

氷板下における晶氷厚の連続測定

CONTINUOUS MEASUREMENT OF THE FRAZIL THICKNESS UNDER ICE SHEET

吉川 泰弘¹・渡邊 康玄²・早川 博²・清治 真人³

Yasuhiro YOSHIKAWA, Yasuharu WATANABE, Hiroshi HAYAKAWA, Masato SEIJI

¹ 正会員 工修 寒地土木研究所 寒地河川チーム (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

² 正会員 博(工) 北見工業大学 社会環境工学科 (〒 090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

³ 北海道科学技術総合振興センター東京出張所 (〒 100-0005 東京都千代田区丸の内 3-2-2)

The frazil thickness variation process that causes ice jamming has not yet been fully clarified, partly because observation itself is difficult. In this study, the process of frazil thickness variation was clarified from the measured values of ADCP based on the results of field observation conducted on the Teshio River in Hokkaido. Of particular note in this study was the indication of the possible contribution of frazil-to-ice transition to the formation of ice sheets. A method of calculating ice thickness variation considering this transition was developed, and the validity of the calculated values was verified. Moreover, the measurement data showed that the river thickness from the upper surface of ice sheets to the bottom of the frazil was almost fixed.

Key Words: Ice-covered River, Frazil Thickness, ADCP, Teshio River, Hokkaido

1. はじめに

結氷河川における晶氷は、日最低気温が -6°C 以下になると流水中に発生し¹⁾、発生した晶氷は流下するにつれ互いに固着して水面に出現する。晶氷は、河川勾配急変部において滞留および氷化して全面結氷の原因となったり、氷板下に滞留してアイスダムを形成し流積を狭めるなど水理現象に大きな影響を及ぼすことが知られている。このため、結氷河川において晶氷の挙動を明らかにする事は重要である。

晶氷は、発生、流下・滞留、氷化と物性が気象条件、水理条件により変化する。発生については、開水面における発生量を $10\text{g}/\text{m}^2/\text{min}$ 程度と現地観測から定量的に明らかにした報告²⁾がある。晶氷の流下・滞留については、Shen³⁾らによって氷板下の晶氷の流下に着目した現地観測および室内実験から、土砂の掃流砂の考えに基づき、晶氷の掃流量と無次元せん断力の関係を明らかにされており、いずれの研究も有益な知見が得られている。氷板下の晶氷の量自体の変動については、気象と水理量の両者から影響を受けるため、非定常性の強い複雑な流れ場での現象であるとともに測定自体が困難であるため研究事例は少ない。また、現地観測結果⁴⁾から、氷板下における晶氷の氷化の可能性が示唆されているが、他の河川においても晶氷の氷化が起き得るのかの検討の余地が残されている。なお、晶氷の氷化とは氷板底面に滞留した晶氷が氷板と一体となる現象としている。

一方、海域、河川感潮域、湖沼、洪水時と非定常性



図-1 観測地点の位置図

の強い複雑な流れ場において、ADCPを用いて鉛直流速分布を連続的に測定した研究が近年盛んに行われており有用な成果が得られている。

結氷河川における ADCP を用いた研究としては、流量観測精度の検討を目的に、可搬型流速計による流量と ADCP による流量の精度比較を行った報告⁵⁾があり、厳寒の気象条件となる結氷河川においても、ADCP による測定が可能である事を示している。

本研究は、氷板下に晶氷が存在する場合の水理量の経時変化と晶氷厚の変動を明らかにするために、ADCP を河床に設置して連続測定を実施した。ADCP による測定方法の問題点を明らかにし、晶氷底面のマニングの粗度係数の経時変化を明らかにするとともに、晶氷厚を算出しその変動原因についての考察を行った。

