流出モデルの確率応答特性評価に基づく集中化に関する研究

LUMPING PROCESS OF RUNOFF MODEL BASED ON EVALUATION OF ITS STOCHASTIC RESPONSE

田中　岳[1)]・八幡　江里子[2)]・田中　梢[3)]
Gaku TANAKA, Eriko YAHATA and Kozue TANAKA

[1)]正会員　博士（工学）　北海道大学助教　大学院工学研究科（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）
[2)]学生会員　北海道大学　大学院工学研究科（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）
[3)]学生会員　北海道大学　工学部環境社会工学科（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）

In this paper, the runoff system composed of hillslope runoff generation model and channel network is used, and theoretical differential equations to calculate the first- and second-order moments of discharge are derived. The results are as follows: t_c called the time of concentration and the variance of height of runoff, ${\sigma_{q_i}}^2$, in a steady state are regarded as constant when the catchment area is smaller than one hundred and several tens to several hundreds kilometers square. ${\sigma_{q_i}}^2$ in a steady state is maximized at a value for n_r, which means a spatial resolution of topographic information.

The results of this study can be applicable to the evaluation method of lumping process of models based on their stochastic response characteristics.

Key Words : *runoff model, lumping process, stochastic response*

１．はじめに

河川整備が十分に行き届かず，水文観測の不十分な流域では，一般に，洪水災害の防止と軽減を目的とした洪水の予測技術が不足する傾向にある．このような洪水災害に対して脆弱な地域では，河川管理者のみならず流域住民にとっても，理解と運用の容易な流出解析システムが有用である．その流出解析システムの実現として，流域の一部（サブ流域）を集中定数系モデル（概念モデル）で表現し，河道追跡と組み合わせたシステムが考えられる．この流出解析システムの構築手法は，学術的に見て重要性が高いものの，幾つかの未解決問題を含んでいる．例えば，集中化が妥当な流域面積を求める問題のように，従来から扱われてきた，流出モデルの集中化の妥当性を評価する問題（集中化の評価問題）がその例である．

流出モデルの集中化に関する研究では，分布定数系モデルのKinematic Wave式[1), 2), 3), 4)]や浸透流式[5), 6), 7), 8), 9)]を基礎式として，それらを空間軸上で積分することで集中定数系モデルの貯留方程式を与える．これらは，降雨量の平均値に関する時系列を決定論的関数として，流出量の平均値により集中化を評価したものである．その一方で，基礎式を確率微分方程式として流出量の二乗平均誤差[10)]，さらには流出量の確率密度関数に基づく評価手法[11), 12)]へと，集中化に関する研究は展開された．ただ，上記の研究は，いずれも斜面系での流出のみが対象である．その後，田中[13), 14), 15)]は，この集中化に関する確率論的評価を小・中流域に適用することを踏まえて，斜面系と河道系とから構成された流出モデルのそれぞれにKinematic Waveモデルを採用し，小流域における確率応答特性を理論的に求めた．さらに，前報において田中[16)]は，集中化の解析対象となる流域の拡大を目指し，自己相似性を有するある模擬された流域（MV network）[17)]において，降雨量の確率特性が既知の条件下で流出量の確率応答特性を理論的に推定している．

本論文では，前報[16)]とは異なる模擬された流域において，降雨量の確率特性が既知の条件下で流出量の確率応答特性を理論的に推定し，その妥当性をシミュレーション法に基づき評価した後，流域面積とそれらの関係について，前報の成果と加えて議論する．さらに，固定された流域面積に対して，空間分解能と流出量の確率応答特性との関係を検討する．なお，ここで得られた結果は，集中化が妥当な流域面積の制限条件の提示に役立つものと期待される．

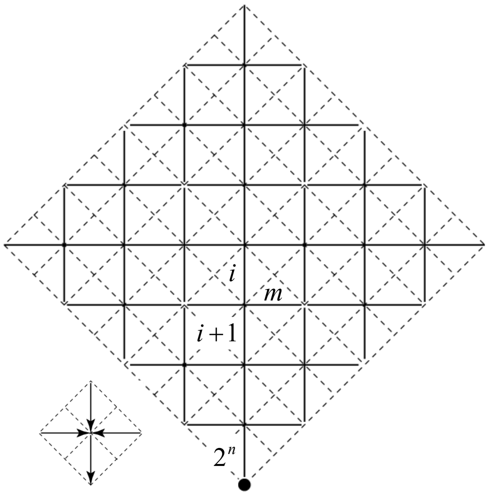

図-1　流域と模擬河道網[19)]

