橋脚周辺の局所洗掘防止策に関する数値解析

NUMERICAL ANALYSIS OF PREVENTION MEASURE FOR LOCAL SCOURING AROUND BRIDGE PIER

伊福 誠1•西岡 周平2

Makoto Ifuku and Syuhei Nishioka

¹正会員 工博 愛媛大学大学院教授 理工学研究科 (〒790-8577 松山市文京町3番) ²学生員 愛媛大学大学院 理工学研究科 (〒790-8577 松山市文京町3番)

By using three-dimensional numerical model, numerical analysis about local scouring around a pier was carried out. The method of the analysis is three-dimensional LES. The main objects are to obtain the data of innovative prevention measure that is effective for the actual rivers. The prevention measure is to attach the small-scale structures at the front and rear bases of the pier, and to change the current and reduce the scouring rate. Before now, many investigations are carried out, and several important results for the abatement of local scouring were clarified. However, they were the effects under the limited conditions in experiments and numerical analysis. In this paper, firstly, using a cylindrical pier model, the numerical results are compared with the existing experimental ones. Secondly, the prototype pier model is used, and the effect of prevention measure to local scouring is considered.

Key Words : bridge pier, local scouring, vortex, LES

1. はじめに

橋脚周辺における局所洗掘を防止・軽減する方法とし ては、これまでにも様々な研究がなされている.石原¹⁾、 Laursen²⁾および Shen ら³⁾の研究では、橋脚の鈍い前頭部 (blunt-nose)が圧力勾配を産み、剥離によって生じる渦が 局所洗掘の主因であるので、前頭部形状を流線型にする ことで圧力勾配を軽減させようとした.なお、洗掘深が 形状によっては70%程度まで軽減されるといった結果が 報告されているが、工費や施工面などからみて実河川へ の適用には問題がある.

吉川ら⁴, Laursen ら⁵, 田中ら⁶および宇民⁷の研究で は、橋脚にツバや補助杭など付属構造物を設置すること による洗掘深軽減法が検討されている.これらは、橋脚 前面の底面における境界層の制御を目的としたものであ り、50%以上の洗掘深軽減効果があるといった結果も報 告されているが、かなり大規模な構造を必要とし、施工 面や構造物の強度, 橋脚の安全性からみると問題がある. なお、杭を用いる場合、実河川での適用となると、洪水 時には草木が橋脚に集積し、上流側の水位を堰上げるな どの問題が生じる.

中川ら⁸は,混合砂では均一砂の場合に比べて最終的 な洗掘深が著しく減少し,橋脚周辺への捨石工の効果が 大きいことを示しており,鈴木⁹は,床固め工の河道全 体への悪影響を考慮して,床固め工を河床面より下方に 設置した場合の有効な規模と最適位置の関係を検討して いる.

上述した防護工法においても洗掘軽減効果は得られ ているが,限られた条件下での実験および解析¹⁰⁾であり, 実河川への適用となると経済性,構造物の強度など多く の問題を抱えており,確立されたものがあるとはいえな いのが実状である.

水理構造物周辺の流れは3次元性が強く、それが局所 洗掘に及ぼす影響が大きいことから、長田ら¹¹⁾や梶川・ 檜谷¹²⁾は3次元数値モデルを用いた解析を行い、実河川 においても3次元数値モデルによる予測が重要であるこ とを明示している.

近年,公共事業費が徐々に削減され,老朽化した構造 物を撤去し,新たな構造物を築造することは困難な状況 になりつつある.そこで,既設構造物の安全性を損なう ことなく維持するためには,高精度の検査技術や高効率 な補修工法の確立が求められるようになってきた.

