

# 剛体と弾性体に作用する流体力の数値計算

NUMERICAL PREDICTION OF FLUID FORCES ACTING ON RIGID AND ELASTIC BODIES

黒田 望<sup>1</sup>・牛島 省<sup>2</sup>・牧野 統師<sup>3</sup>

Nozomu KURODA, Satoru USHIJIMA and Osashi MAKINO

<sup>1</sup> 学生員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラス)

<sup>2</sup> 正会員 工博 京都大学大学院准教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラス)

<sup>3</sup> 正会員 神戸市役所 (〒 650-8570 神戸市中央区加納町 6)

This paper presents a computational method to predict the interactions between free-surface flows and the objects included in the flows. Free-surface flows including solid bodies were calculated with MICS<sup>1)</sup> which is a solver for incompressible multiphase fields. Two types of solid model, the rigid model<sup>2)</sup> and the FEM model<sup>3)</sup> were introduced into MICS. The experiments on the wave flows acting on partly submerged elastic and rigid plates, which were same shapes, were carried out in the same hydraulic conditions in order to confirm the applicability of the proposed numerical method. The fluid forces acting on the rigid and elastic plates were discussed through the predicted and experimental results.

*KeyWords* : fluid-solid interaction, free-surface flow, elastic body, rigid body, FEM, MICS

## 1. はじめに

流れ場に存在する比較的自由に变形できる物体は、流体力を受けて变形する。水工学的な問題と関連した現象としては、柔軟な水理構造物の变形や、变形を伴う植生の流体抵抗の変化などがある。このような問題では、变形する物体の形状と流れ場は相互に影響を及ぼしあうため、流れと物体の連成的な挙動を扱うことが重要となる。

流体-構造連成問題を数値的に検討した例として、橋本ら<sup>4)</sup>は流体力によって变形する二次元弾性体モデルの形状と抵抗のシミュレーション、馬替ら<sup>5)</sup>は非対称振動流中に設置された円柱周辺流れ場に対する数値解析を実施している。しかしながら、これまでに自由水面を有する流れの中で、3次元的な流体-構造連成問題が扱われた例は少ない。

既報において、牛島らが物体を剛体と仮定する剛体モデル<sup>2)</sup>と有限要素法により弾性体の变形を計算する FEM モデル<sup>3)</sup>を 3次元多相場の計算方法である MICS<sup>1)</sup>に導入している。既報<sup>2), 3)</sup>においては、剛体モデルと FEM モデルを個々に用いてきたが、本報では同一形状の物体を対象として、両モデルにより、弾性体と剛体に作用する流体力の比較を行う。計算手法の検証を行うため、波動流れにより剛体に作用する流体力を計測する実験を行う。この実験で得られた流体力を計算結果と比較し、物体に作用する流体力に対する解法の妥当性を検討する。同時に、同一形状の剛体と弾性体に作用する流体力について考察する。

## 2. 数値解析手法

### (1) 3次元自由水面流れの計算法

MICS<sup>1)</sup>における多相場の解法の概要を以下に示す。基礎式は、以下の Euler 表記による質量保存則、非圧縮条件、保存形表示された運動方程式の 3 式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] \quad (3)$$

$t$  と  $x_i$  は時間と 3次元直交座標系の座標成分である。 $\rho, \mu, p$  は順に計算セル内の体積平均操作によって求められる密度、粘性率、圧力である。また、 $u_i$  はセル内の質量平均により算出される流速成分である。 $f_i$  は外力の加速度成分を表す。

### (2) 物体運動の計算方法

#### (a) 剛体モデル

剛体モデル<sup>2)</sup>では、流体中に存在する物体を剛体と仮定し、四面体要素の集合として表現する。

剛体運動の計算では、最初に重心点を原点として物体の回転運動による姿勢を求め、次にこれを並進移動させる。並進運動の計算には通常の質点の運動方程式を用い、回転運動は Euler の運動方程式に従う。本報では境界条件を設定しているために、初期の姿勢から

