

MPS法弾塑性解析による 粘性土河岸崩落過程の計算力学

THE COMPUTATIONAL MECHANICS OF COLLAPSE PROCESS OF
COHESIVE BANK BY MPS METHOD WITH ELASTIC-PLASTIC MODEL

五十里洋行¹・後藤仁志²
Hiroyuki IKARI and Hitoshi GOTOH

¹正会員 工博 株式会社ニュージェック (〒531-0074 大阪市北区本庄東二丁目3番20号)

²正会員 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂4)

In a scenario of a destruction of embankment, both of surface scouring due to overflow and local slope failure play important role. For analyzing both the factors simultaneously, models of fluid dynamics and soil mechanics must be jointed. To describe water flow and soil deformation including collapse simultaneously, a numerical model based on a particle method must be developed. Therefore, in this study, an elastic-plastic model of a particle method has been developed. A mode change of collapse of overhanging cohesive cliff is reproduced well by the present model. Physics of the mode change of collapse is clarified based on the stress distribution predicted by the present model.

Key Words : MPS method, elastic-plastic model, soil mechanics, river embankment

1. はじめに

近年, 局地的集中豪雨による都市型水害が頻発している。2000年の東海豪雨の際には, 河川氾濫水によって堤防が決壊し, 甚大な被害が発生した。破堤は被害を急激に拡大させるので, 越水時にも破堤を免れる堤防の整備が求められるが, それには破堤に関する物理的機構を詳細に把握することが重要である。著者らは, 越水下の表層侵食を時系列的に再現するためには, 計算途中においても壁境界条件を容易に変更できる粒子法が最適であると考え, 昨年度, 簡易侵食モデルを組み込んだMPS法を用いて, 越流水による堤体侵食の解析を実施した¹⁾。この解析では, 堤体表面の侵食を対象としたが, 堤体地盤の地質次第では, 表面侵食だけでなく, 局所的な斜面の崩落を伴う場合がある。図-1は, 昨年度の侵食計算結果の瞬間像の一例であるが, 初期に勾配1/2であった法面が, 侵食後, 天端のすぐ下流側($x=2.5-3.0$ m)において崖のような切り立った形状を示している。このような急勾配部では, 局所的な斜面崩壊が発生して, 侵食が急激に進行する可能性がある。

斜面崩壊を数値解析で再現するためには堤体地盤内の応力を解析する必要があるが, 地盤内応力の解法として

一般的に用いられるのは有限要素法である。例えば, 加藤ら²⁾は, MPS法による越流計算によって得られた堤体に作用する水圧分布を境界条件として用いて地盤内応力解析を行い, 応力分布やすべり面を予測している。しかし, 有限要素法による地盤解析では, 微小変位しか扱えないので, 亀裂の発生など大変形状態を経て発生する斜面崩壊を, 時間発展的に追跡することはできない。大変形に対応した方法として, 個別要素法³⁾が挙げられるが, 個別要素法では流体の解析を行うことはできないので, 激しい水面変動を伴う越流水の追跡に適した粒子法と連成させたモデルに発展させることが難しい。SPHは大変形にも流体計算にも適用できる有効なツールであり, 清野ら⁴⁾によって地盤崩壊が計算されているが, 流体計算と連成した侵食計算は実施されていない。

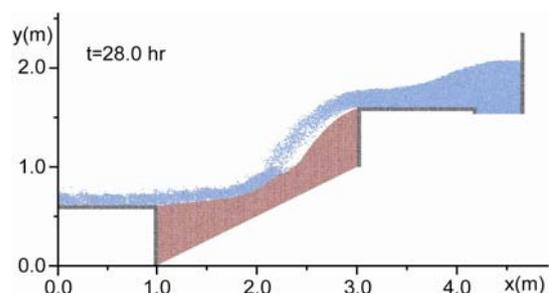


図-1 簡易洗掘モデルによる侵食計算結果¹⁾

そこで本研究では、MPS法の枠組みで地盤変形を扱える弾塑性モデルの開発を行う。本研究は、最終的に流体解析との連成を目的とし、その前段階として既存のMPS法の弾性体モデル⁵⁾を弾塑性モデルへと拡張するものである。

