

環境流体解析を目的としたオブジェクト 指向型流体モデルの開発と検証

DEVELOPMENT AND VERIFICATION OF OBJECT-ORIENTED ENVIRONMENTAL HYDRODYNAMIC MODEL

新谷哲也¹・中山恵介²

Tetsuya SHINTANI and Keisuke NAKAYAMA

¹正会員 博士(工学) 首都大学東京・助教 都市基盤環境学科 都市基盤環境コース
(〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)

²正会員 博士(工学) 北見工業大学・教授 社会環境工学科
(〒090-8507 北海道北見市公園町165番地)

An object-oriented numerical model has been developed for analyzing environmental fluid flows. By introducing object-oriented programming (OOP) style, the code can be easily reusable and extendable for complex numerical algorithms and conditions. In this paper, first, the concept and advantages of OOP are explained. Second, the accuracy of the present model is tested using analytical solutions and the field data measured in the blackish Lake Abashiri. The results obtained by the present model show good agreement with the analytical solutions. The computational time is greatly reduced without large code modification by utilizing domain objects and OpenMP. In the comparison with the field data, the model can reproduce the temporal variation of the vertical distribution of salinity reasonably. We can conclude that the present model would be a useful and efficient tool for analyzing the environmental fluid flows.

Key Words : *object-oriented programming, 3D hydrodynamic model, stratified flow*

1. はじめに

海洋や陸水における物質循環を研究する上で、数値解析手法は、現地観測と共に重要な役割を担っており、現在も精度、信頼性、経済性向上への要望が高まっている。これまで、国内外の大学や研究機関において環境流体解析を目的としたモデルの構築が行われ、その検証と運用が精力的に進められてきた(例えば、Princeton Ocean Model¹⁾、ELCOM²⁾、DieCAST³⁾、MEC⁴⁾等)。環境流体解析は、その対象の多様さ、境界条件の複雑さからコードの拡張や変更が頻繁に求められる。また、現在では、時空間にわたる精度向上のために、流動モデルと数値気象・波浪推算モデルと組み合わせて解析する必要性も指摘されており⁵⁾、コードの保守は、ますます困難なものとなってきている。現存する多くの環境流体コードは、手続き型言語(Procedure-oriented programming language)であるFORTRANやC言語で主に記述されている。手続き型言語では、相互に関係し合う命令の羅列として記述するため、一部のコードの修正が広範囲にわたる可能性が高い。このことは、コードの変更にも多大な努力が必要と

なるだけでなく、複数人での独立した開発も困難となり、今後予想される多様なニーズに対応するには大きな障害と成りうる。

この種の問題を解決するために、情報処理(IT)の分野では、構造化プログラミングからさらに発展したオブジェクト指向言語(Object-oriented programming language, 例えばJava, C++等)や関数型言語(Functional programming language, 例えばML, Haskell等)を用いることが一般化しつつある。特にオブジェクト指向言語は、大規模ソフトウェアの開発にも用いられはじめている。オブジェクト指向に基づいてプログラミングを行うことで、各機能(Module)の独立性が維持され、Moduleの入れ替えが容易で再利用可能なコードの作成が可能になる。実際、このような利点を意識して、水文・水資源の分野では、水文モデルOhyMos⁶⁾がオブジェクト指向に基づいて開発され、流体解析の分野では、太田・白山⁷⁾、猪瀬・石黒⁸⁾、籠島ら⁹⁾の研究やオープンソース型の解析ツールOpenFOAM¹⁰⁾がある。ただし、残念ながら、これらは環境流体解析を対象に研究・構築されたものではない。

そこで、本研究ではオブジェクト指向の利点を生かした環境流体解析モデルの構築を試みた。本論文では、ま

ず、オブジェクト指向型モデルの設計概要とその利点、使用した数値スキームについて説明する。次に、本モデルの精度を検証するために、理論解が存在する表面セッシュと内部セッシュの計算を行い、得られた数値解の精度検証を行う。また、領域分割と並列化を利用した場合の計算効率に関して検討を行う。最後は、網走湖で観測されたデータの再現計算を通じて、現地スケールの現象再現性に関して検討を行う。