2.　模擬された河道網構造と流出モデル

実際の流域を斜面と河道とに分離して得られる河道網構造が自己相似性をもつ[18)]ことから，本論文では，二本の河道が合流する前報[16)]とは異なり，三本の河道が合流する模擬された河道網（Peano network）を用いる（図-1）．なお，図-1の実線は河道を，破線は各河道の両岸に連結された三角形斜面を，●印が流域の下流端をそれぞれ意味している．図に示すi ($\le 2^n$，n：自然数のパラメータ)は，河道（リンク）の位置を表す．例えば，$i=1$は上流端の河道（外部リンク）を，$i=2^n$は下流端の河道（内部リンク）をそれぞれ意味する．図-1の左下に示された図は，二斜面一河道からなる三つの単位流域が合流した最小の流域（$n=1$）を表し，図-1は，$n=3$として模擬された流域を示している．

本論文では，斜面，河道の各要素モデルとして，以下の集中定数系モデルを採用する．前報[16)]にて述べたように，洪水時の流れを対象として山地域の小・中流域を考えると，一般に，不定流の運動方程式の慣性項と圧力項とが，重力項と摩擦項に比べて無視できる程に小さくなる．そのうえ，勾配が急であるため，斜面にも河道にも射流流れの等流近似が成立し，いずれの要素モデルに対しても，Kinematic Waveモデルの採用が可能となる．しかしながら，以後の解析を容易にする観点から，以下のモデルを採用している．

斜面要素モデル：

$$s_h = k_h {q_h}^{p_h} \qquad (1) \qquad \frac{ds_h}{dt} + q_h = r \qquad (2)$$

s_h：貯留高(L); q_h：流出高(LT^{-1});

r：降雨強度(LT^{-1}); t：時間(T);

k_h:貯留係数($L^{1-p_h}T$); p_h：貯留指数(1)

河道要素モデル：

$$s_i = k_i {q_i}^{p_c} \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \dfrac{ds_{i+1}}{dt} + q_{i+1} = Aq_h + q_i + \chi q_m \quad , i = (2l-1)m \\ \dfrac{ds_1}{dt} + q_1 = Aq_h \end{cases} \qquad (4)$$

s_i：貯留量(L^3); q_i:流出量(L^3T^{-1});

k_i：貯留係数($L^{3(1-p)}T^p$); p_c：貯留指数(1);

$m = 2^{n-k}$; k ($\le n$)：自然数; l ($\le 2^{k-1}$)：自然数;

A：一河道二斜面からなる最小要素の面積

添え字iは，河道の位置（図-1）と対応している．また，q_mは，$i+1$番目の河道の上流端に連結された左右の流域からの流入量を意味する．なお，本論文が用いた模擬河道網（図-1）の場合には，式(4)の$\chi=2$，前報での模擬河道網の場合には，$\chi=1$となる．

本論文では，この模擬された流域に対して，流域面積の変化と，i番目の河道での流出量の確率特性（平均値と分散）との関係を定量化する．さらに，固定された同一の流域面積に対する空間分解能の変化（nの大小）との関係についても議論する．

3.　流出量の確率応答特性の推定

降雨流出系を対象とした非線形確率微分方程式の解法は，これまでに藤田ら[11)]を中心に示されてきた．本論文でもこれらに従い，上記の模擬された流域におけるi番目の河道での流出量の確率特性（平均値と分散）を与える連立微分方程式を求める．その誘導過程の概要は，以下の通りである．

降雨強度r，貯留高s_h，貯留量s_iの各変数（確率変数）を平均値（bar記号）とそれからの偏差（tilde記号）とに分離する．例えば，降雨強度rは，

$$r = \bar{r} + \tilde{r}, \qquad \langle \tilde{r} \rangle = 0 \qquad (5)$$

$\langle\ \rangle$：期待値演算子

のように表される．また，非線形項（指数型の確率変数）に対しては，以下に示すBrasら[20)]の近似式を用いる．

$$ {s_h}^{m_h} = \alpha_h \bar{s}_h + \beta_h \tilde{s}_h \quad (6) \qquad {s_i}^{m_c} = \alpha_i \bar{s}_i + \beta_i \tilde{s}_i \quad (7)$$

$$m_h = 1/p_h, \qquad m_c = 1/p_c$$

上式に含まれるパラメータα_h，β_h，α_iおよびβ_iについては，原論文[20)]を参照されたい．これらを式(1)から(4)に代入し，若干の計算を施すことで斜面での流出高q_hの確率特性（平均値$\bar{q}_h$と分散${\sigma_{q_h}}^2$）と，i番目の河道での流出量q_iの確率特性（平均値$\bar{q}_i$と分散${\sigma_{q_i}}^2$）とを与える微分方程式が，以下のように与えられる．

