

グリーン関数法でSF₆濃度結果を拡散方程式にデータ同化する手法を用いた水塊移動の推定

Estimation of Water Mass Movement by Data Assimilation of Observed SF₆ Concentrations in Diffusion Equation with Green's Function Method

坪野考樹¹・津旨大輔²・芳村毅³・西岡純⁴

Takaki Tsubono, Daisuke Tsumune, Takeshi Yoshimura, Jun Nishioka

¹ 正会員 博(工) 電力中央研究所 物理環境領域 (〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646)

² 正会員 博(工) 電力中央研究所 企画部 (〒 100-8126 東京都千代田区大手町 1-6-1, 大手町ビル 7階)

³ 非会員 博(水産科学) 電力中央研究所 物理環境領域 (〒 270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646)

⁴ 非会員 博(水産科学) 北海道大学准教授 低温科学研究所 (〒 060-0819 北海道札幌市北区北 19 条西 8)

This paper aims to estimate the movement of water mass by data assimilation (DA) of observed SF₆ concentrations in a diffusion model with the Green's function method (GFM). The diffusion model employs the 2-D diffusion equation driven by the geostrophic currents calculated from the sea surface height, which is a linear sum of 2-D orthogonal polynomials like the Legendre polynomials. The coefficients of the polynomials, the initial concentration and the dissipation rate are estimated with GFM assimilated the SF₆ concentrations released and sparsely observed in time and space into the model. The optimal SF₆ calculations traces the observed SF₆ concentrations. The identical twin experiments, for which the calculations or the calculations with the normal random numbers are replaced with observations and all the coefficients are estimated with GFM again, suggests this approach is well-posed.

Key Words: Green's function method, data assimilation, identical twin experiment, SF₆ tracer

1. はじめに

海洋における水塊の移動を追跡する手法として、海域にトレーサを散布してその濃度を測定する手法が用いられる。津旨ら¹⁾、西岡ら²⁾は、植物プランクトンの増殖にとって鉄が制限因子と考えられる外洋高栄養塩海域である北太平洋亜寒帯域表層に鉄散布を実施して、その水塊での鉄に対する植物プランクトンや CO₂ の応答を調べる実験 SEEDS II(The Subarctic Pacific Iron Experiment for Ecosystem Dynamics Study II)³⁾において、水塊トレーサとして六フッ化イオウ (SF₆) を溶解させたトレーサ溶液を鉄溶液と共に散布し、船舶で移動しながら自動的に海水を採水・測定して移流・拡散する水塊を定量的に把握する手法を開発した。そして、津旨ら¹⁾は、散布後 12 日間までトレーサ水塊を追跡することに成功し、SF₆ の測定結果から水平分布を推定して、水塊の移動速度および散布海域における水平拡散係数を推定した。

SF₆ トレーサの追跡においては、船舶で移動しながら測定しているために、測定点が時間・空間的に疎となることから、格子状の適切な結果に内挿できると、水塊の移動・拡散特性の把握が容易となる。さらに、散布直後の水塊の濃度や形態、海域流動の効果、および大気や混合層下に散逸する SF₆ 量について推定できると、水塊移動の追跡だけでなく、鉄散布の効果を定量的

的に評価できる。

近年、気象・海洋の分野において、時間・空間的に疎な観測結果を数値モデルにデータ同化 (DA: Data Assimilation) して格子上の値を推定する方法が、予報に用いる初期値の推定等に用いられている⁴⁾。また、グリーン関数法 (GFM: Green's Function Method)⁵⁾ は、様々な DA 法の簡単な方法の一つで、数値モデルに必要な係数の推定等に用いられている。しかし、拡散が卓越する現象について初期値と拡散を推定する問題は、困難な問題とされており、数値モデルにある仮定を用いて簡略化する等の工夫が必要となることが知られている⁶⁾。

本研究では、流動が時間変化しない等の仮定を用いた簡易な拡散モデルにデータ同化手法 (DA: Data Assimilation) の一つであるグリーン関数法を適用して、津旨ら¹⁾ が観測した時空間的に疎な SF₆ 結果から、SF₆ 量の初期分布、拡散分布および大気や混合層下に散逸する SF₆ 量を推定する手法を構築して水塊移動を推定した。そして、双子実験により本手法の適用性について検討を行った。