2. オブジェクト指向に基づく設計

オブジェクト指向プログラミングの特徴は、文字通り“オブジェクト（もの）”を中心にプログラムを構築するところにある。プログラマーはオブジェクト及びオブジェクト間の相互作用を設計することで目的を達成する。人によって物事のとらえ方が異なることと同様に、何をオブジェクト（ひとまとまり）として定義（抽象化）するかは、設計者によって異なる。実際のオブジェクトの設計は、クラス(class)を定義することで行い、適切なクラスが設計できれば、同一機能もしくは類似のオブジェクトを自由に複製・継承して再利用することができる（例えば、Meyer¹¹⁾参照）。本研究では、プログラミング言語として、オブジェクト指向言語のなかで、最も拡張性と高速化が期待できるC++言語を選択した。

本研究では、籠島らと同様に計算領域を一つの基本となるオブジェクト(Domainオブジェクト)と考えてクラスを設計した。つまり、一つの水域(例えば湖)を、一つのDomainオブジェクトで定義しても良いし、並列計算、もしくは複数の水域(海、河川、湖など)が連結した領域を考えると、複数のDomainオブジェクトを利用して表現しても良い(図-1参照)。各Domainオブジェクトは、複数の物理量オブジェクト(運動量、圧力、水温等)を保有することができ、また、それぞれの物理量オブジェクトは独自に境界条件オブジェクトを所有するように設計した。物理量の移流・拡散を含め、外力(順圧・傾圧力、風応力、コリオリ力等)に関しても個々にオブジェクト化してDomainオブジェクトへの作用素としてモデル化した。外力などをオブジェクト化する理由は、スキーム等の変更が、オブジェクトをまるごと交換することで実現できるからである。

複数Domainを利用する解析の際には、Domain間の接続関係を規定するDomain managerオブジェクトを別途定義し、自動的にDomain間の境界条件の交換や更新を行う仕組みとした。また、いくつかのDomainをまとめたFieldオブジェクトを定義し、Field毎に時間ステップを変えて計算を行うことも可能とした。Domainの接続と境界条件のイメージを図-2に示した。各オブジェクトは、保有する変数(メンバー変数)と変数を変化させる関数(メンバー関数)を個々に管理するために、プログラマ

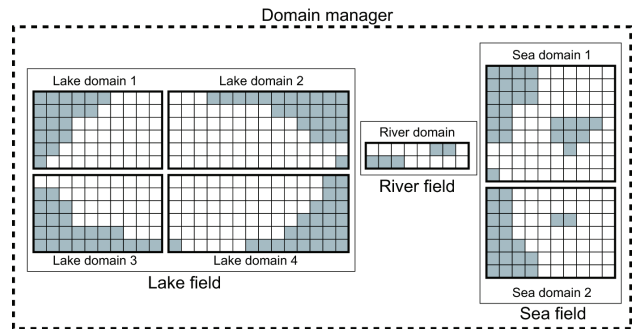


図-1 : Domainオブジェクトの概念(例: 湖, 河川, 海の接続)

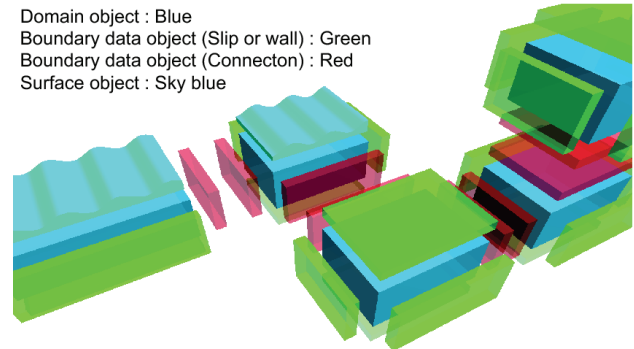


図-2 : Domainの連結と境界条件

ーはオブジェクト単位でプログラミングを考えればよい(積み木のようなプログラミングが可能となる)。この点がオブジェクト指向の最も大きな利点の一つである。

3. 基礎方程式と数値解析法

(1) 基礎方程式の離散化

基礎方程式は、非圧縮とブジネスク近似を施した3次元Navier-Stokes式とし、静水圧・非静水圧の両解法に対応した。計算格子は、セル中心に圧力とスカラー量、セル面に運動量を置くスタッガード格子とした。基礎方程式は一般曲線座標系に基づいて離散化されているが、成層強度が強い水域の解析を主として考えているため、ELCOMやDieCASTと同様に鉛直方向は常にデカルト座標(z-coordinate)に基づいて離散化する。