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{s}_{i+1}}{dt} + D_{i+1}\alpha_{i+1}\bar{s}_{i+1} = AD_h\alpha_h\bar{s}_h \\ \qquad\qquad + D_i\alpha_i\bar{s}_i + \chi D_m\alpha_m\bar{s}_m \quad , i = (2l-1)m \\ \dfrac{d\bar{s}_1}{dt} + D_1\alpha_1\bar{s}_1 = AD_h\alpha_h\bar{s}_h \end{cases} \qquad (8)$$

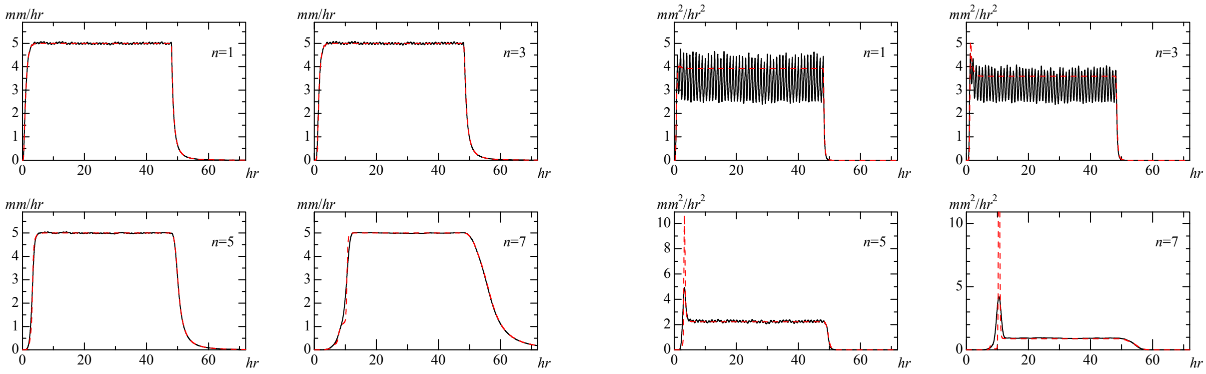

図-2　シミュレーション法による比較結果

$$\frac{d\bar{s}_h}{dt} + D_h\alpha_h\bar{s}_h = \bar{r} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_{i_2+1}\rangle}{dt} + \left(D_{i_1+1}\beta_{i_1+1} + D_{i_2+1}\beta_{i_2+1}\right)\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_{i_2+1}\rangle \\ \quad = AD_h\beta_h\left(\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_h\rangle + \langle\tilde{s}_{i_2+1}\tilde{s}_h\rangle\right) \\ \quad + D_{i_1}\beta_{i_1}\langle\tilde{s}_{i_1}\tilde{s}_{i_2+1}\rangle + D_{i_2}\beta_{i_2}\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_{i_2}\rangle \\ \quad + \chi D_{m_1}\beta_{m_1}\langle\tilde{s}_{m_1}\tilde{s}_{i_2+1}\rangle + \chi D_{m_2}\beta_{m_2}\langle\tilde{s}_{m_2}\tilde{s}_{i_1+1}\rangle, \qquad i_1 \ge i_2 \ge 1 \\ \dfrac{d\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_1\rangle}{dt} + \left(D_{i_1+1}\beta_{i_1+1} + D_1\beta_1\right)\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_1\rangle \\ \quad = AD_h\beta_h\left(\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_h\rangle + \langle\tilde{s}_1\tilde{s}_h\rangle\right), \qquad i_1 \ge 1 \\ \quad + D_{i_1}\beta_{i_1}\langle\tilde{s}_{i_1}\tilde{s}_1\rangle + \chi D_{m_1}\beta_{m_1}\langle\tilde{s}_{m_1}\tilde{s}_1\rangle \\ \dfrac{d\langle\tilde{s}_1\tilde{s}_1\rangle}{dt} + 2D_1\beta_1\langle\tilde{s}_1\tilde{s}_1\rangle = 2AD_h\beta_h\langle\tilde{s}_1\tilde{s}_h\rangle \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_h\rangle}{dt} + \left(D_{i_1+1}\beta_{i_1+1} + D_h\beta_h\right)\langle\tilde{s}_{i_1+1}\tilde{s}_h\rangle \\ \quad = AD_h\beta_h\langle\tilde{s}_h\tilde{s}_h\rangle + D_{i_1}\beta_{i_1}\langle\tilde{s}_{i_1}\tilde{s}_h\rangle, \qquad i_1 \ge 1 \\ \quad + \chi D_{m_1}\beta_{m_1}\langle\tilde{s}_{m_1}\tilde{s}_h\rangle \\ \dfrac{d\langle\tilde{s}_1\tilde{s}_h\rangle}{dt} + \left(D_1\beta_1 + D_h\beta_h\right)\langle\tilde{s}_1\tilde{s}_h\rangle \\ \quad = AD_h\beta_h\langle\tilde{s}_h\tilde{s}_h\rangle \\ \dfrac{d\langle\tilde{s}_h\tilde{s}_h\rangle}{dt} + 2D_h\beta_h\langle\tilde{s}_h\tilde{s}_h\rangle = c\sigma_r^2 \end{cases} \tag{11}$$

