地下水文量分布に関する 時空間地球統計学的推定手法の提案

SPACE-TIME DISTRIBUTION ESTIMATION METHOD OF SUBSURFACE HYDROLOGICAL PROPERTY USING SPATIOTEMPORAL GEOSTATISTICS

浜口　俊雄[1]・小尻　利治[2]
Toshio HAMAGUCHI and Toshiharu KOJIRI

[1]正会員　博 (農)　京都大学助教　防災研究所 (〒611-0011 宇治市五ケ庄)
[2]正会員　工博　京都大学教授　防災研究所 (〒611-0011 宇治市五ケ庄)

This paper presents a newly developed method for estimation of hydrological distributions in space and time based on observed data. To extend spatial estimates into spatiotemporal ones, a conversion parameter of temporal-distance is newly defined and introduced into the kriging equations using the trend and covariance functions. This parameter equivalently converts a temporal gap into a spatial distance in the time-related terms of those functions. In topological space in one dimension, the above approach is most effective and helpful to krig a hydrological distribution. It can be shown that the developed method of kriging estimation in space and time with a conversion parameter is useful and applicable to a spatiotemporal interpolation through the numerical tests.

Key Words : *groundwater, hydrological property, spatiotemporal distribution, spatiotemporally geostatistical-based model, conversion parameter of temporal-distance*

1.　序論

気温・降水量など所与の気象観測データあるいは河川流量・水位や地下水位などの水文観測データは水文現象の再現計算時に入力データまたは再現検証データとして用いられる．ゆえにそれらの空間分布と時間変化は重要である．従来の入力データ作成時は，点在する観測データを空間分布として扱うべく，Voronoi 分割で定めた多角形有効域毎に観測値/代表値が一様であると見なして与える Thiesen 法，または，観測値/代表値の影響度が距離に反比例すると仮定し，距離の逆数から定めた重みを乗じた観測値の和で空間補間的に各格子セル毎の値を算出する距離逆数法を採用していることが多い．しかし前者は概して粗く不連続な階段状の分布となる点，後者は観測値の影響が距離に反比例することの理論的根拠が必ずしも保障されないという点に問題がある．さらに後者は，比較的細かい分布を扱う際に，降水量のようなゼロ領域を部分的に有する空間変量に対しても連続かつ滑らかな空間分布を全域に算出し，望まない不都合な結果を生じてしまうこともある．故に，空間全域の再現性よりも部分領域的な (数箇所の観測点での) 再現性を重要視する場合に向く．

本研究に用いる分布推定手法は地球統計学に基づく kriging 推定法である．これは Matheron (1971) がその基礎を提案し，地質学の分野で Journel and Huijbregts(1978) や Krige(1982) が推定手法を理論化し，計算方法を体系化した．しばらくして水工学分野にも応用者が現れ，Gambolati and Volpi(1979) が水文学問題に，Villeneuve ら (1979) が水理学問題に，Clifton and Neuman (1982) が地下水問題に応用した．さらに Yeh ら (1983) や Hoeksema and Kitanidis(1985) が地下水学の逆問題アプローチに援用して成功を収めた．その後，空間変数が複数になっても分布推定ができる cokriging 手法[2),9),10)] も 1990 年前後から水工学分野で使われるようになってきた．この kriging 推定手法を単純に言えば，多変量重回帰モデルにランダム成分を加えて，観測地点での推定値と観測データが必ず一致するようにし，非観測点での推定値を周囲の観測点からの重み付き観測値の和で空間補間的に求めていく条件付き分布推定法である[11)]．しかし，どの研究も時間変数または空間変数のいずれかを対象として分布推定していて，同時推定に成功したものはない．筆者らは水文モデルパラメータ分布について，空間分布として同定する手法，あるいは，領域積分による集中モデル化時の等価パラメータの求め方[12)]に関する手法を各々提案してきた．これらはパラメータがモデルに依存する定数のため，時間に依存しない分布を扱っていた．本研究では，時間変動を伴う空間分布を推定補間対象に考えるため，従来は空間補間を目的としている地球統計学の kriging を時間方向にも拡張し，時空間分布を推定するための新たな kriging を提案するとともに検証する．

