

拡張カルマンフィルタを用いた タンクモデルパラメータの不確実性に関する研究

A STUDY ON UNCERTAINTY OF TANK MODEL PARAMETERS USING EXTENDED KALMAN FILTER

藤本雄大¹・手計太一²
Yudai FUJIMOTO and Taichi TEBAKARI

¹正会員 修(工) 日本工営株式会社 (〒102-0083 東京都千代田区麹町4-2)

²正会員 博(工) 富山県立大学講師 工学部環境工学科 (〒814-0180 富山県射水市黒河5180)

The tank model is one of the most popular runoff models all over the world. However, it is too difficult to identify the unique value for a watershed. Moreover, the uncertainty of the tank model parameters has not been clarified yet. The purpose of this study is to clarify the uncertainty of the tank model parameters and the unique value of the tank model parameters using the Extended Kalman filter.

As a result of this study, the uncertainty of the height of runoff outlet parameter C was very large, thus could not be estimated the unique value. On the other hand, the runoff coefficient A and the infiltration coefficient B could be estimated the unique value using our identification method. Finally, our identification method has possibilities to be able to estimate the unique parameter for a watershed.

Key Words : Tank model, Extended Kalman filter, parameter identification, Uratukuba experimental catchment

1. はじめに

タンクモデルは、菅原¹⁾が開発した非線形流出計算法であり、モデル構造の簡便性や流出現象の表現性の良さ、また比較的精度が良いなどの理由から現在、短・長期の流出予測に最も広く使われている流出モデルの一つである。しかし、タンクモデルはパラメータ数が多いためパラメータの決定が容易でないことが知られている。そのため、現在までに様々な最適化手法の提案がなされてきた。

例えば、永井ら^{2,3)}はPowell法とDFP法に基準化方式を採用し、実用上十分な精度を持つ値に同定できることを示している。田中丸⁴⁾はタンクモデル定数の同定に2つの局所的探索法と6つの大域的探索法を適用し、それらの適応性を比較検討している。その結果、局所的探索法では探索出発点の良否に同定結果が強く依存することを示しており、大域的探索法では探索出発点の良否に影響されずに大域的な解が求められることを示している。また、多田⁵⁾はPSOアルゴリズムをタンクモデルのパラメータ同定へ適用し、PSOがSCE-UA法と同等の性能を示し、場合によってはそれ以上の性能を示すことを確認してい

る。このように、タンクモデルのパラメータ最適化に関する様々な研究がなされ、観測流量に適合するハイドログラフが得られるパラメータを同定することができるようになった。

一方、鈴木ら⁶⁾はダム流域を対象に大域的探索法の一つである遺伝的アルゴリズムにより推定されたモデルパラメータの不確実性をブートストラップ法により評価し、結論として同定された多くのパラメータは探索範囲の影響を強く受け、推定されたパラメータが一意的でない解となっていることを示している。

一意的に決定できない要因として、同定結果が初期値や探索範囲の影響を受けることやモデル構造が柔軟でありモデルパラメータが不確実性を含むことが考えられている。また、最適解の一意性と適合度の高さは相反傾向にあること⁷⁾や、高水部重視の同定と低水部重視の同定ではトレードオフの関係にあること⁸⁾が指摘されている。

タンクモデルの構造やモデルパラメータの不確実性に関する研究として、多田ら⁷⁾は、タンクモデルの不安定性について検討を行い、従来から使用されてきた制約条件に新たな制約条件を追加することで、安定したパラメータの値に同定することが可能であることを示している。藤原ら⁹⁾はモデル定数やハイドログラフの不確実性

及び流出モデルの構造から生じる誤差について検討を行い、タンクモデルに多目的最適化を適用することでモデル構造の不備やモデルの限界が明らかにできることを示している。また、タンクモデルパラメータと土地利用や表層地質などの関連性について検討した研究^{(10),(11)}のように、タンクモデルパラメータの物理性についての研究が行われ、タンクモデルパラメータと流域条件との関連性が検討されている。しかしながら、タンクモデルパラメータの物理性は明らかになっておらず、一意的な値に決定することは未だ困難である。