運動量、水温、塩分の移流計算には、CIP法¹²⁾もしくは数値振動を抑制する有理関数CIP(RCIP)法¹³⁾を用いた。一方、粘性(拡散)項は2次精度の中心差分で離散化した。粘性項を陽的に解析する際には、拡散数に依存する時間ステップの制限が生じる。特に成層水域の解析では温度躍層部の現象分解能を上げるため、鉛直方向のグリッドを細かく設定することが多く、鉛直方向の拡散係数が時間ステップの主要な制限因子となってしまう。そこで、本モデルでは、水平拡散に関しては陽的に計算し、鉛直拡散は陰的(Backward-Euler)に計算することとした。

z-coordinateの場合、この陰的計算は、各鉛直columnに対して1次元の3重対角行列をdouble-sweepで解くだけである（収束計算ではない）ため、計算負荷はさほど大きくない。解法にはフラクショナルステップ法（例えばFerziger and Peric¹⁴⁾）を用い、移流項、順圧勾配項、鉛直拡散項以外の時間積分は、1次精度のオイラー陽解法とした。密度は、水温と塩分の関数であり、本モデルではUNESCOの状態方程式¹⁵⁾を用いて計算を行った。湖沼・貯水池等の複雑地形は、マスキング手法により再現し、水域セルのみを計算対象とすることで速度の効率化を図った。

(2) 非静水圧と水面変動の解法

内部波運動など鉛直加速度が重要となる現象を解明するためには、圧力の非静水圧成分に関する連立方程式を解く必要がある¹⁶⁾。Domainが一つの場合は、通常の単領域の収束計算となるが、複数のDomainが連結して水域を構成している場合には解を求める際に工夫が必要である。本モデルでは、タイムステップ毎に、まず、各DomainでSOR法(3次元)を1回適用する。次に全Domainの残差を合計し、収束判定を行う。残差が判定基準を満足していない場合は、各Domainの新たな境界条件となる更新された圧力成分の受け渡しを行った後、上記の操作を繰り返すことで、連結領域の収束解を得ることができる。SOR法適用の際は、1回ごとに走査する方向を逆にして残差が一方向に蓄積しないようにした。

水面波の波速に依存する時間ステップの制限を回避するために、水面変動（順圧成分）の計算に陰的解法（Backward-Euler）を用いた¹⁷⁾。この計算にも、収束計算が必要となるが、非静水圧の計算と同様な収束計算(2次元)を行うことによって変動量を得ることができる。この水位変動は、水面を表すグリッドの座標変化に反映させる。陰的解法を用いたことで、水面波の波速に依存する制約は回避することができたが、内部波の波速に起因するCFL条件は解消されていないため、時間ステップを設定する際に注意が必要である。

(3) 乱流モデル

現地スケールの計算を行う際には、乱流モデルとして、Mellor-Yamadaのレベル2.5モデル(Galperin, B. et al.¹⁸⁾)とLESを用意した。Mellor-Yamadaモデルの係数に関しては、石塚ら¹⁹⁾と同様な設定とした。水平渦動粘性係数と水平渦拡散係数に関しては、様々な手法が提案されており、Richardsonの4/3乗則、Smagorinsky型(POM)、また、50m²/s~100m²/s程度の固定値がある。本研究では、特に計算の安定化をはかる必要がなかったため、石塚らに習って1m²/sの固定値とした。