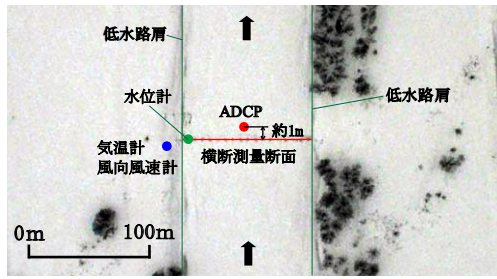


写真-1 横断測量断面と機器設置位置

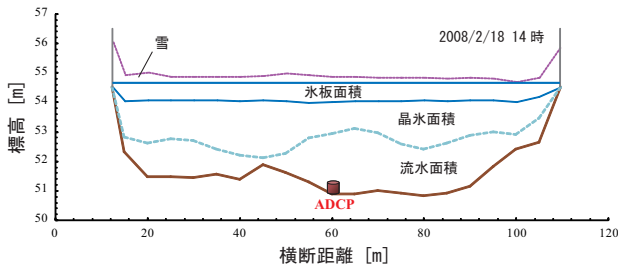


図-2 横断測量結果の一例



写真-2 ADCP の設置状況写真

2. 現地観測

(1) 観測地点と観測日時

晶氷の変動を測定するためには、晶氷が流下および滞留するような晶氷の変動の大きい地点が好ましい。北海道内の結氷時の定期流量観測データに基づき、図-1に示す一級河川天塩川における恩根内観測所 (KP111.7) を観測地点に選定した。この地点は、蛇行部手前であるため流下する晶氷がこの地点に滞留する事が想定される。観測期間は2008年1月から3月であり、完全結氷期間である1月15日14:30から3月6日12:40の52日間において解析を行った。

(2) 測定項目

気温 (気温計, (株)MCS) および水位 (Mc-1100, 光進電気工業製) を10分毎に測定し、河床、晶氷、氷板、積雪深の横断測量を18回実施した。横断測量断面と機器設置位置を写真-1に示し、横断測量結果の一例を図-2に示す。なお、横断測量の晶氷の測定は極めて困難かつ熟練を要し、氷板に30cm×30cmの穴を開けて、L型定規を沈め手触により晶氷の高さの測定を行った。

ADCP (WorkHorse Sentinel 1200kHz Zed-Hed, RD Instruments, ハイレゾリューションモード) は、図-2の横断距離60mの位置に写真-2のように設置した。但し、ADCPの設置位置は、観測氷穴と重なることを避けるために約1m下流の地点の河床に設置した。上流での設

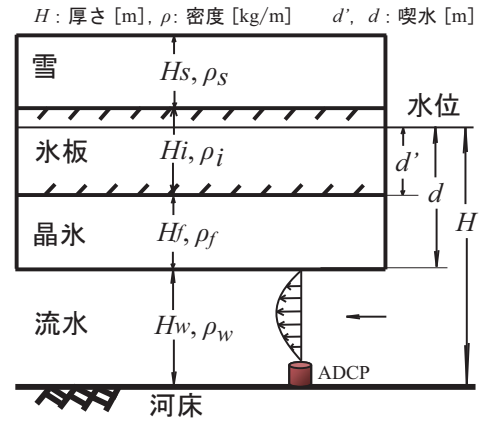


図-3 結氷河川における鉛直方向の概略図

置は ADCP の測定可能水深が確保出来ないため不可能であった。設置箇所の河床高は50.84mであり、ADCPセンサー位置は河床から40cmである。

河床に設置した ADCP により流速鉛直分布とボトムトラッキングの値を測定し、10分毎に1分間の測定を行い、1ピング/秒で60データを取得して、この平均値を1データとした。カタログ上の測定精度は0.67cm/secである。

ボトムトラッキングの値は、水との密度差が大きい材料 (河床、河水等) に音波が当たると強い反射を示し、この境界を値として出力する。このため、晶氷濃度が小さく水との境界が明確にならない場合、安定した値が得られない可能性がある。しかし、安定した値が得られれば、水と晶氷の境界は、晶氷濃度がある一定以上となり明確な密度差が形成されている事を示す。ボトムトラッキングの精度については、ADCPによる河床高の測深値とスタッフによる河床高の計測値の精度比較⁶⁾が為されており、ADCPの測深値はスタッフの計測値を概ねトレースしており、ADCPの測定誤差は大きくて10~20cmとの結果が得られている。なお、本研究におけるボトムトラッキングの値は、河床ではなく河水底面をトラッキングした値となる。