$$\bar{q}_i = D_i\alpha\bar{s}_i \tag{12}$$

$$\bar{q}_h = D_h\alpha_h\bar{s}_h \tag{13}$$

$$\sigma_{q_i}^{\ 2} = (D_i\beta_i)^2\langle\tilde{s}_i\tilde{s}_i\rangle \tag{14}$$

$$\sigma_{q_h}^{\ 2} = (D_h\beta_h)^2\langle\tilde{s}_h\tilde{s}_h\rangle \tag{15}$$

c：大きさ1の定数(T);

$\sigma_r^{\ 2}$：降雨強度rの分散(L^2T^{-2})

なお，

$$D_i = \left(\frac{1}{k_i}\right)^{m_c}, \qquad D_h = \left(\frac{1}{k_h}\right)^{m_h}$$

m_1，m_2は，それぞれi_1，i_2に対応したmの値を意味する．なお，これらを誘導する際，降雨強度rの二次のキュムラント関数が必要となる．本論文では，rが互いに独立な確率変数として，

$$\langle\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)\rangle = \sigma_r^{\ 2}\delta(\tau_1 - \tau_2),$$

δ : Diracのデルタ関数

を用いた．

4．　シミュレーション法による検証

斜面での流出高q_hの確率特性と，i番目の河道での流出量q_iの確率特性を与える連立微分方程式，式(8)から(15)に含まれたパラメータχの値が，先に述べたように，前報[16]での模擬河道網と本論文のそれとの違いを表している．前報の結果を踏まえると，式(8)から(15)の妥当性も十分に示されることが予想される．ここでは，シミュレーション法に基づく評価結果のみを示すこととする．なお，計算において，斜面流れには，

$$p_h = \frac{3}{5}, \qquad k_h = 0.625\left(\frac{n_h}{\sqrt{i_h}}\right)^{\frac{3}{5}}\left(\frac{l_0}{4}\right)^{p_h}$$

n_h：等価粗度($L^{-1/3}T$); i_h：斜面勾配(1);

l_0：二つの三角形斜面が連結された河道の長さ(L)

を，河道流れには，

$$p_c = \frac{2}{3}, \qquad k_i = C^{-\frac{2}{3}}i_i^{-\frac{1}{3}}l_0w_i^{\frac{1}{3}}$$

C : Chezy係数($L^{1/2}T^{-1}$);

i_i：i番目の河道での河床勾配(1); w_i：河幅(L)

を用いる．また，i（>2）番目の河道での河床勾配i_iおよび河幅w_iについては，これより上流側の流域面積A_iの関数として次式により与える．

$$i_i = i_1\left(\frac{A_i}{A}\right)^{-0.5}, \qquad w_i = w_1\left(\frac{A_i}{A}\right)^{0.5}$$

なお，最小要素の面積Aと，i番目の河道より上流側の流域面積A_iについては，それぞれ，

$$A = \frac{l_0^{\ 2}}{2}, \qquad A_i = 2A\sum_{k=1}^{n}\left[\left(\frac{i-1}{2^{n-k}}+1\right)\Big/2\right]4^{n-k} + iA$$

表-1　パラメータnと流域面積

n	1	2	3	4	5	6	7
km^2	8.000	32.00	128.0	512.0	2048	8192	32768

[ ]: Gauss記号

により与えられる．**表-1**は，$l_0 = 2000\,(m)$とした場合のパラメータ n と流域面積 A_{2^n} と関係を示している．なお，A_i を与える式については，前報の模擬河道網に対するものと異なることを付記しておく．