2. 時空間統計モデル

(1) 位相トレンド構造

kriging 推定時，式 (1) の様に対象変量 $\phi(\boldsymbol{z})$ をトレンド成分 $m(\boldsymbol{z})$ とランダム成分 $w(\boldsymbol{z})$ に分解し，ランダム成分の定常性を確保する．

$$\phi(\boldsymbol{z}) = m(\boldsymbol{z}) + w(\boldsymbol{z}) \tag{1}$$

ここに，$\boldsymbol{z}$：空間座標ベクトル (x,y) とする．本稿では式 (2) の様に両成分を時空間関数形に変更し，時空間対応型に拡張させることを考える．

$$\phi(\boldsymbol{z},t) = m(\boldsymbol{z},t) + w(\boldsymbol{z},t) \tag{2}$$

ただし，t：時間とする．そのトレンド関数 $m(\boldsymbol{z},t)$ は時間と空間座標を変数とする関数形に定める必要がある．その関数形状は一般に観測データから或る程度推定的に設定するが，観測データが少ない場合やまとまらずに散在している場合などそれが設定しづらい場合は，多項式形を置くことが概して多い．これは式 (2) 右辺を左辺の Taylor 展開式と見なしたときに，n 次までの多項式をトレンド関数，それより高次の項をランダム関数と考えることで，トレンド関数が多項式になると言えることによる．その多項式の次数 n は観測データにより最良値を定めればよい．以下では，時間への拡張手法を平易に説明するために式 (3) の様な一次多項式を用いるが，これが n 次多項式に展開されても時間に関する項が増えるだけで一般性は失われない．

$$m(\boldsymbol{z},t) = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 t \tag{3}$$

ここに，b_i：係数とする．トレンド関数の従来モデルと式 (3) との違いは第 4 項の時間トレンド成分項にある．対象変量は空間と時間という異なる性質の変数を同時に有しているものの，多項式形式で表されているため，適切な次元の係数 b_2,b_3,b_4 を x,y,t にそれぞれ乗じることで，多項式各項を $m(\boldsymbol{z},t)$ と同じ次元に容易にそろえることができる．後述の「時間距離換算パラメータ」を提案・導入する場合でも，多項式形式は矛盾点を出すことなく扱えるかたちになっている．よって時空間に対応した上記構造のトレンド関数を「位相トレンド関数」と定義する．

(2) 位相ランダム構造

ランダム成分は，その相関式において観測データ間の相関距離が重要となる．ただし，時間と空間は異なる

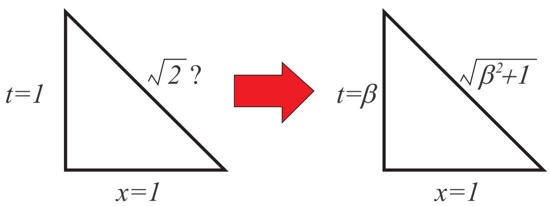

図-1 時間距離換算パラメータ β の概念

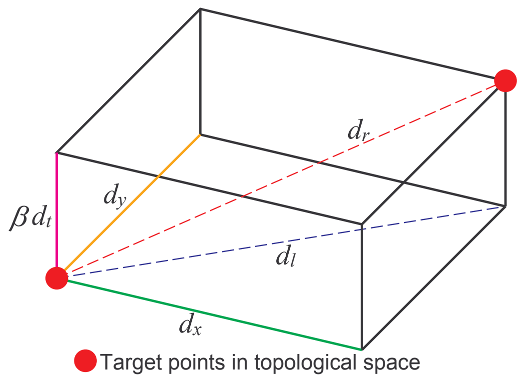

図-2 2 点間の位相距離

性質の座標変数であるため，同一空間内で計量するためには位相空間で考える必要がある．本研究では，時間距離 1(単位時間；hr, min, sec などの単位は考察対象で決める) に匹敵する空間距離 (km, m, cm などの単位は考察対象で決める) を換算すると $\beta(>0)$ になると考え，その β を時間距離換算パラメータと定義する．**図-1**はその概念を示している．空間方向に 1，時間方向に 1 だけ離れた場合の時空間での距離は $\sqrt{2}$ ではない．時間を空間距離に換算して β だけ離れていると考えれば，その時空間距離は $\sqrt{\beta^2+1}$ となる．同換算パラメータは速度の次元を持っており，起こった変化が何らかの定速の動きに乗ることで離れていった移動距離を示すものと考えればよい．特に，観測データのランダム成分が 1 つの定常性を持つ時空間領域内では，β も統計パラメータであって定常性があると見なせることから，位相時空間領域内では β が一定値と考える必要がある．