変化せず、流体力のみ計算する。

### (b) FEM モデル

FEM モデルでは、流体中に存在する物体を四面体要素に分割し、その各節点上に変数を定義する。本報では、形状関数が座標の 2 次関数で表される、四面体 2 次要素を利用した。

各節点の 3 次元変位を成分とするベクトルを  $d$  とすれば、物体の動的挙動に関する支配方程式は、次式で与えられる。

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + Kd = f_e \quad (4)$$

ここで、上付のドットは時間微分 (2 つのドットは 2 階微分) を表し、 $C$  は減衰マトリックス、 $K$  は剛性マトリックス、 $f_e$  は流体力などの外力ベクトルである。質量マトリックス  $M$  の要素は、一般に物体の密度  $\rho_b$  に形状関数を乗じて、これを四面体要素内で積分して得られた行列から構成される。本報では、集中質量を対角要素とする集中質量マトリックスを用いる。

式 (4) の減衰マトリックス  $C$  は、質量マトリックスと同様に、減衰係数と形状関数の積を要素内で積分して得られた行列から構成される。本報では、集中質量マトリックスと同様に、対角行列として表される減衰マトリックスを利用する。

動的応答の基礎式である式 (4) を時間積分することにより、節点の速度と変位の 3 次元成分が得られる。時間方向には、差分法を用いて離散化を行う。本報では、次式のように、オイラー陽解法を用いて  $n+1$  ステップの節点の速度ベクトル  $\dot{d}$  を求める。

$$\dot{d}^{n+1} = \dot{d}^n + M^{-1}(f_e^n - C\dot{d}^n - Kd^n)\Delta t \quad (5)$$

### (3) 物体と流体の動的相互作用

物体に作用する流体力は、多相場の計算により得られた圧力勾配項と粘性拡散項から計算される。本報で用いる固体モデルでは、四面体要素の節点上の流体力を求める必要があるが、最初に物体を構成する四面体領域に作用する流体力を以下のようにして計算する。

図-1 に、流体計算セルと物体を構成する四面体要素の関係を示す。FEM モデルでは節点は 10 であるが、図中では 4 節点で表している。図-1 に示すように、流体計算セル  $C$  内の多相流体が、セル内に含まれる物体  $k$  の四面体要素  $T_{km}$  あるいはその一部分の体積  $\Delta T_{Ckm}$  に及ぼす流体力を  $F_{Ckm}$  とし、その  $x_i$  方向成分を  $F_{Ckm}^i$  と表す。

$F_{Ckm}^i$  は、四面体サブセル法<sup>6)</sup>により求められた  $\Delta T_{Ckm}$  と物体  $k$  の密度  $\rho_{bk}$  を用いて、次式から求め

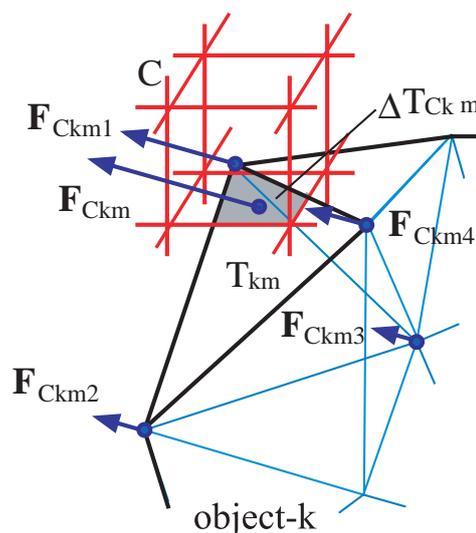


図-1 物体に作用する流体力の評価方法

られる。

$$F_{Ckm}^i = \rho_{bk} \Delta T_{Ckm} \left[ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right\} \right] \quad (6)$$