本研究の河床に設置した水位計は、河床における圧力 P [N/m²] を測定している。測定される圧力 P は、雪、氷板、晶氷、流水による各圧力の合計であるため、静水圧と仮定すると、図-3の記号を用いて式(1)で表わされる。

$$P = \rho_s g H_s + \rho_i g H_i + \rho_f g H_f + \rho_w g H_w \quad (1)$$

一方、浮力 ($B = \rho_w g d$) と浮体の空気中での重量 ($W = \rho_s g H_s + \rho_i g H_i + \rho_f g H_f$) は等しいため、喫水 d で整理すると式(2)となる。また、喫水 d は $d = H - H_w$ であり、式(2)に代入すると式(3)となる。よって式(1)と式(3)から水深 H で整理すると式(4)が導かれる。

$$d = \frac{\rho_s}{\rho_w} H_s + \frac{\rho_i}{\rho_w} H_i + \frac{\rho_f}{\rho_w} H_f \quad (2)$$

$$\rho_w H = \rho_s H_s + \rho_i H_i + \rho_f H_f + \rho_w H_w \quad (3)$$

$$H = \frac{P}{\rho_w g} \quad (4)$$

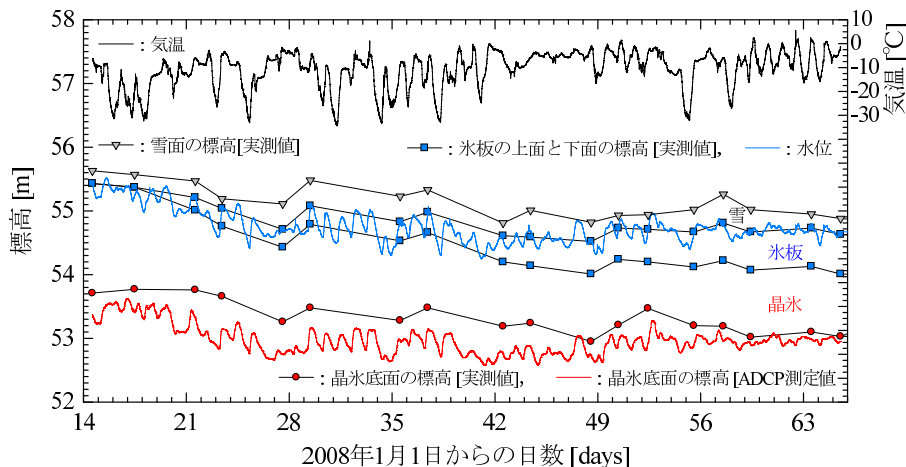


図-4 気温、水位、雪、氷板、晶氷、ADCP の測定値

水位計は圧力 P を測定し、 ρ_w は機器の設定により $1,000\text{kg/m}^3$ で与えられ、重力加速度 g は 9.8m/s^2 であるため、式 (4) より水深 H を算出できる。よって、水位は水深 H と大気圧および河床高から算出可能である。

3. 観測結果

図-4 に気温、水位、雪、氷板、晶氷、ADCP によるトラッキングの値の測定値を示す。気温および水位が日変動しており、その1時間の変動は大きく、気温で $7.1^\circ\text{C}/\text{時間}$ から $-5.7^\circ\text{C}/\text{時間}$ 、水位で $14.7\text{cm}/\text{時間}$ から $-9\text{cm}/\text{時間}$ であった。晶氷底面については、ADCP による測定値は手触による実測値よりも低く一致していない。

(1) 水位変動要因

上流において気温が低下すると晶氷が発生し、発生した晶氷が滞留すると流積が狭められるため流れが阻害される。このため、その下流では流量が小さくなり水位の低下を引き起こす。また、上流において気温が上昇すると滞留していた晶氷が溶けて流下するため、その下流では水位の上昇を引き起こす事が考えられる。気温と水位の単位時間変動を図-5 に示す。変動の小さい領域にデータが多くあるため相関係数は 0.58 にとどまるものの、気温が低下すると水位が低下し、気温が上昇すると水位が上昇する現象が本図から読み取る事ができる。

観測地点から約 22km 上流の支川ペンケニウブ川において、山崎ら⁷⁾による既往の研究がある。結氷時における流量の日変動が観測されており、気温が低下する夜間に、晶氷の滞留やアンカーアイス(底氷堰)の形成により流れが阻害され、日中にはこれらが溶ける事を明らかにされている。一方、図-1 より観測地点から約 2km 上流においてオテレコッペ川が天塩川に合流しており、ペンケニウブ川と同様の現象が起きていると仮定すれば、今回の観測地点の水位は、上流に位置する支川の晶氷の発生、滞留、流下による影響を受けていると推察できる。