これを踏まえて，時空間距離すなわち位相距離を算出する方法を以下の様に示す．位相一次元距離を d_r，空間二次元距離を d_ℓ とすると，**図-2**を参照すれば，

$$d_r = \sqrt{{d_x}^2 + {d_y}^2 + (\beta d_t)^2} \tag{4}$$

$$d_\ell = \sqrt{{d_x}^2 + {d_y}^2} \tag{5}$$

である．位相一次元距離で相関関係を考える際は式 (6)〜(8) の様な共分散関数 $C(\boldsymbol{d})$ を用意すればよい．ここに，a_r, a_ℓ, a_t はそれぞれ「位相相関距離」,「空間相関距離」,「時間相関距離」と呼んで定義し，それぞれを区別する．

・位相一次元指数型 ：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left\{-\frac{d_r}{a_r}\right\} \tag{6}$$

・位相一次元ガウス型：

$$C(\boldsymbol{d}) = \sigma^2 \exp\left\{-\left(\frac{d_r}{a_r}\right)^2\right\} \tag{7}$$

・位相一次元球状型 ：

$$C(\boldsymbol{d}) = \begin{cases} \sigma^2\left\{1 - 1.5\left(\dfrac{d_r}{a_r}\right) + 0.5\left(\dfrac{d_r}{a_r}\right)^3\right\} & (0 \leq d_r \leq a_r) \\ 0 & (d_r > a_r) \end{cases} \tag{8}$$

本稿記載外の共分散関数形も同様の利用方法で対応できることは自明であり，位相空間距離を用いた共分散関数は一般性を失わない．次に，位相二次元は空間・時間別に相関距離を考える場合，式(9),(10)の様な共分散関数でよい．また，空間と時間の混在した位相相関距離 d_1 $(=\sqrt{{d_x}^2+(\beta d_t)^2}$ or $\sqrt{{d_y}^2+(\beta d_t)^2})$ と空間相関距離 d_2 $(=d_y$ or $d_x)$ を考える場合は式の形状が式(9),(10)と同じである．そこでは d_1 が**図-1**の様に位相距離になるため，数値実験(後述)において上述の位相一次元距離と一部同じく d_1 を含む項に β の影響した結果が現れる．よって上述の位相一次元と同じ議論になるため，この場合の議論は省くものとする．

・位相二次元指数型　：

$$C(\boldsymbol{d})=\sigma^2\exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_\ell}{a_\ell}\right)^2+\left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2}\right\} \tag{9}$$

・位相二次元ガウス型：

$$C(\boldsymbol{d})=\sigma^2\exp\left[-\left\{\left(\frac{d_\ell}{a_\ell}\right)^2+\left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2\right\}\right] \tag{10}$$

同様に位相三次元では式(11),(12)の様な関数になる．

・位相三次元指数型　：

$$C(\boldsymbol{d})=\sigma^2\exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_x}{a_x}\right)^2+\left(\frac{d_y}{a_y}\right)^2+\left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2}\right\} \tag{11}$$

・位相三次元ガウス型：

$$C(\boldsymbol{d})=\sigma^2\exp\left[-\left\{\left(\frac{d_x}{a_x}\right)^2+\left(\frac{d_y}{a_y}\right)^2+\left(\frac{d_t}{a_t}\right)^2\right\}\right] \tag{12}$$