剛体モデルと FEM モデルでは、それぞれ以下のようにして流体力が算定される。

#### (a) 剛体モデル

剛体モデルでは、式 (6) から得られる流体力ベクトル  $F_{Ckm}$  のセル  $C$  に関する総和が物体に作用する流体力  $F_k$  となる。

#### (b) FEM モデル

FEM モデルでは、上記のようにして得られた  $F_{Ckm}$  を各節点上の流体力に変換する。すなわち、図-1 に示すように、式 (6) から得られる  $F_{Ckm}$  に対して、セル中心からの距離の逆数に相当する重み付けを行い、これを四面体節点上の流体力  $F_{Ckmj}$  とする ( $j = 1, \dots, 10$ )。既報<sup>3)</sup>においては、1 次要素を使用していたために節点数は 4 であったが、本報では 2 次要素のため 10 となる。ある節点に対して、その節点を含む全ての四面体要素と、その要素を含む流体計算セルに対して  $F_{Ckmj}$  の総和を求め、その結果を式 (4) 右辺の外力  $f_e$  とする。

一方、物体の動的応答計算の結果は、多相流場に反映される。図-2 にその概要を示す。ある流体計算セル  $C$  に対して、それに含まれる物体  $k$  の四面体要素  $T_{km}$  を選択する。要素  $T_{km}$  の節点の速度ベクトルを  $v_{kmj}$  とするとき ( $j = 1, \dots, 10$ )、これらの算術平均を四面体要素の速度ベクトル  $v_{km}$  と近似する。着目した流体計算セルに含まれる全ての四面体要素に対してこの

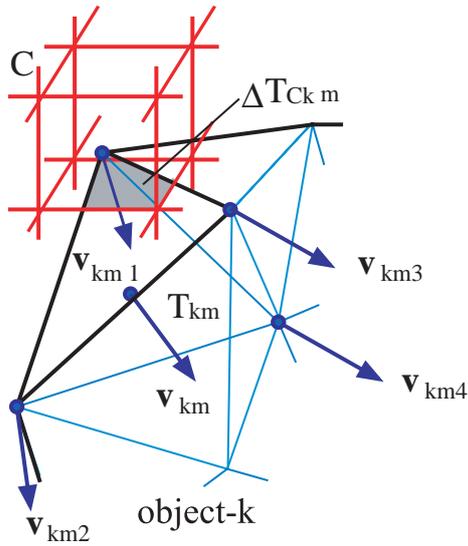


図-2 物体の動的挙動を多相場に考慮する方法

処理を行い、次式よりセル内の質量平均流速  $u_c$  を定める。

$$u_c = \frac{1}{m_C} \left( m_f u_f + \sum_k \sum_m \rho_{bk} \Delta T_{Ckm} v_{km} \right) \quad (7)$$

ここで、 $m_C$  と  $m_f$  は、それぞれ着目する流体計算セル内の全質量および気相と液相の質量である。また、 $u_f$  は気相と液相の混合体の流速ベクトルである。

### 3. 水理実験と解法の検証

#### (1) 矩形板に作用する流体力の評価

上記で述べた数値解法の適用性を確認し、剛体モデルと FEM モデルにより剛体と弾性体に作用する流体力を比較するため、造波水槽内で自由水面流れを発生させ、矩形板に作用する流体力を計測する実験を行った。この実験結果を計算結果と比較する。図-3 に実験水槽の概略図を、図-4 に矩形板の概要と計算モデルを示す。実験水槽左端には、PC で動作が制御可能な電動スライダに取り付けられた造波板がある。また、水槽右端側には、ボックスが固定されており、造波により発生した波動は、ボックス上部で自由水面流れとなる。ボックス上部には、鋼製の支持板で上部が支えられた矩形板が設置されている。矩形板の下端とボックス上面には約 15 mm の隙間を設けている。