(4) 境界条件

流速の境界条件は、壁面でノンスリップ、スリップも

しくは、底面で生じる抵抗をドラッグとして底面に接するセルに与えた（その際の抗力係数は、 $C_d = 0.0026$ とした）。太陽からの短波放射の他、水面における運動量、顕熱及び潜熱フラックスは、近藤²⁰⁾を参考にバルク式で与えた。Mellor-Yamadaのモデルに関する乱流量に関しては、水面・壁面に接する計算セルに対して壁法則を適用した。圧力の境界条件として、壁面では法線方向の勾配をゼロに、水面で圧力がゼロとなるように与えた。

4. モデルの精度検証

本節では、牛島ら²¹⁾に習って、理論解が存在する表面セイシュと内部セイシュについて数値計算を行い、精度を検証する。まず、表面セイシュについての考察を行う。計算条件は、長さ6m、水深0.3mの2次元水槽とした。この水槽の水面に微小な変位を与え、周期性と時間精度について検討する。ここでは、水面変動計算の精度のみを確認するために、移流項と粘性項を含めず、静水圧近似で計算を行った。水平、鉛直グリッド幅は、それぞれ $dx = 0.1m$ 、 $dz = 0.03m$ とした。また、水槽の長手方向を4つのDomainで分割して計算を行った。計算ケースは、時間ステップを $dt = 0.001, 0.01, 0.1$ 秒の3種類とし、初期条件としては、すべてのケースで振幅0.01mのcos波形変位を与えた。表面セイシュの周期 T は、以下の式で与えられる。

$$T = \frac{2L}{\sqrt{gh}} \quad (1)$$

ここで、 L は水槽の長さ、 g は重力加速度、 h は水深である。今回の条件で予想される周期は、約 $T = 7.0$ 秒となる。図-3には、水槽端での水面変位を計算開始から25秒間示してある。図中の太線、破線、細線の順に、 $dt = 0.001, 0.01, 0.1$ 秒の結果を示している。今回の水面変動の解法には、無条件安定のBackward-Euler法を用いているため、水面波の波速で規定される条件($CFL < 1 : dt < 0.058$ 秒)よりも大きな時間ステップでの計算が可能となっている。すべてのケースにおいて、振動周期はほぼ $T = 7$ 秒となっていることが確認できる。しかしながら、 $dt = 0.1$ 秒のケースでは、時間差分精度不足による水面変動の減衰が顕著であることがわかる。その他のケースに関しては、振幅の減衰は少なく、良好な結果を示している。水面の定常的な変位（セットアップなど）だけではなく非定常性が重要となる解析では、時間ステップを短くするか、陽解法であればAdams-Bashforth、陰解法であればCrank-Nicholson法等を導入して時間精度を上げる必要がある。

次に、内部セイシュの計算について考察を行う。計算に際しては、移流を中心とした精度を確認するために、粘性項を考慮しないで静水圧近似の下で計算を行った。計算対象の水槽及びDomain分割数は水面セイシュの場合と同じに設定した。ただし、今回は密度境界面の変動を適切に抽出

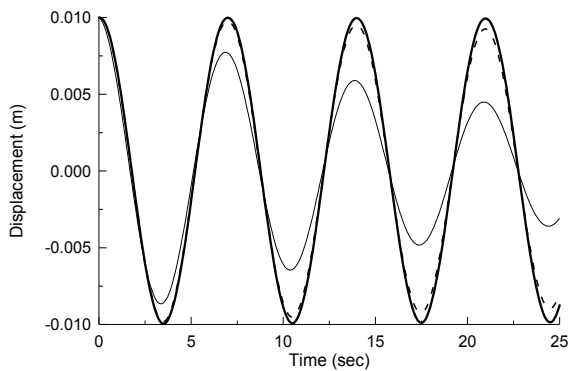


図-3：水面セイシュの計算結果
(細線:dt=0.1s, 破線:dt=0.01s, 太線:dt=0.001s)

