

自由水面流中を運動する 密度が不均一な円柱浮体の数値解析

NUMERICAL PREDICTION OF A FLOATING CYLINDER
WITH NON-UNIFORM DENSITY MOVING IN FREE SURFACE FLOWS

牛島 省¹・黒田 望²・中村 元太²・木村 真緒³

Satoru USHJIMA, Nozomu KURODA,
Genta NAKAMURA and Mao KIMURA

¹ 正会員 工博 京都大学大学院准教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラス)

² 学生員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラス)

³ 学生員 京都大学工学部 地球工学科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

This paper deals with the applicability of the computational method to predict the motions of floating objects in free-surface flows. In particular, the density distribution of the floating object is taken into account in the prediction method, since it is closely related to the stability of the initial attitude and its motion. The floating object and free-surface flows are predicted with the computational method, MICS, which enables us to deal with the multiphase field easily. The floating object is represented by the multiple tetrahedron elements with different density, from which the volume-averaged density of a fluid cell is determined through a sub-cell method. The prediction method was applied to the movements of a floating cylinder with non-uniform density and it was shown that the basic features of the cylinder motions are reasonably predicted through the comparison with the experimental results.

KeyWords : floating body, free-surface flow, density distribution, MICS

1. はじめに

自由水面上に浮遊する構造物や漂流物の挙動を正確に把握することは、水工学上の重要な課題の一つである。浮遊時の物体の安定な姿勢、あるいは水面変動や流れに対する浮体の応答を予測するには、物体形状や平均的な密度だけではなく、浮遊物内部の密度分布を考慮することが重要である。

密度分布が姿勢や運動に関係する浮体の一例として、一部のマングローブ植物がつける胎生種子がある。図-1 に、水槽中の水に浮かぶオヒルギの胎生種子を示す。胎生種子は潮流等により輸送されるが、その際の種子の姿勢や水中の長さは、ゾーネーション(生育地の分布)に密接な関係があるといわれる。また、胎生種子の内部の組織構造は、それが水中で直立し、水底面に定着しやすいように適応しており、胎生種子の下部は密度が大きいとされている¹⁾。このため、種子の輸送時の挙動を理解するには、内部の密度分布を考慮することが重要であると考えられる。

本報では、このような密度分布を有する浮体の安定な姿勢や運動を予測するための数値解法を検討する。浮体運動に関する既往研究では、ポテンシャル流れが仮定される場合が多い^{2),3)}。これに対して、本研究で



図-1 水槽中に浮遊するオヒルギの胎生種子

は、非ポテンシャル流れと浮体との連成問題を扱える 3 次元解法 (MICS)⁴⁾ を利用する。既報⁵⁾ では、MICS により、波動場における密度が均一な浮体の運動が適切に行えることが確認されている。本報では、物体を構成する個々の四面体要素の密度を独立に設定することにより、物体内部の密度分布を表現できるものとする。

解法の有効性を確認するため、密度の異なる 2 つの円柱を結合した円柱浮体に対して、初期姿勢の安定性や回転振動などの基本特性、さらに水槽を加速してスロッシングを起こしたときの円柱浮体の挙動を実験結果等と比較する。

2. 数値解析手法

(1) 自由水面流中の浮体運動の計算法

自由水面流中の浮体運動の計算を行うために、本報では、物体を含む自由水面流れを固気液多相場として捉える解法である MICS⁶⁾ を利用する。

既報⁴⁾ に示されたように、この解法では、最初に気相と液相のみから構成される多相場の基礎式を解き、次に得られた計算結果に物体の密度を考慮して物体に作用する流体力を定める。気相と液相から構成される場の基礎方程式は、次のように表される。

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_f u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) &= f_i - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 x_i は直交座標系の座標成分、 u_i は気相と液相の質量平均速度であり、 p 、 ρ_f 、 μ は順に気相と液相の体積平均圧力、密度、粘性係数である。また、 f_i は外力加速度の x_i 成分である。