2. 地盤解析の概要

地盤は、降伏に至るまでは、弾性体と仮定して解析するのが一般的である。本研究においても同様に扱うものとし、降伏前の弾性計算過程には、従来のMPS法の弾性体モデル⁵⁾を適用する。図-2に、計算のフローを示す。計算過程は二段階に分かれ、外力を与えていったん仮の粒子位置および速度を求め、それを基に弾塑性計算を行うこととした。

(1) 弾性体モデル

弾性体の運動方程式は、

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \text{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{F}_{ex} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3)$$

ここに、 \mathbf{v} : 速度、 ρ : 密度、 $\boldsymbol{\sigma}$: 応力テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$: ひずみテンソル、 $\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})$: 体積ひずみ、 \mathbf{I} : 単位テンソル、 \mathbf{F}_{ex} : 外力ベクトル、 λ, μ : ラメの定数、 E : 弾性係数、 ν : ポアソン比である。運動方程式の離散化は、通常の流体解析に用いられるMPS法と同様に、影響円内に含まれる粒子との相互作用として記述される。

まず、(2)式の右辺第1項において、粒子 i の体積ひずみは、

$$\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})_i = \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}^0}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{ij}^0 = \mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_i^0 \quad (6)$$

と定義される。ここで、 D_0 : 次元数、 n_0 : 基準粒子数密度、 \mathbf{u} : 相対変位ベクトル、 \mathbf{r} : 位置ベクトル、 \mathbf{r}^0 : 初期配置における位置ベクトル、 $w(r)$: 重み関数である。相対変位ベクトルは、回転成分を除去して、

$$\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} - \mathbf{R}(\theta_i) \mathbf{r}_{ij}^0 - \mathbf{R}(\theta_j) \mathbf{r}_{ij}^0 \quad (7)$$

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

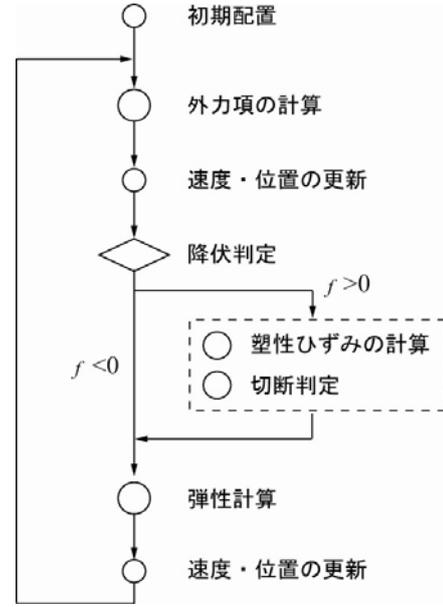


図-2 計算フロー

として与える (θ_i : 粒子 i の回転角)。この体積ひずみを用い、MPS法の発散モデル⁶⁾を適用すると、

$$\lambda \text{div}(\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I})_i = \lambda \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})_j \mathbf{I} + \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})_i \mathbf{I}}{|\mathbf{r}_{ij}^0| |\mathbf{r}_{ij}|} \mathbf{r}_{ij} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \quad (9)$$

となる。

次に、ひずみテンソルは、

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \text{gradu} \quad (10)$$

と書けるので、発散をとると、

$$2\mu \text{div} \boldsymbol{\varepsilon} = 2\mu \text{div}(\text{gradu}) = 2\mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (11)$$

となり、これに、MPS法のラプラシアンモデル⁵⁾を適用すると、

$$2\mu \nabla^2 \mathbf{u}_i = 2\mu \frac{2D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{u}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0|^2} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \quad (12)$$

