in case of the large ratio of the roughness height to flow depth. In addition, Reynolds shear stress and turbulent intensity abruptly decreased near the ridge of roughness elements. It was suggested that the difference in flow resistance between cylindrical roughness and sphere one, these organized flow structure were explained by form induced stress presented by Nilora et al.(2007).

Key Words *: open －channel shallow flow, flow resistance, turbulent characteristics, PIV*

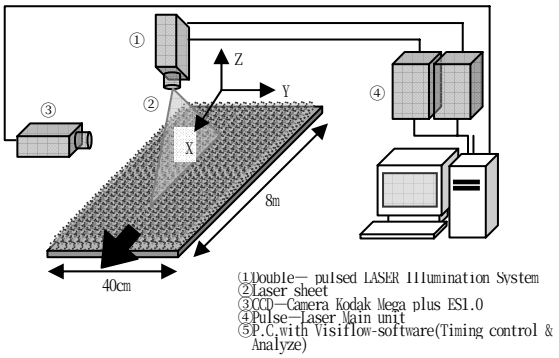
1.　はじめに

開水路における完全粗面乱流の抵抗則は，水路の縦断および横断形状，河床粗度の形状，配列および大きさ，更には流れの条件に依存しており，従来多くの研究によって重要な知見が積み上げられてきた[1)]．特に，粗度の代表径が水深に較べて相対的に小さくレイノルズ数の十分に大きい広矩形直線水路の完全粗面乱流域においては，摩擦損失係数はPrandtl-von Karmanの対数形式で表現できることが明らかにされている[2)]．しかし，粗度径が水深と同程度の流れにおいては，抵抗則について統一的説明は成されておらず，粗度の剥離渦が流れの抵抗に与える影響についても不明である[3,4)]．一方，人工粗度を用いた抵抗則の代表例である，二次元粗度として桟粗度や溝粗度，三次元粗度としてイボ粗度や球状粗度の抵抗特性が検討されて来た[5)]．

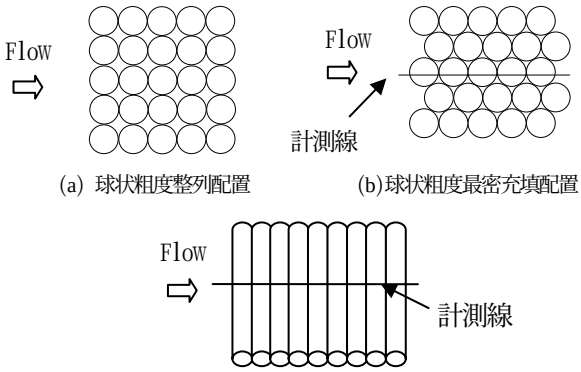
また，同じ二次元形状の桟粗度に対して，Jean Piquet[6)]やTownsend[7)]によれば，桟高さに対する溝幅の比が3以上でｋ型粗度，1以下でｄ型粗度の特性があり，粗度要素間の溝内部渦の挙動，渦内部流と粗度要素上の外部流れの干渉について示されている．さらに，溝内部における疑似周期的渦の放出は粗度要素上の大規模渦構造によって生起された圧力変動によって引き起こされ，溝内部渦の安定性や内部流れのパターンが桟高さに対する溝幅の比によって異なることを指摘している．また，Jimenez[8)]は二次元形状の桟粗度流れを基に粗面乱流は，粗度レイノルズ数と粗度径の境界層厚さに対する比によって規定され，粗度径の境界層厚さに対する比が50以上においては粗度は境界層全域に及ぶことを指摘している．

しかし，単純化された人工粗度モデルとして二次元粗度と三次元粗度に関して抵抗則や流れの内部構造から比較した研究事例は少ない．中山[9)]は，路床に二次元正弦波および三次元正弦波を有する開水路流に直接数値シミュレーションを適用し，二次元粗面乱流と三次元粗面乱流を比較し，粗度近傍では乱流構造に差異はあるものの，Roughness layerの外側領域では差は無いことを示した．

著者等[10,11)]は，相対粗度が大きく最密充填された球状粗度上の流れを，面計測が可能な粒子画像流速測定法を用いて計測し，粗度近傍に安定した規則性の高い上昇流および下降流の存在することを見出している．その結果，Raupach等によって定義された粗度の影響が強いRoughness sublayer内の流れにおいては，平均流および乱れの水平面内における一様性が大きく崩れ，粗度要素