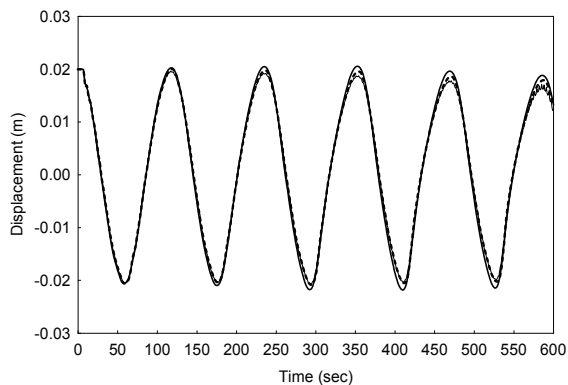


図-4：内部セイシュの計算結果
(細線:dt=0.1s, dx=0.1m, 破線:dt=0.025s, dx=0.1m,
太線:dt=0.1s, dx=0.05m)

する必要があるため、鉛直グリッドの解像度を0.0025mとして計算を行った。成層構造は、上層厚 $h_1 = 0.15\text{m}$ 、下層厚 $h_2 = 0.15\text{m}$ の2層状態とした。水温は 20°C の上下層一様で、上層は淡水、下層は20pptの塩水とした。結果として上下層の密度差は約 15kg/m^3 となった。内部セイシュの周期 T_i は以下の式で与えられる。

$$T_i = \frac{2L}{\sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}}} \quad (2)$$

ここで、 $\Delta\rho$ は、上下層密度差、 ρ_1 は上層密度である。計算条件から得られる周期は約 $T_i = 114$ 秒である。初期条件は、境界面の初期変位が振幅0.02mの1次モード変位(cos波形)となるように各グリッドの初期塩分濃度を設定した。計算ケースは、時間ステップと水平方向グリッド間隔を変化させて3種類用意した。図-4は、水槽端における密度境界面(塩分濃度10pptの等密度線)変動を示している。全てのケースにおいて、ほぼ理論的に予想される周期で振動しているが、振幅の減衰率は多少異なる。振幅の減衰は、運動量や塩分の移流に伴う数値拡散に起因すると考えられる。今回の検証においては、時間ステップを4倍小さくしたケース(破線)よりも水平解像度を2倍にしたケース(太線)の方が振幅の減衰が少なく精度が向上する結果となった。計算時間が300秒を

過ぎた付近から、波形の対称性が若干崩れる(右側に倒れる)傾向が見られる。これは、Hornら²²⁾が指摘している有限振幅に起因する非線形現象(steeptening)であり、このまま計算を続けると高周波成分が生成され、非静水圧計算の場合には、内部ソリトンが発生する。

5. 並列化効率の検証

現在、CPU単体の性能向上は限界に近づきつつあり、分散メモリ型の並列計算、そして複数の演算コアを有するCPUを用いる共有メモリ型の並列計算が速度向上の手段として注目されている。大規模水域において高解像度の解析を行う場合には、計算コストが非常に大きくなるため効率的な並列化計算が望まれている。

現在、一般的に利用可能な並列化ライブラリーとして、MPIとOpenMPが挙げられる。MPIは分散メモリ型の並列化手法であり、PCを順次計算に参加させることが可能なため、CPU数やメモリー量で有利となる。しかしながら、並列化に際してはメッセージ交換に関する記述が必要であり、またコードの大幅な修正が必要となる。一方、共有メモリ型の並列化ライブラリーであるOpenMPを用いると、並列化を行う部分(繰り返し計算部分等)のみ指定すればよく、並列化を行わないシリアル計算の場合もそのままのコードで実行可能となる利点がある。本研究では、今後CPUのコア数が年々増加することを見込んでOpenMPを利用して並列化を行った。本モデルのDomainオブジェクトは、境界条件の交換時以外は完全に独立した計算になるため、これらのオブジェクトを各スレッドに割り当てれば、並列時のデータの競合(データ依存性)を気にする必要はなく、行列計算以外も並列化が可能である。また、並列化の粒度(処理細分化の単位)が大きくとれるため、計算コア間の通信回数・量が低減でき、高速化が期待できる。