2. 解析の概要

本章では、解析に用いる SF₆ 濃度の観測法や結果の詳細は津旨ら¹⁾ に詳しいので、観測結果の概要を記述

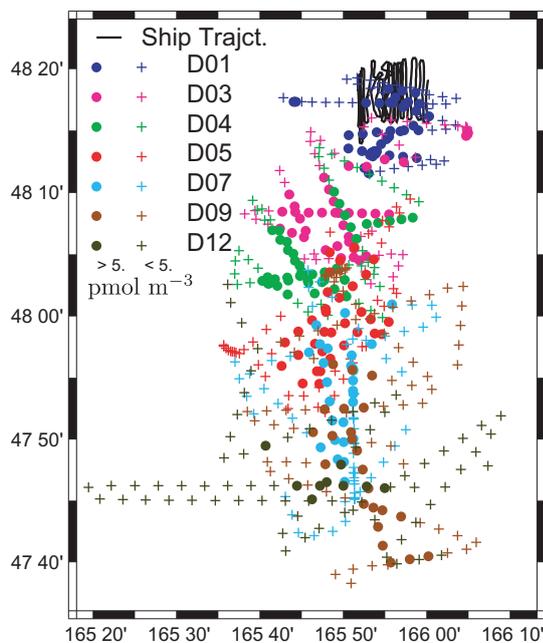


図-1 観測海域と SF₆ の測定点

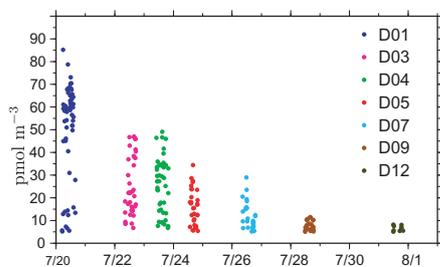


図-2 SF₆ 濃度

する。次に簡略化した拡散モデルの概要を記述し、最後に DA 法である GFM について記述する。

(1) 観測結果の概要

SF₆ のトレーサ追跡は、2004 年に北太平洋亜寒帯域で実施された。津旨ら¹⁾は、船上に設置したタンクに現場海水を採取し、その海水に SF₆ をバブリングして、SF₆ の飽和海水 (0.12 moles m⁻³) を 4.1m³ (0.49mol) 作成した後、48.13°N、166°E の地点に 2004 年 7 月 19 日から 20 日までの 23 時間かけて、船上からパイプを通して海表面に散布した。津旨ら¹⁾は、散布と同時にブイを投入して、このブイの軌跡により海域流動を確認して船を操船し、約 8km×8km の範囲に均等に SF₆ を散布した。この放出水深は約 10m の位置で、最終的な SF₆ の混合層厚は約 30m と報告されている。

津旨ら¹⁾は、SF₆ の水塊を船上からブイを確認することで予測し、ブイ周辺をジグザグに操船して追跡し、船底 (水深約 5m) からポンプで船上に観測間隔 6 分間で連続的に採取して SF₆ 濃度を分析した。ただし、SF₆ 濃度が 2.0pmol m⁻³ 以下の値となった場合を、バックグラウンド濃度、つまり散布した SF₆ の水塊ではないと判断している。

SF₆ の水塊の観測は、散布後 1, 3, 4, 5, 7, 9 および 12

日目の夜間に約 8~10 時間かけて実施した。図-1 に、観測海域、SF₆ の水塊形状を観測した測定点 (濃度が 5.0 pmol m⁻³ 以上の位置を●, 未満の位置を+), および SF₆ を散布する船舶の軌跡 (黒線) を示す。図-2 に、放出後の日付に対する SF₆ 濃度が 5.0 pmol m⁻³ 以上の値を示す。ここに、図中の D01 の 01 は放出終了後を 0 として測定した日付を表す。本研究では、図-1 に示した全ての観測点の結果を用いた。ここに、散布後 1, 3, 4, 5, 7, 9 および 12 日目における観測点は、それぞれ 97, 82, 85, 74, 91, 98 および 77 点で全 604 点である。

(2) 拡散モデルの概要

SF₆ の計算は以下の式を用いた。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \nu \nabla^2 C - \alpha_0 C \quad (1)$$

ここに、 C は SF₆ の濃度、 x, y は東西、南北方向、 U, V は東西、南北方向の混合層の平均流速、 ν は拡散係数である。式 (1) の右辺最終項 $\alpha_0 C$ は、SF₆ が、混合層から鉛直混合によりその層の下部に流出する、および表層からガス交換などで逸散する現象をモデル化した項で、 α_0 は SF₆ 減少を表す係数 (以下、減少率) である。

流速・水深・SF₆ 濃度をスタッガードメッシュで配置し、式 (1) について、移流項を 3 次の風上差分 (UTOPIA)、拡散項を中央差分、時間項をオイラー法 (ルンゲ・クッタ法も試したが値が大きく変わらなかったため、時間短縮のためにオイラー法とした) で離散化して計算した。