と書ける。

粒子間にせん断応力が作用するとトルクが発生するので、角運動量が保存されない。角運動量を保存させるためには、このトルクを打ち消すように付加的にトルクを与えなければならない。

$$I \frac{\partial \omega_i}{\partial t} = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \mathbf{T}_{ij} \quad (13)$$

$$\mathbf{T}_{ij} = \mathbf{R}(\theta_i) \mathbf{r}_{ij}^0 \times \mathbf{F}_{ij} \quad (14)$$

$$\mathbf{F}_{ij} = 2\mu \frac{m}{\rho} \frac{2D_0}{n_0} \frac{\mathbf{u}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}^0|^2} w(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \quad (15)$$

$$I = m \frac{d_0^2}{6} \quad (16)$$

$$m = \rho d_0^3 \quad (17)$$

ここに、 I ：慣性モーメント、 T_{ij} ：粒子 ij 間で発生したトルク、 m ：粒子1個の質量、 d_0 ：粒子径である。トルク T_{ij} は粒子 ij の各々に1/2の割合で配分される。

重み関数は、通常MPS法と同様のものを用いる。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (18)$$

ここに、 r_e ：影響半径(=2.9 d_0 ：数値安定性を基準に経験的に決定)である。粒子数密度は、重み関数の和で表される。

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(r) \quad (19)$$

以上を用いて、速度、位置座標、角速度および回転角を更新する。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \Delta t \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (20)$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1} = \mathbf{r}_i^k + \Delta t \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (21)$$

$$\omega_i^{k+1} = \omega_i^k + \Delta t \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad (22)$$

$$\theta_i^{k+1} = \theta_i^k + \Delta t \omega_i^{k+1} \quad (23)$$

ここに、 k ：計算ステップ、 Δt ：計算時間間隔(=1.0×10⁻⁶s)である。

(2) 弾塑性モデル

MPS法の弾塑性モデルは、近澤ら⁷⁾によって開発されたものがあるが、近澤らのモデルは、降伏条件を満たすと直ちに粒子間接続を切断するモデルであるので、脆性的物質に対する計算を対象にしたものである。一方、地盤を構成する土に対しては、ダイレイタンシーのような塑性的性質を考慮できるモデルが望ましいので、本研究では、塑性変形に対応できる弾塑性モデルを開発する。

a) 降伏判定と塑性ひずみ

降伏関数には、モール・クーロン式を用いた。

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - 2c \cos \phi \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1}(\theta_p) \boldsymbol{\sigma} \mathbf{R}(\theta_p) \quad (25)$$

ここに、 σ_1 ：最大主応力、 σ_3 ：最小主応力、 ϕ ：内部摩擦角、 c ：粘着力、 θ_p ： x - y 座標系から主軸方向へ変換する際の回転角である。本研究で扱う地盤は、弾完全塑性体と仮定し、降伏関数は塑性ひずみに無関係に一定とす

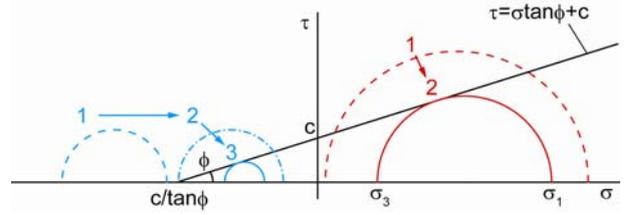


図-3 応力円の縮小

る。降伏判定は、影響円内に含まれる粒子それぞれに対して行う。 $f \leq 0$ ならば塑性化しないので、前節に記述した弾性体モデルに従って運動する。一方、 $f > 0$ の状態は現実の地盤では存在しないので、塑性ひずみを導入し、 $f=0$ となるように応力円を縮小する。塑性ひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}_p$ は、一般に流れ則にしたがって次のように与えられる。

$$\{d\boldsymbol{\varepsilon}_p\} = d\Lambda \left\{ \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \quad (26)$$