基礎式は、空間中に固定されたコロケート格子配置の元で有限体積法により離散化される。式 (1) に対して保存形式スキームを用いて数値解を求めることにより、気液相の密度 ρ_f 、すなわち自由水面形状が定められる。式 (3) をコロケート格子上で離散化し、MAC 系解法に基づく予測段階、圧力計算段階、修正段階の演算を順に適用する。予測段階では、セル中心における流速の推定値 u_i^* を陰的解法である C-ISMALC 法により求める。また、圧力計算段階では、C-HSMALC 法⁷⁾ を利用する。これらの解法の詳細は、既報⁴⁾ に示すとおりである。

(2) 物体に作用する流体力

流体計算セル内に物体部分が含まれる場合には、式 (3) に対応する次の運動方程式が成り立つとする。

$$\begin{aligned} \rho_b \frac{Du_i}{Dt} &= -\rho_b g \delta_{3,i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 g は重力加速度、 x_3 は鉛直上方に向かう直交座標系の成分、 $\delta_{i,j}$ はクロネッカーのデルタである。また、 ρ_b はセル内に占める物体部分の質量が考慮された多相場の密度であり、(3) で述べる四面体サブセル法⁸⁾ により定められる。四面体サブセル法は、流体計

算セルを細分割してサブセルを生成し、四面体内に含まれるサブセルの個数から、セル内の物体体積を近似的に求める手法である。

圧力計算後に得られる圧力 p^{n+1} が、 $p^{n+1} = p_0 + \phi^*$ と表されるとする。ここに、 p_0 は静水圧、 ϕ^* は圧力計算により定められる静水圧からの偏差である。この p^{n+1} を用いれば、式 (4) は次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i}{Dt} &= -\frac{\rho_b - \rho_f}{\rho_b} g \delta_{3,i} - \frac{1}{\rho_b} \frac{\partial \phi^*}{\partial x_i} \\ + \frac{1}{\rho_b} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

式 (5) の右辺第 1 項は浮力、第 2 項は流動により生ずる圧力、第 3 項は粘性力に相当する。

物体に作用する流体力は、式 (5) の右辺から定められる。ある流体計算セル C 内において、物体に作用する x_i 方向の流体力成分を F_{Ci} とする。この F_{Ci} は、セル体積 V_C 、四面体サブセル法により求められたセル中に占める物体の体積割合 α を用いて次式から求められる。

$$F_{Ci} = \alpha \rho_b V_C \cdot RHS \quad (6)$$

ここに、 RHS は、式 (5) の右辺を表す。

(3) 密度分布を有する浮体の取り扱い

図-2 に流体計算セル C とサブセル、そして四面体要素の関係を概略的に示す。四面体要素内の密度は均一であり、四面体ごとに適当な密度を設定することで、物体の密度分布を近似する。四面体要素に含まれるサブセル数から、 C に含有される四面体 i の体積割合 γ_i が求められ、 C の体積平均密度 ρ_C は次式から定められる。

$$\rho_C = \rho_f \left(1 - \sum_i \gamma_i \right) + \sum_i \gamma_i \sigma_i \quad (7)$$