図-2（$n \le 7$）は，式(8)から(15)を解くことにより求められた $i\,(=2^n)$番目の河道での流出量 q_i の確率特性（破線）と，シミュレーション法により推定されたそれら（実線）との比較を示している．左の四つの図は平均値を，右の四つは分散の比較結果である．なお，これらの結果は，流出量を流域面積で除すことで基準化された確率特性（流出高の平均値と分散）となっている．**図-2**が示すように，n が増加，つまり流域面積が大きくなると，上昇期に若干の差異が認められるものの，両者の適合度は良好であり，前報[16)]と同様に，式(8)から(15)の妥当性が示されたといえる．

なお，計算条件として，継続時間48(hr)の矩形降雨（$\bar{r} = 5\,(mm/hr)$），$\Delta t = 1\,(hr)$，定数 $\lambda = 0.4$ として，降雨強度 r の分散 $\sigma_r{}^2$ を，

$$\sigma_r{}^2 = \frac{\Delta t \sigma_{r_d}{}^2}{c}, \qquad \sigma_{r_d}{}^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

により与え，他の条件を以下のように設定した．

$$n_h = 0.10, \quad i_h = 0.05, \quad l_0 = 2000\,(m),$$
$$i_1 = 0.05, \quad w_1 = 1\,(m), \quad C = 40$$

また，式(6)，(7)のパラメータ α_h，β_h，α_i および β_i については，

$$\alpha_h = \bar{s}_h{}^{m_h - 1}, \qquad \beta_h = \bar{s}_h{}^{m_h - 1}$$
$$\alpha_i = \bar{s}_i{}^{m_c - 1}, \qquad \beta_i = m_c \bar{s}_i{}^{m_c - 1}$$

により与えた．シミュレーション法による分散の結果には，$1\,(hr)$間隔の振動が見受けられる．これは，$\Delta t = 1\,(hr)$間隔ごとに一定値をとるステップ状の不規則な模擬降雨時系列を式(1)から(4)への入力値とするため，その応答が表現された結果である．

上述のように，各要素モデルの貯留指数，貯留係数には，異なる平均流速公式が用いられている．ただ，これらの係数はパラメータであるため，流出量の確率特性の推定法は，平均流速公式に依存しないことを付記しておく．

5．　流出量の確率特性

(1) 流出量の確率特性と流域面積

ここでは，式(8)から(15)を解いて得られた i 番目の河道での流出量の確率特性と，流域面積との関係に焦点を当て考察する．

Kinematic Waveモデルを用いて田中ら[12)]が指摘したように，シミュレーション結果（**図-2**）から，流域面積にて除すことで基準化された流出高の平均値が一定となる時間，つまり最上流端に与えられた降雨による擾乱が流域末端に到達するまでの時間 t_c（到達時間）の近傍では，流出高の分散がピーク値をとる．**図-3**は，平均降雨強度 $\bar{r}$ を1から10mm/hrまで変化させ，r の変動係数 $\sigma_r / \bar{r} = 0.5$ に保ち，この到達時間 t_c と $\bar{r}$ との関係を図示したものである．前報[16)]と同様に，t_c が指数関数的に減少し，$\bar{r}$ がさらに増加すると，流域面積（n の大小）に関わらず，t_c は一定とみなし得ることがわかる．**図-4**は，平均降雨強度 $\bar{r}$ を一定として，到達時間 t_c と流域面積との関係をまとめたものである．実線は前報[16)]の結果を，波線は本論文による結果を示している．**図-3, 4**から判断すると，前報[16)]と同様に，平均降雨強度 $\bar{r}$ が5mm/hr以上，流域面積が数百km^2以下の場合には，到達時間 t_c が一定であると十分にみなされる．