位相二・三次元共分散関数では，時間からの換算の位相相関距離 a_t が β を含んだかたちのため，β を直接同定せずに考えれられる．同様に，先述の位相トレンド関数においても b_4 は β を含んだ係数と見なしてもよいが，こちらは従来モデルのかたちと変わりはないため，計算は時間距離換算パラメータ値を意識することなく実行できる．ところで kriging 推定値 $\phi^*(\boldsymbol{z})$ は元来，重み付き観測値の総和に帰着する．いま，$\boldsymbol{\lambda}$：観測値の重み係数ベクトル，$\boldsymbol{\phi}$：観測値ベクトル，$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$：位相トレンド多項式で用いる基底関数ベクトル，$\boldsymbol{F}$：観測点毎の $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$ のベクトル量を転置して観測位置順に縦に並べて出来た行列，$\boldsymbol{C}$：観測点間でのランダム成分の共分散行列，$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{z})$：1つの推定位置のランダム成分と各観測点でのランダム成分との共分散値を縦に並べて出来たベクトルとおくと，

$$\phi^*(\boldsymbol{z})=\boldsymbol{\lambda}^T\boldsymbol{\phi} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{c}(\boldsymbol{z})-\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{F}^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{F}\right)^{-1}\times\left\{\boldsymbol{F}^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{c}(\boldsymbol{z})-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})\right\} \tag{14}$$

と書ける．従来はその重みを時間毎に求めていたため，実質的に重みが時間依存となっていた．すなわち，式(13),(14)の $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$，$\boldsymbol{F}$，$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{z})$，$\boldsymbol{C}$ に使われるパラメータ σ^2, a_i, b_j が時間毎に求められていた上に，その時間方向の漸化関係は考慮されないままになっていた．本研究では，これらの行列・ベクトルには全て時間方向への漸化関係が考慮されており，重み $\boldsymbol{\lambda}$ も当然のように時空間距離(位相空間距離)で定まることが式(14)からも判る．また本手法では各パラメータが時間に依存しない定数で得られるため，一度定まった重みはどの時刻にも使え，降雨量のGCM出力に対するダウンスケール時の分布再現にも利用可能と期待される．

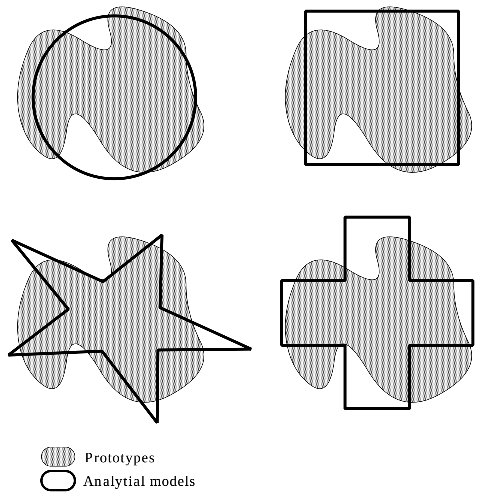

図-3　未知の原型に対する各解析モデル適合性の概念図

(3)　情報量規準 AIC

図-3は，“実物” ないしは “実現象” である原型(プロトタイプ)に対して，解析モデルが様々当てはめられた状況を抽象的に示したものである．本来，原型(網掛け部)の構造は未知なものであることが多い．これを解析する場合，連続性，保存性，法則性といった理論的考察から派生したような何らかの型にはまった解析モデル(太実線内部)で表現しなければならない．すると**図-3**のように，モデル構造上のズレが多かれ少なかれ必ず生じることになる．一般的には，このズレを直接計ることで個々のモデルの適合度を調べればよいが，上述にもあるようにプロトタイプは未知なため，両者のズレを直接的かつ絶対的に評価することは不可能と言える．しかし，プロトタイプが唯一無二であって不変であることに留意すると，ズレを表すモデル誤差評価式において，プロトタイプの構造を示す項は定数と見なせることに気が付く．よって解析モデル間の適合性の優劣だけでよいのであれば，モデル誤差評価式の解析モデル構造を示す項だけを抽出し，比較することでズレ(モデル適合度)の相対的評価が実現可能となる．その指標が情報量規準(Information Criterion)と呼ばれており，本稿でもモデルの適合度を判断する指標として採用している．

本研究での統計モデルは，1通りのトレンドモデルと

複数のランダムモデルの組み合わせが考えられる．一連の統計モデル構造同定の際に同時に複数のモデルから最適な統計モデルを選定する．まず各統計モデルに対してパラメータを最尤推定すると同時に，各モデル毎に情報量規準値を算出する．本稿では以下に記す AIC：赤池情報量規準[13]，を採用して算出する．

$$\mathrm{AIC} = -2\mathrm{MLL} + 2m \tag{15}$$

ただし，MLL：最大対数尤度，m：パラメータ数を表す．

次に数通りの β 値毎に AIC を大小比較する．小さな値ほど適合度は高いと判断してモデル間の相対的優劣を考える．この作業から行い，各モデルに対する最小の AIC となる β の値が大まかに見えてくる．これは β がハイパーパラメータとして扱われているためによる．