以上のことから、本研究ではタンクモデルパラメータの不確実性の原因とその特性を解明すること、そして流域固有のパラメータの探索可能性について検討することを目的とする。

2. モデルと使用データ

(1) モデル

本研究では議論を進めやすくするためにパラメータ数を少なくするように努め、図-1に示す7つのパラメータを有する2段タンクモデルを使用した。比較対象として9つのパラメータを有する損失を考慮した2段タンクモデル(以下、損失考慮型とする)を用いた。なお、3段目のタンクは系外への流出量(損失量)を示している。モデル中のH1, H2, H3は貯留深(mm), A1とA2は流出孔の大きさ, B1とB2は浸透孔の大きさ, C1とC2は流出孔の高さ(mm)である。また、計算はすべて10分単位で行い、短期の出水を対象としたため、蒸発散量はすべての出水で0mm/10minとした。

(2) 使用データ

本研究において対象とした流域は、(独)土木研究所が1969年から継続的に水文観測を行っている裏筑波流出試験地である¹²⁾。本試験地は利根川水系桜川左支川山口川の最上流部、筑波山麓北側斜面に位置する。流域面積は3.12km²、流域平均勾配は等高線延長法によって25°である。流域内は国有林等による森林によって覆われた典型的な山地森林流域である。裏筑波流出試験地において1969年から1998年までに、流域の出口に位置する山口流量観測所で計測された流量データと、祖父ヶ峰雨量観測所で計測された降雨量データのうち、既往最大から順に29番目までのイベント(総降雨量: 31.5mm~301.5mm)を選択した。なお、流量データ及び降雨量データは10分値を使用した。

3. 拡張カルマンフィルタによるパラメータの最適化

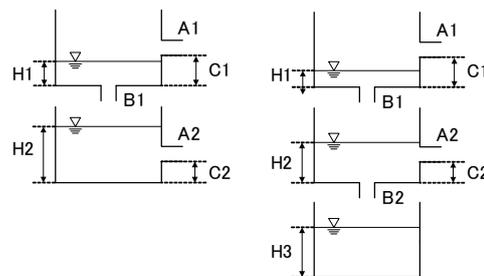


図-1 2段タンクモデル(左)と損失を考慮した2段タンクモデル(右)。

本研究では、拡張カルマンフィルタを用いてパラメータを最適化した。カルマンフィルタは日野¹³⁾によって初めて水文モデルへの適用が試みられ、洪水流出予測に広く利用されてきた。一方、例えば安永¹⁴⁾は、拡張カルマンフィルタを用いて適当な初期値や雑音のレベルを試行錯誤的に決定し、タンクモデルのパラメータ同定に適用している。本研究では、計算流量が観測流量に適合するようにパラメータの値を時々刻々推定するパラメータ推定法を用いて、その最終的なパラメータの値を最適値とする。パラメータ推定法の特徴として流出モデルとそのパラメータが適切でない場合に効果を発揮することが挙げられ、これにより、簡易的な初期値を与えても流域固有の値に決定することができるものと考えられる。

拡張カルマンフィルタによるパラメータ最適化において設定すべき入力値は初期値と、それ以外に初期値の推定誤差、観測雑音の標準偏差、システム雑音がある。初期値の推定誤差は与えた初期値と同じ値を標準偏差として与える。ノイズは非正常であるのが合理的ではあるが、本研究では、使用する29イベント全ての出水で試行錯誤的に観測雑音の標準偏差を0.01、システム雑音を0.01(1%)と決定し、それぞれ一定として与えた。

(1) 初期値への依存性

拡張カルマンフィルタによる最適化の性能を評価するため、テスト用に作成したモデルタンク⁷⁾(真のタンクモデル³⁾のパラメータの値(A1; 0.006, A2; 0.00025, B1; 0.05, C1; 5mm, C2; 1mm)を真値とし、裏筑波流出試験地で1990年9月30日から10月3日までに観測された降雨量データ(総降雨量; 108.0mm)をモデルタンクに与えて計算される流量を真の流量とし、以下の検討を行った。