図－1　流れの計測システム



(a) 球状粗度整列配置　　(b)球状粗度最密充填配置

(c)円柱粗度最密充填配置

図－2　水路床境界条件

の影響が強いことを指摘した．また，抵抗則では，Darcy-Weisbachの式を用いた抵抗係数fの実測値は，完全粗面の対数則から得られる摩擦係数に較べて相対粗度が大きい場合には若干大きな値を取る傾向があり，無次元化されたManningの粗度係数は，相対粗度に依存することを示した．

特に，粗度近傍には安定した上昇流および下降流が形成され，主流速と強い相関のあることが認められたことから，粗面乱流の抵抗則への影響，移流に伴う物質輸送および運動量輸送が活発となることが示唆された．

本研究では，二次元粗度と三次元粗度における完全粗面乱流を比較するために，同一の代表径を有する球状粗度および円柱粗度が規則的に路床に配列された完全粗面の乱流境界層において抵抗特性，粗度近傍の乱流構造および運動量輸送について検討し，その差異を考察した．

２．実験装置および実験方法

実験に使用した水路は，長さ10m，幅40cm，高さ20cmの可変勾配型の循環式直線水路である．水路最下流端には堰を設け，水深をコントロールできる．水路床および側壁はアクリル樹脂製となっており，側壁からのカメラ撮影，レーザー光が照射可能となっている．

表－1 球状粗度の実験条件（抵抗則）

粗度径(mm)	勾配（I_0）	流量（l/s）
15	1/500	1～10
	1/300	
30	1/500	
	1/300	

表－2 流速計測の実験条件

		Case1	Case2	Case3	Case4
平均流速	U_m (cm/s)	23.9	20.5	28.4	26.2
水　深	H (cm)	4.19	4.87	3.52	3.82
水路勾配	I_0	1/500	1/500	1/500	1/500
ｱｽﾍﾟｸﾄ比	B/H	9.5	8.2	11.4	10.5
ﾌﾙｰﾄﾞ数	$U_m/(gH)^{1/2}$	0.37	0.29	0.48	0.43
ﾚｲﾉﾙｽﾞ数	U_mH/ν	10014	9983	9997	10000
粗度ﾚｲﾉﾙｽﾞ数	u_*D/ν	430	927	395	819
相対粗度	D/H	0.36	0.62	0.43	0.79
粗度径	D (mm)	15	30	15	30
摩擦速度	u_* (cm/s)	2.87	3.09	2.63	2.73
流量	Q (l/s)	4.00	4.00	4.00	4.00
粗度形状		球		円柱	

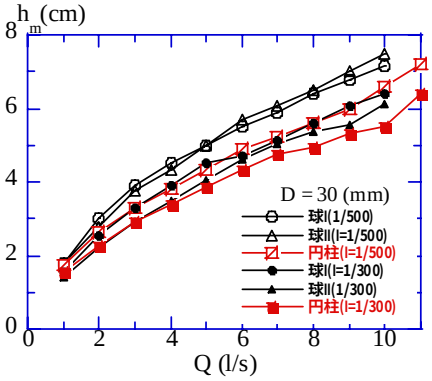
右手座標系を用い，流下方向をx 軸，水路横断方向をy 軸，鉛直上向きをz 軸とし，それぞれに対応した平均流速成分をU,V,W 変動成分をu',v',w' とする．

座標系の詳細は**図－1**に示す．本研究の粗度材料は，円柱粗度にステンレス製の円柱棒，球状粗度にガラス球を使用した．水路床は，直径15mm及び30mmの2種類の円柱棒およびガラス球を水路上流端より2mの位置から流下方向に8mの長さで敷き詰めた．円柱粗度および球状粗度の配列は，各々**図－2**に示す．円柱粗度および球状粗度の抵抗則の実験条件を各々**表－1**に示す．流れは所定の流量を通水し下流端の堰を調節することで等流場を形成し，ポイントゲージを用いて等流水深を計測した．