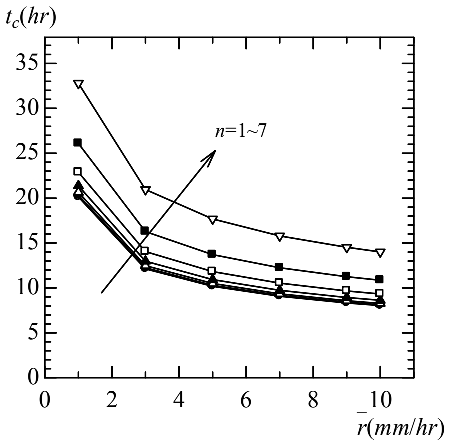

図-3　到達時間と平均降雨強度

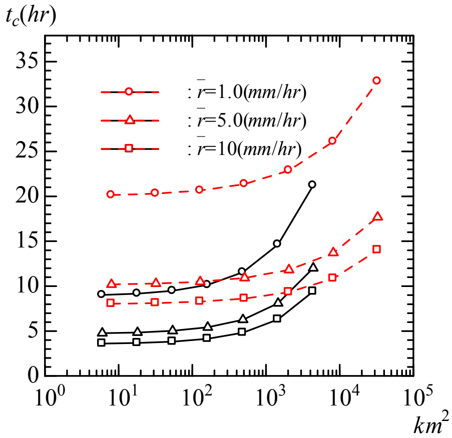

図-4　到達時間と流域面積（前報に追記）

また，**図-5**は，定常状態における流出高の分散と流域面積との関係を図示したものである．前報[16)]にて述べたように，流出高の分散は，降雨強度 r の分散 $\sigma_r{}^2$ に比例する．そこで，**図-5**に示す結果は，$\sigma_r{}^2$ で除すことにより基準化された値となっている．なお，前報[16)]による結果（実線）と，本論文による結果（波線）が，**図-5**には併記されている．**図-5**が示すように，基準化された流出高の分散の定常解は，