本モデルの並列化効率を検証するために、交換密度流の計算を非静水圧モデルで行った。計算で想定した水槽の大きさは長さ2.4m、幅0.24m、深さ0.5mとし、領域を8個のDomainオブジェクトで構成させた。計算に用いたPCは、CPUがIntel Core2Quad 2.4GHz(4core)、4GBのメモリーを搭載している。図-5には、分割の様子が見えるように計算結果のスナップショットを示した。図には、初期状態において鉛直壁で仕切られていた水温 15°C と 20°C の水塊の仕切りを外した後の運動(48秒後)が示されている。密度のより高い水温 15°C の水塊が 20°C の水塊の下を潜っていく様子がわかる。また、密度フロントには非静水圧効果に起因するカルマンヘッドを確認することができる。図-6は並列化効率を示しており、横軸に使用するコア数、縦軸に速度向上倍率を示した。図からは、コア数の増加に従って計算速度がほぼ線形に増加していることがわかる。ここで注意すべきこととしては、

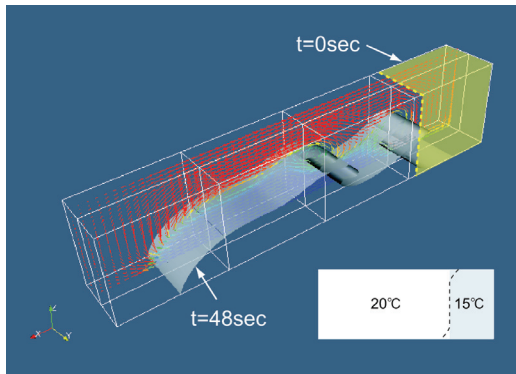


図-5：交換密度流の鳥瞰図 (8 Domains)

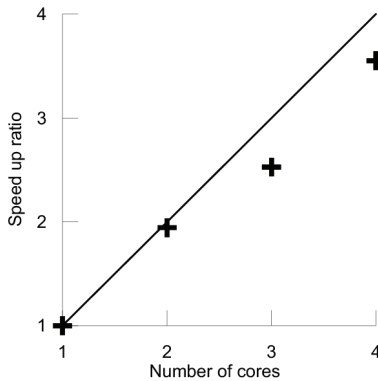


図-6：並列化効率(点：測定結果, 直線：傾き=1)

計算コアの数を3個にした場合に、計算コア数が1, 2, 4個の場合に比べて高速化率が若干低下していることが挙げられる。この結果は、並列化効率を良くするためには、並列化する数（本研究ではDomain数）がコア数の整数倍になっているべき、つまり、各コアへのスレッド分配数ができる限り均一であるべきことを示している。

6. 現地スケールにおける検証

最後に、現地スケールの現象に関する再現性を確認するために、北海道道東部に位置する汽水湖の網走湖の解析を行い、実測結果と比較を行った。図-7に網走湖の湖底地形を示す。最大水深は湖心部で約17mある。今回は、図中の赤点線で示すように全領域を水平に4等分して静水圧近似の計算を実行した。水平方向のグリッド幅は200m×200mとし、鉛直方向のグリッドは塩淡躍層付近で0.1m、底付近で1.0m程度となるような不等間隔格子(58グリッド)を用いた。底面における境界条件はスリップ条件とし、時間間隔は60秒の一定とした。

図-8には、図中に示した観測点で計測された鉛直塩分濃度の時系列(a)、対応する計算結果(b)、及び計算で得られた長軸方向の流速変化(c)を示す。再現期間は、2007年11月25日午前0時から3日間とした。ただし、この期間以前の3日間において助走計算を行っている。観測手法や気象条件の詳細に関しては、中山ら²³⁾を参考にさ