ここに、 σ_i は四面体 i の密度である。

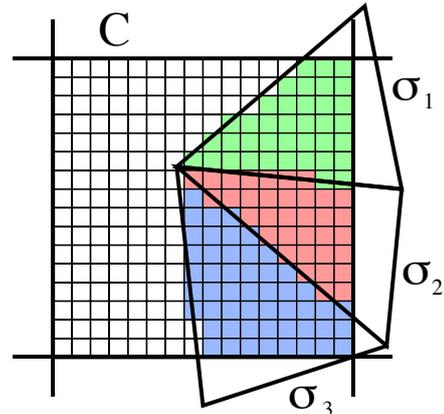


図-2 流体計算セル (太線)、サブセル (細線) および四面体要素 (三角形) の関係

3. 対象とする浮体の基本特性

(1) 円柱の密度分布と安定条件

本報では，図-3 に示すような直径 D の2つの円柱を，中心軸が一致するように結合した円柱を扱う．

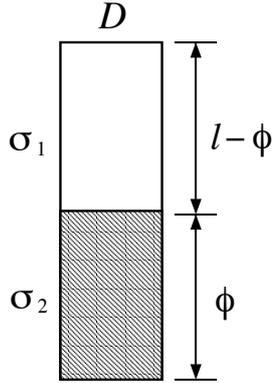


図-3 密度の異なる2円柱から構成される円柱

上下の円柱の密度はそれぞれ σ_1 および σ_2 ，軸方向長さは $l - \phi$ および ϕ とする．水と空気の密度をそれぞれ ρ_w および ρ_a とし， $\rho_a \approx 0$ と近似する．円柱の密度 σ_1, σ_2 は，以下の条件を満たすとする．

$$\sigma_2 > \rho_w > \sigma_1 \quad (8)$$

この円柱を水中に入れたとき，図-4 のように，円柱は中心軸を鉛直軸と平行に保った姿勢で水面に浮かぶとする．図-4 に示されるように，円柱下端から上方に向かって z' 軸をとり，浮心点 B および円柱の重心点 G までの高さをそれぞれ z_b および z_g とする．また，釣り合い状態における円柱下端から静水面までの距離を h_b とする．

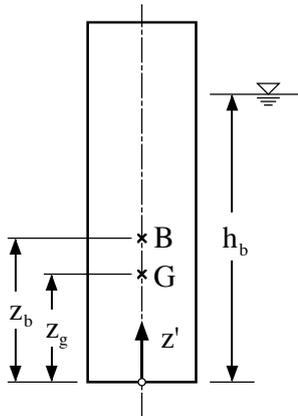


図-4 静水中で釣り合い位置にある円柱と座標 z'

円柱が水に浮かぶことより，以下の条件が成り立つ．

$$a \equiv \frac{\rho_w - \sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1} - \frac{\phi}{l} > 0 \quad (9)$$

また， z_b および z_g は以下のように求められる．

$$z_b = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 l + (\sigma_2 - \sigma_1) \phi}{\rho_w} \quad (10)$$

$$z_g = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) \phi^2 + \sigma_1 l^2}{\sigma_1 l + (\sigma_2 - \sigma_1) \phi} \quad (11)$$

なお， $h_b = 2z_b$ である．

一方，円柱の中心軸が鉛直軸と平行となる姿勢で安定するためには，浮心点（円柱が静水面に接する水線面の重心点）回りの微小傾斜角に対する安定性より，次の条件が成り立つ．

$$b \equiv \frac{D^2}{16l} \frac{\rho_w}{\sigma_1 l + (\sigma_2 - \sigma_1) \phi} + \frac{z_b - z_g}{l} > 0 \quad (12)$$

(2) 円柱の水平軸に対する回転振動

上記の円柱が，釣り合い状態から擾乱を受けて，ある水平軸 H に対して微小角度の回転振動を行うと仮定する．円柱下端から回転軸までの高さを z_c とすると，回転軸 H に対する慣性モーメント I は，次のように表される．

$$I = \frac{\pi D^2 \sigma_2}{4} \int_0^\phi \left[\frac{D^2}{16} + (z' - z_c)^2 \right] dz' + \frac{\pi D^2 \sigma_1}{4} \int_\phi^l \left[\frac{D^2}{16} + (z' - z_c)^2 \right] dz' \quad (13)$$

回転軸 H に対して，円柱が微小角 θ だけ回転したときに，重力と浮力から構成される偶力のモーメントを N とすれば，角運動量の方程式は次式で与えられる．

$$I \ddot{\theta} = N \quad (14)$$

回転角 θ が微小であれば，傾心と円柱の重心の距離 L と円柱の質量 M ，重力加速度 g を用いて， $N \approx MgL\theta$ と近似されるので，振動周期 T は以下のように表される．

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MgL}} \quad (15)$$

4. 水理実験

上記で考察した密度が均一でない円柱の浮遊運動を把握するため，水理実験を行った．実験では，図3に示される円柱モデルに対して，上部に木製，下部にアクリル製の円柱を結合した円柱モデルを利用した．この円柱モデルの物性値は， $\sigma_1/\rho_w = 0.5$ ， $\sigma_2/\rho_w = 1.18$