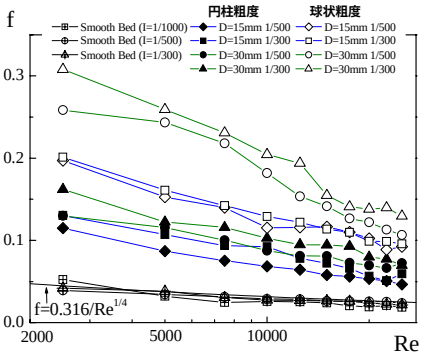
円柱粗度および球状粗度を用いて粗面乱流を計測した実験条件を**表－2**に示す．何れのケースも粗度レイノルズ数は70を超え完全粗面である．流速の計測には，非接触型の代表的な画像処理法であるPIV(Particle-Image Velocimetry)法を用いた．

計測システムの概要を**図－1**に示す．測定位置は，円柱棒およびガラス球の粗面先端より4m下流位置の等流場で行った．光源には空冷式の赤外線パルスレーザーを用い，シート光の厚さを1mm，パルス間隔を500μsに設定し，水路上方から底面に垂直下向きに照射した．

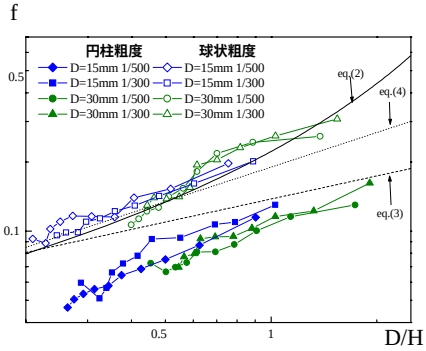
レーザー光とCCDカメラを同期させて読み込まれた可視化画像は，100fps(frame per second)，960×1018(pixel)のモノクロビデオ画像としてコンピューターのハードディスクに記録され，PIV法によって処理された．レンズは焦点距離が50mmのものを用い，1 pixelの最小サイズは，0.06mmである．



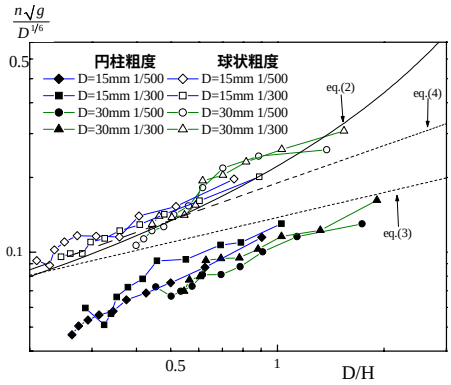
図−3　各粗度に応じた等流水深と流量



図−4　摩擦損失係数 f とReの関係



図−5　摩擦損失係数 f と相対粗度の関係



図−6　マニングの粗度係数と相対粗度

流速のサンプリング周波数は100Hz，1計測面での画像データは2000枚，計測時間は20secであった．なお，トレーサーとして粒径5μm，比重1.02のナイロン粒子をアルコール液で十分に攪拌して水中に一様に混入した．

３．粗面乱流の抵抗特性

円柱粗度と球状粗度における抵抗特性を比較するために，代表粗度径，水路勾配および流量が同一の条件下で等流水深を計測し，その結果の一部を**図−3**に示す．円柱粗度は**図−2**の様に主流に直角に最密充填配置，球状粗度については，**図-2a)**の整列配置と**図-2b)**の最密充填配置の2ケースである．球状粗度における等流水深は，円柱粗度に較べて大きく，その傾向は流量１(ℓ/s)では大差は無いものの，流量の増大に伴い大きくなることが分かる．球状粗度と円柱粗度における等流水深の差を円柱粗度の等流水深で割った値は，最密充填配置で13%，整列配置で12%になり，球状粗度は円柱粗度に較べて10%以上も等流水深が大きくなり，更に球状粗度においては最密充填配置(球I)が整列配置(球II)に較べて若干抵抗が大きくなる様である．流れに対する阻害面積としての粗度の流れ方向への投影面積の比率は，円柱粗度が100%対して球状粗度の投影面積の比率は最密充填配置で87%，整列配置79%となり，円柱粗度が最も大きく，続いて球状粗度の最密充填配置，整列配置の順である．