図-5 の気温と水位の関係について、原因の特定にはさらなる調査・検討が必要であるが、気温が変化する

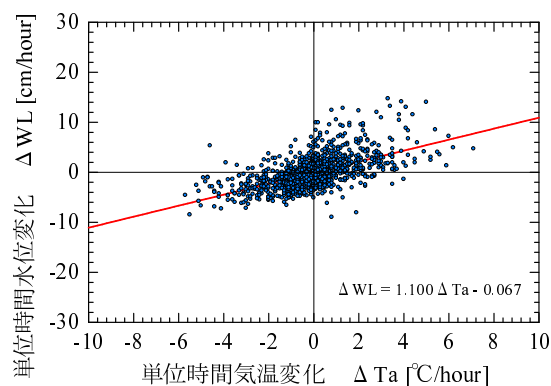


図-5 気温と水位の単位時間変動の相関図

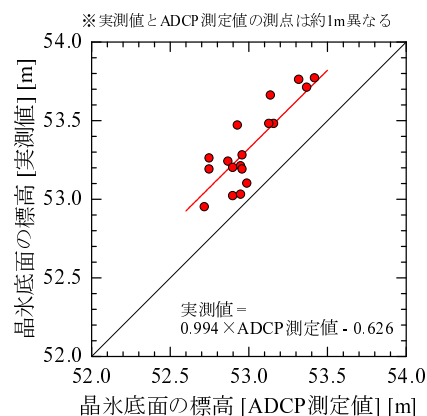


図-6 実測値と ADCP の値の晶氷底面の標高の比較

事により、上流において晶氷が発生、滞留、流下し、下流の水位に影響を与えている可能性が原因の一つとして推察された。

(2) 晶氷底面の測定

晶氷底面の ADCP の測定値と手触による実測値を図-6 に示す。ADCP の測定値と実測値に約 60cm のずれがあり一致していない。この原因として、測定方法の違いと測定位置が約 1m 離れている点の2つが考えられる。

実測値の測定は、L 型定規による手触で判断するため、晶氷濃度が小さい場合は感知できず測定出来ない。一方、ADCP の測定値は明確な密度差が形成されている境界の値であるが、どの濃度を測定しているか明確になっていない。このように測定方法の違いは、実際

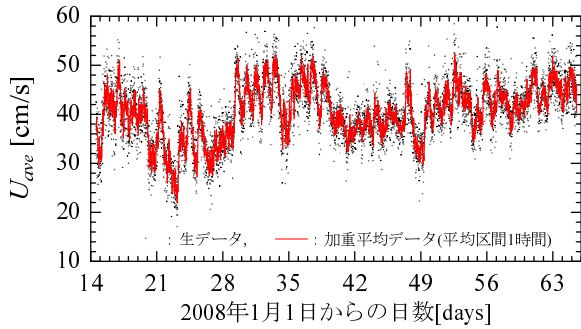


図-7 晶氷下の平均流速の経時変化

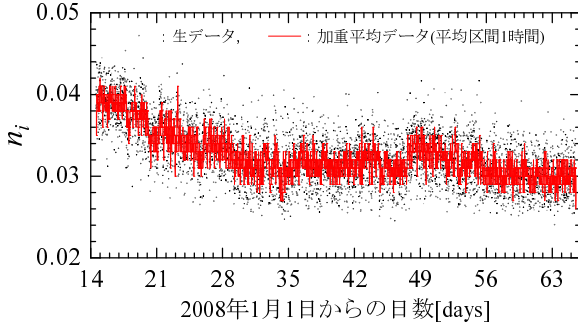


図-8 晶氷底面のマンニングの粗度係数の経時変化

には同じ晶氷の厚さであるにも関わらず測定値の違いをもたらす原因の一つであると考えられる。

また、手触による実測値は、30cm × 30cm の氷穴の四辺において晶氷底面を測定しその平均としている。同一の氷穴において 30cm しか離れていないにも関わらず、晶氷底面の値の差が約 10cm になる事があり、晶氷は例え 30cm であっても変動が大きい事が確認されている。このため、ADCP の測定位置と手触による測定位置で約 1m 離れているため、晶氷の厚さが異なると考えられる。

このように、測定値の違いの原因が、測定方法の違いによるものなのか、位置によるものなのかを明確にできないが、ここでは、ADCP の値が安定して得られており明確な境界を測定しているものと考えられるため、ADCP の値を晶氷底面と仮定して検討を進める。