表-1 水槽と矩形板の寸法

|       |        |        |        |       |        |
|-------|--------|--------|--------|-------|--------|
| $L_1$ | 700 mm | $L_2$  | 700 mm | $h_0$ | 150 mm |
| $h_b$ | 100 mm | $B$    | 190 mm | $h_p$ | 100 mm |
| $w_p$ | 30 mm  | $b_p$  | 10 mm  | $h_1$ | 10 mm  |
| $h_2$ | 35 mm  | $h'_p$ | 90 mm  |       |        |

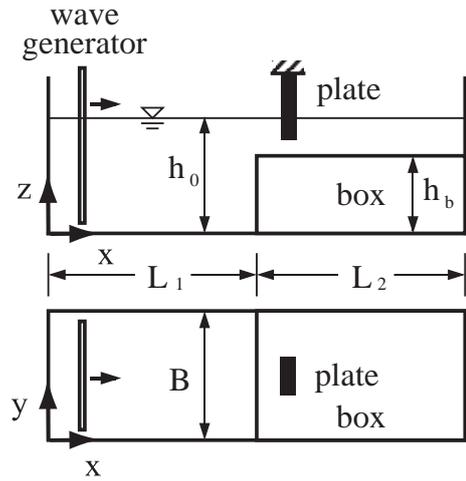


図-3 造波水槽の概要 (上=側面図, 下=平面図)

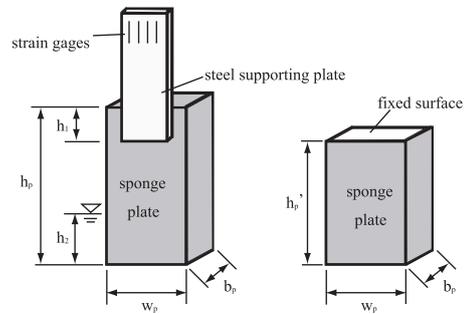


図-4 矩形板の概要と計算モデル

実験で用いた装置の寸法は、表-1 に示すように既報<sup>7)</sup>と同様である。矩形板は弾性板としてスポンジ性のもの、剛体板として木製のものを使用した。比重はそれぞれ 0.255 と 0.4 で、ボックス左端から矩形板中心までの距離は約 0.1 m とした。支持板上部には、共和電業製の歪みゲージ (KFG-2N-120-C1-11) を軸方向に 4 枚貼り付け、それらの出力をセンサインタフェース (同社製 PCD-300AS1) で取り込み、これに接続した PC にデジタル値として収録した。なお、収録したデータから支持板の固有振動を除去するため、矩形板を自由振動させたときの時系列データを求めて、これを消去する移動平均のウィンドウ幅を定めた。取得したデータには、得られたウィンドウ幅の移動平均を作用させた。

実験では、ボックス左端から造波板側 0.1 m の位置における最大水深を  $h_m$  と定義し、3 種類の  $h_m$  に関する実験条件を定めた。弾性板と剛体板に対して、それぞれ  $h_m = 185, 191, 195$  mm となる造波条件の実

験を行い、最初の1波から生ずる自由水面流れによる流体力を計測した。

## (2) 計算条件

弾性板と剛体板に作用する流体力に関する検証を行うために、実験と同じ初期水深の静止状態から非定常計算を行った。造波条件は、造波板の速度と同様の流速を計算領域左端面に与えることで模擬した。四面体サブセル法におけるサブセル分割数は、3次元の各方向に5とし、1つの流体計算セルに対して125のサブセルを設定した。

計算では、水と空気の動粘性係数をそれぞれ  $1.0 \times 10^{-6}$  および  $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  とした。また、水と空気の密度は、それぞれ  $1.0 \times 10^3$  および  $1.0 \text{ kg}/\text{m}^3$  とした。矩形板の密度は実験模型と同じ値とした。

### (a) 剛体モデル

剛体モデルでは、水槽内の空気部分を含む領域に対して、流下方向に8mm、その他の方向に10mmのメッシュを設定した。時間増分  $\Delta t$  は各ケースにおいては  $8.0 \times 10^{-4}$  秒とした。また、矩形板を構成する四面体要素数は184個であり、節点数は88である。剛体モデルでは変形を考慮する必要がないことから、FEMモデルより少ない節点数のメッシュデータを用いた。