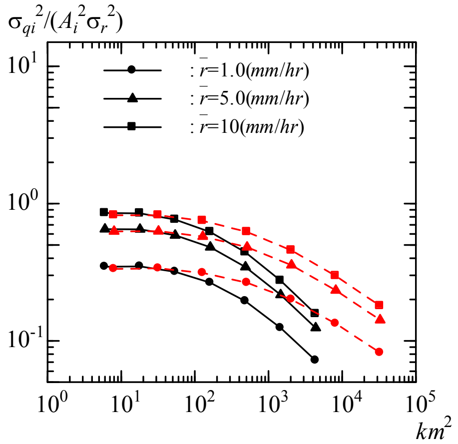

図-5　基準化された流出高の分散と流域面積

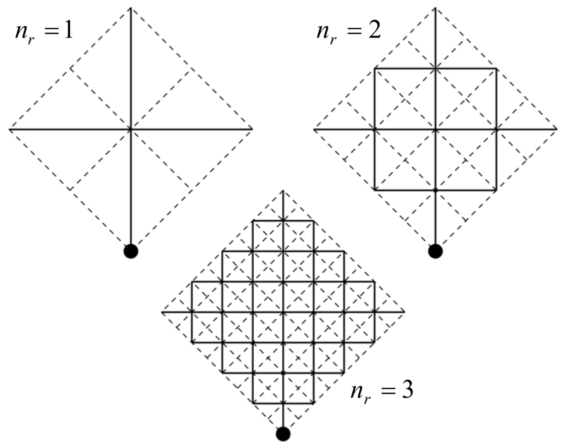

図-6　固定された流域面積と分解能

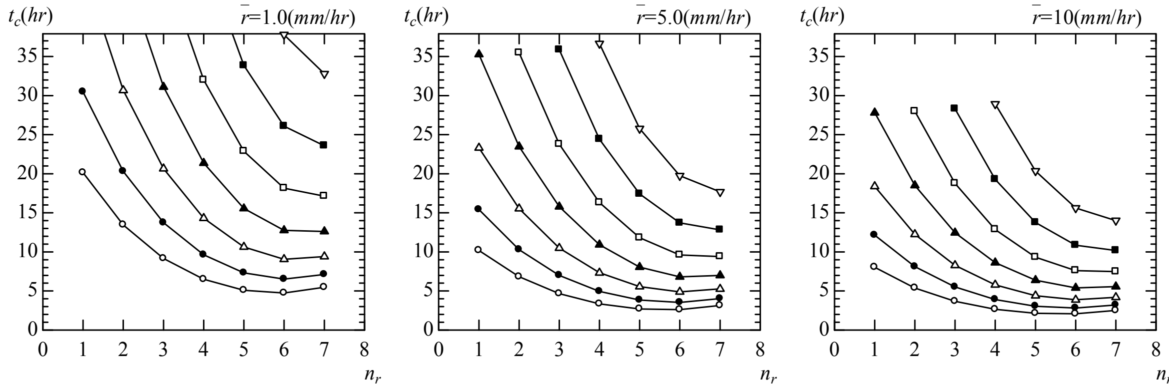

図-7　固定された流域面積に対する到達時間と分解能

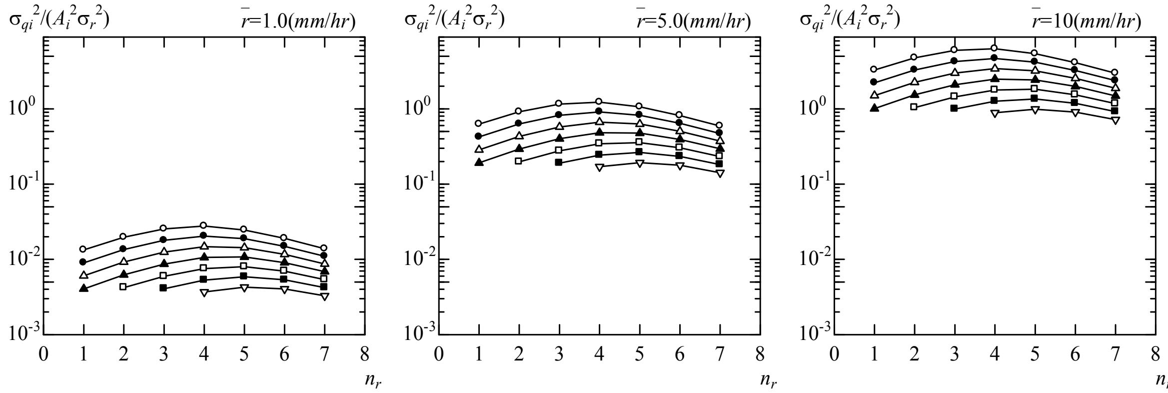

図-8　固定された流域面積に対する基準化された流出高の分散と分解能

流域面積の増加に伴い減少し，流域面積が百数十km^2から数百km^2以下の場合には，その値が一定値とみなし得ることがわかる．

(2) 流出量の確率特性と流域場の空間分解能

前報[16]にて用いた模擬河道網と異なり，本論文にて用いたそれ（**図-1**）により，容易に流域場の空間分解能（河道の分割数）を変化させることができる．なお，この場合は，河川密度も変化している．**図-6**は，同一の流域面積に対して$n_r\,(=n)$の値を1から3に変化させた一例である．ここでは，到達時間t_cと，基準化された流出高の分散$\sigma_{q_i}^2/(A_i^2\sigma_r^2)$の定常解と空間分解能$n_r$との関係に焦点を当て考察する．

図-7は，平均降雨強度$\bar{r}$を1, 5, 10*mm*/*hr*と変化させ，t_cと空間分解能n_rとの関係を示している．図中のシンボルは異なる流域面積を意味する（**表-2**）．今回の計算条件に対しては，到達時間t_cが空間分解能n_rに関して下に凸な関数形をなし，その極小値は，$\bar{r}$とともに減少するが，発生位置（n_rの値）は，$\bar{r}$に影響されないように見受けられる．また，t_cが極小となるn_rの値は，流域面積の増大とともに，大きくなる傾向にある．一方，**図-8**は，平均降雨強度$\bar{r}$を変化させ，基準化された流出高の分散$\sigma_{q_i}^2/(A_i^2\sigma_r^2)$の定常解と空間分解能$n_r$との関係を示している．**図-7**と同様に，図中のシンボルは異なる

表-2　各記号と流域面積

記号	○	●	△	▲	□	■	▽
km^2	8.000	32.00	128.0	512.0	2048	8192	32768

流域面積を意味している．この場合は，$\sigma_{q_i}{}^2/(A_i^2\sigma_r{}^2)$が空間分解能$n_r$に関して上に凸な関数形をなし，その極大値は，$\bar{r}$とともに増大するが，発生位置に関しては，$\bar{r}$の影響を受けないようである．また，$\sigma_{q_i}{}^2/(A_i^2\sigma_r{}^2)$が極大となる$n_r$の値は，流域面積の増大とともに，大きくなる傾向にある．**図-7, 8**から判断すると，本論文が採用した流出解析システムが，低分解能においても，高分解能と同程度の特性（到達時間や，平均，分散の値）を再現し得る場合があるが，ただし，例えば，定常状態における流出量の確率特性に関して同等であっても，到達時間においては，大きな差異を生じることが示唆される．

６．　おわりに

本論文では，小・中流域での洪水予測を対象とした流出析システム構築を前提に，自己相似性を有する模擬された流域に対して，流出量の確率特性を与える理論式を与え，その妥当性を検証した．