図-1 の範囲を計算範囲 (165.3°E - 162.22°E, 47.6°N - 48.4°N) とし、 x, y 方向の格子幅を 0.008 度 (($\delta x, \delta y$)=(607m, 907m)) としたことから、 x, y 方向の格子数は 116, 111 となる。 C の境界条件は、流れが計算領域から流出する場合を放射条件とし、流れが計算領域から流入する場合を 0 とした。また、津旨ら¹⁾を参考に、鉛直層厚は 30m とし、海域の拡散係数 ν は 5m²s⁻¹ とした。

(3) データ同化 (DA: Data Assimilation) の概要

a) 制御変数 \mathbf{x}

DA によって求める制御変数 \mathbf{x} は、式 (1) の流速、初期の SF₆ 濃度、および減少率とした。ここに、 \mathbf{x} のように、ボードで表現した場合、ベクトルを示す。ただし、実際には、計算上の理由により、それぞれの変数に応じて制御変数を変更した。

まず、流速については、空間的に滑らかな流速場が必ず得られることを考慮して 3 つの仮定 (時間変化がない、水面形 η は x, y の多項式の線形和で表されて、流速は以下の地衡流の式で水面勾配により計算できる) を用いて模擬し、制御変数に多項式の係数を設定した。

$$fv = g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (2)$$

ここに、 f は緯度を 48.5°N としたコリオリパラメータで、 g は重力加速度である。

水面形 η は, x, y の 1 次 の 式 $(\eta_{11}, \eta_{12}) = (x, y)$, 2 次 の 式 $(\eta_{21}, \eta_{22}, \eta_{23}) = (x^2, xy, y^2)$, 3 次 の 式 $(\eta_{31}, \eta_{32}, \eta_{33}, \eta_{34}) = (x^3, x^2y, xy^2, y^3)$, \dots の 線形和 $\eta = a_{11}\eta_{11} + a_{12}\eta_{12} + a_{21}\eta_{21} + a_{22}\eta_{22} + a_{23}\eta_{23} + a_{31}\eta_{31} + a_{32}\eta_{32} + a_{33}\eta_{33} + a_{34}\eta_{34} + \dots$ と 置いた. そのため, 流動場を決定する制御変数は, 多項式で表される η_{ij} の係数 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, \dots$ となる.

実際の計算に用いた水面形は, 大きさを一定に, および無相関化するために, それぞれの多項式で得られた水面形を正規直交化した, ルジャンドル直交多項式のような形状を用いた. そして, DA によってこれら係数を推定した後, 計算範囲の水面形状から式 (2) により流速場を計算し, この流動場を式 (1) に代入して SF₆ の拡散計算を行った.

次に, 式 (1) の減少率 α_0 は, 値そのものを求めると, 計算途中で負となる可能性があるため, $\alpha_0 = 5^\alpha \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ として, α を制御変数とした.

最後に, 式 (1) を計算する初期濃度 C_0 は, 減少率と同様の理由から, $C_0 = 5^\beta \times 90 \text{ pmol m}^{-3}$ として, β を制御変数とした.

以上より, 制御変数は $\mathbf{x} = (a_{ij}, \alpha, \beta)'$ となる. ここに, $'$ は転置を表す.

b) 目的関数 J

目的関数 J は, ある観測時刻・地点 (k) の濃度 C_k で表される観測結果を $\mathbf{y} = (C_1, C_1, \dots, C_n)$ とし, そして制御変数 \mathbf{x} により計算された SF₆ 濃度 C から, その時刻, 地点の濃度を計算する関数を $M(\mathbf{x})_k$ として, \mathbf{y} と $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を用いて, 以下の式とした.

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y})' \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \quad (3)$$

ここに, \mathbf{R} は観測結果に対する重みを示す行列である.

c) グリーン関数法 (GFM: Green's Function Method)

杉浦ら⁵⁾を参考に, Green's Function Method を以下に示す. 目的関数 J の \mathbf{x} による一回微分を

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = \left(\frac{d\mathbf{M}}{d\mathbf{x}} \right)' \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}) \quad (4)$$

とする. そして, この式 (4) の右辺第一項の $\mathbf{M}_{\mathbf{x}}$, つまり, ベース位置 \mathbf{x}_0 における $M(\mathbf{x}_0)$ の微分を以下の差分式

$$\frac{dM(\mathbf{x}_0)}{dx^j} \cong \frac{M(\mathbf{x}_0 + a^j \mathbf{e}^j) - M(\mathbf{x}_0)}{a^j} = \frac{\delta M(\mathbf{x}_0)}{\delta x^j} \quad (5)$$

で近似する. ここに, $a^j \mathbf{e}^j$ が \mathbf{x}_0 における j 番目のパラメータにおける変動である. さらに, 式 (4) の右辺最終項の $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を,

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}) \cong \mathbf{M}(\mathbf{x}_0) + \left(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}} \right) \mathbf{x} \quad (6)$$

で近似する.