### (b) FEMモデル

FEMモデルでは、水槽内の空気部分を含む領域に対して、各方向に約10mmのメッシュを設定した。時間増分  $\Delta t$  はケースH185、H191においては  $5.0 \times 10^{-4}$  秒、ケースH195においては  $8.0 \times 10^{-4}$  秒とした。矩形板を構成する四面体要素数は184であり、節点数は441である。弾性板のヤング率を実験で求めた  $3.5 \times 10^5 \text{ Pa}$  とし、単位体積あたりの減衰係数はケースH185、H191においては実験より求めた  $2.0 \times 10^3 \text{ N s}/\text{m}^3$  を用い、ケースH195においては数値発散を防ぐために  $2.0 \times 10^4 \text{ N s}/\text{m}^3$  とした。

これらの条件の下、造波板の移動開始時刻を  $t=0$  として、計算を行った。

### (3) 実験結果と計算結果の比較

矩形板に作用する最大流体力  $F_{wm}$  と初期水深  $h_0$  を基準とする最大水深  $w_b (= h_m - h_0)$  の関係を図-5に示す。波高が増加するにつれ、最大流体力は増加する。また、いずれのケースにおいても、剛体板より弾性板の方が流体力が小さくなっており、その傾向も計算により再現できている。これは、弾性板が流れによって、より小さな抵抗を受ける形状に変形したためと考えられる。

図-6は、ケースH195の剛体板と弾性板周辺の圧力分布を示したものである。各位置における初期水圧からの差を示した。流体力が最大となる時刻の、矩形板

の下端から鉛直上方25mmの位置における水平分布である。流体力を生じさせるような、圧力分布を示していることがわかる。剛体板の上流側に弾性板の場合よりも高い圧力が生じており、その領域も広い。逆に、下流側では弾性板よりも低い圧力が生じている。これは、弾性板が変形し、作用する流体力が小さくなったためであると考えられる。

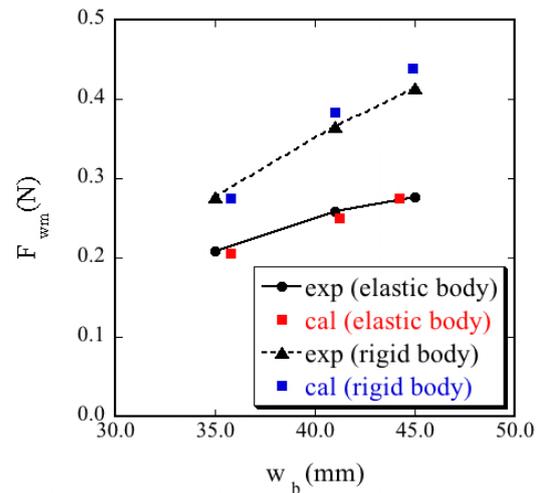
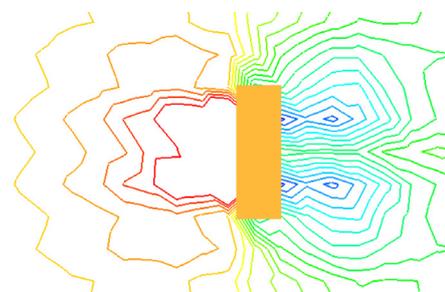
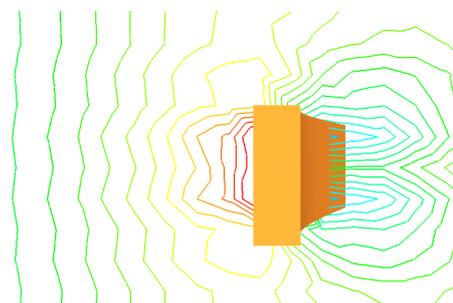