小・中流域に対する流出モデルを集中化する観点から，流出量の確率特性と流域面積，流域場の空間分解能との関係を検討し，前報[16]の結果に加えて以下の知見を得た．

- 降雨によって流域に一様に与えられた擾乱が流域末端にまで到達する時間t_c（到達時間）は，平均降雨強度$\bar{r}$が$5mm/hr$以上，流域面積が数百km^2以下の場合には一定とみなし得る．
- 流出高の分散の定常解は，流域面積が百数十km^2から数百km^2以下の場合には，一定となると考えられる．
- 流域場の空間分解能と定常状態における流出量の確率特性との関係において，低分解能においても，高分解能と同程度の特性（到達時間や，平均，分散の値）を示し得る．

上記の結果は，流出モデルを集中化する際の流域面積に関する制限を確率論的に説明する上で有用と考えられるが，本論文では，降雨量のみを取りあげ，それが定常確率過程である場合の解析に止まっている．今後は，降雨量の非定常性も考慮した上で，集中化する際の流域面積に関する制限を検討する予定である．

謝辞：本論文は，平成21年度科学研究費補助金（若手研究(B)）「流出モデルの集中化に関する確率論的評価手法の確立」（研究代表者：田中岳）の支援を受け実施致しました．記して謝意を表します．

参考文献

1) 永井明博，角屋睦: 洪水流出モデルの比較 -丘陵山地流域及び市街地流域を対象として-, 京都大学防災研究所年報, 第21号, pp. 235-249, 1978.
2) 平野宗夫: 山地河川における流出過程について，土木学会論文報告集, 第308号, pp. 69-76, 1981.
3) 藤田睦博: 斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集，第314号，pp. 75-86, 1981.
4) 星清，山岡勲: 雨水流法と貯留関数法との相互関係, 第26回水理講演会論文報告集, pp. 273-278, 1982.
5) 高木不折，松林宇一郎: 流域内での流出特性の平均化過程と流出モデル，土木学会論文報告集，第312号, pp. 73-81,1981.
6) 谷誠: 山地流域の流出特性を考慮した一元鉛直不飽和浸透流の解析，日本林学会誌, No. 67, pp. 449-460, 1985.
7) 松林宇一郎，高木不折，吉田直: 不飽和浸透流理論に基づく斜面流出の集中化について，土木学会論文集, No. 497/II-28, pp. 11-20, 1994.
8) Budaghpur, S., Fujita, M.and Shimizu, Y.: Lumping Process Based on Unsaturated Infiltration Theory, *Ann. J. Hydraul. Eng.*, JSCE, Vol. 39, pp. 209-266,1995.
9) 八田茂実，藤田睦博，山梨光訓: 損失を考慮した不飽和浸透流理論の集中化，土木学会論文集，No. 600/II-44, pp. 11-21, 1998.
10) 高棹琢馬，宝馨，楠橋康広: 洪水流出モデルの確率過程的評価に関する研究，京都大学防災研究所年報，第28号B-2, pp. 221-235, 1985.
11) 藤田睦博，工藤睦信，中尾隆，橋本識秀: 貯留型流出モデルの確率応答に関する研究 -降雨量が時間的に独立な確率過程の場合-，土木学会論文集，No. 515/II-31, pp. 1-11, 1995.
12) 田中岳，藤田睦博，工藤睦信，内島邦秀：Kinematic Waveモデルと貯留型流出モデルの比較 -周波数特性と確率特性-，土木学会論文集, No. 614/II-46, pp. 21-36, 1999.
13) 田中岳: Kinematic Waveモデルの確率応答特性に関する基礎的研究，水工学論文集，第47巻，pp. 229-234, 2003.
14) 田中岳: 斜面長分布を考慮したKinematic Waveモデルの確率応答特性-降雨量が独立な確率変数の場合-，水工学論文集，第48巻(1), pp. 49-54, 2004.
15) 田中岳: 降雨流出システムの確率応答特性，水工学論文集，第49巻, pp. 175-180, 2005.
16) 田中岳: 流出モデルの確率応答特性評価に基づく集中化に関する基礎的研究，水工学論文集，第53巻，pp. 457-462, 2009.
17) Mandelbrot B and Viscek T.: Directed recursive models for fractal growth, *J. Phys. A*, Vol. 22, L377-383, 1989.
18) 高安秀樹: フラクタル，朝倉書店, pp. 1-181, 1986.
19) Gupta, V. K., Castro, S. L. and Over, T. M.: On scaling exponents of spation peak flows from rainfall river network geometry, *J. Hydrol.*, Vol. 187, pp. 81-104, 1996.
20) Bras, R. L. and Georgakakos, K. P.: Real Time Nonlinear Filtering Techniques in Streamflow Forecasting -A Statistical Linearization Approach-, *Third International Symposium on Stochastic Hydraulics*, pp. 95-105, 1980.

（2009. 9. 30受付）