ここに、 $g=g(\boldsymbol{\sigma})$ ：塑性ポテンシャル関数、 $d\Lambda$ ：正の定数、 $\{\}$ は主軸方向成分を示す。本研究では、関連流れ則(降伏関数と塑性ポテンシャルが一致)を仮定し、

$$g(\boldsymbol{\sigma}) = f(\boldsymbol{\sigma}) \quad (27)$$

とした。ところで、有限要素法で一般的に適用されている弾塑性モデルでは、(26)式の $d\Lambda$ や $d\boldsymbol{\varepsilon}_p$ は直接求められず、弾塑性マトリクスに組み込まれる⁷⁾。本モデルでは、マトリクスの形にせず、 $d\boldsymbol{\varepsilon}_p$ を以下の繰り返し計算により直接求めるものとした。 $d\Lambda$ に適当な値を与えて得られた仮の塑性ひずみ

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^* = \boldsymbol{\varepsilon}_p^k + d\boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (28)$$

を用いて仮の応力テンソル

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda \\ \lambda & \lambda + 2\mu \end{bmatrix} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p^*) \quad (29)$$

を計算し、(24)および(25)式に代入して f の値を調べる。 $d\Lambda$ の値を修正しながら、最終的に $|f| < 1.0 \times 10^{-8}$ となるまで繰り返した。この操作を応力円で示すと、図-3の赤色の円1→2のようになる。ただし、応力円の中心が $c/\tan \phi$ より小さい場合はそのまま応力円を縮小しても、応力円がモール・クーロン式に下から接することがないので、清野ら⁴⁾の方法を参考に、応力円の左端が $c/\tan \phi$ となるように応力円を平行移動させてから(青色の円1→2)応力円を縮小させた(青色の円2→3)。清野らは応力円の中心が原点となるように平行移動させたが、計算が不安定となったため、上記のように修正した。

最後に、塑性ひずみを更新する。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_p^k + d\boldsymbol{\varepsilon}_p + \delta_p d\boldsymbol{\varepsilon}_p' \quad (30)$$

ここに、 $d\boldsymbol{\varepsilon}_p$ は応力円の平行移動に伴う塑性ひずみ増分であり、 δ_p には平行移動させた場合のみ1が与えられる。なお、前項の弾性計算では、(30)式より求められた塑性ひずみを全ひずみから引いた弾性ひずみを用いられる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (31)$$

ここに、 $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ ：弾性ひずみである。

b) 粒子間接続の切断と切断後の処理

大変形に対応するために、粒子間で以下の条件を満たした場合、粒子間の接続を切断した。

$$\text{if} \left(\begin{array}{l} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})_{ij} > 0 \text{ and } f > 0 \\ \text{or} \\ |\mathbf{r}_{ij}| > 1.1|\mathbf{r}_{ij}^0| \end{array} \right) \text{ then } w(\mathbf{r}_{ij}^0) = 0 \quad (32)$$

また、接続が切断された粒子間、あるいは元々接続していなかった粒子が接触した際には、個別要素法と同様のスプリング-ダッシュポットモデル⁹⁾によって接触力を計算した。モデル定数は、木山・藤村¹⁰⁾の弾性接触理論を準用した方法に基づいて決定した。この場合の接触力は、外力項に含めて扱った。

3. 粘性土河岸崩落過程の数値シミュレーション

下部に砂層、上部にシルトなどの粘性土層の構造を持つ河岸においては、まず、下部砂層において水流による侵食が進行し、残された上部粘性土層が底状にオーバーハングして崩落するという河岸侵食過程を示す。本章では、この崩落過程について水理実験を実施した福岡ら¹¹⁾の実験結果の再現計算を実施して、本弾塑性モデルの適用性を検討する。