であり、 $l = 0.1 \text{ m}$ および $D = 30 \text{ mm}$ である。この円柱模型に対する式 (9) および式 (12) の a と b の値を図-5 に示す。この円柱模型が安定な姿勢で水に浮かぶのは、図-5 で a と b がともに正の範囲であり、その条件は、 $\phi'_1 < \phi/l < \phi'_2$ と表される。ここに、 $\phi'_1 \approx 0.4$ 、 $\phi'_2 \approx 0.73$ である。上記を考慮して、実験では、 $\phi/l = 0.5, 0.6, 0.7$ の3種類の円柱模型を利用した。

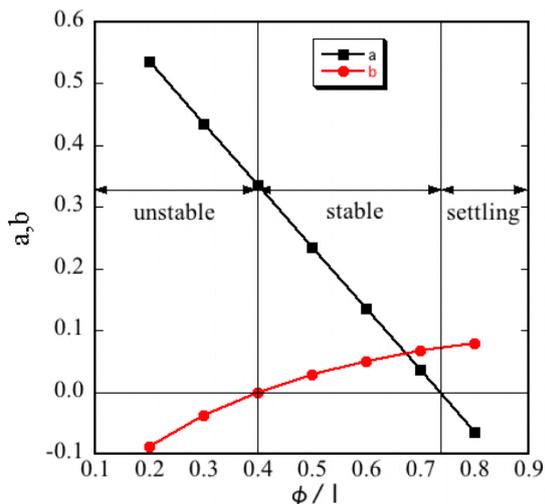


図-5 a, b と ϕ/l の関係

本研究では、2種類の実験、すなわち以下の実験 A および実験 B を行った。実験 A では、釣り合い状態にある円柱模型の中心軸を鉛直軸に対して約 14 度傾けて自由振動させ、その挙動をビデオカメラで撮影した。

一方、実験 B では、長さ 0.19 m、幅 0.06 m、高さ 0.2 m の水槽に、円柱模型を浮かべた状態で水深が 0.15 m となるまで水を入れ、釣り合い静止状態とする。この初期状態から、水槽全体を長さ方向に加速して停止させることにより、水槽内に 1 次モードのスロッピングを発生させて、円柱模型の運動を把握した。水槽に与えた加速度は、0 から 0.224 秒までが 1.0 m/s^2 、0.224 から 0.448 秒までが -1.0 m/s^2 である。また、この実験では、 $\phi/l = 0.6$ となる円柱模型を用いた。

5. 数値解析結果

(1) 計算条件

計算では、水槽内の水および空気部分に対して、1 辺 5 mm の立方体の計算セルを設定した。各方向のセル数は、 $38 \times 12 \times 40$ である。一方、円柱模型は、図-6 に示す四面体要素で表現する。四面体要素数と節点数は、それぞれ 1,471 および 436 である。

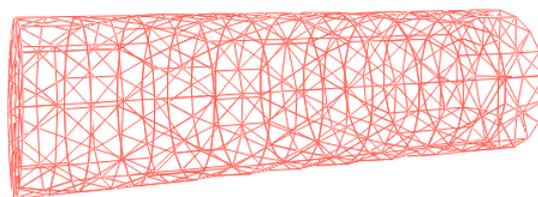


図-6 計算で利用した円柱モデル

なお、計算では、水の密度と動粘性係数をそれぞれ $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ および $1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ とした。空気に対する各値は、 1.0 kg/m^3 および $1.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ とした。

(2) 円柱の安定性に関する計算

上記のように、実験で利用した円柱模型は、 $\phi'_1 < \phi/l < \phi'_2$ の範囲で安定な姿勢で水に浮かぶ。最初に、本数値解法で、この条件が再現できることを確認する。鉛直軸から 14 度の傾いた姿勢を初期条件として、 $\phi/l = 0.35$ の円柱模型を、静水中で解放したときの計算結果を図-7 に示す。この条件では、円柱の中心軸が鉛直軸と平行になる姿勢は不安定であり、図-7 に示されるように、数値計算でもその不安定性が再現されている。