(3) 水理量の経時変化

晶氷底面から河床までの平均流速を図-7 に示す。ADCP の生データは、ばらつきが大きいので 1 時間の加重平均データも合わせて示す。加重平均の方法は、その時間の 1 データおよび 10 分、20 分、30 分前後の 6 データの計 7 データを用いて、その時間の 1 データを重み 4、10 分前後の 2 データを重み 3、20 分前後の 2 データを重み 2、30 分前後の 2 データを重み 1 として重み付けを行い加重平均を算出した。図-7 より、平均流速は約 20cm/s～60cm/s の範囲で変動しており、氷板下に晶氷が存在する場合の水理現象は非定常性が強いと言える。

次に晶氷底面の状態を表す粗度について考えると、結氷初期においては、晶氷が互いに固着して間もなく凹凸が大きいため、粗度が大きくなる事が予見される。晶氷底面から鉛直最大流速となる地点までの範囲を上層

として、上層の測定データを用いて晶氷底面のマンニングの粗度係数を算出した。具体的⁸⁾には、Larsen の式 (5) より相当粗度を求め Manning-Strickler の式 (7) より算出した。

$$k_i = 30Y_i e^{-a_i} \quad (5)$$

$$a_i = \frac{U_{max}}{U_{max} - U_i} \quad (6)$$

$$n_i = Ck_i^{1/6} \quad (7)$$

ここに k_i : 晶氷底面の相当粗度, Y_i [m] : 上層の厚さ, U_{max} [m/s] : 鉛直最大流速, U_i [m/s] : 上層の平均流速, n_i : 晶氷底面のマンニングの粗度係数, C : 係数で 0.0316 を与えた⁸⁾。

晶氷底面のマンニングの粗度係数 n_i の経時変化を図-8 に示す。大きな傾向としては、測定開始の結氷初期で 0.04 付近と n_i が大きく、時間経過とともに減少し 0.03 付近に至る。

St. Lawrence River において、河床と河水の合成粗度の現地観測⁹⁾が実施されており、開水時に約 0.025 であった粗度が、結氷初期になると約 0.045 まで急激に大きくなり、その後、時間経過とともに約 0.020 まで小さくなる事が報告されている。この経時変化の原因として、河床粗度の変化が小さいと考え、河氷底面粗度の変化が予見される。このことから、今回の観測において、晶氷底面のマンニングの粗度係数の経時変化の原因は、結氷初期は晶氷の凹凸が大きいため n_i が大きくなり、時間経過とともに晶氷底面は平滑化するため小さくなったと推察できる。しかし、原因の特定に至るためには、現在の測定技術では困難な晶氷の形状、密度、濃度の連続的な測定を実施する必要がある。

4. 晶氷厚の連続測定

(1) 晶氷厚の算出方法とその経時変化

晶氷厚 H_f の算出方法について、図-3 における氷板の喫水 d' は $d' = d - H_f$ であり、式 (2) を用いて喫水 d' で整理すると式 (8) が得られる。

$$d' = \frac{\rho_s}{\rho_w} H_s + \frac{\rho_i}{\rho_w} H_i + \left(\frac{\rho_f}{\rho_w} - 1 \right) H_f \quad (8)$$

一方、 $d' = H - H_f - H_w$ であり、式 (8) を用いて晶氷厚 H_f で整理すると式 (9) が導かれる。

$$H_f = \frac{1}{\rho_f} \left\{ \rho_w H - \rho_w H_w - \rho_s H_s - \rho_i H_i \right\} \quad (9)$$

ρ_w [kg/m³] : 水の密度で 0 °C の場合の値 999.84 を与え¹⁰⁾, ρ_s [kg/m³] : 雪の密度で新雪としまり雪の中間の値¹⁰⁾である 200.00 を与えた, ρ_i [kg/m³] : 氷板の密度で -10 °C の場合の値¹⁰⁾である 917.40 を与えた。 H [m] : 全水深は水位のデータより算出し, H_w [m] : 流水の厚さは ADCP のトラッキング値を与え, H_s [m] : 積雪深,