(1) 計算条件

図-4に、計算領域を示す。本計算では、水流による侵食は扱わず、砂層は固定壁とし、粘性土層のみを解析対象とした。粒子径は0.025mである。図-5に、土塊の崩落限界を示す。白丸のプロットは、福岡らの実験結果であり、曲線は実験式である。実験式は、底部の根元に破壊面を鉛直方向に想定し、底の自重によるモーメントと底上部における引張応力の釣り合い式から算定された($T_0=1.4 \times 10^4 \text{ N/m}^2$, $\gamma=1.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)。実験で使用された土質定数については、単位体積重量(= γ)、粘着力(= $1.85 \times 10^4 \text{ N/m}^2$)以外は記載されていないので、単位体積重量を同様の値に設定し、 $E=5.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, $\nu=0.4$, $\phi=0.2$ を固定値として与え、 $H=0.3\text{m}$ の実験結果に対応するように、粘着力をチューニングした。その結果、 $c=3.8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ となった。上記の土質定数を用いてその他のケースについて計算を行った結果が図-5の赤色のプロットである。実験結果に良好に対応している。

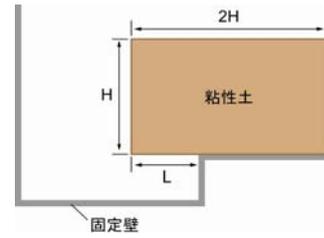


図-4 計算領域

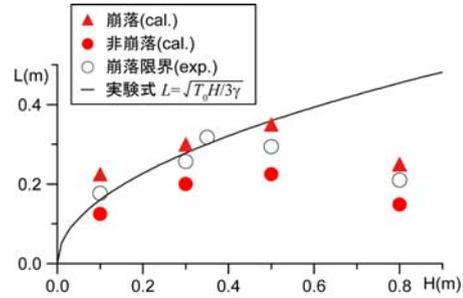


図-5 土塊の崩落限界

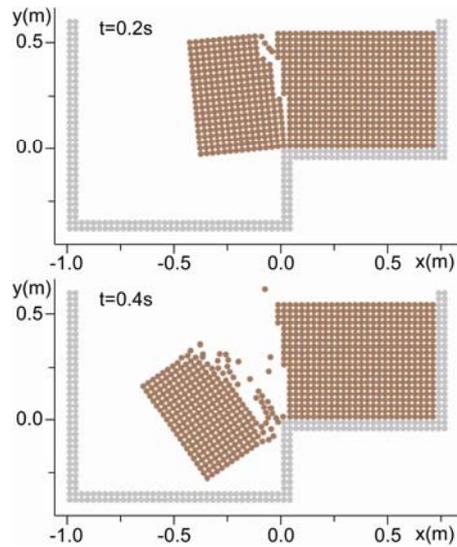


図-6 瞬間像 ($H=0.5\text{m}$, $L=0.35\text{m}$)

(2) 土塊の崩落過程

図-5に示すように、福岡らの提案する実験式は、 H が比較的大きい場合においては適用できない。福岡らによると、 $H=0.5\text{m}$ までは土塊は一体となって崩落したが、 $H=0.8\text{m}$ のケースでは、上下に二分して崩落したとある。福岡らは、二分したのは土塊の層構造によるものであり、実験式は崩落土塊が分割しないことを仮定して導出されたので実験結果と相違が生じると考察している。本節では、この点について粒子法の計算結果から考察する。

a) 崩落土塊が分裂しない場合(case1)

図-6に、 $H=0.5\text{m}$, $L=0.35\text{m}$ のケースにおける瞬間像の一例を示す。底の根元に鉛直方向に破壊面が形成され、切り離された土塊は、反時計回りに回転しながら落下し、

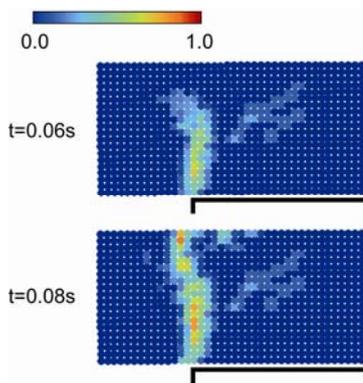


図-7 引張破壊の進行 ($H=0.5\text{m}$, $L=0.35\text{m}$)