3. 数値実験

本研究では，河川水位は河道域のみの分布となり，降水量は晴天時に時間的不連続となることなどから，時空間連続性・変動性が常時あって検討するには比較的扱いやすい流域内の地下水位分布をまず検討対象とすることにした．

本提案手法の効用について検討すべく，宮古島砂川地下水盆流域の 1993 年 10 月 20 日と 11 月 20 日における月例の地下水位分布一斉水位観測データを用いた．なお両日ともに地下水位分布が特別な対象日というわけではなく，観測の定期性を重視してデータの日にちを定めている．単位時間は 1 day で設定，単位長さは 1m とし，それに対する色々な値の β $(0 \leq \beta \leq 2)$ を使って比較検討した．

(1) 位相一次元指数型の場合

トレンド関数・共分散関数のパラメータを最尤法で同定した結果は

【$\beta = 1/30$ のとき】

$$m(\boldsymbol{z}, t) = 30.3666 - 0.009170x + 0.006854y - 0.04127t \tag{16}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = 33.5213^2 \exp\left(-\frac{d_r}{170.4173}\right) \tag{17}$$

【$\beta = 1/3$ のとき】

$$m(\boldsymbol{z}, t) = 38.3943 - 0.01035x + 0.006163y - 0.006140t \tag{18}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = 50.4371^2 \exp\left(-\frac{d_r}{2074.04}\right) \tag{19}$$

【$\beta = 2/3$ のとき】

$$m(\boldsymbol{z}, t) = 39.3464 - 0.01044x + 0.006001y - 0.003645t \tag{20}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = 50.0789^2 \exp\left(-\frac{d_r}{2948.94}\right) \tag{21}$$

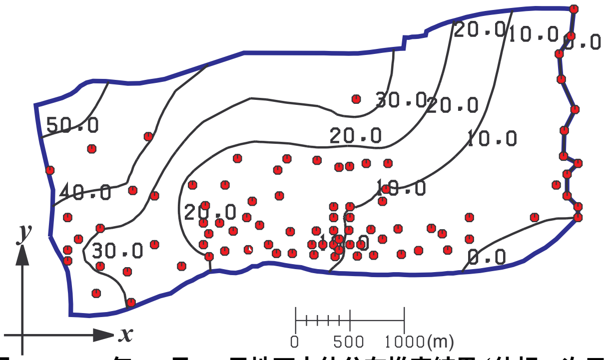

図-4 1993 年 10 月 20 日地下水位分布推定結果 (位相一次元相関距離での場合)

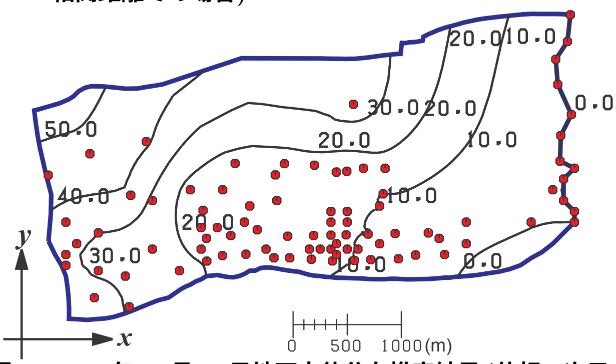

図-5 1993 年 11 月 20 日地下水位分布推定結果 (位相一次元相関距離の場合)

【$\beta = 1$ のとき】

$$m(\boldsymbol{z}, t) = 39.6524 - 0.01046x + 0.005944y - 0.002643t \tag{22}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = 48.9596^2 \exp\left(-\frac{d_r}{3315.27}\right) \tag{23}$$

【$\beta = 2$ のとき】

$$m(\boldsymbol{z}, t) = 39.9872 - 0.01048x + 0.005861y - 0.001439t \tag{24}$$

$$C(\boldsymbol{d}) = 47.4622^2 \exp\left(-\frac{d_r}{3635.75}\right) \tag{25}$$

となる．このうち，どの場合も類似した分布の特徴が見受けられたため．代表例として，ここに $\beta = 2/3$ のときの分布推定結果のみを**図-4,5**に示す．