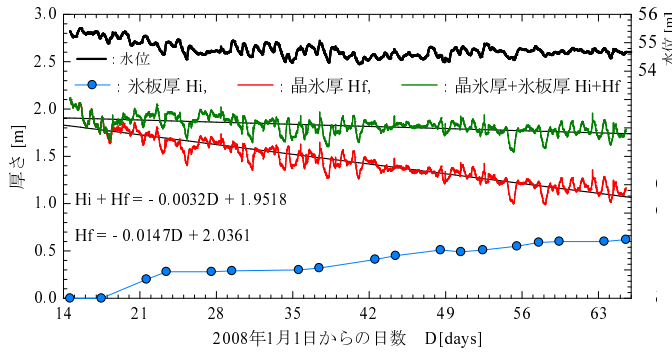


図-9 氷板厚と晶氷厚の経時変化

H_i [m]: 氷板厚は、実測値を線形補完して連続データとして与えた。 ρ_f [kg/m³]: 晶氷層内の水を含む密度で空隙率 λ を 0.4 として³⁾、式 (10) から算出して値 950.38 を得た。

$$\rho_f = \lambda \rho_w + (1 - \lambda) \rho_i \quad (10)$$

氷板厚と算出した晶氷厚の経時変化を図-9に示す。図-9より、時間経過とともに氷板厚は増加し晶氷厚は減少する。晶氷厚の平均減少勾配は 1.47cm/day である。一方で、氷板上面から晶氷底面までの厚さ(氷板厚+晶氷厚)は、ほぼ一定の厚さを保っている。

図-9の晶氷厚の減少の原因について考察する。図-5より気温と水位の関係の原因として晶氷の発生、滞留、流下が考えられたことから、水位と晶氷厚の単位時間変動の関係を図-10に示す。図-10より、変動の小さい領域にデータが多くあるため相関係数は 0.57 にとどまるものの、水位が上昇すると晶氷厚が増加し、水位が下降すると晶氷厚が減少する現象が読み取る事ができる。

既往の研究³⁾では、晶氷の増減の原因として無次元せん断力が上げられている。今回の観測地点における晶氷の減少の原因が無次元せん断力と仮定すると、上流の流量が増加した場合、水位は上昇し流速が速くなるため無次元せん断力が大きくなり晶氷が減少し、上流の流量が減少した場合、水位は下降し流速が遅くなるため無次元せん断力が小さくなり晶氷が増加、滞留するものと考えられる。しかし、今回の観測地点においては、図-10より水位上昇 $\Rightarrow$ 晶氷厚増加、水位下降 $\Rightarrow$ 晶氷厚減少と逆の現象が起きている。

図-9の水位と晶氷底面の経時変化をみると、遅れがなくほぼ同位相で変化していることから、水位が上昇する場合は、氷板も上昇し晶氷にかかる圧力が小さくなるため晶氷厚は見かけ上厚くなり、水位が下降する場合は、氷板も下降し晶氷にかかる圧力が大きくなるため晶氷厚は見かけ上薄くなる事が考えられる。しかし、この現象を裏付けるためには、現在の測定技術では困難である現地における晶氷の濃度の連続測定と、ADCPのトラッキング値がどの晶氷濃度を測定しているかの検証を実施する必要があるため、今回は原因の特定には至らないが、一方で、この仮説を否定する証拠は現在のところ見当たらない。

いずれにしても、図-9の晶氷厚が 1.47cm/day で減少する原因は、従来より言われている無次元せん断力で

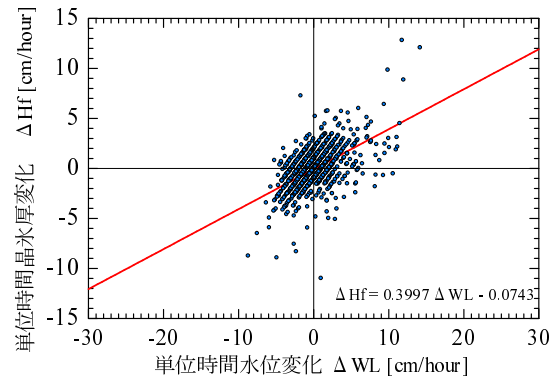


図-10 水位と晶氷厚の単位時間変動の相関図

ある可能性は低く、他の原因があると考えられる。

(2) 氷板厚の形成過程

晶氷厚の減少の原因として、北海道内の渚滑川と湧別川を対象とした現地観測、数値計算から氷板の形成に晶氷の水化が寄与する可能性が示されている⁴⁾ ことから、河川の違いによる晶氷の水化の過程の相違が考えられるが、図-9の結果を踏まえ晶氷の水化があるものと仮定し、従来の積算寒度を用いた氷板厚計算モデルと晶氷の水化を考慮した氷板厚計算モデルの計算値の比較を氷板厚の実測値を用いて行い、晶氷の水化の可能性についての検討を行う。