初期値がパラメータ最適化に与える影響を確認するために、作成した真値を基本として、与える初期値の一つのパラメータのみを変化させて最適化を行った。ここで、初期値として一般的に取りうるるとされている値の幅よりも十分に大きな幅として、H1には0から0.1刻みで100までを、H2には0から1刻みで1000までを、A1, A2, B1には0から0.001刻みで1までを、C1とC2には1から0.1刻みで100までをそれぞれ1001通り与えた。

まず、変化させた初期値と各パラメータの最適値の関係性に着目する。与えた初期値が大きいほど最適値も大

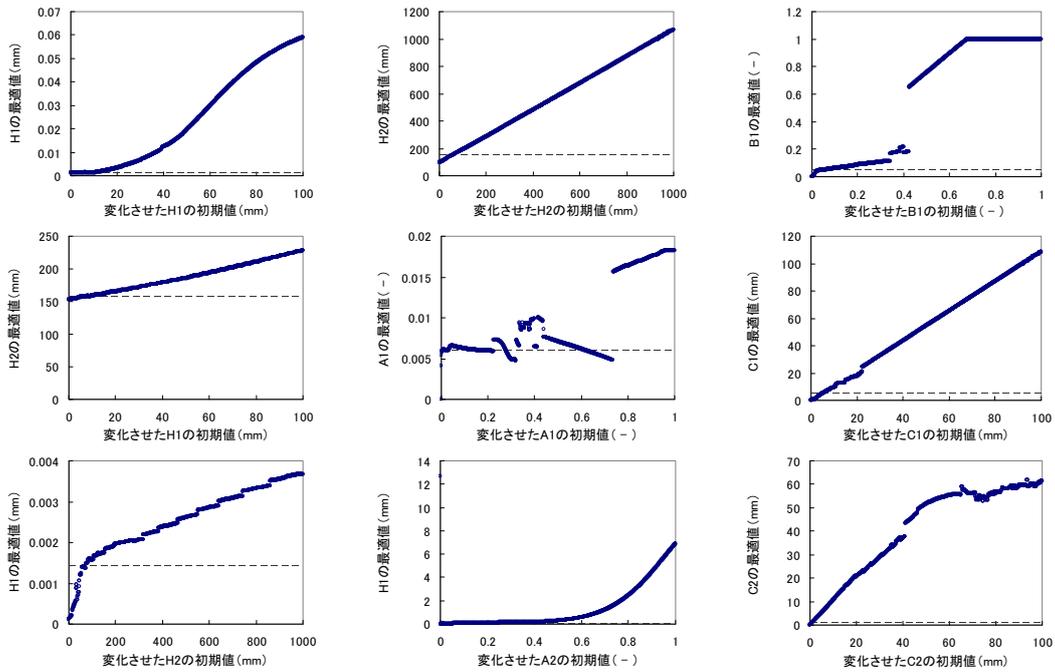


図-2 最適化において変化させた初期値と最適値の関係で発散傾向が認められた関係性(破線は真値)。

表-1 各パラメータの初期値を変化させて最適化した時の各パラメータの最適幅(発散傾向が認められたものは灰色で示している)。

		最適幅						
		H1(mm)	H2(mm)	A1(-)	A2(-)	B1(-)	C1(mm)	C2(mm)
変化させた初期値とその幅	H1 (0-100)	0.0578	75	0.00167	0.000075	0.0279	4.14	0.55
	H2 (0-1000)	0.0036	975	0.00247	0.000328	0.0250	5.76	0.64
	A1 (0-1)	0.0019	16	0.01820	0.000149	0.0521	1.53	0.14
	A2 (0-1)	12.6983	87	0.00597	0.000479	0.0484	3.43	0.78
	B1 (0-1)	102.0000	112	0.00754	0.000159	0.9990	3.51	0.11
	C1 (0-100)	0.0015	17	0.00317	0.000157	0.0500	109.00	0.38
	C2 (0-100)	0.0011	6	0.00222	0.000139	0.0089	5.80	61.80