式 (6) と式 (4) に現れる $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ の \mathbf{x} に関する勾配のベクトルを式 (5) で近似し, 式 (6) を式 (4) に代入して最

適化問題, すなわち停留値問題をそのまま解くと,

$$\frac{dJ}{d\mathbf{x}} = 0 \quad (7)$$

であるので, \mathbf{x} は, 以下の式で表される.

$$\mathbf{x} = - \left(\left(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}} \right)' \mathbf{R}^{-1} \left(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}} \right) \right)^{-1} \left(\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{x}_0)}{d\mathbf{x}} \right)' \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{M}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{y}) \quad (8)$$

この結果として得られる制御変数 \mathbf{x}_0 は, 以下となる.

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0 + \mathbf{x} \quad (9)$$

式 (8) は逆行列の計算を除いて簡単な形状をしているので, 制御変数 \mathbf{x} の数が少なければ, 式 (8), 式 (9) の結果は, 一次近似として良好な結果となる可能性がある. ただし, 最終的な停留値を推定するには, 式 (8) および式 (9) を一回だけ解くのではなく, \mathbf{x} の次元や J, M の形状を考慮して, 式 (9) を

$$\mathbf{x}_0^l = \mathbf{x}_0^l + \mathbf{x}^l \quad (10)$$

として, 反復計算を行う.

反復終了の判定は, 式 (3) の変化か, 式 (8) の大きさで判断することになるが, 本研究では, 式 (8) の大きさが 1×10^{-7} 以下となる場合とした.

本研究のアルゴリズムを書くとき以下ようになる.

- (a) \mathbf{x}_0 をあらかじめ決めて, J を計算する. $l = 0$ とおく.
- (b) $l = l + 1$ とする.
- (c) \mathbf{x}^l のそれぞれの制御変数に対して微小な変位を与えて, 式 (8), 式 (10) から \mathbf{x}^l と \mathbf{x}_0^{l+1} を計算し, 新たに得られた \mathbf{x}_0^{l+1} に対する J^{l+1} を計算する.
- (d) \mathbf{x}^l の大きさがある値以下となるか, $J^{l+1} - J^l$ の値がある値以下となるときは (e) に, そうでない場合は $l = l + 1$ として (b) に.
- (e) 最終結果 \mathbf{x} と, その結果に対する J を計算する.

ただし, (d) における \mathbf{x} のそれぞれの制御変数に対して微小な変位は, それぞれ 0.001 として式 (8), 式 (9) の計算を行った.

3. 結果

散布後の SF₆ の初期設定について, 海域の一定範囲に一定濃度の初期濃度を与える方法 (Model 1) と船舶の移動に合わせて初期濃度を与える方法 (Model 2) の 2 つのモデル化を行い, GFM により制御変数を推定した. ただし, 制御変数である流速分布の係数は, 3 次までの多項式で表される水面形状で計算される 9 種の流速分布についてとした. これは, 図-1 で示される観測された SF₆ 水塊がほぼ南方向に移動しており, そして高次の多項式で表されるような計算領域に内包する小さな渦については推定不可能と判断したためである. 図-3

