石礫河川の二次元河床変動解析法を用いた 安倍川網状流路の数値解析 NUMERICAL ANALYSIS OF THE BRAIDED CHANNEL BY USING THE 2-D RIVERBED VARIATION MODEL IN STONY BED RIVERS

長田健吾¹・福岡捷二²・岡田昌之³ Kengo OSADA, Shoji FUKUOKA and Masayuki OKADA

¹正会員 博士(工学) 中央大学研究開発機構助教(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)
²フェロー Ph.D 工博 中央大学理工学部特任教授 中央大学研究開発機構教授(同上)
³中部地方整備局 静岡河川事務所長 (〒420-0068 静岡県静岡市葵区田町3-108)

The Abe River has had a flood control problem in which the bed aggrades in the downstream of the river and river bed variation in the upstream can not be analyzed by the conventional method because of the presence of large stones. The authors applied their method of 2-D bed variation analysis for stony bed rivers to aggraded braided channels and attempted to verify the usefulness of the method to the Abe River. We showed that water level hydrographs and discharge hydrographs were reproduced in the braided channels. Moreover, the method was able to explain aggradations by sediment deposition in downstream section. And to demonstrate the effect of the spur dikes installed in the braided channel.

Key Words : braided channel, stony bed river, two- dimensional riverbed variation analysis, spur dikes

1. はじめに

安倍川は、日本有数の急流石礫河川であり、上流域に 大谷崩れを有することから土砂生産が活発で、上流から 下流にかけて土砂移動、河床変動の激しい河川である. 安倍川は、静岡市内を貫流する都市急流河川で、治水が 最重要課題である.そのため、河床高の経年変化¹⁰、土 砂動態調査²⁰および砂面計の設置による洪水中の河床変 動量の計測³⁰など多くの調査研究が行われ、治水対策に 活用されてきた.安倍川では、砂利採取が終了した昭和 42年以降、下流側において経年的に土砂が堆積するよう になり¹⁰、低水路と高水敷の差がほとんどない箇所も見 られるようになってきた.このような河積の減少は、堤 防越水による洪水氾濫の危険性を高めている.一方にお いて静岡海岸の後退が続いており、安倍川おける上流か ら下流にかけての土砂動態を明らかにすることは河川・ 海岸管理上重要な課題となっている.

長田・福岡⁴⁾は、河道中上流域に見られる石礫河川の 土砂移動機構に着目した二次元河床変動解析法を構築し、 常願寺川における大規模現地実験結果の再現計算を行う ことで、モデルの精度向上を行い、その有効性を示した.

しかし、安倍川の河道下流域に見られる砂礫河川や網状 流路河道への、本モデルの適用性の検討はなされていな い. 慣用される流砂量式を用いた網状流路における河床 変動の研究は、倉林・清水5)、関根6)、竹林ら7)が行っ ている. これらはいずれも実験水路で見られる網状流路 に適用したものである. 倉林・清水は、網状流路の浮州 の拡大と縮小を捉えることが重要で、浮州の存在を考慮 した解析法を構築した. 関根は、河床・河岸の最急勾配 を考慮した斜面崩落モデルを組み込んだ解析法を展開し, 網状流路の形成・変動過程について、実験結果を再現し ている.また、竹林らは、混合砂を対象として解析を行 い、澪筋の粗粒化と堆積した砂州上の細粒化などを説明 している.しかし、検討に用いられているが材料は、平 均粒径約1mm,標準偏差1.9程度の河床材料であり,同 じ標準偏差であっても、実験規模の2mm~0.5mmの関係 と現地規模の300mm~80mmでは、300mmの小さい粒径 に対する遮蔽効果や流れに及ぼす影響が2mmとは大きく 異なるため、このような検討で得られた結果が、石礫か らなる網状流路にそのまま適用できるとは考えられない. 現地への適用研究としては、小川ら8),関根ら9)の研究 が挙げられる.小川らは、既往の砂礫が主体の河床変動 解析法を用いて、石礫河道から砂礫河道に移行する安倍

川の網状流路区間を対象に検討を行っている.これによ れば,洗掘の発生位置や平均的な河床の上昇は捉えられ るものの,砂州の挙動までは再現できていない.関根ら は,砂礫河川である鬼怒川の網状流路区間(平均粒径 3cm)を対象に一様砂モデルを用いて河道線形を直線近 似した形で洪水による澪筋変動の検討を行っている.こ のような解析では,澪筋や砂州の粒度変化,河道線形の 澪筋変動に与える影響等を適切に取り込めないため,実 河川の網状流路の現象を十分に説明したとは言えない. 既往の河床変動解析法では,石礫河川の土砂移動を適切 に説明することが困難であることが示されてきた⁴⁾.上 流から下流までの一貫した土砂動態の解明には,石礫河 川から砂礫河川までを統一的に扱える解析法の構築が必 要である.