なお，後述の無次元化された抵抗則の議論では，最密充填配置の球状粗度と円柱粗度を対象とする．

開水路流れの抵抗係数fは，Darcy-Weisbachの式を用いれば，以下のようになる．

$$f = \frac{\tau_0}{1/8\,\rho U^2} = \frac{8gh_m I_0}{U^2} \qquad (1)$$

ここに，τ_0 は底面せん断力，ρは水の密度，U は断面平均流速，I_0 は水路勾配，h_m は等流水深，g は重力加速度である．

図−4は抵抗係数 f とレイノルズ数との関係を示す．**図−3**に示された等流水深と流量の関係に対応して，抵抗係数fは，本実験の範囲内では例外無く最密充填配置の球状粗度は，円柱粗度に較べて大きいことが分かり，その差はレイノルズ数の増大と共に減少傾向にある．

また，完全粗面の開水路流の抵抗係数は，円管路とは異なりレイノルズ数の変化は同時に相対粗度を変化させることになる．このために完全粗面の開水路流の抵抗係数はレイノルズ数に依存したことが考えられる．図中には比較のために本実験に使用した滑面開水路乱流における抵抗係数fの実測値とBlasiusの式からえられた計算値を示している．

図−5は，抵抗係数と相対粗度との関係を示す．抵抗係数は，球状粗度および円柱粗度の何れにおいても相対粗度の増大に伴って大きくなることが分かる．

完全粗面における流速分布に対数則を適用すれば，抵抗則は次式の様に表される．

$$\sqrt{8/f} = \frac{U}{u_*} = \frac{2.3}{\kappa}\log\left(h/k_s\right) + B_r \qquad (2)$$

ここに，k_s および B_r は砂粒相当粗度および完全粗面の積分定数であり，粗度の形状，配列，および大きさによって異なる定数である．図中の実線では $k_s = D$ とし，$B_r = 6.0$ とした．対数則を積分した抵抗係数は，球状粗度に対しては全般的には良好に一致しているが，円柱粗度に対しては大きくなる．円柱粗度においては，砂粒相当粗度が小さくなるか，積分定数 B_r が大きくなる可能性が考えられる．

この他に，べき乗則として以下のManning-Strickler

の経験式,

$$\sqrt{8/f} = 7.6\left(h/d_{50}\right)^{1/6} \qquad (3)$$

および粗度の大きな礫床河川において見出されたKellerhallsによる経験式がある.

$$\sqrt{8/f} = 6.5\left(h/d_{50}\right)^{1/4} \qquad (4)$$

図より球状粗度においては対数則を積分した抵抗係数に較べてManning-StricklerおよびKellerhallsの経験式は適合性が低く，両者の比較ではKellerhallsの経験式が優れていることがわかる．円柱粗度においては何れの予測式も抵抗係数の実測値に対して過大評価され，適合性が低い.

図ー6は，無次元化されたManningの粗度係数と相対粗度との関係を示す．図より無次元化されたManningの粗度係数は，球状粗度および円柱粗度の何れにおいても相対粗度の増大と共に増大する傾向のあることが認められる．Manning-Stricklerの経験式では，無次元化されたManningの粗度係数は，相対粗度に大きく依存しないものとされているが，本実験が対象とした相対粗度の範囲ではこの仮定は成り立たないことが分かる.

４．平均流および乱れ特性

主流方向および鉛直方向の時間平均流成分の鉛直分布を**図ー7**および**図ー8**に示す．**図ー7**中の実線は次式で示される粗面対数則を示す.

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{z+\Delta z}{k_s}\right) + 8.5 \qquad (5)$$

ここに，U は時間平均流速，u_* は摩擦速度，z は粗度頂部を基準した壁面からの鉛直距離，κ はカルマン定数，k_s は砂粒相当粗度，Δz は粗度頂部から仮想底面までの距離である．摩擦速度は等流条件から水深と水路勾配から求め，Δz および k_s は粗面対数則が実測値に対して適合性の高い数値を選定した結果、$\Delta z / k_s$ は0.14～0.32の範囲にあり、既往研究の結果に近い[12]。

図より主流速は壁面からの無次元高さが100を越える辺りから空間変動は小さくなり，粗面対数則は粗度径30mmの球状粗面乱流を除けば主流速の鉛直分布を良好に再現している.