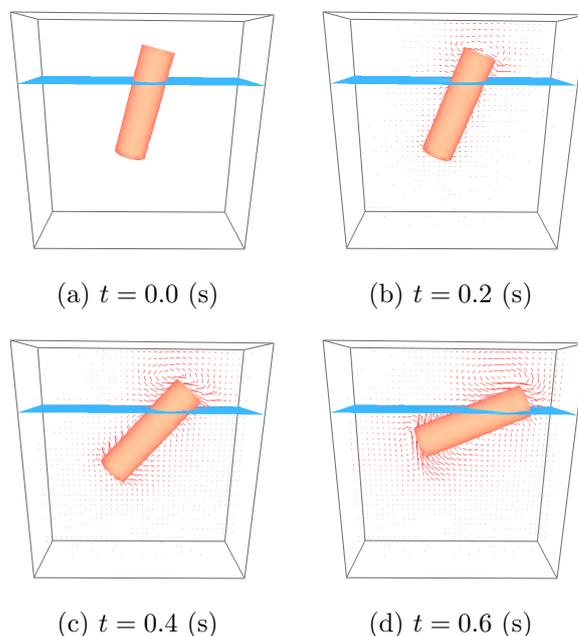


図-7 不安定となる円柱模型の計算結果 ($\phi/l = 0.35$)

一方、 $\phi'_2 < \phi$ という条件では、円柱模型は水中に沈降する。これを確認するため、上記と同様にして、 $\phi/l = 0.75$ である円柱模型の計算を行った。その結果、図-8 に示すように、振動を伴いながら沈降していく状

況が数値計算で再現された。

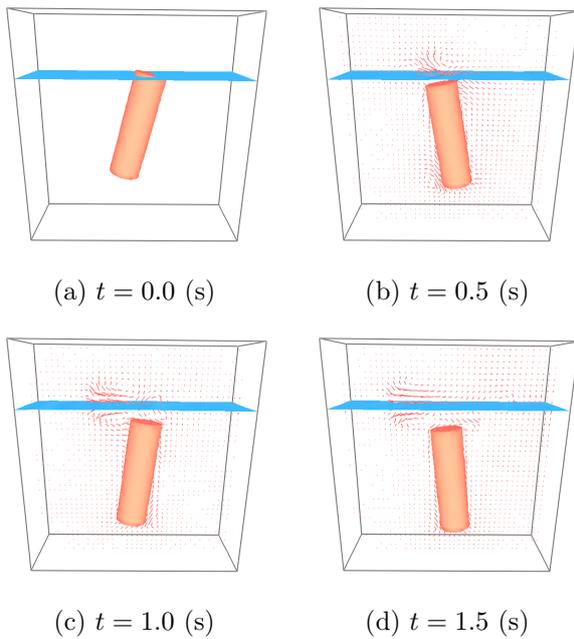


図-8 沈降する円柱模型の計算結果 ($\phi/l = 0.75$)

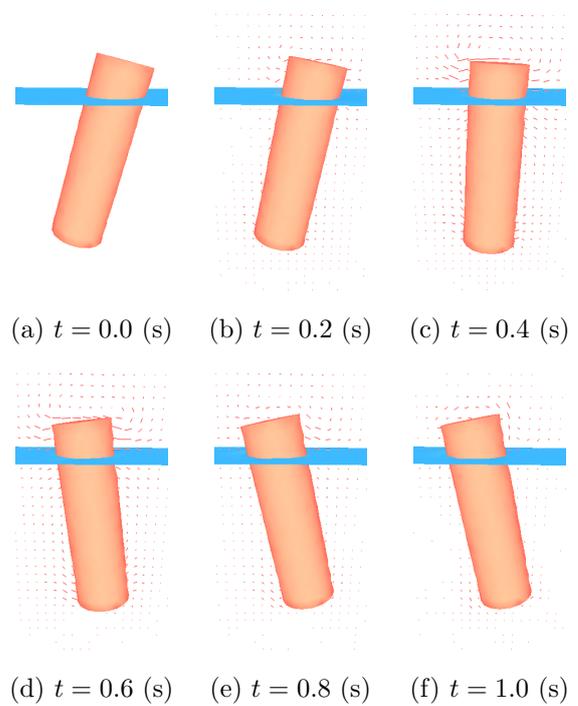


図-9 円柱模型の自由振動の計算結果 ($\phi/l = 0.5$)