きくなる関係性, すなわち発散傾向が確認された。その関係性を図-2に示す。図-2に示されたような発散傾向は、初期値が最適化後の最適値へ直接的に影響を与えていることを意味している。

パラメータの初期値として1001通り与え、最適化を行った時の各パラメータの最適幅を表-1に示す。ここで最適幅とは、最適化したパラメータの最大値と最小値の差のことであり、この幅が大きいほど初期値への依存性が大きいと考えられる。各パラメータの最適幅に着目すると、B1の初期値を変化させたときにH1の最適幅は最も大きく、次いでA2の初期値を変化させたとき、H1の初期値を変化させたときの順である。H1以外のパラメータの最適幅は、H2においてはH2の初期値を変化させたときが最も大きく、A1, A2, B1, C1, C2においても同様にそのパラメータ自体の初期値を変化させたときが最も大きい。このことから、拡張カルマンフィルタで最適化を行った各パラメータの最適値は、そのパラメータ自体の初期値への依存度が最も大きいと言える。

次に、貯留深Hに着目すると、H1の初期値を変化させた場合にはH1とH2の最適値との関係性において発散傾向が認められる。H2の初期値を変化させた場合にも同様にH1とH2の最適値との関係性において発散傾向が認

められる。これらのことから、適切なパラメータに同定するためには特にH1とH2の初期貯留深を適切に設定することが重要であると言える。

(2) 拡張カルマンフィルタによるパラメータの収束性

拡張カルマンフィルタによるパラメータの真値への収束性について検証する。作成した真値において、A1, A2, B1, C1, C2の5つのパラメータのうち、一つのパラメータの初期値のみを変化させて拡張カルマンフィルタで最適化を行った。ここで、与える初期値として、A1には0.001から0.001刻みで0.01まで、A2には0.0001から0.0001刻みで0.001まで、B1には0.02から0.01刻みで0.11まで、C1には1から1刻みで10まで、C2には0.001から0.001刻みで0.01までをそれぞれ10通り与えた。図-3に一つのパラメータの初期値のみを変化させて拡張カルマンフィルタで最適化を行った結果を示す。初期値が真値でなくても、パラメータの値が真値に近づくことが確認できる。特に、A, Bほどその傾向が強いことが分かる。このように、拡張カルマンフィルタによりタンクモデルパラメータを最適化することで、正確な初期値を与えなくても流出孔の大きさAと浸透孔の大きさBの最適値は真値に近づくことが確認された。