また，三次元粗度である球状粗度においては二次元粗度である円柱粗度に較べて無次元化された主流速は小さくなり，抵抗則と対応していることが分かる．このことは，二次元および三次元粗面乱流を直接数値計算によって得られた中山の結果[9]とは逆の傾向を示している．球状粗度では円柱粗度に較べて，底面近傍において主流速の空間変動は大きくなる傾向があり，粗度径15mmではその傾向が明瞭であり，両者とも粗度が大きくなるに従って空間変動は大きくなる傾向がある.

円柱粗度における鉛直方向の時間平均流速成分 W は，底面近傍で大きな値を取り，壁面から離れるに従って急減し，粗度径が大きくなるに従って上昇流および下降流の極大値は大きくなり，球状粗度[11]に較べて円柱粗度における極大値は約1/2の大きさにすぎない．粗度近傍においては，円柱および球状粗度に沿って壁面圧力が大きく変化し，粗度頂部の直下流で剥離した流線は，その下流側の粗度に再付着し，その結果，再付着点近傍では圧力が高くなり，この圧力の空間変化が上昇流および下降流を発生させ，さらに，主流速の空間変動を派生させることが示唆される．鉛直方向の時間平均流速成分 W は，主流速の空間変動と相関を持ち，その結果，運動量を鉛直方向に輸送させることが予見され，この形状抵抗と相関の強い運動量輸送の分散項については後述する.

図ー9は粗度径15mmおよび30mmの円柱粗度におけるレイノルズ応力の鉛直分布を示す．流れが等流であっても，レイノルズ応力は直線分布から外れていることが認められ，特に，底面近傍および粗度径30mmにおいて顕著である．なお，朱書きのシンボルは粗度頂部近傍に辺り，底面近傍でのレイノルズ応力の落ち込みは著しい.

図ー10は粗度径15mmおよび30mmの円柱粗度における主流方向および鉛直方向の乱れの強さの鉛直分布を示す．図中の実線は，禰津等[12]によって提案された乱れの強度式を示す.

球状粗度[11]および円柱粗度の何れにおいても，粗度径が15mmにおいて禰津等[12]によって提案された乱れの強度式は粗度近傍を除けば良好に実測値を再現しているが，粗度径が30mmにおいては計算値と実測値の差は大きい．底面近傍で乱れの強さが急激に減少したのはレイノルズせん断応力の減少によるものであるが，粗度近傍からの上昇流および下降流が大きく関与していることが考えられる.

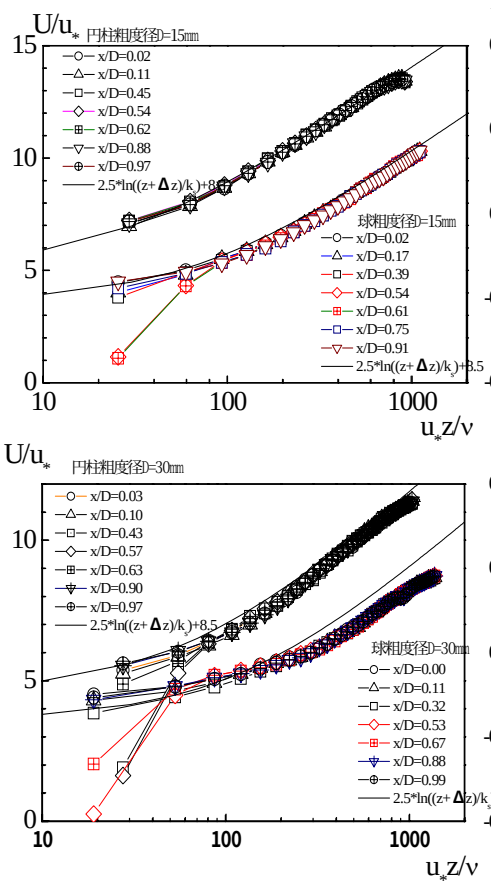
５．移流による運動量輸送

Nikora[13]によって提唱された等流場の粗面乱流におけるせん断応力 $\tau(z)$ は，水深スケールの二次流が無視出来ればレイノルズの運動方程式を粗面一波長間に亘って空間積分することにより，次の様に与えられる.