なお、 $0.5 \leq \phi \leq 0.7$ の範囲では、以下の結果に示されるように、円柱模型は安定な姿勢で浮遊することが確認された。以上のように、物体の密度分布に伴う浮体の姿勢の安定条件等が数値計算で再現できることが確認された。

(3) 円柱の自由振動の計算

次に、 $\phi/l = 0.5, 0.6, 0.7$ の条件における円柱の自由振動の計算を行った。円柱模型の初期姿勢は、模型に作用する重力と浮力が釣り合う高さにおいて、中心軸を鉛直軸から 14 度傾けた姿勢とした。静水中で、初期姿勢から円柱模型を解放し、その後の運動を数値計算により求めた。図-9 に、計算で得られた $\phi/l = 0.5$ における円柱模型の各時刻の姿勢を示す。この結果に示されるように、円柱模型は、重心付近の水平軸を中心とする回転振動を行う。振動は流体粘性の影響などにより、しだいに減衰する。

図-10 に、振動周期 T を実験と計算で比較した結果を示す。図-10 中の曲線は、式 (15) から得られる周期であり、曲線 A, B はそれぞれ重心点と浮面心を z_c としたものである。 ϕ が増加するにつれて、 T は減少し、実験結果は、2 曲線のうち曲線 B に近い。計算により得られた周期は、実験結果よりも若干大きい値となっている。この相違の原因としては、四面体格子分割の解像度や、実験誤差などが関係していると推測される。

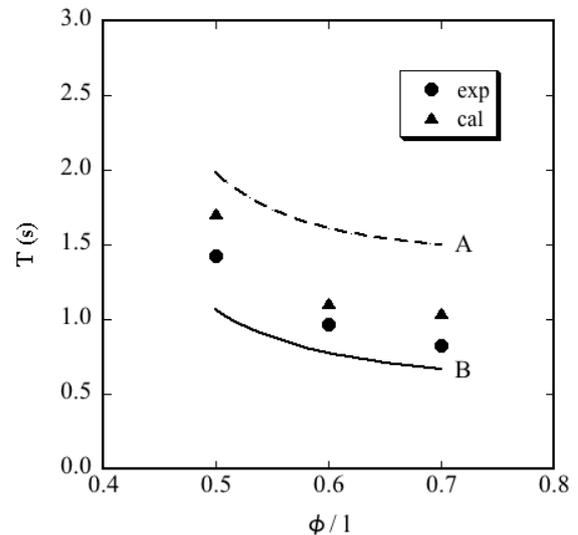


図-10 自由振動の周期の比較

(4) 水面動揺時の円柱の浮遊運動の計算

円柱模型を浮かべた水槽を加速運動させて、液面変動を引き起こして円柱模型の運動を調べる実験 B の計算を行い、実験結果と比較する。実験で使用した水槽幅と水深から定められる 1 次モードのスロッピングの周期は、約 0.5 秒である。円柱模型は $\phi/l = 0.6$ であり、図-10 より、固有周期は約 1 秒であるので、スロッピング周期はその約半分の数値となっている。