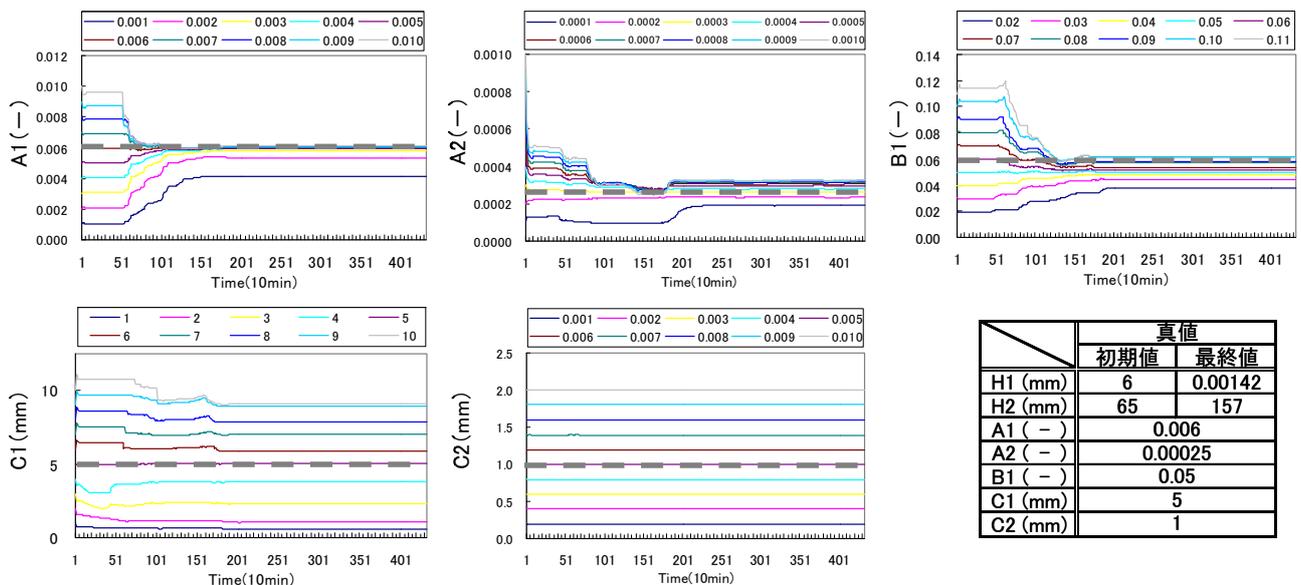


図-3 一つのパラメータの初期値のみを変化させて拡張カルマンフィルタで最適化を行った各パラメータのパラメータ変動(凡例の値は与えた初期値、破線は真値)と作成した真値。

表-2 パラメータの初期値

2段タンクモデル		損失考慮型2段タンクモデル	
Parameter	Initial values	Parameter	Initial values
H1(mm)	0, 5, 10	H1(mm)	0, 5, 10
H2(mm)	20, 60, 100	H2(mm)	20, 60, 100
A1(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91	A1(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91
A2(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91	A2(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91
B1(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91	B1(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91
B2(-)		B2(-)	0.01, 0.31, 0.61, 0.91
C1(mm)	2, 6, 10	C1(mm)	2, 6, 10
C2(mm)	2, 6, 10	C2(mm)	2, 6, 10

表-3 洪水イベントの総降雨量と貯留深Hの標準偏差との決定係数

	H1	H2	H3
2段タンクモデル	0.902	0.945	-
損失考慮型2段タンクモデル	0.811	0.535	0.849

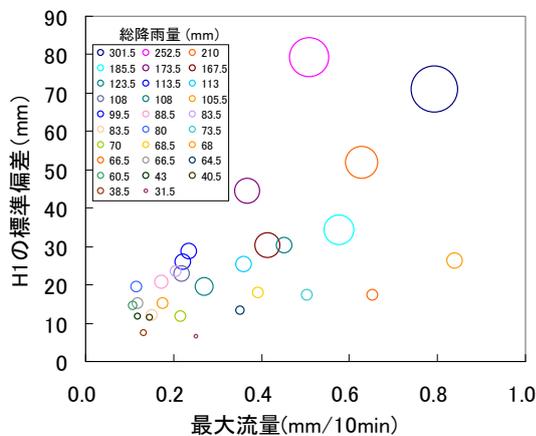


図-4 2段タンクモデルにおける総降雨量、最大流量及び貯留深H1の標準偏差の関係。

(3) データ特性がパラメータ最適化に与える影響

降雨流出モデルパラメータの同定に用いる観測データについての既往研究を挙げると、例えば永井ら³⁾は、種々検討を行った結果、豊水年の観測データを用いるよりも渇水年の観測データを用いた方が高精度の同定結果が得られると報告している。

拡張カルマンフィルタによるパラメータ最適化においても、初期値以外に、使用する観測データの質が影響を与えていると考えられる。例えば、使用する観測データがパラメータの最適化に与える影響として、データ個数、データ分解能などのデータ特性が考えられる。そこで、

最適化結果のばらつき具合を評価するために、拡張カルマンフィルタで最適化した後の最適値(最終値)の標準偏差を計算し、計算した各パラメータの標準偏差と使用する観測データの総降雨量やデータ数といったデータ特性との関係について検討を行った。