図-5  $F_{wm}$  と  $w_b$  の関係



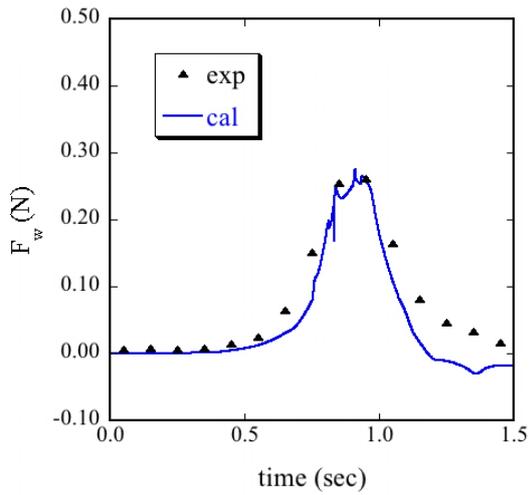
(a) 剛体板,  $t = 0.87$  (s)



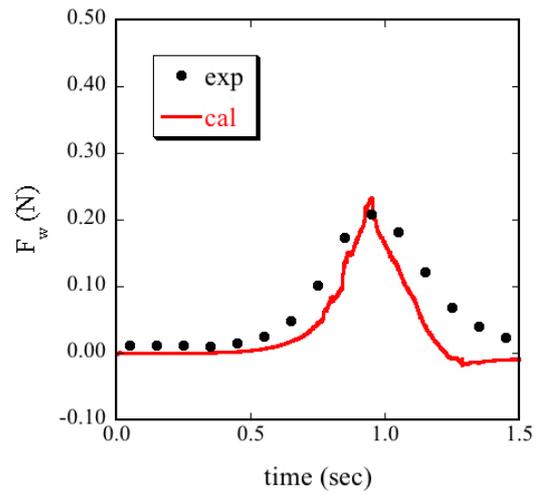
(b) 弾性板,  $t = 0.93$  (s)



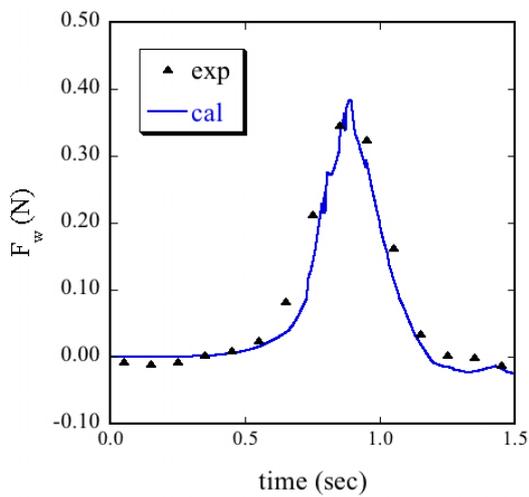
図-6 剛体板と弾性板周辺に発生する圧力 (ケースH195)