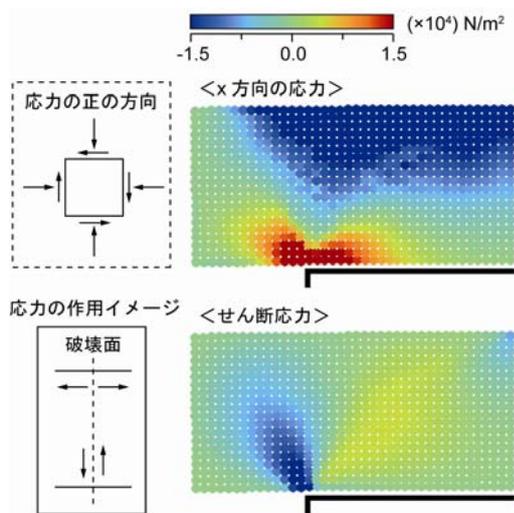


図-8 応力分布 ($H=0.5\text{m}$, $L=0.35\text{m}$, $t=0.05\text{s}$)

福岡らの実験結果と同様の挙動を示す。図-7は、各粒子において計算初期に接続していた粒子数 ($r_e=2.9d_0$ で24個)に対する切断された粒子数の割合をコンターで示したものであり、いわば潜在的な破壊面に相当する。黒線は、固定壁を表す。図のように破壊は下から上へ進行するが、先述のモーメントによる引張破壊のみを考えるならば、上から下へ進行するはずである。図-8に、応力分布の一例を示す。計算初期に接続状態にあった全粒子との応力を重み平均して当該粒子の応力としている。x方向の応力分布は、底上部で引張、下部で圧縮を示しており、モーメントが作用していることがわかる。また、せん断応力が底下部で無視できないオーダーで作用しているが、これは破壊面を境界とした自重によるせん断作用であると考えられる。ただし、最下端においてはx,y方向ともに圧縮応力が卓越するためクラックが入るほどの破壊には至らない。弾性体解析の対象となる微小変形条件下では応力は周期的に変動する。このケースでは、最初に大きくモーメントが作用する際に、せん断による下部の破壊と引張による上部の破壊によって破壊面が鉛直方向に底全体にわたって形成され、次の周期において最上端の引張作用によってクラックが発生し、崩落する。

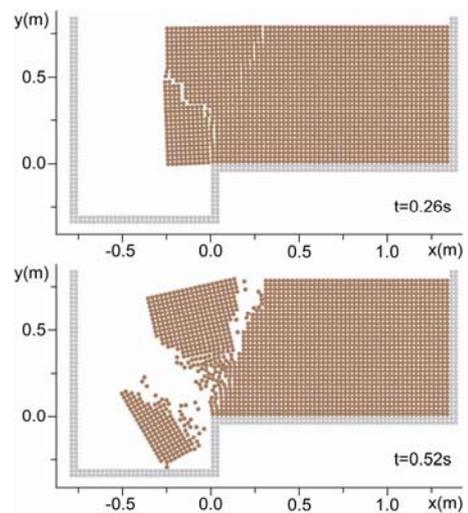


図-9 瞬間像 ($H=0.8\text{m}$, $L=0.25\text{m}$)

b) 崩落土塊が分裂する場合(case2)