初期値として表-2に示す値の組み合わせ、2段タンクモデルでは5184通り、損失考慮型2段タンクモデルでは20736通りを与え、拡張カルマンフィルタで最適化を行った。図-4は、2段タンクモデルにおける使用洪水イベントの総降雨量、最大流量及び貯留深H1の標準偏差の関係である。円の大きさは、使用洪水イベントの総降雨量の大きさを表している。まず、最大流量とH1の標準偏差の関係に着目すると、最大流量が大きいほどH1の標準偏差が大きい傾向が見られる。次に、円の大きさに着目すると、総降雨量が多いほどH1の標準偏差が大きい傾向が見られる。2段タンクモデルのH2及び損失考慮型2段タンクモデルのH1, H2, H3においても同様の傾向が見られた。

ここで、表-3に使用した洪水イベントの総降雨量と貯留深Hの標準偏差との決定係数を示す。H1, H2, H3ともに総降雨量が多いものほど、貯留深Hの標準偏差は大きいことがわかる。正の相関があった要因の一つとして、使用洪水イベントの総降雨量が多いほどタンク内で貯留することで流出量を調節していることが挙げられる。また、損失を考慮することでH1とH2の決定係数が小さくなっているが、これは3段目のタンクに貯留量が分散されたためと考えられる。貯留深H以外のパラメー

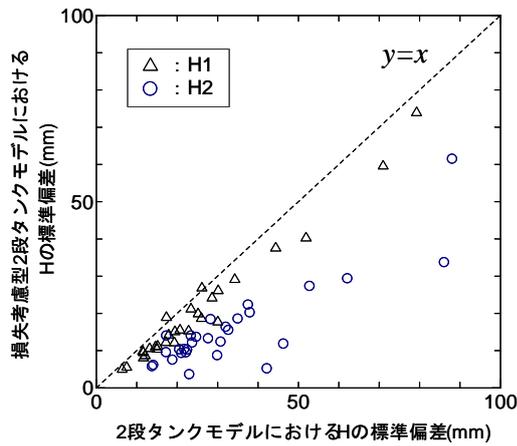


図-5 2段タンクモデルにおける貯留深H1及びH2の標準偏差と、損失考慮型2段タンクモデルにおける貯留深H1及びH2の標準偏差の関係。

タについては、パラメータの標準偏差と総降雨量及び最大流量に関する有意な傾向は見られなかった。

(4) モデル構造の比較

タンクモデル構造の違いについて検討を行う。図-5に2段タンクモデルにおける貯留深H1及びH2の標準偏差と、損失考慮型2段タンクモデルにおける貯留深H1及びH2の標準偏差の関係を示す。2段タンクモデルと損失考慮型2段タンクモデルを比較すると、定性的には大きな違いはないが損失を考慮することでH1の標準偏差は21.0%、H2の標準偏差は54.4%小さくなった。以上のことから、損失を考慮することでパラメータの不確実性は小さくなり、モデルの安定性が向上することが分かった。長期間の流出計算では損失量を最下段から一定の割合で減ずる方法により安定した適合度を保つことが確認されており⁷⁾、短期出水の流出計算でも同様の結果が得られた。

4. パラメータの同定結果

一般に、パラメータの最適解は評価関数を最小化するパラメータの組合せを探索することで求められる。しかし、物理的視点に立って考えるとそれが必ずしも適切な方法とは言えない。そこで、本研究では評価関数の基準値を設定し、最適化結果をスクリーニングすることでパラメータを同定する。計算流量が観測流量をどの程度再現しているのかを評価する指標として様々な評価関数が使用されているが、ここでは、ハイドログラフの適合度判定において広く使用されているNash Sutcliffe 指標¹⁵⁾と総流出量誤差率、ピーク流量誤差率を使用し、パラメータを同定する。

$$Nash = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_o(i) - Q_c(i))^2}{\sum_{i=1}^N (Q_o(i) - \overline{Q_o})^2} \quad (1)$$