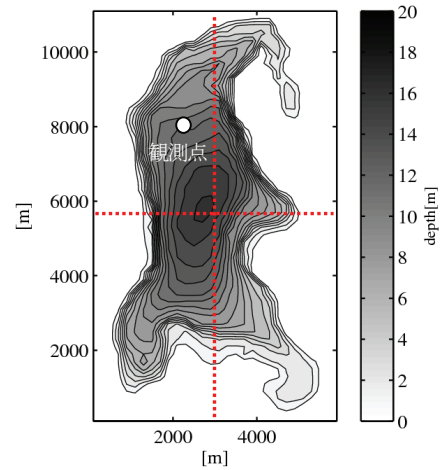


図-7：網走湖の湖底地形と比較地点

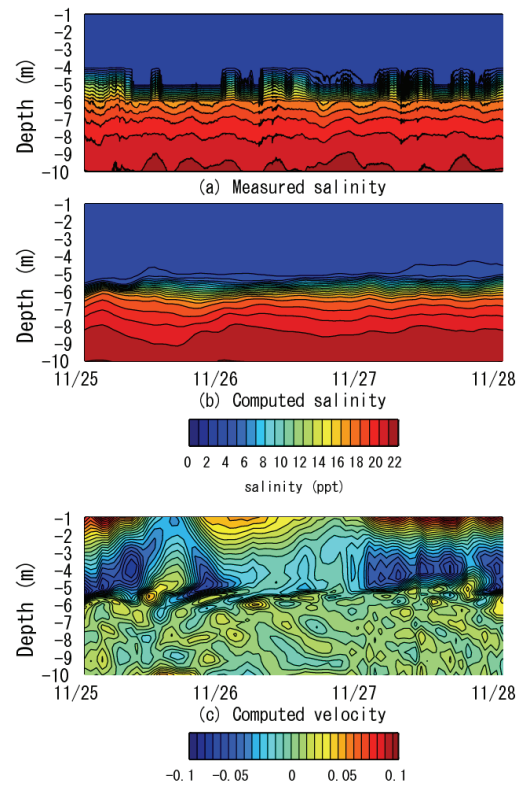


図-8：塩分鉛直分布(a,b)、流速鉛直分布(c)の時系列

りたい。本計算では、風によって生じる現象のみを再現している。実際の網走湖では河川流入と海からの塩水流入がある。しかしながら、中山らに示されているように支配的な外力は風応力であり、1週間程度の計算では他の影響は無視できると考えられる。

図-8(a)の実測結果を見ると水深約6m付近に塩淡境界面が存在し、小さな振動が見られる。再現期間中は、約9m/s近い風速も記録されているが、成層強度が強いため界面変動の振幅は非常に小さい。この変動の周期は約8時間であり、式(2)で計算される長軸方向の内部セイシュの周期にほぼ一致する。対応する計算結果(b)を見ると、観測結果ほど明瞭ではないが、同様な変動が見られ

内部セイシュが再現されていることがわかる。また、同地点で計算された長軸方向流速の鉛直分布の変化(c)を見ると、躍層から深水層部にかけて、上層（混合層）とは異なる複雑な交換流が生じていることがわかる。この継続的に続く振動流は、内部波運動に起因すると考えられ、深水層の物質循環に深く関わっていることが予想される。今後、数値モデルの再現性をより向上させるためには、乱流モデル、水平鉛直グリッド解像度、水面における風の抵抗係数などを見直していく必要がある。

7. 結論

本研究では、オブジェクト指向に基づいた環境流体解析モデルを開発し、その精度と実用性を検証した。以下に本研究で得られた結論を示す。

- (1) Domainオブジェクトに基づいたクラス設計を行うことにより、モデルを物理的に理解しやすい構成単位に分割し、計算領域の拡張、スキームの追加・交換等が容易なモデルとすることができた。
- (2) 環境流体を精度良く、効率的に計算するための計算スキーム及びテクニックを導入した。また、検証計算では、モデルが理論解をほぼ忠実に再現することが確認できた。
- (3) Domainオブジェクト（領域分割）とOpenMPの採用により、並列化効率の高いモデルとなった。
- (4) 現地スケールの再現計算では、観測データを完全に再現はできなかったが、塩淡界面変動の特徴を捉えることができ、その際に生じる流況の考察を行うことができた。

謝辞：本研究は、平成19、20年度首都大学東京若手傾斜的研究費（共に研究代表者：新谷哲也）及び科学研究費補助金基盤研究(C)（研究代表者：中山恵介）のサポートの下で遂行された。また、小林歩氏（DNP）には本モデルの開発初期段階においてご協力を頂いた。網走湖の実測データ等に関しては、北見工業大学のM2堀松大志氏にお手伝いいただいた。ここに深甚なる謝意を表す。