本研究では、長田・福岡の解析法を安倍川の石礫から 砂礫河道に変化する網状流路区間に適用し、洪水流・河 床変動の検討を行う.また、安倍川の河道維持のために 設置された水制工の効果についても検証を行う.

2. 洪水流・河床変動解析法の考え方と概要

解析法は、長田・福岡4)による非定常二次元洪水流解 析と石礫河川の二次元河床変動解析を一体として扱うモ デルを用いる.まず、本解析法の精度向上にあたる著者 らの考え方を述べる.本研究に用いているモデルには力 学的に十分検証できていない部分(例えば、離脱・堆積 機構)が残されており、モデルの改善が必要である.砂 礫河川の河床変動機構については室内実験で詳細に調べ ることはできるが、石礫河川での大きな石礫の移動機構 を実験室規模で再現することは困難であると考えている. このため、解析法の改善にはこれまで著者らが行ってき た数年に及ぶ常願寺川現地実験と本研究の安倍川等、実 河川での多くの洪水・河床変動の詳細な観測データに基 づいた検討を行う. すなわち, 解析モデルと現地データ (水面形, 流速分布, 河床変動, 河床材料分布等) との 照合から石礫河川の解析法の精度アップを図ることが必 要と考え一連の研究を進めている.以下に、本解析法の 概要と変更点および考慮した点について記述する.

解析の過程を図-1に示す.非定常二次元洪水流解析は, 一般座標系(ξ, η 軸)で表現した連続式と運動方程式を用 いる.河床抵抗は,大きな河床材料による形状抵抗が支 配的との考えから,河床に存在するD90粒径を用いた抵 抗評価式を構築した.しかし,対象となる安倍川の下流 部は,D90粒径が100mm程度と小さくなる.このような 粒径集団では大きな河床材料による形状抵抗よりも摩擦 抵抗として扱った方がよい.解析では,マニング粗度係 数を0.025とし,摩擦抵抗とD90による形状抵抗の値を比 較して,大きい方の値を抵抗値に用いることとした.

石礫河川の河床変動解析では、大きな石の存在が、河



床安定および小さな粒径集団への移動に影響することを 考慮することが重要となる.構築した解析法では、大き な石の遮蔽効果を考慮した離脱量算定式と河床との衝突 を考慮した堆積量算定式をそれぞれ構築し、離脱量と堆 積量から各粒径の高さを算定する式を構築した.各粒径 の高さを算定することにより、大きな石の露出状況や、 河床の凹凸による大きな空隙空間を捉えることができる. また、流砂量は、流砂量式により算定するのではなく、 離脱量と堆積量および流砂の収支から算定する.

離脱量 V_p の算定では、まず各粒径の離脱判定を行う. 図-2に離脱計算の概要を示す.離脱判定を行う粒子に対して角度 θ_k 下方に固定粒子を配置し、モーメントのつり合い式から離脱の有無を判断する.角度 θ_k の算定は以下の式で評価する.

$$\theta_{k} = 90.0 - 45.0 \cdot \exp\left\{\frac{1}{2} \frac{\left(Z_{Bi,j,k} - Z_{d80i,j}\right)}{d_{80i,j}}\right\} - \theta_{Ci,j} \quad (1)$$

ここに、 d_{s0} :粒径D80、 $Z_{Bi,j,k}$:各粒径の高さ、 $Z_{d80\,i,j}$:各メッシュにおけるD80の高さである. $\theta_{ci,j}$ は、 これまで各計算メッシュにおける流速ベクトルに直交す る方向の河床・側岸勾配角としていた.しかし、網状流 路の解析を行うにあたり、縦断方向の河床勾配も考慮で きるような形が良いと考え $\theta_{ci,j}$ の算出法を次のように変 更した.離脱量は、**図**-2左に示すメッシュを構成する辺 上の4点で評価する.この中で、**R**、L点については、 $\theta_{ci,j}$ をこれまでと同じく流速ベクトルに対して直交方向 の河床勾配を用いた.一方、U、D点に関しては、流速 ベクトルと同じ方向の河床勾配を用いることとし、これ により離脱量に関して河床の縦断、横断両方向の河床形 状の影響を取り込めるようにした。離脱判定により離脱 すると判断された粒径 d_k に対して、以下の式により単 位時間・単位面積当たりの離脱量 V_p を算定する.