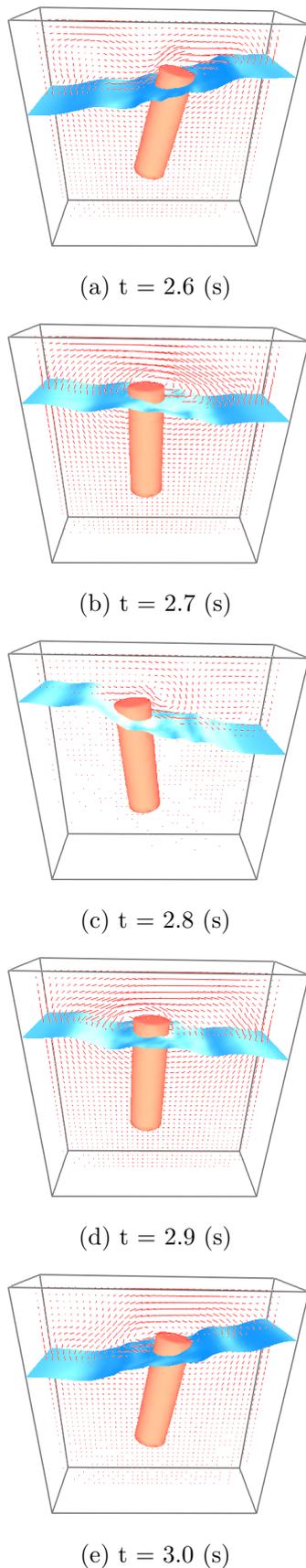


図-11 スロッシングによる円柱模型の浮遊運動の計算結果 ($\phi/l = 0.6$)

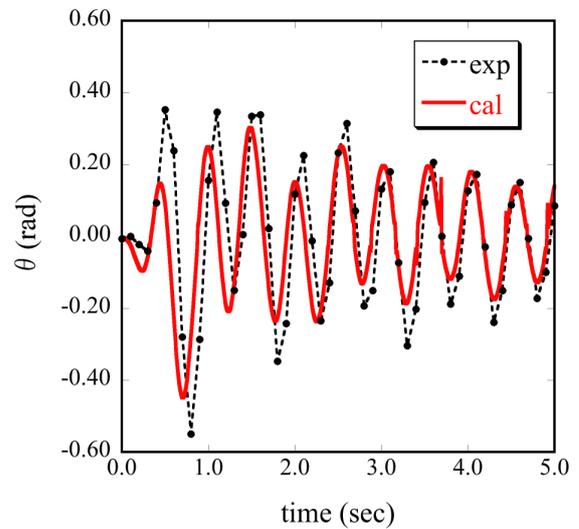


図-12 円柱模型の角度の時系列

図-11 に、加速開始後 2.6 秒から 3.0 秒までの水面変動と円柱運動の計算結果を示す。この結果に示されるように、円柱模型はその下端付近を回転軸として、水面変動と連動する回転振動を行う。この挙動は、実験結果でも同様に観察された。図-12 に、円柱模型の中心軸と鉛直軸のなす角度 θ の時系列を比較した結果を示す。加速直後の挙動にやや相違があるが、1.5 秒以降の水面変動と円柱模型の運動が連動した状態における時系列は概ね一致している。

6. おわりに

軸方向に密度分布を有する円柱浮体の初期姿勢の安定性や固有周期、水面変動時の運動等に関する基本的な挙動は本数値解法により再現されることが示された。

参考文献

- 1) マルタヴァヌチ. マングローブと人間. 岩波書店, 2005.
- 2) 合田良実, 鈴木康正, 笹田正. 波浪中の直立円柱浮体に働く流体力とその運動. 港湾技術研究所報告, Vol. 15, No. 2, 1976.
- 3) 大松重雄. 複数浮体の波浪中動揺問題について. 海上技術安全研究所報告, Vol. 8, No. 1, 2008.
- 4) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師. 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法. 土木学会論文集, Vol. 64/II-2, pp. 128-138, 2008.
- 5) 福谷彰, 牛島省, 牧野統師, 禰津家久. 浮体運動に対する多相場の数値解法の適用性. 応用力学論文集, Vol. 10, pp. 705-712, 2007.
- 6) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79-89, 2006.
- 7) 牛島省, 奥山洋平. 非圧縮性流体計算における C-HSMAC 法と SOLA 法の収束特性. 土木学会論文集, No. 747/II-65, pp. 197-202, 2003.
- 8) 牛島省, 牧野統師, 禰津家久. 四面体サブセル法を用いる市街地に流入する氾濫流の 3次元数値計算. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 787-792, 2007.

(2008.9.30 受付)