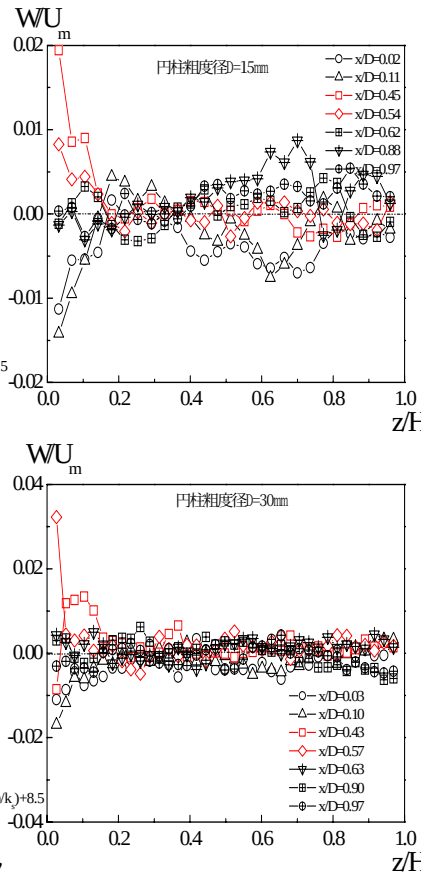
$$\rho\varphi g I_0 = f_x - \frac{\partial\varphi\tau(z)}{\partial z} \qquad (6)$$

$$\tau(z)/\rho = \left\langle \nu\frac{\partial U}{\partial z}\right\rangle - \left\langle\overline{u'w'}\right\rangle - \left\langle\tilde{U}\tilde{W}\right\rangle \qquad (7)$$

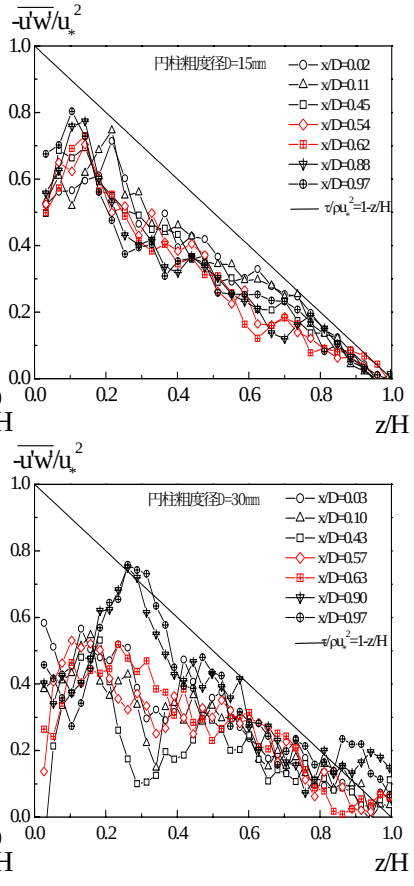
ここに，f_x は単位体積当たりに働く物体抵抗で粗度頂部上方ではゼロ，上付バーおよび角括弧は，各々，時間平均および空間平均演算，プライム符号および上付波線は，各々，瞬間値の時間平均からの偏差，時間平均値の