$$V_{P_{i,j,k}} = \varepsilon_{P_{i,j,k}} \cdot P_{P_{i,j}} \frac{N_{P_{i,j,k}} \alpha_3 d_k^3}{T_{P_{i,j,k}}}$$
(2)

ここに、 ε_P :大きな粒径集団による遮蔽効果を評価する係数、 P_P :河床表層の各粒径の凹凸を評価した係数、 N_P :各粒径の表層に存在する個数、 α_3 :粒子の3次元形状係数($\pi/6$)、 T_P :離脱時間である.

河床への堆積量は、流砂として流下する土砂の中で河 床面と衝突したものが停止するとの考えから、流砂堆積 V_s に衝突割合(停止割合) P_c を掛けることにより評価 する.衝突割合は、粒子速度とともに粒子の運動方程式 による跳躍解析から求める.

流砂量を評価するための単位面積当たりの流砂体積は, 以下の式により算定する.

$$\frac{\partial V_{S_{i,j,k}}}{\partial t} + \frac{\partial q_{B\xi_{i,j,k}}}{\partial \xi} + \frac{\partial q_{B\eta_{i,j,k}}}{\partial n} = V_{P_{i,j,k}} - V_{D_{i,j,k}}$$
(3)

ここに、 $q_{B\xi}$, $q_{B\eta}$: ξ , η 方向の単位幅流砂量である. こ の流砂体積と跳躍解析により求めた粒子速度 $u_{P\xi}$, $u_{P\eta}$ を 用いて以下の式により ξ , η 方向の流砂量を算定する.

 $q_{B\xi i,j,k} = u_{P\xi i,j,k} \cdot V_{Si,j,k}, q_{B\eta i,j,k} = u_{P\eta i,j,k} \cdot V_{Si,j,k}$ (4) 各粒径の高さ $Z_{Bi,j,k}$ は,各粒径の離脱量および堆積量 から以下の式により算定する.

$$\frac{\partial Z_{Bi,j,k}}{\partial t} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_3} \frac{\left(V_{Pi,j,k} - V_{Di,j,k}\right)}{P_{i,j,k}}$$
(5)

ここに, α_2 : 粒子の2次元形状係数($\pi/4$), P: 各粒径の表層割合である.

構築した解析法は、粒子の運動方程式を用いる粒子離 脱時間の算定と粒子速度の算定に時間を要する.解析の 効率化を図るため、離脱時間や粒子速度は、河床形状や 流体力が変化しない限り変わらない値であるため、離脱 時間は1分毎、粒子速度は2分毎に算出することとした. また、網状流路を解析する上で重要となるのが、水際の 処理である⁵⁾.本解析では、流れの解析における水域・ 陸域境界水深を10cmと設定し、この水深以下のメッ シュには、周囲のメッシュからの土砂の流入をゼロとし た.低水護岸工および水制工の取り扱いは以下のように している.低水護岸工が設置された区間では、堆積して 河床が上昇した分は、土砂は離脱してもよいとしたが、 低水護岸工の高さより低くなる場合は、そのメッシュか らの離脱量をゼロとして固定床となるように設定した. 水制工は、洪水流の解析においては形状抵抗の形で付加

した. 土砂の移動に関しては,水制の存在するメッシュ の河床高が,水制工高さよりも低い場合は,土砂は水制 工を乗り越えられないように設定した.