同図は周囲を地下分水嶺 (青線部) と海との接触位置 (右端) で囲まれた地下水盆に対する地下水位分布を描いている．地下水は主に図の左部や上部といった標高の高い場所から中央下部から右部に存在する地下谷に向かって流れた後，地下谷部から右端の海岸線へ流れ，そこから海に流出していく．赤点は 88 箇所の地下水位観測地点を示しており，主に地下谷部に多く存在する．地下水状況は水位分布 (不圧地下水面) を等値線によって示している．**図-4**に関しては，等値線に垂直方向が流向であるので，一旦下部の地下谷部に流れつつ右端から海へ流出していく様が見て取れ，統計処理だけで得られた水位分布推定が物理的な矛盾無く再現できていることからも結果は良好であるとわかる．また推定誤差分散分布を基に推定結果の信頼性を見てみると，空間的な水位変化の大きいところに観測点が多く存在してい

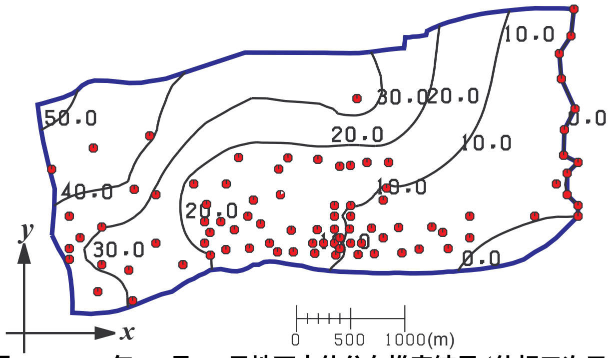

図-6　1993年10月20日地下水位分布推定結果(位相三次元相関距離の場合)

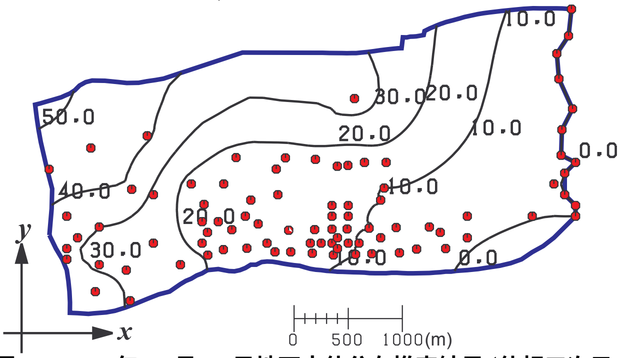

図-7　1993年11月20日地下水位分布推定結果(位相三次元相関距離の場合)

たおかげで，推定誤差分散値は真値に対して高々3%程度になっており，十分信頼できる結果と言える．**図-5**は中流域下部が1ヶ月前の状態とほんの少しだけ異なっているだけで後は類似した結果であることから，地下水利用に伴うちょっとした変化も捉えて再現できていることが判る．或る時間の経過後でも少しの差しかない複数の分布を，各時刻の空間分布推定量を独立した変数としてcokriging[2]で同時推定しようとする場合，時刻の異なる2つの空間分布の差に対して相関性をランダム成分で表すことになる．両者が酷似した分布のときには，両者の差分量の空間分布は一部に検討できる大きさの差分量分布がありつつ，残りはほぼゼロに近い値で占められた空間分布となり，明らかに統計量の定常性が無くなってしまう．これを計算しても共分散関数の同定計算が発散して求められない．式(14)で言えば$\boldsymbol{C}$に相当する行列に逆行列が存在しなくなって計算できなくなる．よって本手法は既存の問題を克服できている．

(2)　位相三次元指数型の場合

トレンド関数・共分散関数のパラメータを最尤法で同定した結果は式(26),(27)の様になる．位相三次元指数型において，$\beta=1/30$のときの結果のみ表示している理由は次節にて詳述する．