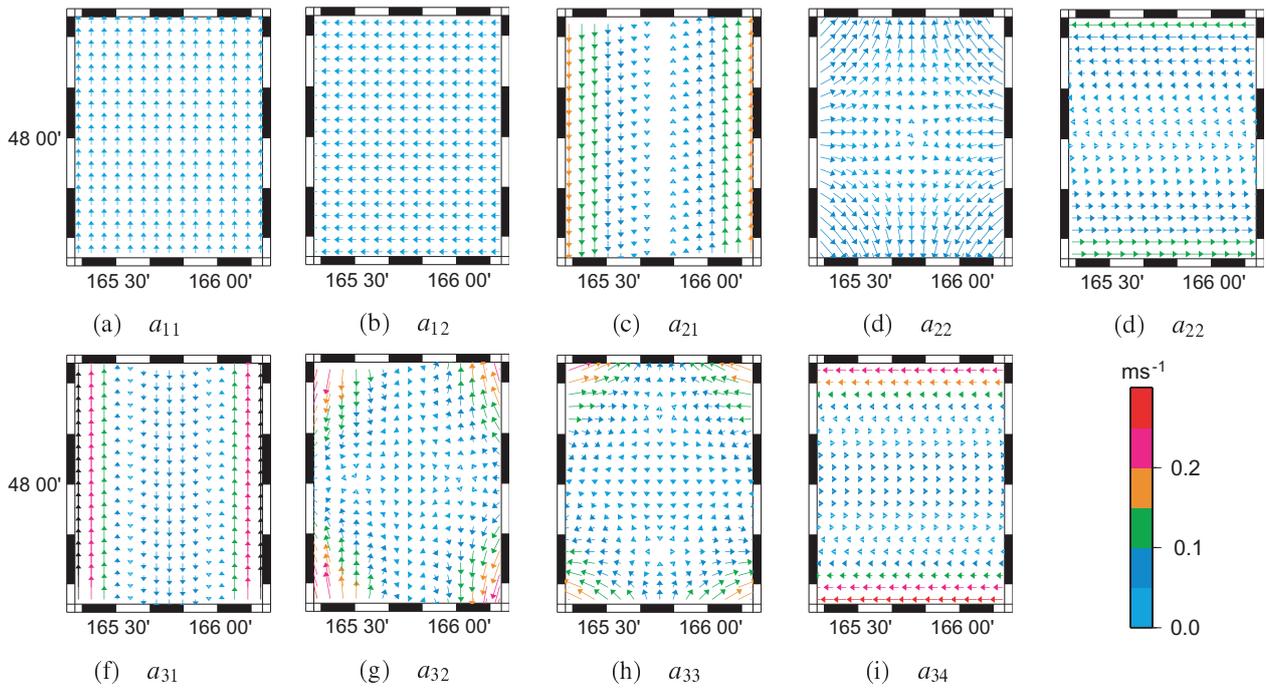


図-3 計算で用いる流速分布

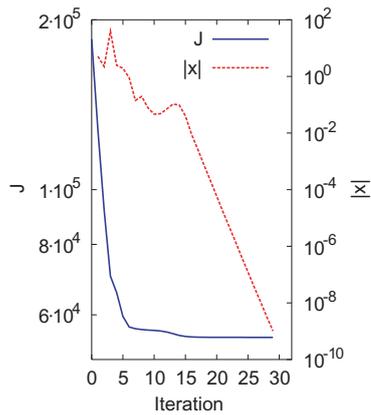


図-4 Model 1 ($r = 0.5$) の J と制御変数 \mathbf{x} の反復回数による変化

に計算に用いた流速分布を示す。

(1) 予備検討の結果

津旨ら¹⁾の約 $8\text{km} \times 8\text{km}$ の範囲に均等に SF_6 を散布したとの報告から、 $48.3^\circ \text{N}, 165.9^\circ \text{E}$ を中心に $8.5\text{km} \times 8.5\text{km}$ の正方形の範囲に初期濃度を与えて、散布直後から拡散計算する数値モデルを設定し、GFMにより制御変数を計算した(以降、Model 1 と記述)。

式(3)の重みを表す行列 R に単位行列を与えて、Model 1 と GFM で制御変数を推定した結果、制御変数の値が発散した。これは、 R を単位行列とすると、全ての観測結果を均等に扱うことから、濃度が大きい D01 の値の再現を GFM では優先されたため、 SF_6 の水塊が北上して北側境界から消えてしまい、さらに GFM の計算において、数値モデル上で得られた 0 の値である SF_6 濃度を観測結果にあわせようとした結果、式(8)の \mathbf{x} が無限

大となったためである。

発散を抑えるためには後半の SF_6 濃度を優先する必要があるため、 R^{-1} を時間 t の関数 r' とおき、 $r = 0.1, 0.5, 1.0, 2.0$ と置いて \mathbf{x} を推定した。その結果、全ての r について、式(3)の J と制御変数 \mathbf{x} の大きさが反復回数とともに減少し(図-4: $r = 0.5$ とおいた場合の J と制御変数 \mathbf{x} の大きさ)、GFM により J を最小とする制御変数 \mathbf{x} が得られた。

図-5 に、 r を変化させて GFM で計算された $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ と観測結果 \mathbf{y} との RMS(二乗平均)を示す。ここに、赤丸が Model 1 の結果である。 r を大きくすると、RMS が大きくなる傾向にある。ただし、 r が小さくなると、式(8)の減少が遅くなる傾向が見られた。そこで、計算時間短縮と、 $r = 0.5$ と $r = 0.1$ の RMS が、それぞれ $9.4, 9.5 \text{ pmol m}^{-3}$ となり、同程度の結果となったことを考慮して、 $r = 0.5$ で得られた結果について検討を行った。

図-6 に Model 1 ($r = 0.5$) の計算結果と観測結果の散布図を示す。推定結果 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ と観測結果 \mathbf{y} との RMS が 9.5 pmol m^{-3} と大きい結果を反映して、両者の一致度が低く、特に SF_6 放出後直近の D01 の結果について両者の差が大きくなる傾向が見られた。