図-3 安倍川流域概要と2000年9月洪水時の2日間雨量分布 (左),流出解析に用いたタンクモデルの係数(右)



3. 解析対象区間·対象洪水と解析条件

図-3に安倍川の流域概要を示す.流域面積567km²,流 路延長51kmであり、大きな支川として、中河内川(流域 面積111km²),足久保川(29km²),藁科川(176km²)の3河川 を有する、本川上流部は、日本3大崩れ(大谷崩)を有 するため、金山砂防堰堤(42km)や大河内砂防堰堤(34km) など、多数の砂防施設が設置されている.22kmから下 流は、川幅が広く網状流路が形成されており、低水護岸 工や水制工が多数設置されている. 図-3には、安倍川流 域における水位観測点および雨量観測点の配置を示す. 安倍川本川の水位観測点は、基準点である手越(4km右 岸),牛妻(17km左岸:図-4の青丸),大河内(34km左岸) の3箇所あり、藁科川に奈良間(9.7km左岸)が設けられて いる.また、牛妻には、図-4の黄丸地点に砂面計設置時 ^{1),3)}に水位計が設置された(以後牛妻中央と記載す る). 左岸の既設水位計より上流に位置し、水位観測値 は牛妻中央の方が平均50cm程度高い傾向となる.

解析対象洪水は、2000年9月11日、12日の台風14号に よる洪水(ピーク流量約3200m³/s)とする.解析対象区 間は、河口から大河内砂防堰堤(34km)までと、藁科川 0kmから10kmまでの区間とする.水位の上下流境界条件 として、本川は、上流側境界値に大河内の水位観測値を 与え、下流側は焼津験潮場(国土地理院)で測られた潮 位データを与えた.また、藁科川は、奈良間の水位観測 値を与えた.解析では、中河内川などの河道形状や水位 が測られていない支川からの流入量ハイドログラフを推 定する必要がある.方法として牛妻の水位観測値をもと に、中河内川からの流入量を調整することも考えられる



が100,後述するように、牛妻の観測値は河床変動の影響 が大きく、この手法を用いることは適切でないと判断し た.このため、支川(中河内川,足久保川など)からの 流入流量ハイドログラフは、雨量観測値をもとに流出解 析により推定した. 図-3に、9月11日、12日の2日間雨量 の分布を示す.本川の大河内砂防堰堤より上流側および 中河内川の上流部で降雨量が多く, 藁科川流域や足久保 川流域では降雨量が少ないことが分かる. 流出解析は, 安倍川流域を5つの流域(大河内砂防堰堤(34km)の上流 域,中河内川合流点(22km)から大河内砂防堰堤(34km)の 流域,中河内川流域,足久保川流域,藁科川流域)に分 け、それぞれの流出量をタンクモデル11)により算出した. 図-3の右にタンクモデルの構造と設定した各係数の値を 示す. 各流域の下流端での流出量をタンクモデルにより 算出した後,各流域から手越までの洪水到達時間を考慮 して5流域の流出量を合計し、手越の流量を算出した. 図-5に、流出解析により得られた各流域からの流出ハイ ドログラフと、手越における観測値と解析値の比較を示 す. 大河内の流量減水期の再現性は良くないものの, 奈 良間は再現出来ている.手越では増水期の流量が高めに 出ているが全体的には流量観測値を概ね説明している. 中河内川、足久保川からの流入量条件として、中河内川 は、流出解析により得られた中河内川の流出量ハイドロ グラフに本川の22km~34km区間における流出量ハイド ログラフを足し合わせた流量を与えた. 足久保川からの 流入量は,得られた流出量を直接与えた.

図−6に、約5kmごとの粒度分布を示す.大河内砂防堰 堤の直下である34kmでは、最大径が800mmに達する. 網状流路区間である22kmや15kmにおいても最大径が 400mmから500mmに達し、この区間は大きな石の存在 する石礫河川となっている.それより下流では、粒度分 布が小さくなり、砂礫が主体の河道となる.解析では、 図−6の粒度分布を表現できるように、500mm、320mm、 200mm、100mm、30mm、3mmの6粒径を用いた.



4. 二次元河床変動解析法の適用と考察

解析結果を示す.図-7に、各水位観測点における観測 値と解析値との比較を、図-8に観測流量と解析流量ハイ ドログラフの比較を示す.図-7(a)に示す大河内および 潮位の各観測値は、安倍川本川の上下流境界条件に用い ているため、解析値は各時刻の観測値を再現している. 藁科川の奈良間観測点の水位および流量の比較を見ると、 水位が再現出来ているとともに、解析流量は観測値の時 間変化を概ね再現出来ている.本解析における水位・流 量の検査点は、手越および牛妻の両観測点である.解析 により得られた手越の水位は、増水期と減水期は観測値 より高めとなり、逆にピーク時は低めとなった.図-8の 観測流量との比較においても同様な傾向となっており、