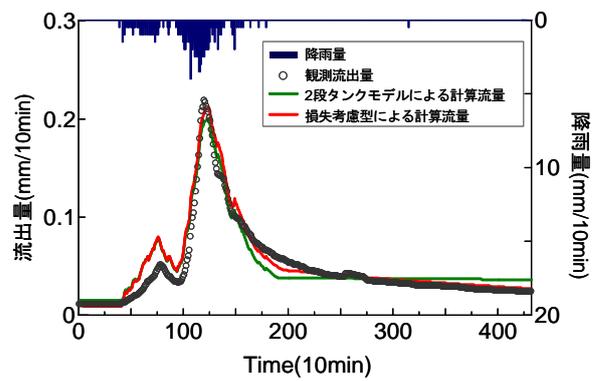


図-6 2段タンクモデルと損失考慮型2段タンクモデルにおいて同定されたパラメータの値で推定したハイドロハイトグラフの一例。

$$\overline{Q_o(i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_o(i) \quad (2)$$

ここで、 Q_o は観測流量、 Q_c は計算流量、 $i(i=1 \sim N)$ は時点、 N はデータ数である。Nash Sutcliffe 指標を最大化することは、最小二乗誤差基準及びRMSE(Root Mean Square Error)を最小化することと等価である。

(1) ハイドログラフの再現性

拡張カルマンフィルタによるパラメータの最適化については、前述した通りである。最適化結果をNash Sutcliffe 指標0.9以上、総流出量誤差率10%以下、ピーク流量誤差率10%以下の基準でスクリーニングする。その結果、2段タンクモデルでは5洪水イベント、合計37パラメータセット、損失考慮型では4洪水イベント、合計50パラメータセットが残存した。図-6は、2段タンクモデルと損失考慮型2段タンクモデルにおいて同定されたパラメータの値で推定したハイドロハイトグラフの一例である。なお、初期貯留深は最適化を行う際に与えた初期貯留深と同じ値としている。どちらのモデルとも、全体的に精度良く再現できており、また、損失を考慮することでピーク流量及びピーク後の流量逡減部の再現性が良くなっている。拡張カルマンフィルタを使用することで、洪水イベントごとでは初期値として客観的かつ簡易的な値を使用してもパラメータを精度良く同定することができた。

(2) タンクモデルパラメータの流域一意性

前項で同定された結果から、流域固有のタンクモデルパラメータの存在可能性について検討を行った。図-7に2段タンクモデルにおけるパラメータの同定結果、図-8に損失考慮型2段タンクモデルの同定結果を示す。ここで、エラーバーの上限値は最大値、下限値は最小値、記号は平均値を示す。いずれのモデルともC1とC2は比較的大きな同定幅であるが、AとBは一意的な値に同定できていると考えられる。また、B1の同定幅はA1及びA2と比べると大きい、損失を考慮することで小さくなっ

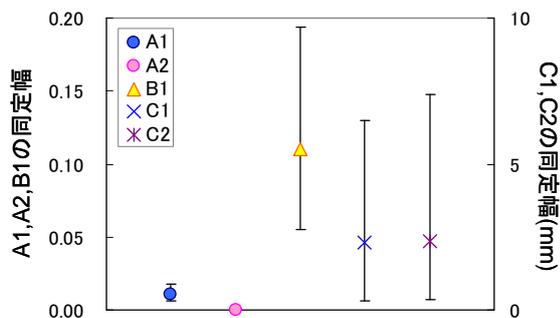


図-7 2段タンクモデルにおけるパラメータの同定結果(エラーバーの上限值は最大値, 下限値は最小値)。

ていることわかる。対象とした流域において、特に流出孔の大きさAと浸透孔の大きさBは一意的な値に決定することができ、流域固有のパラメータの存在可能性が示唆された。

5. まとめ

本研究では、タンクモデルパラメータの不確実性を解明すること、そして流域固有のパラメータの探索可能性を検討することを目的として数値実験を行った。最適化手法として拡張カルマンフィルタを用い、その結果を複数の評価指標でスクリーニングすることでパラメータを同定した。本研究によって得られた主要な知見を以下に示す。