初期水塊の SF_6 全量を推定した初期濃度 $C_0 (= 78 \text{ pmol m}^{-3})$ と初期水塊の体積 $(= 2.2 \times 10^8 \text{ m}^3 = 8.5\text{km} \times 8.5\text{km} \times 30\text{m})$ から計算すると、約 0.17 mol となり、津旨ら¹⁾が示した散布量 0.49 mol を大きく下回る結果となった。この結果は散布中において SF_6 の大半が大気や混合層以下に散逸することを意味し、制御変数で推定した減少率と比較しても、散逸の速度が非常に大きくなった。以上の結果を考慮すると、Model 1 で設定した SF_6 放出後の初期水塊の面積が不適切であった可能性が考えられる。

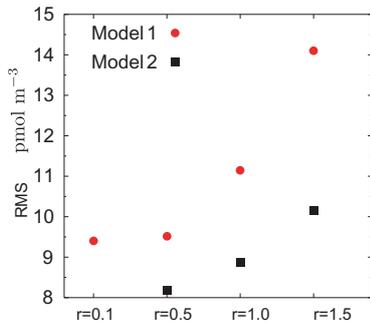


図-5 式(3)の重み $R^{-1} = r'$ の r と RMS の関係

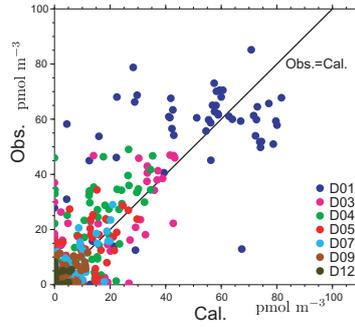


図-6 Model 1 ($r = 0.5$) の計算結果と観測結果の散布図

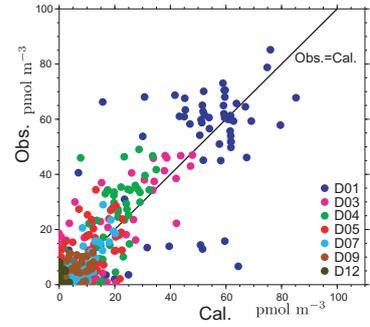


図-7 Model 2 ($r = 0.5$) の計算結果と観測結果の散布図

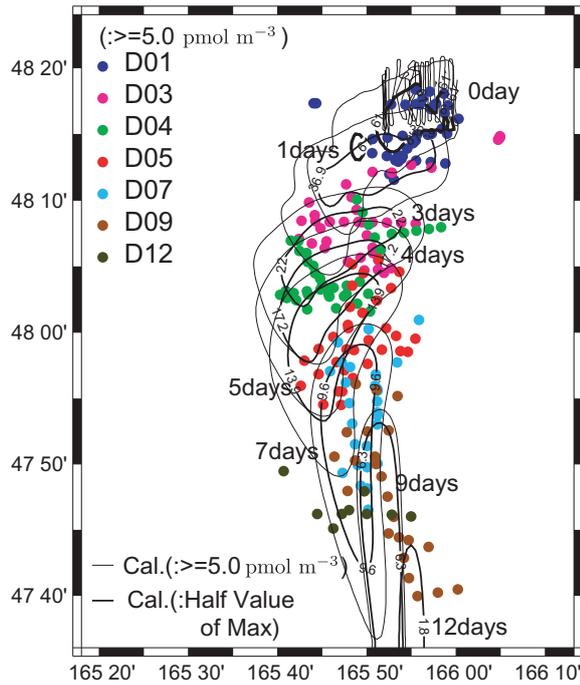


図-8 推定した SF₆ 濃度の半値と 5 pmol m^{-3} の分布

Model 1 で初期水塊の設定が不適切であると考えられたことから、拡散計算を SF₆ の放出開始時刻から開始し、図-1 の黒線で示した航路である、船舶の移動に合わせて制御変数である初期濃度を与えるとした数値モデルを設定して、GFM により制御変数を推定した (以降、Model 2 と記述)。

Model 2 について、Model 1 と同様の理由から R^{-1} を時間 t の関数 r' とおき、 $r = 0.5, 1.0, 2.0$ と置いて GFM により計算した。その結果、 $r = 0.5, 1.0, 2.0$ とした Model 2 による RMS の値 (図-5 の黒四角) は、Model 1 のそれぞれの値よりも小さくなり、Model 2 の方が Model 1 よりもよい結果となった。さらに、Model 2 の $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ と観測結果 \mathbf{y} との RMS は、Model 1 と同様に $r = 0.5$ とした場合に最小となり、 8.2 pmol m^{-3} となった。このことから、 $r = 0.5$ と設定した Model 2 が最も実現象を再現したモデルということになる。