a) 積算寒度を用いた氷板厚計算モデル

積算寒度を用いた氷板厚計算モデルは、氷板の融解を考慮した Shen¹¹⁾ の式 (11) を用いた。この計算モデルは、St. Lawrence River を対象に 9 年間の実測値を用いて計算値の妥当性を確認している。ここで積算寒度とは、計算開始日からマイナスの日平均気温を積算した絶対値である。計算で用いる日平均気温は 10 分毎の測定値より算出した。なお、この計算モデルは晶氷の水化を考慮していない。

$$h_i = \sqrt{h_0^2 + \alpha S} - \beta t^\theta \quad (11)$$

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 & \text{when } T_a^{(2)} \geq T_B \\ \alpha = \alpha_0 + (T_a^{(2)} - T_B)m & \text{when } T_a^{(2)} < T_B \end{cases}$$

ここに h_i [cm]: 氷板厚, h_0 [cm]: 初期の氷板厚, α [cm²/(°C・day)]: 定数であり, S [°C・day]: 計算開始からの積算寒度, β [cm・day^{- θ)] : 定数で 0.254 とした。 t [days]: 計算開始からの日数, θ [無次元]: 定数で 1.0 とした。 α_0 [cm²/(°C・day)]: 定数で 1.434 とした。 $T_a^{(2)}$ [°C]: 1 日前と 2 日前のマイナスの日平均気温を平均した絶対値, T_B [°C]: 氷板の融解の基準となる気温で 0.56 とした。 m [無次元]: 氷板の融解時の α の減少勾配であり -0.72 とした。氷板の融解条件は、 $T_a^{(2)}$ が 0.56 °C 未満となり暖かい気象条件となると氷板は融解する。計算開始日は氷板厚の実測を開始した 1 月 15 日とした。}

各定数の値については、氷板の形成過程の違いを比較するために St. Lawrence River で用いている値とした。これらの定数を用いた St. Lawrence River の氷板厚の計算値の誤差は、9 年間の解析期間において最大で

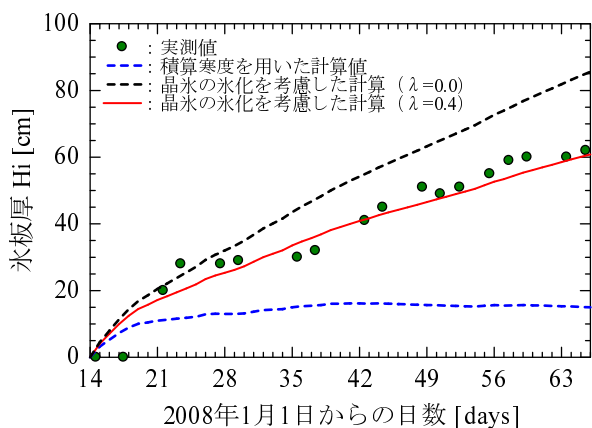


図-11 氷板厚の実測値と計算値

約 11cm 程度である¹¹⁾。また、これらの定数を用いた渚滑川と湧別川における氷板厚の計算値は、晶氷が氷化しない地点において、実測値を精度良く再現可能である事が示されている⁴⁾。

b) 晶氷の氷化を考慮した氷板厚計算モデル

上記の積算寒度を用いた氷板厚計算モデルは、晶氷の氷化を考慮していないため、図-9の晶氷厚の減少勾配を用いて、晶氷の氷化による氷板厚の増加量を式(12)で評価した。

$$h_{if} = h_i + h_f \quad (12)$$

$$h_f = (1 - \lambda) \times 1.47D \quad (13)$$

ここに、 h_{if} [cm]: 晶氷の氷化を考慮した氷板厚、 h_i [cm]: 積算寒度を用いた氷板厚、 h_f [cm]: 晶氷の氷化による氷板厚、 D [days]: 計算開始からの日数であり、計算時間間隔は1日とした。 λ : 晶氷の空隙率は、渚滑川と湧別川では0.0として計算を行っており実測値との一致が得られている⁴⁾。しかし、天塩川においては実測値との一致が得られなかったため、既往の現地観測³⁾で得られた晶氷の空隙率0.4を与えて再度、計算を実施した。