【$\beta=1/30$のとき】

$$m(\boldsymbol{z},t)=35.0986-0.009946x+0.006663y-0.07457t \qquad (26)$$

$$C(\boldsymbol{d})=15.5726^2\exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_x}{811.2706}\right)^2+\left(\frac{d_y}{690.6625}\right)^2+\left(\frac{d_t}{29.9608}\right)^2}\right\} \qquad (27)$$

このときの分布推定結果を**図-6**,**7**に示す．両結果とも**図-4**と同様に下流部付近の水位が多少小さめの推定値になっているが，全体は概ね誤差も小さくて分布推定が良好であるとわかる．

(3)　モデル最適選択

次にβの最適値について検討した．本研究ではβが時空間統計モデルに独立なパラメータとして見なせば，一種のハイパーパラメータとして扱うことになるため，パラメータ同定時のAIC(赤池情報量規準)値が最小となるβをもって，βの最適値と判断する．各βに対するAIC算出結果を**表-1**に示す．

これから，共分散関数が位相一次元の場合，AICは指数型・球状型であれば$1/3\leq\beta\leq1$で最小が存在し，ガウス型であれば$1/30\leq\beta\leq1/3$で最小が存在することがわかる．本論文では，βを5通りで検討しているため，前者はβ=1/2，後者はβ=1/3で最適値になると言える．一方，共分散関数が位相三次元の場合は，AICが単調増加または極値が複数となるなどβには一意に最適値があるとは断言できない．先の**3.2節**で同定結果をβ=1/30のみにしていた理由はその最適値の存在の問題があるためである．位相一次元モデルは位相時空間上の2点間の相関性を等方的に考えるモデルであり，同モデルでは位相時空間上のどの2点も時間相関性・空間相関性が同時に考慮されることになる．このモデルは時空間の観測データを基に最適モデルパラメータが同定され，同時にAIC値も求められる．その相関性の評価計算を行う際に，βによって時間距離と空間距離の重み付けが変わっているため，βを変化させていくと，AIC値が変化してAIC値最小となるケースが現れることになる．それに対して，位相三次元モデルの式は一見して明らかなように位相時空間上の2点間の相関性がx, y, t各軸方向に異方性を持つ統計モデル形状であることから，相関距離の同定値は軸毎に定まってしまう．そのため，位相空間上で相関性を計算する際の時間距離と空間距離の重み付け役を担っているβの効果が薄れてしまい，βを変化させてAIC値を計算しても単調増加するだけになってしまったり，ほとんど変化しなかったりしてしまう結果となったと推察される．逆に言えば，こうした異方性のあるモデルを使って時空間分布を推定する際には，βの導入をせずとも，時間軸と空間軸それぞれで相関性のパラメータが定まるので最適な時空間分布推定ができると言える．言い換えると，各軸で相関距離パラメータa_iが求まるので時間の単位はday単位でもhour単位でもmin単位でもsec単位でも問題

表-1 モデル同定時の時間換算パラメータβとAICの関係

Covariance func. model Dim.	Type	$\beta = 1/30$	$\beta = 1/3$	$\beta = 1/2$	$\beta = 1$	$\beta = 2$
1 Topo-logical	Exponential	720.0568	611.9140	608.1317	616.2344	645.1787
	Gaussian	744.4187	711.0623	724.1948	770.9871	939.0329
	Spherical	743.7970	600.1422	591.9690	598.1137	625.1465
3 Topo-logical	Exponential	630.0193	640.4219	641.0675	659.3442	680.6591
	Gaussian	737.6235	764.3799	778.7095	749.4559	824.9632
	Spherical	618.4129	618.4135	618.4137	618.4136	618.4127

ないことがわかる．空間の単位も同様で，km単位でもm単位でもcm単位でも任意に定めて構わないことを示している．式(18),(20),(22), (24)からも判るように同定されたトレンド関数はほとんど同じである．**2.(1)**節で述べた様にトレンド関数の時間項係数b_4にはβの効果が含まれているため，b_4にβを乗じてみれば，同定されたtの係数はどんなβに対しても一定になっていることがわかる．よってβにほぼ反比例して，b_4は小さくなっている．これはトレンド成分がランダム成分の定常性を確保するための成分で，トレンド関数の示す位相空間上の面がβで変化しないことを示している．