図-9に、 $H=0.8\text{m}$, $L=0.25\text{m}$ のケースにおける瞬間像を示す。本計算では、粘性土層を均質としているにもかかわらず、土塊は二つに分裂して落下し、case1とは全く異なる崩落モードが出現する。この理由について、応力分布を用いて考察する。図-10は、下半分の崩落土塊の発生過程を示したものである。左に切断の概念図、中央に応力分布、右に中図の0.01s後の粒子間切断数分布を示す。まず、 $t=0.06\text{s}$ で、case1と同様に、底壁の隅角部を始点に鉛直上方にせん断力による破壊が進行するが、このケースでは底高さ H が比較的大きいため、上端において破壊が発生するのに十分な引張応力は作用せず、この時点では破壊面は上端まで届かない。次に、 $t=0.10\text{s}$ において、鉛直方向に接続が切断されたことで破壊面左下側の土塊が下方へとずれ、その影響で図の赤丸で囲んだ箇所引張破壊が生じる。ただし、最下端の粒子が破壊面右側の粒子と完全には切断されていないため、この引張破壊の範囲は左端までは進行しない。時刻 $t=0.18\text{s}$ には、土塊がさらに左に移動しようとするため、赤丸の箇所 x 方向の引張力が作用し、鉛直上方に破壊が進行する。そして最後に、せん断作用によって水平方向に破壊面が形成され($t=0.21\text{s}$)、左下の土塊が切り離される。

上端に発生するクラックは、case1の破壊面($x=0.0\text{m}$)と比較して崖から離れた側($x=0.3\text{m}$)に発生する。これは、粘性土層最上端において、 $x=0.3\text{m}$ 付近で x 方向の引張応力が最大となるためであるが、実は、case1でも、 x 方向の引張応力が最大となるのは、 $x=0.2\text{m}$ 付近である(図-11参照)。図-7を見ると、破壊面のやや右側の最上端に緑色の領域が存在する。case1において $x=0.0\text{m}$ に破壊面が発生したのは、下部のせん断破壊の影響を受けたためであると考えられる。一方、case2では、その影響が最上端まで及ばないために、 $x=0.3\text{m}$ で発生した引張破壊がそのまま成長してクラックとなったと考えられる。なお、

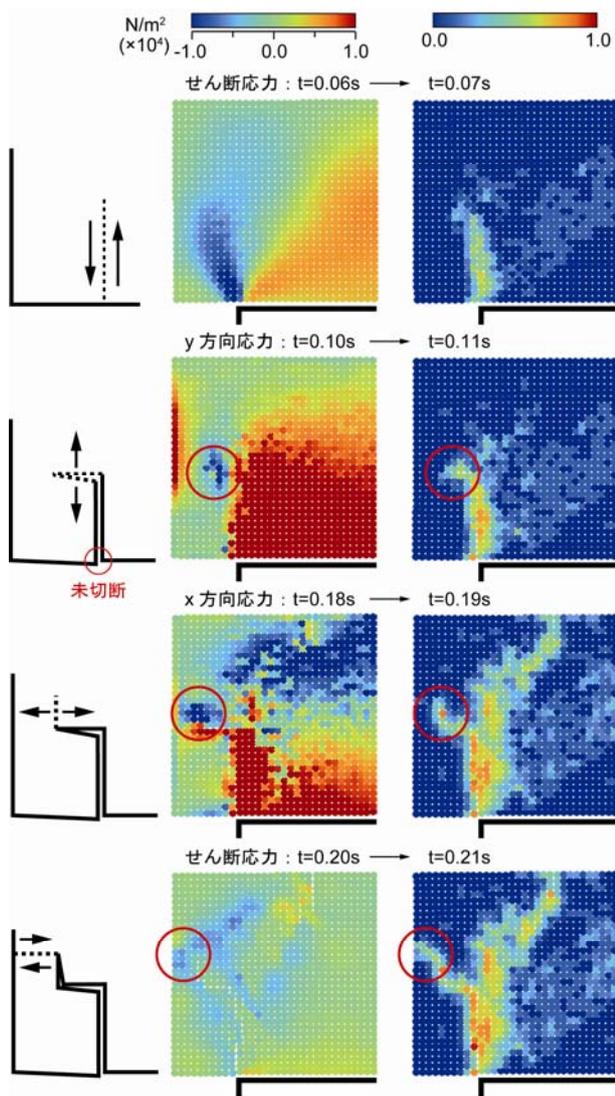


図-10 崩落土塊の分裂

福岡ら¹¹⁾は、実験式の引張強度 $T_0 (=1.4 \times 10^4 \text{ N/m}^2)$ が一軸圧縮試験から得られた粘着力 $(=1.85 \times 10^4 \text{ N/m}^2)$ よりも小さい点について、軸方向の引っ張りとせん断方向の引っ張りの違いが原因であるとの仮説を示しているが、本解析によってせん断破壊の影響を考慮すれば T_0 が粘着力よりも小さな値となることが示され、福岡らの仮説の妥当性が計算力学的にも明らかとなったと言える。