- 1) 拡張カルマンフィルタによる最適化において、各パラメータの最適値は、そのパラメータ自体の初期値への依存度が最も大きく、適切なパラメータに同定するためには特に貯留深H1及びH2の初期貯留深を適切に設定することが重要である。
- 2) 損失を考慮することで短期出水イベントを対象にしてもモデルの安定性が向上することが分かった。
- 3) 本研究で使用したパラメータ同定手法は、初期値として客観的かつ簡易的な値を使用してもパラメータを精度良く同定することが可能であることを示した。
- 4) 対象とした流域において、流出孔の高さCの不確実性は大きく一意的な値に決定できなかったが、流出孔の大きさAと浸透孔の大きさBは一意的な値に決定することができ、流域固有のパラメータの存在可能性が示唆された。

謝辞: 本研究の遂行に際し、(独)土木研究所 水災害・リスクマネジメント国際センターより裏筑波流出試験地の水文データの提供をしていただきました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 菅原正巳: 流出解析法, 共立出版, 1972.

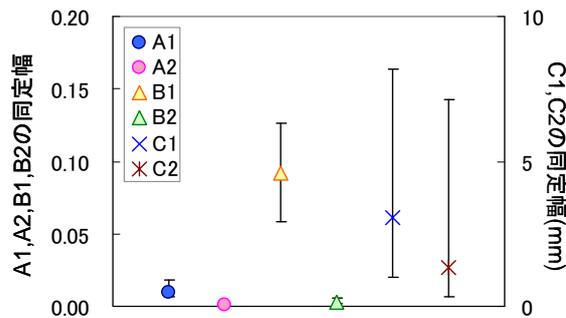


図-8 損失考慮型2段タンクモデルにおけるパラメータの同定結果(エラーバーの上限值は最大値, 下限値は最小値)。

- 2) 永井明博・角屋睦: 流出モデル定数の最適化手法, 京大防災研究所年報, Vol.22, pp.209-224, 1979.
- 3) 永井明博・角屋睦: タンクモデルの最適同定法に関する基礎的検討, 京大防災研究所年報, Vol.23, pp.239-247, 1980.
- 4) 田中丸治哉: タンクモデル定数の大域的探索, 農業土木学会論文集, No.178, pp.103-112, 1995.
- 5) 多田毅: PSOアルゴリズムによる流出モデルパラメータの最適化, 水文・水資源学会誌, Vol.20, No.5, pp.450-461, 2007.
- 6) 鈴木誠・百田博宣・神野健二・河村明: GAを用いたタンクモデル同定に関する統計的検討, 水工学論文集, Vol.42, pp.115-120, 1998.
- 7) 多田毅・横尾善之・重村利幸: タンクモデル定数の同定における安定性の導入, 土木学会論文集, No.782/II-70, pp.1-10, 2005.
- 8) 藤原洋一・田中丸治哉・畑武志・多田明夫: 流出モデル定数の最適同定における誤差評価関数の選択に関する研究, 農業土木学会論文集, No.225, pp.137-149, 2003.
- 9) 藤原洋一・田中丸治哉: 多目的最適化による流出モデルの評価に関する研究, 農業土木学会論文集, No.237, pp.45-55, 2005.
- 10) 横尾善之・風間聡: GISデータによるタンクモデル定数の推定, 水工学論文集, Vol.42, pp.109-114, 1998.
- 11) 横尾善之・風間聡・西村仁嗣・沢本正樹: 国土数値情報に基づくタンクモデル定数の推定, 水文・水資源学会誌, Vol.12, No.6, pp.481-491, 1999.
- 12) 益倉克成・吉野文雄・吉谷純一・深見和彦・堀内輝亮・山邊満: 裏筑波流出試験地調査成果報告書, 土木研究所資料, 第2959号, 1991.
- 13) 日野幹雄: 水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用, 土木学会論文集, No.221, pp.39-47, 1974.
- 14) 安永武英・神野健二・河村明: 宅地開発にともなう農業用溜池への流入量の変化について, 水工学論文集, Vol.36, pp.629-634, 1992.
- 15) Nash, J.E and Sutcliffe, J.V: River flow forecasting through conceptual models part I-A discussion of principles, *J.of Hydrol.*, Vol.10, pp.282-290, 1970.

(2009. 9. 30受付)