図-7 に Model 2 ($r = 0.5$) の計算結果と観測結果の散布図を示す。RMS が Model 1 より 1.0 pmol m^{-3} 程度し

表-1 双子実験による制御変数の変化量と RMS

Model	\mathbf{y}^{tw+j}	$\delta x_i^2 (\times 10^{-3})$	RMS ^{tw+}	RMS ^{tw}
1	$j = 1$	0.02 ~ 2.3	0.98	0.13
	$j = 5$	0.1 ~ 2.2	2.2	0.28
	$j = 25$	0.5 ~ 76	4.9	0.72
2	$j = 1$	0.02 ~ 9	0.99	0.17
	$j = 5$	0.09 ~ 14	2.2	0.29
	$j = 25$	3.5 ~ 900	5.0	0.92

($j = 1, 5, 25$ は追加した正規乱数の分散の大きさを示す。)

か小さくならなかったこともあり、 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ と観測結果 \mathbf{y} の結果は、図-6 と比較して若干しか改善しなかった。しかし、Model 1 で計算を開始した時刻である、SF₆ の散布終了後の全 SF₆ の値は 0.33 mol となり、Model 1 の結果よりも津旨ら¹⁾ が報告した散布量である 0.49 mol と近い値となり、Model 1 と比べて解が改善された。

図-8 に Model 2 で推定した SF₆ 濃度の半値 (太黒線)、 5 pmol m^{-3} (細黒線) の分布および SF₆ 濃度の 5 pmol m^{-3} 以上の観測点を示す。ここに、図中の黒線で示した分布は、放出終了後、1, 3, 5, 7, 9, 12 日目の結果を示し、船舶の移動で時間変化する観測点と比較時刻が異なる。そのため、半値の分布は観測点と同様に南進しているが、観測点よりも南側に位置する。また、半値の分布は、放出直後が四角に近い形状であるのに対し、南進とともに分布が南北に伸びる結果となり、その囲まれた領域は 5 pmol m^{-3} 以上の値となる観測点の時間に伴う移動と同様となった。

推定された流速は、計算領域の両隅で大きくなる傾向を示した。これは、観測された SF₆ 濃度が 0 の地点の結果が流速の推定に寄与されず、濃度が測定された地点、すなわち計算範囲の東西中央部の濃度のみが流速の推定に優先されたことが原因と考えられる。その結果、図-3 の a_{31}, a_{32} のような高次の流速分布の係数が大きくなり、境界付近においてフーリエ解析で現れるギブス現象のようなものになったと考えられる。このような結果を避けるためには、流速分布の設定法において、低次の多項式を用いて時間変化を考慮する、多項式を見直す等の工夫が必要と考えられる。

(2) 双子実験

データ同化では、問題設定が適切でないと、一意の解が得られない等の問題が生じる⁶⁾。本研究においても、停留値が極小値であるか、制御変数が相互に補完していないか等の解の一意性について不安要素がある。

一意性に問題がある場合、観測結果に微小変異が追加されると、微小変異が推定する制御変数に影響を及ぼす可能性が考えられる。そこで、前節で推定した制御変数 \mathbf{x} で計算された $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ を観測結果 \mathbf{y}^{tw} に設定して、GFM で制御変数を推定する双子実験 (計算結果を同化して、同化手法について評価する実験) を実施した。

Model 1,2 ($r = 0.5$) について双子実験をした結果、元の制御変数と双子実験で得られた制御変数の違いは、ほぼ 0 (元の制御変数のオーダーに対して 1×10^{-6} 以下のオーダー) となった。次に、制御変数に 4 次の多項式の水面分布の係数をあらたに追加して双子実験をした結果、追加した 4 次の水面分布の係数はほぼ 0 (1×10^{-4} 以下の値) となり、元の制御変数と双子実験で得られた制御変数の違いは、非常に小さかった (元の制御変数のオーダーに対して 1×10^{-3} 以下のオーダー)。

次に、 \mathbf{y}^{tw} に平均 0、分散 1 の正規乱数を追加した \mathbf{y}^{tw+1} 、平均 0、分散 5 の正規乱数を追加した \mathbf{y}^{tw+5} 、平均 0、分散 25 の正規乱数を追加した \mathbf{y}^{tw+25} を用いて双子実験を行った。これは、観測結果に与えた微小変位が、推定する制御変数にどのように影響するかを検討するためである。

実際の検討には、推定した制御変数の変化量 $\delta x_i^j = (x_i^{tw+j} - x_i^j) / x_i^j$ 、 $\mathbf{M}(\mathbf{x}^{tw+j})$ と \mathbf{y}^{tw+j} の RMS^{tw+} 、および $\mathbf{M}(\mathbf{x}^{tw+j})$ と \mathbf{y}^{tw} の RMS^{tw} で評価した。ここに、上付き j は分散の大きさ 1, 5, 25 を示す。そして、正規乱数を追加した $\mathbf{y}_i^{p1}, \mathbf{y}_i^{p5}, \mathbf{y}_i^{p25}$ は、それぞれ 10 種類用意し、評価には GFM で 10 回分の制御変数の変化量、 RMS^{tw+} 、および RMS^{tw} の平均値で評価した。