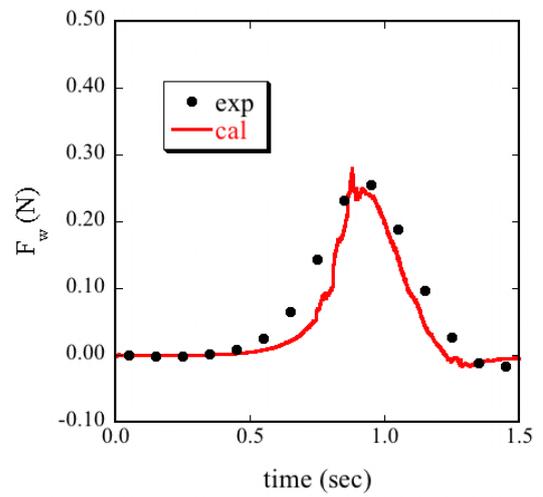
(a) ケース H185



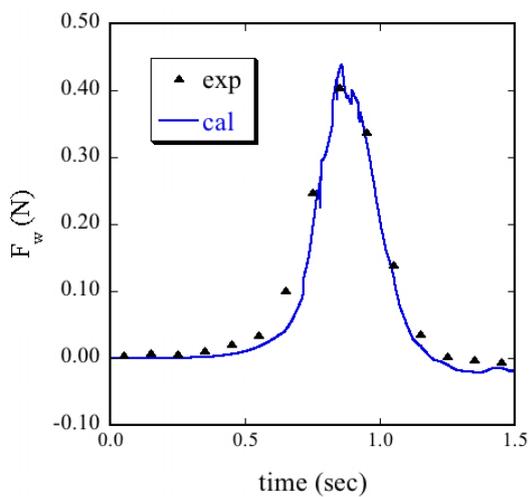
(a) ケース H185



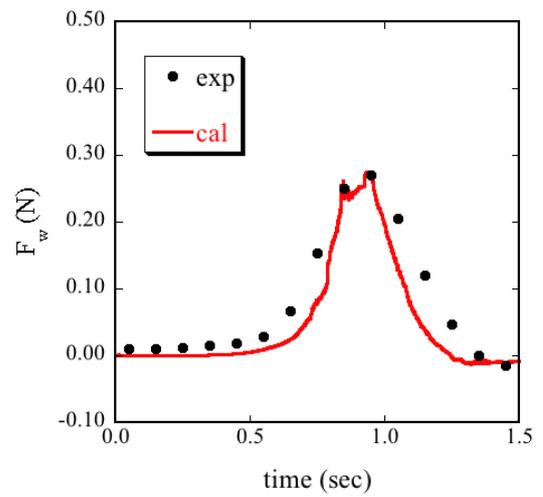
(b) ケース H191



(b) ケース H191



(c) ケース H195



(c) ケース H195

図-7 流体力の時系列 (剛体モデル)

図-8 流体力の時系列 (FEM モデル)<sup>7)</sup>

図-7, 図-8 に, 各ケースにおける矩形板に作用する流体力  $F_w$  の時系列を示す. 本実験計測システムでは,  $x$  軸方向の流体力成分  $F_w$  のみが得られる. 図-7, 図-8 に示されるように, 実験結果と計算結果を比較すると, 流体力  $F_w$  の最大値はほぼ一致している. 計算により得られた時系列の全体的な分布形状に関して, 実験結果と同様の形状をしている. また, 図-7, 図-8 より, それぞれの矩形板に作用する流体力が最大となる時刻はどのケースにおいてもほぼ等しいことがわかる.

図-9 に, 剛体板と弾性板に作用する最大流体力の差  $\Delta F_{wm}$  と, 最大変位  $\delta$  との関係を示した. また, 同図中に示した  $F_{1\delta}$  は, はり理論によって計算される, 先端変位が  $\delta$  である時の弾性板に作用する静的荷重である.  $F_{1\delta}$  は弾性板先端に作用する集中荷重,  $F_{2\delta}$  は初期状態で水面下にある弾性板に等分布荷重を作用させたときの合力である. 既報<sup>7)</sup>において, 弾性板に作用する流体力が最大になる時刻と先端変位が最大になる時刻がほぼ等しいという結果が得られているため, 先端変位  $\delta$  として各実験ケースにおける先端変位の最大値を用いて,  $F_{1\delta}$  と  $F_{2\delta}$  を求めた. 図-9 に示すように, 本実験では片持ちばりの先端に集中荷重が作用したモデルの方が流体力の差に近くなった.

図-10 は, ケース H195 の弾性板周辺の圧力の鉛直分布を示したものである. 図-6 と同様に初期水压からの差を示した. 流体力が最大となる時刻における  $y=80$  mm の鉛直面内分布である. 図-10 に示すように, 矩形板の下端付近に高い圧力差が見られる. そのため, 流体力が弾性板の下端に集中し, 等分布荷重よりも集中荷重の方が  $\Delta F_{wm}$  に近くなったと考えられる.