-0.40 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 図-11 河床変動高の比較 距離標(km)

-0.20

洪水ピーク付近の流量の急激な立ち上がりを再現出来て いない、牛妻の水位の左岸(既設観測点)と中央の観測 値と解析値の比較を図-7(d)に示す。牛妻中央の解析値 は、観測値に比べて全体的に高めになっている.一方、 牛妻 (左岸)の水位は全体的に傾向を捉えられている. 図-7(d)に示した両観測値の水位ハイドログラフの傾向 が異なっていることが分かる. 牛妻中央の観測水位ハイ ドログラフは、大河内や手越の観測水位ハイドログラフ と傾向が似ていることが分かる.一方,牛妻左岸の観測 水位は,時間変化が大きく,他の観測点の水位ハイドロ グラフと傾向が大きく異なる. 図-4の航空写真に示すよ うに、17km付近は河道線形が若干狭くなる箇所で、特 に左岸側が張出すような平面形状を有している. 牛妻左 岸の観測点(図-4青丸)は、この張出し形状の先端部に 位置するため、河床変動やそれに伴う澪筋変動の影響を 受けやすいと考えられる. この水位を用いて算出された 図-8に示す牛妻の観測流量は、時間変化が大きく、河床 変動の大きい地点における流量観測の難しさが表れてい る.一方,解析による流量ハイドログラフは,観測水位 との比較から全体的には大きい値になっていることも考 えられるが、手越における観測値の波形と近似しており、 流量ハイドログラフの形状は概ね再現できていると考え

図の黒線は堤防ライン、緑の点線は低水路ラインであり、 水制位置を赤点で示している. 図-10には、解析による 河床変動量分布と実測横断測量データから作成した河床 変動量分布(H12年-H10年)を示す.赤が堆積,青が洗 掘を表している. また, 図-11には, 実測による平均河 床変動高縦断分布と解析値の比較を示す. 実測値におい て土砂堆積が縦断的に顕著に現れたのが、8km付近を除 く5kmから12kmの区間であり、8km、13kmおよび18km 付近は洗掘傾向となっている. 図-9, 図-10を見ると, 水制工と高水敷により水流が対岸へはねられている様子 を見ることができる. 特に, 10.7km左岸, 11.8km右岸お よび17.0km左岸では、その様子が明確に現われている. 11.75kmの左岸側において大きな河岸侵食が生じたが、 解析では、その河岸侵食は再現されず、11km付近の低 水路護岸際において大きな洗掘が生じた. 解析では, 12km付近で右岸側に澪筋が寄ったため、河岸侵食の生 じた11.75km左岸が水衝部とならず、11.8km右岸の水制 工の水はねにより、下流側の11km左岸付近に洪水流の 水衝部が発生し、それが要因で洗掘が生じたと考えられ る.6km~9kmでは網状砂州の中に大きな蛇行砂州が形 成されている. 解析では、この区間で左右交互に洗掘が 生じ,砂州の発達が見られる.実測の河床変動量分布に おいても、8km右岸低水路際で洗掘が生じている.しか し、この区間は全体的には堆積傾向のため、砂州の発達 は見られない. 図-11の平均河床変動高の比較を見ると, 20kmより上流側と4km付近を除いては、概ね実測値の傾 向と一致している. 20kmから22km区間は、その上流域



からの土砂流入量が実際と異なっていたために,解析と 実測値に差が出たと考えられる.すなわち,3章で示し た支川からの流入流量の条件設定において,22kmから 34kmの区間で流出すると考えられる流量を中河内川

(22kmに合流)から合わせて合流させたため、22kmよ り上流の本川からの流砂量が少なくなり、20km付近の 堆積傾向を説明できなかった. 堆積が顕著な5kmから 12km付近については、本解析により概ね説明できてい る. 4.25km付近や3.5km付近では、高水敷上の土砂堆積 も見られたが、解析結果では、高水敷への土砂の乗り上 げは見られなかった. 図-12に解析終了時の平均粒径分 布を示す. 図-10(中)の河床変動量と併せて見ると、例 えば16kmから17km付近では、水制先端部の洗掘箇所で 粗粒化し、堆積箇所では細粒化していることが分かる. その他の個所でも、傾向として洗掘箇所の粗粒化と堆積 箇所の細粒化が現れている.網状流路の粒度分布につい ては、澪筋および砂州について今後詳細な現地調査を行 い、その特性を見出した上で、解析法の検証を行う.以 上、本解析法を安倍川の網状流路区間へ適用した結果か ら、水位に関して十分説明できていない点もあるものの、 石礫から砂礫河道に遷移する複雑な網状流路区間の流 量・河床変動量を概ね説明出来ることが分かった. 今後 も現地データとの照合から解析法の精度向上を進める.