三次元モデルはβの増加に伴ってAICも単調増加することから，時間トレンド成分を小さくして，時間ランダム成分を大きくしたモデルの方が優れているという結果になっている．これは，時間変動が空間変動に比べて小さいため，時間トレンド成分はなくていいという同定結果を意味する．時間ランダム成分が強い同定因子となって位相空間上のランダム成分のパラメータが同定されるためにβが小さい方がAICは小さくなり，β最小の時が優れた時空間分布推定モデルという結果を導いていることも窺える．

以上からβは時空間地球統計学的分布推定に大変影響を及ぼしており，最適分布モデルを選定する材料となっていることが判る．本論文では，時空間距離に着目して位相空間を考えることで，位相相関距離のみで時空間分布モデル選定と推定を行ったが，今後の更なる発展の可能性として，より複雑な時空間分布を有する降水量分布などへの適用するならば，その前に統計モデルの改良，例えば，今回定数とした共分散関数の分散値を時間依存にするモデルの採用なども検討していくべきであると思われる．また，βの最適に向けての扱い方に関して，ハイパーパラメータとして以外での利用方法など，更なる検討が必要と思われる．

4. 結論

本稿では，時間距離換算パラメータβを提案・導入し，krigingの時空間適用への拡張を試みて，場合毎にモデル最適化した推定結果を得た．これより本手法はデータの相関性を時空間で一元的に考える場合に特に有用性・応用性に富むとがわかった．ただし，時間と空間の相関性を一元的に考える場合はβが効果的に評価に関わるため，その最適値が存在するとわかるが，各軸で相関性をとるようにしてしまうと，時間距離換算の効果が薄れ，最適値の存在は保障の限りでないと言える．

参考文献

1) Matheron, G.: The theory of regionalized variables and its applications, *Cah. Centre Morphol. Math.*, 5, pp.211, 1971.
2) Journel, A. G. and Huijbregts, Ch. J.:Mining geostatistics, *Academic Press, Inc.*, pp.324–343, 1978.
3) Krige, D. G., and E. J. Magri: Studies of the effect of outliers and data transformation on variogram estimates for a base metal and a global ore body, *Math. Geol.*, 14(6), pp.557–564, 1982.
4) Gambolati, G., and G. Volpi: A conceptual deterministic analysis of the kriging technique in hydrology, *Water Resour. Res.*, 15(3), pp.625–629, 1979.
5) Villeneuve, J.-P., G. Morin, B. Boree, D. Leblanc, and J. P. Delhomme: Kriging in the design of streamflow sampling networks, *Water Resour. Res.*, 15(6), pp.1833–1840, 1979.
6) Clifton, P. M., and S. P. Neuman: Effects on kriging and inverse modeling on conditional simulation of the Avra Valley aquifer in southern Arizona, *Water Resour. Res.*, 18(4), pp.1215–1234, 1982.
7) Yeh, W. W.-G., Y. S. Yoon, and K. S. Lee: Aquifer parameter identification with kriging and optimum parameterization, *Water Resour. Res.*, 19(1), pp.225–233, 1983.
8) Hoeksema, R. J., and P. K. Kitanidis: Comparison of Gaussian conditional mean and kriging estimation in the geostatistical solution of the inverse problem, *Water Resour. Res.*, 21(6), pp.825–836, 1985.
9) 例えば，Hoeksema, R. J., R. B. Clapp, A. L. Thomas, A. E. Hunley, N. D. Farrow and K. C. Dearstone: Cokriging model for estimation of water table elevation, *Water Resour. Res.*, 25(3), pp.429–438, 1989.
10) 例えば，Jager, H. I., and M. J. Sale, and R. L. Schmoyer: Cokriging to assess regional stream quality in the Southen Blue Ridge Province, *Water Resour. Res.*, 26(7), pp.1401–1412, 1990.
11) 浜口俊雄，小尻利治，中北英一：地球統計学的な疑似生成観測値の利用によるパラメータの空間分布同定，京都大学防災研究所年報，第49号B，pp.633–639，2006.
12) 浜口俊雄，小尻利治，Mohamed Saber：均質化理論に基づくアップスケーリングの水文学的適用法，京都大学防災研究所年報，第50号B，pp.759–764，2007.
13) Akaike, H. :A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. Automat. Control, AC-19, pp.716–723, 1974.

(2009.9.30 受付)