(3) 氷板厚の実測値と計算値の比較

氷板厚の実測値と計算値を図-11に示す。St. Lawrence Riverでの各定数を与えた積算寒度を用いた氷板厚計算モデルの計算値、渚滑川と湧別川での空隙率0.0を与えた晶氷の氷化を考慮した氷板厚計算モデルの計算値は、いずれも実測値と一致していない。空隙率0.4を与えた計算値については、実測値と良く一致している。

積算寒度を用いた計算値が実測値と一致しないことから、St. Lawrence Riverの氷板の形成過程において晶氷の氷化の影響が小さい事が推察される一方、天塩川の今回の観測地点においては、晶氷の氷化は氷板の形成に無視し得ない規模の影響を与えている事が推察できる。

晶氷の空隙率を0.0とした計算値が実測値と一致しないことから、北海道東部に位置する渚滑川と湧別川の晶氷と、北海道北部に位置する天塩川の晶氷の濃度が異なる事が考えられる。現地観測時において、実際に晶氷を手に取り固着の程度をみると、天塩川の晶氷は渚

滑川と湧別川のそれに比べて柔らかい。このことより、河川の違いにより晶氷の濃度が異なる事が考えられるが、実際にどの程度の晶氷濃度の違いがあるかを明らかにするためには、地点毎の違いも念頭におき、現地観測を重ねて実測データを蓄積する必要がある。

5. おわりに

氷板下に晶氷が存在する流れ場において、ADCPを河床に設置して連続測定を実施した。

測定方法の検討から、ADCPのトラッキング値がどの晶氷濃度を測定しているかの検証、および実河川での晶氷濃度の測定の必要性が示された。

晶氷底面のマンニングの粗度係数の経時変化は、ADCPの測定データより、結氷初期は0.04付近と大きく、時間経過とともに0.03付近に至る事が明らかとなった。

今回の観測地点においては、時間経過とともに氷板厚は増加し晶氷厚は減少する一方で、氷板厚と晶氷厚の合計厚さは、測定期間中、ほぼ一定の厚さを保っている事が明らかとなった。晶氷厚の減少の原因として、晶氷が氷板と一体となる事により晶氷厚が減少する事が氷板厚計算結果より推察された。また、河川の違いにより晶氷濃度が異なる事が予見された。

謝辞: (株) 福田水文センターより現地観測等の御協力を頂きました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 平山健一: 河川の結氷過程とそのモデル化, 第29回水理講演会論文集, pp.179-184, 1985.
- 2) 宇佐美宣拓, 吉田剛, 山下俊彦: 寒冷地河川で発生する晶氷に関する現地観測, 水工学論文集, 第52巻, pp.499-504, 2008.
- 3) H.T.Shen, De Sheng Wang: UNDER COVER TRANSPORT AND ACCUMULATION OF FRAZIL GRANULES, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.121, No.2, February, pp.184-195, 1995.
- 4) 吉川泰弘, 渡邊康玄: 晶氷の氷化を考慮した氷厚変動計算手法の一考察, 河川技術論文集, Vol.14, pp.133-138, 2008.
- 5) 鈴木優一, 石田享平, 渡邊康玄, 桑村貴志: 結氷河川での河川流量観測手法の検討, 北海道開発土木研究所月報, No.609, 2月号, 2004.
- 6) 二瓶泰雄, 色川有, 井出恭平, 高村智之: 超音波ドップラー流速分布計を用いた河川流量計測法に関する検討, 土木学会論文集 B, Vol.64, No.2, pp.99-114, 2008.4.
- 7) 山崎誠, 小山俊, 長谷川和義, 平山健一: 寒地河川における冬期渇水後期の流量変動予測, 土木学会論文集 No.565/2-39, pp.11-20, 1997.
- 8) George D. Ashton, Ed.: River Lake Ice Engineering, Water Resources Publications, pp.308-310, 1986.
- 9) Hung Tao Shen, Poojitha D. Yapa: Flow Resistance of River Ice Cover, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.112, No.2, pp.142-156, February 1986.
- 10) 日本雪氷学会: 雪と氷の辞典, 朝倉書店, pp.91, pp.241, 2005.
- 11) H.T.Shen, POOJITHA D. YAPA: A unified degree-day method for river ice cover thickness simulation, Can. J. Eng. 12. pp.54-62, 1985.