4. おわりに

本研究では、地盤解析に対応できるMPS法弾塑性モデルを新たに開発し、庇状にオーバーハングした粘性土塊の崩落現象を対象に、その適用性を検討した。粘性土から成る崖の崩落発生の物理的過程を説明できたことの意義は大きい。特に、崩落土塊が分裂するケースについては、微小変位を仮定する有限要素法では一つ目のクラックの発生直前までしか予測できず、大変形を扱える粒子

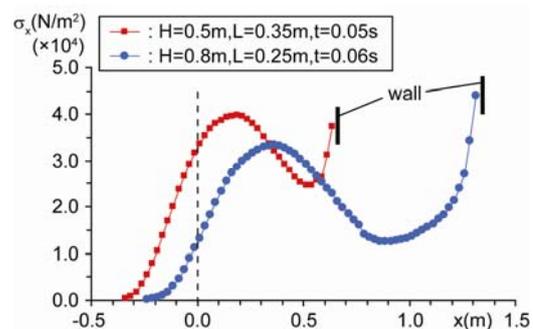


図-11 粘性土層最上端におけるx方向の引張応力

法の優位は明らかである。今後は、他の現象への対応を確認することによってモデルの精度を向上させ、一方で、堤体の越流破壊の解析のための流体との連成モデルの構築を進めたい。流体との連成の際には、地盤内の浸透流のモデル化についての検討も必須となる。

謝辞：本モデルを開発するに当たって、長岡技術科学大学助教・磯部公一博士には、地盤解析一般に関する有益な御助言を頂いた。ここに記して、謝意を表する。

参考文献

- 1) 後藤仁志, 五十里洋行, 谷岡宏邦, 山本和久: 粒子法による河川堤防裏法侵食の数値シミュレーション, 水工学論文集, 第52巻, pp.979-984, 2008.
- 2) 加藤亮輔, 岡二三生, 木元小百合, 後藤仁志, 小高猛司, 角南進: 越流を考慮した河川堤防の浸透-変形連成解析, 第42回地盤工学研究発表会, 2007.
- 3) 伯野元彦: 破壊のシミュレーション, 森北出版, 1997.
- 4) 清野純史, 堀 宗朗, 多々納裕一, 寺田賢二郎, 柄谷友香, 小野祐輔, 古川愛子: 大都市域の震災シミュレーションに基づく地震リスク低減戦略の策定に関する研究, 平成16-18年度科学研究費補助金(基盤研究(B)(2))研究成果報告書, 103p, 2006.
- 5) 越塚誠一編著: 粒子法シミュレーション, 物理ベースCG入門, 培風館, 2008.
- 6) 越塚誠一: 粒子法, 丸善, 2005.
- 7) 近澤佳隆, 越塚誠一, 岡 芳明: 塑性解析のための粒子法の開発, 第13回計算力学講演会講演論文集, pp.47-48, 2000.
- 8) 田中忠次, 鶴飼恵三, 岡二三生, 塩見忠彦, 田村 武: 地盤工学における数値解析入門, 地盤工学会, pp.129-144, 2000.
- 9) 後藤仁志: 数値流砂水理学, 森北出版, 2004.
- 10) 木山英郎, 藤村 尚: カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 第333号, pp.137-146, 1983.
- 11) 福岡捷二, 小暮陽一, 佐藤健二, 大東道郎: 自然堆積河岸の侵食過程, 水工学論文集, 第37巻, pp.643-648, 1993.

(2008. 9. 30受付)