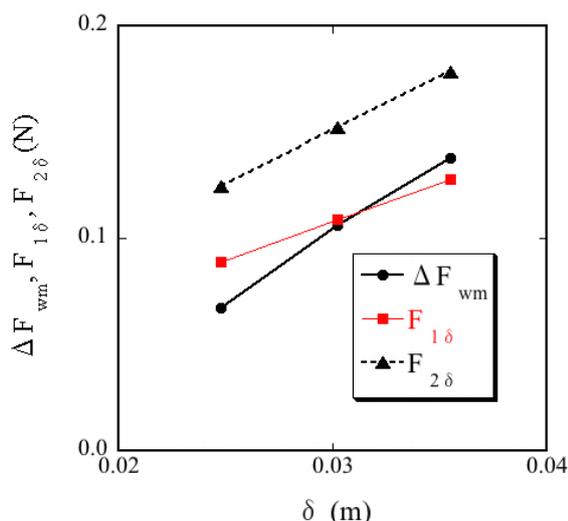


図-9  $\Delta F_{wm}$ ,  $F_{1\delta}$ ,  $F_{2\delta}$  と  $\delta$  の関係

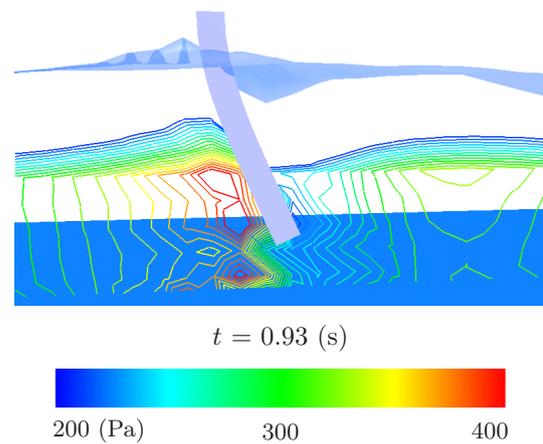


図-10 弾性板周辺の圧力分布 (ケース H195)

## 5. おわりに

波動流れにより同一形状の剛体板と弾性板に作用する流体力を計測する実験を行ったところ, 剛体板に作用する流体力が大きくなり, 波高の増加とともに流体力の差は大きくなった. 計算結果と比較した結果, これらの傾向については良好な再現性が見られた. 矩形板周辺に発生する圧力差は弾性板の方が小さく, 流体力の差に関係していると考えられる. 剛体板と弾性板に作用する流体力の差は片持ちばりの先端に集中荷重が作用しているモデルの方が等分布荷重で作用しているモデルより近くなった. これは, 弾性板の下端付近では高い圧力差が見られ, 流体力が下端付近に集中しているためだと考えられる.

## 参考文献

- 1) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79-89, 2006.
- 2) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師. 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法. 土木学会論文集, Vol. 64/II-2, pp. 128-138, 2008.
- 3) 牛島省, 黒田望, 禰津家久. MICS と有限要素法による自由水面流と弾性体の連成運動に対する3次元数値計算. 水工学論文集, Vol. 52, pp. 1033-1038, 2008.
- 4) 橋本知久, 田中嘉宏, 森西晃嗣, 里深信行. 流体力を受けて変形する二次元弾性体モデルの形状と抵抗のシミュレーション. 日本機械学会論文集 (B 編), Vol. 72, No. 713, pp. 9-16, 2006.
- 5) 馬替敏治, 榎田真也, 由比政年, 石田啓. 非対称振動流中に設置された円柱周辺の流況および流体力の数値解析. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 847-852, 2005.
- 6) 牛島省, 牧野統師, 禰津家久. 四面体サブセル法を用いる市街地に流入する汜濫流の3次元数値計算. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 787-792, 2007.
- 7) 黒田望, 牛島省. 自由水面流中の変形を伴う物体に作用する流体力の数値計算. 応用力学論文集, Vol. 11, pp. 799-806, 2008.

(2008.9.30 受付)