5. 水制工の設置効果の検証

網状流路の安倍川は、河道維持のために水制工を多数 設置しているが、このような水制工の効果を検証するこ とは重要である.ここでは、4章で行った水制ありの条 件において、水制工を取り除いた場合の解析を行い、水 制工を設置することの河道維持に果たす効果を検討する.

図-13は、12日18時における水深分布、図-14は、解析 終了時の河床変動量分布を示す.水制工を取り除くと、 河岸際で深掘れが発達し、19km~21km左岸、14km~ 16km右岸、9km~11km左岸のように、長い距離に渡り 河岸際に澪筋が形成されるようになる.このような深掘 れは、洪水時に流水を集め、更なる深掘れや河岸侵食を 引き起こす要因となり、堤防や構造物の危険性を増大さ せる.実際は、上述の3区間に水制工が下流側等に適切 に設置されていて、河岸際の澪筋発達を防ぐ役割を果た している.安倍川のような土砂移動の激しい石礫河川に おける河道維持のためには、水制工や低水路護岸工など の構造物が必要であることを解析結果は示している.

6. 結論と今後の課題

本研究では、石礫河川の二次元河床変動解析法を石礫、 砂礫からなる安倍川網状流路区間に適用し、その適合性 の検討を行った.本解析法は、網状流路における流量ハ イドログラフを説明できること、また、安倍川下流域の 堆積傾向を概ね再現出来ることが明らかとなった.安倍 川の水制工群が河道維持に果たす効果が大きいことを示 した.今後は、計画規模の洪水に対して土砂堆積区間の 5km~12kmの河床はどのようになるのかを検討する必要 がある.また、本解析法を他河川の多くの洪水・河床変 動データに適用することで検討を行い、現地観測データ との照合から、石礫・砂礫河川を十分説明する二次元河 床変動解析法の精度向上を図る.

謝辞:本研究は、河川整備基金の助成を受けた.ここに 記して謝意を表します.

参考文献

- 1) 伊藤 覚,小川義忠,関谷芳弘,三浦真貴雄,劉 富山:安 倍川河床変動の実態,水工学論文集,第43巻,pp.719-724, 1999.
- 2) 国土政策技術研究所:健全な水循環系・流砂系の構築に関す る研究,国土政策技術研究所プロジェクト研究報告,第16号, 2007.
- 3) 国土交通省国土技術研究会,河床変動の特性把握と予測に関 する研究報告書,平成17年3月.
- 長田健吾,福岡捷二:石礫蛇行河川の二次元河床変動解析法 に関する研究,河川技術論文集,第15巻,pp.327-332,2009.
- 5) 倉林弘志,清水康行:浮州の形成を考慮した網状流路における河床変動解析,水工学論文集,第46巻, pp.743-748, 2002.
- 6) 関根正人:斜面崩落モデルを用いた網状流路の形成過程シ ミュレーション,水工学論文集,第47巻, pp.637-642, 2003.
- 7) 竹林洋史・江頭進治・岡部健士:混合砂河床における網状流路の数値解析,水工学論文集,第47巻, pp.631-636, 2003.
- 小川義忠,伊藤 覚,西本直史,三浦真貴雄,劉 富山:二 次元河床変動解析の現地への適用に関する研究,水工学論文 集,第43巻,pp.701-706,1999.
- 9) 関根正人・片桐康博・小笠原基:鬼怒川における洪水時の流路変動とその数値予測に関する研究,水工学論文集,第49巻, pp.1015-1020, 2005.
- 内田龍彦,福岡捷二,工藤美紀男:河川上流域における本川・支川流量ハイドログラフの合理的推算法,河川技術論文集,第15巻, pp.309-314, 2009.
- 石原安雄、小葉竹重機:洪水流出計算の統合化に向けた一 考察、京都大学防災研究所年報、第21巻、pp.153-172、1978. (2009.9.30受付)