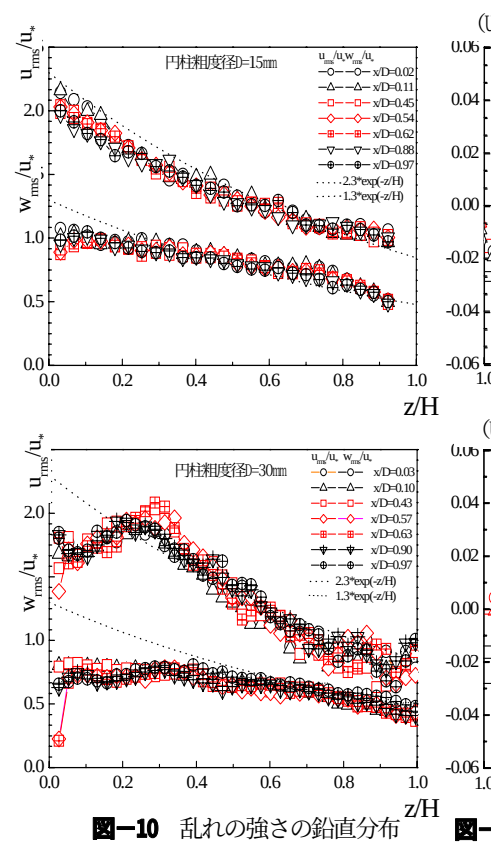
図－7　主流速の鉛直分布



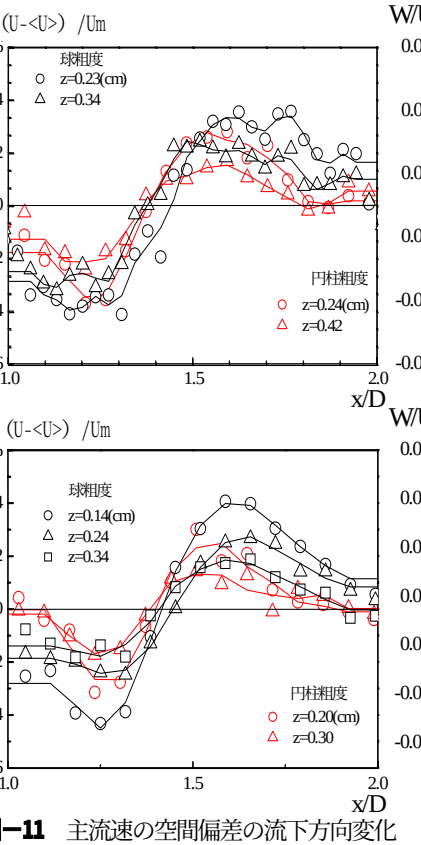
図－8　鉛直方向流速成分Wの鉛直分布
（円柱粗度）



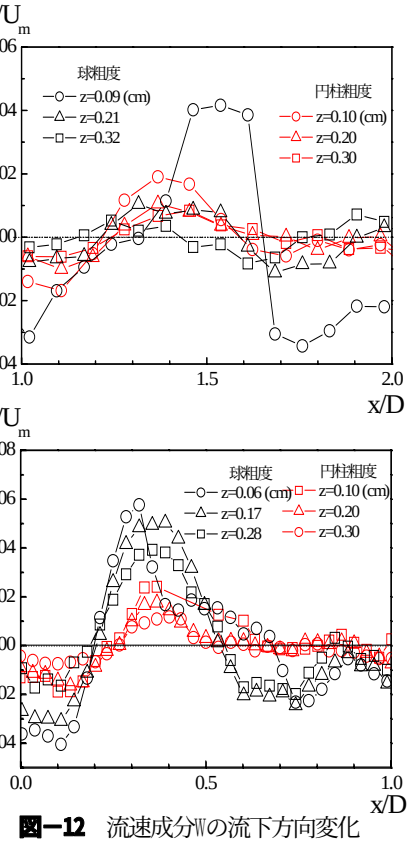
図－9　レイノルズ応力の鉛直分布
（円柱粗度）



図－10　乱れの強さの鉛直分布
（円柱粗度）



図－11　主流速の空間偏差の流下方向変化



図－12　流速成分Wの流下方向変化

空間平均からの偏差を示す．それ故，主流速の空間偏差 $\tilde{U} = U - \langle U \rangle$,質量保存則から $\tilde{W} = W$ となる． g は重力加速度， ρは流体の密度， I_0 は水路勾配， φ は空隙率で粗度頂部より上方では φ =1である．式(7)の右辺第三項は，Form induced stressと呼ばれ粗度要素によって誘起された時間平均流に依存することが指摘されている．
このため，主流速の空間偏差および鉛直方向の流速成分 W の粗度周辺の空間変動を**図－11**および**図－12**に示す．主流速の空間偏差の振幅は球状粗度では粗度径が15mmおよび30mmで断面平均流速の約8%に達し，円柱粗度では粗度径が15mmで約4%，粗度径が30mmで約7%であることから，球状粗度が円柱粗度に較べて大きい．一方，鉛直方向の流速成分 W の空間変動の振幅は，粗度径が15mmでは断面平均流速の約7%，粗度径30mmで断面平均流速の約10%に達し，主流速の空間変動と同様に球状粗度が円柱粗度に較べて大きな値であることが分かる．
また，主流速の空間偏差と鉛直流速成分の偏差の相関では，粗度頂部下流の下降流では主流速の空間偏差が正の領域，上昇流の極大部では主流速の空間偏差はゼロに近いが全体的には負の相関が見られる．このため，レイノルズ応力に類似した移流による粗度内部への運動量輸送が形状抵抗を誘起したものと解釈される．式(9)の右辺第三項のForm induced stressは，球状粗度が円柱粗度に較べて抵抗が大きくなり，さらにレイノルズ応力の直線分布からの欠損の原因を説明する有力な手掛かりを与えている．