表-1 に、正規乱数を追加した双子実験の制御変数の変化量と RMS を示す。制御変数の変動量は、分散が大きくなるにつれて大きくなる傾向を示すが、分散 25 の正規乱数を与えた双子実験 ($j = 25$) 結果を除くと、小さな値となる。ただし、分散 25 の正規乱数は、前節で示した観測結果と計算結果の RMS 値と同程度のオーダーであり、さらに表中の変化量が大きくなる制御変数はもともと小さい値であったため、双子実験 ($j = 25$) における制御変数の変動は小さいと考えられる。そして、 RMS^{tw+} は、 \mathbf{y}^{tw} に追加した正規乱数の分散値の平方根と同程度なり、 RMS^{tw} はほぼ 0 となった。この結果は、 \mathbf{y}^{tw} に追加した正規乱数がそのまま GFM で推定できない SF_6 濃度となることを意味しており、与えた乱数、つまり微小変異、が推定する SF_6 濃度にほとんど影響を与えないと考えられる。

以上の結果により、観測結果の微小な変化が推定した制御変数に影響を与えないことが分かり、問題設定が適切で、一意な解が得られることが確認された。

4. まとめと課題

時間・空間で疎に観測されたトレーサ濃度 (SF_6 の濃度) を拡散方程式に GFM でデータ同化して水塊を追跡する手法を開発し、その適用性について検討を行った。その結果、評価関数における重みを時間方向に大きくした場合が、一定値とするよりもよい結果が得られた。また、船舶の移動に合わせて初期濃度を与えるモデルは、一定範囲に一定濃度の初期濃度を与えるモデルよりも良い結果を与えることが分かった。そして、GFM で得られた結果を観測結果とした双子実験、およびその観測結果に正規乱数を追加した双子実験の結果より、本研究における問題設定が適切であることが分かった。

本研究における拡散モデルは、流動を定常、またトレーサの初期値を一定の濃度とするなど、簡易化している。これらについて、流速の時間変化が考慮できる、およびトレーサの初期値をフラックスで設定するなど、モデルの高度化が必要と考えている。また、拡散係数の設定についても、拡散係数を制御変数にして最適化する必要があると考える。そして、実海域における水塊を船舶で追跡して観測する場合、トレーサの濃度観測・データ同化・トレーサの移動予測の一連の作業を行うと、高精度の観測が出来ると予想される。この場合、データ同化後何日間水塊を精度よく追跡できるか、およびどの程度の観測結果がデータ同化に必要なとした課題が考えられる。今後、これらの課題について検討する予定である。

参考文献

- 1) Tsumune, D., J. Nishioka, A. Shimamoto, Y. W. Watanabe, T. Aramaki, N. Yukihiro, S. Takeda, A. Tsuda and T. Tsubono: (accepted) Physical behaviors of iron fertilized patch in the SEEDS II, *Deep Sea Res. II*.
- 2) Nishioka J., S. Takeda, Y. Kondo, H. Obata, T. Doi, D. Tsumune, C. S. Wong, W. K. Johnson and A. Tsuda: (accepted) Changes in iron concentrations and bio-availability during an open ocean mesoscale iron enrichment experiment in the western subarctic pacific, SEEDS II, *Deep Sea Res. II*
- 3) Tsuda, A. et al: Evidence for the grazing hypothesis: Grazing reduces phytoplankton responses of the HNLC ecosystem to iron enrichment in the western subarctic Pacific (SEEDS II), *J. Oceanogr.*, Vol.63, pp.983-994, 2007.
- 4) Hirose, N., I. Fukumori, C-H. Kim and J-H. Yoon: Numerical simulation and satellite altimeter data assimilation of the Japan Sea circulation, *Deep Sea Res. II*, Vol.52, pp.1443-1446, 2005.
- 5) 杉浦望実, 淡路敏之, 増田周平, 美山透, 望月崇, 豊田隆寛, 石田信浩, 五十嵐弘道, 日吉善久, 佐々木祐二, 石川洋一. 4D-VAR 結合同化手法を用いた気候変動研究 (I). 海洋学会秋季大会講演要旨集, p. 40, 2006.
- 6) チャールズ W. グロエツェ著, 金子晃・山本昌宏・滝口孝志訳: 数理科学における逆問題, サイエンス社, 1996.

(2008.9.30 受付)