参考文献

- 1) Mellor, G. L.: Users guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model, Princeton University, 1996.
- 2) Hodges, B. R., Imberger, J., Saggio, A. and Winters, K.B.: Modeling basin-scale internal waves in a stratified lake, *Limnology and Oceanography*, Vol.45(7), pp.1603-1620, 2000.
- 3) Beletsky, D., O'connor, W. P., Schwab, D. J. and Dietrich, D. E., Numerical simulation of internal Kelvin waves and coastal upwelling fronts. *J. Phys. Oceanogr.* Vol.27, pp.1197-1215, 1997.
- 4) Mec Ocean Model, <http://mec.k.u-tokyo.ac.jp/mec/model/>.
- 5) 新谷哲也: 気象モデルWRFを用いた湖上風の再現と波浪推算, 水工学論文集, 第52巻, pp.1237-1242, 2008.
- 6) Tachikawa, Y., Ichikawa, Y., Takara, K. and Shiiba, M.: Development of a macro scale distributed hydrological model using and object-oriented hydrological modeling system, *Proc. of Hydroinformatics 2000*, CD-ROM, 2000.
- 7) 太田高志・白山晋: オブジェクト指向フレームワークによる流体計算統合環境, 日本計算工学会論文集, Vol.1, pp.27-33, 1999.
- 8) 猪瀬貴茂・石黒美佐子: オブジェクト指向の数値流体力学への応用, 第14回数値流体力学シンポジウム, C04-2, 2000.
- 9) 籠島高・金田豊・坪井一洋: 領域オブジェクトを用いた非圧縮性流れの計算, 第14回数値流体力学シンポジウム, C04-2, 2000.
- 10) The open source computational fluid dynamics (CFD) toolbox, <http://www.openfoam.jp>.
- 11) Meyer, B.: オブジェクト指向入門, 第2版, 翔泳社, 904p, 2007.
- 12) Yabe, T. and Aoki, T.: A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation. I: one-dimensional-solver, *Comput. Phys. Commun.*, Vol.66, pp.219-232, 1991.
- 13) Xiao, F., Yabe, T. and Ito, T.: Constructing oscillation preventing scheme for the advection equation by a rational function, *Comput. Phys. Commn.*, Vol.93, pp.1-12, 1996.
- 14) Ferziger, J.H. and Peric, M. (小林ら訳): コンピューターによる流体力学, Springer, 419p, 2003.
- 15) Gill, A. E.: *Atmosphere-Ocean Dynamics*, vol. 30 of International Geophysics Series. Academic Press, 662p, 1982.
- 16) 新谷哲也・梅山元彦: 斜面を遡上する内部波の数値計算と可視化実験, 土木学会論文集, No.768/II-68, pp.79-88, 2004.
- 17) Casulli, V. and Cheng, R. T.: Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow, *International journal for numerical methods in fluids*, Vol.15, pp.629-648, 1992.
- 18) Galperin, B., Kantha, L.H., Hassid, S. and Rosati, A.: A quasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flow, *J. Atmos. Sci.*, Vol. 45(1), pp.55-62, 1988.
- 19) 石塚暉・北澤大輔・金野祥久: 琵琶湖物理環境の数値計算における乱流モデルの比較検討, 第19回数値力学シンポジウム, C2-4, 2005.
- 20) 近藤純正編著: 水環境の気象学, 朝倉書店, 350p, 1994.
- 21) 牛島省・山田修三・藤岡奨・瀬津家久: 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法(3D MICCS)の提案と適用性の検討, 土木学会論文集, No.810/II-74, pp.79-89, 2006.
- 22) Horn, D. A., Imberger, J., Ivey, G. N. and Redekopp, L.G.: A weakly nonlinear model of long internal waves in closed basins, *J. Fluid Mech.*, Vol. 467, pp. 269-287, 2002.
- 23) 中山恵介・堀松大志・清水健司・丸谷靖幸・角谷和成・早川博・岡田知也: 網走湖における内部ケルビン波と風応力の影響評価, 水工学論文集, 第53巻, in preparation.

(2008. 9. 30受付)