６．おわりに

粗度近傍には安定した上昇流および下降流が形成され，主流速と強い相関があり，この相関は粗面乱流の抵抗則，物質輸送および運動量輸送に影響する．

本研究では，二次元粗度と三次元粗度における完全粗面乱流を比較するために，同一の代表径を有する球状粗度および円柱粗度が規則的に路床に最密充填配列された完全粗面乱流において抵抗特性，粗度近傍の乱流構造および運動量輸送について検討し，以下の知見を得た．

1) 同一の代表径を有する球状粗度および円柱粗度が路床に規則的に最密充填配列された完全粗面乱流においては，円柱粗度に較べて球状粗度の抵抗が大きい．
2) 無次元主流速分布では，対数則領域における同一の無次元高さにおいて球状粗度上の主流速は円柱粗度に上昇流および下降流が形成され，その大きさは円柱粗較べて小さくなる．
3) 球状粗度および円柱粗度とも粗度近傍には安定した度に較べて球状粗度の方が大きい
4) 粗度近傍におけるレイノルズ応力 の直線分布からの欠損量は，球状粗度および円柱粗度とも粗度径の増大に伴って大きくなる．
5) 球状粗度および円柱粗度とも乱れの強さ $u_{rms}/u_*, w_{rms}/u_*$ は鉛直方向にはRoughness Sublayerの外側で指数関数による乱れ強度式によって良好に再現されているのに対して，粗度近傍では過大評価され，粗度径の増大に伴ってその適合性は低くくなる．
6) Nikoraによって提唱されたForm induced stressを球状粗度および円柱粗度上の完全粗面乱流に適用し，試算されたForm induced stressは円柱粗度に較べて球状粗度で大きくなる傾向が示された．

参考論文

1)足立昭平：流水抵抗と安定河道,石原藤治郎編水工水理学, pp.237-263,丸善株式会社,1972
2)Sayre,W.W. and M.L.Albertson: Roughness Spaceing in Rigid Open Channels,ASCE,HY3,1961
3) 神田徹，鈴木勝士：球状粗度の床面における浅い流れの抵抗特性，土木学会論文集，第357号，pp.65-74,1985
4)G.M.Smart,M.J.Duncan and J.M.Walsh:Relative Rough Flow Resistance Equations, J.Hydraulic Engineering,Vol.128,No.6,pp.568-578, 2002
5)Schlichting, Hermann：Boundary Layer Theory, 6th ed.,New York McGraw-Hill, 1968
6)Jean Piquet ： Turbulent Flow －Models and Physics, Springer, pp.652-672,1999
7)A. A. Townsend: The structure of turbulent shear flow, 2nd ed. Cambridge Univ. Press, 1976
8) Javier Jimenez: TURBULENT FLOWS OVER ROUGHWALLS, Annu. Rev. Fluid Mech. , Vol.36:173-196 , 2004.
9)中山昭彦：DNSによる開水路底面近傍速度場と空間平均流場の検証,水工学論文集,第50巻, pp.757-762,2005.
10)大本照憲，柿原ゆり，崔志英：相対粗度の大きい開水路流れの乱流特性について，水工学論文集，第49巻，pp.511-516,2005.
11) 大本 照憲，馬場 太郎，崔 志英：開水路乱流に与える球状粗度の影響について，水工学論文集,第51巻pp.691-696,2007.2
12)Iehisa Nezu,Hiroji Nakagawa:Turbulence in open-channel flows,IAHR. Balkema, pp.57-58, 1993.
13) Vladimir Nikoral et al.;Double-Averaging Concept for Rough-Bed Open-Channel and Overland Flows, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 133, No. 8, ASCE, 2007.

(2009.9.30受付)