こうしたことから、本研究では、図-1 に示すように橋 脚の前面河床部と後面河床部に小規模な付属構造物(以 下, protector と記す)を設置し、その形状効果から、橋脚 近傍で生じる下降流を減殺し、局所洗掘を軽減させるこ とを目的として、橋脚周辺の流れや洗掘を3次元のLES を用いて数値解析的に調べようとした。





2. 数值解析

(1)基礎方程式

a)運動方程式と連続の式

流体は非圧縮性であるとすると、x、yおよびz方向 の運動方程式はx軸を水平な基準面にとり、y軸および z軸を、それぞれ横断方向および基準面より鉛直上向き にとると次式で与えられる.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_f} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\tau_{xx} - \frac{2}{3} K_G \right) + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right]$$
(1)

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_f} \left[\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\tau_{yy} - \frac{2}{3} K_G \right) + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right]$$
(2)

$$\frac{Dw}{Dt} = -g - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho_f} \left[\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\tau_{zz} - \frac{2}{3} K_G \right) \right]$$
(3)

ここに、 $D/Dt \equiv \partial/\partial t + u(\partial/\partial x) + v(\partial/\partial y) + w(\partial/\partial z)$, *t* は時間、*u*、*v* および*w*は、それぞれ*x*、*y* および*z*方 向の流速成分、 ρ_f は流体の密度、*p* は圧力、*g* は重力加 速度、 τ_{xx} 、 τ_{yx} 、 τ_{zx} 、 τ_{xy} 、 τ_{yy} 、 τ_{zy} 、 τ_{xz} 、 τ_{yz} および τ_{zz} は Reynolds 応力である.

Reynolds 応力は, LES(Large Eddy Simulation)の Smagorinsky モデルに基づきテンソル表示すると以下の ように表される.

$$\frac{\tau_{ji}}{\rho_f} = \left(\nu + \nu_t \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$
(4)

ここに、vは動粘性係数である.また、 v_t は SGS(subgrid-scale)の渦動粘性係数であり、次式で与えら れる.

$$v_t = (c_s \Delta)^2 \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]^{1/2}$$
(5)

ここに、 c_s はSmagorinsky定数、 $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ 、 Δx 、 Δy および Δz は、それぞれx、yおよびz方向の格子間 隔である. さらに、 K_G はSGSの乱流エネルギーであり、 次式で与えられる.

$$K_G = \left(\frac{V_t}{c_m \Delta}\right)^2 \tag{6}$$

ここに、 c_m はモデル定数である. 連続の式は次式で与えられる.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(7)

b)水面形の方程式

水面形の方程式は連続の式を底面から自由水面の高さ まで積分して、次式で与えられる.

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\xi} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_b}^{\xi} v dz = 0$$
(8)

ここに, *ξ*および*z*, は, それぞれ基準面から水面および 砂面までの高さである.

c)限界摩擦速度の評価

与えられた河床砂に対する限界摩擦速度*V_{*c}*は, 岩垣 公式¹³⁾を用いて決定する.

d)摩擦速度の評価

摩擦速度V*は次式で算出する.

$$V_* = \sqrt{f(u^2 + v^2)} \tag{9}$$

ここに、 f は摩擦損失係数であり、Manningの抵抗則が 成立するものとすると、次式で与えられる.

$$f = g n^2 / h^{1/3}$$
 (10)

ここに、nは Manning の粗度係数、 \tilde{h} は水深である. e)掃流砂量式

現地を対象とした解析では、河床材料は粒径が 5mm の礫とした.この粒径では浮遊の可能性もあるとは思わ れるが本研究では掃流砂のみを取り扱う.

掃流砂量は次式で表される Meyer-Peter・Müller の経験 式¹⁴より算出する.

$$q_B^* = 8\tau_*^{3/2} \left(1 - \tau_{*_C} / \tau_*\right)^{3/2} \tag{11}$$

ここに、 q_B^* は無次元掃流砂量、 τ_* は無次元掃流力 ($\tau_* = V_*^2 / (\rho_s / \rho_f - 1)gd$)、 ρ_s :砂の密度、d:砂粒子 の粒径)、 τ_{*c} は無次元限界掃流力である.

f)流砂の連続式

局所的底面高さz_bの時間変化の計算には、底勾配の影響を考慮した次式¹⁵⁾を用いる.

$$\frac{\partial z_{b}}{\partial t} = -\frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(q_{Bx} - \varepsilon |q_{Bx}| \frac{\partial z_{b}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(q_{By} - \varepsilon |q_{By}| \frac{\partial z_{b}}{\partial y} \right) \right\}$$
(12)

ここに、 q_{Bx} および q_{By} は、それぞれxおよびy方向の 掃流砂量、 λ は空隙率、 ε は正の定数である.

(3)初期条件および境界条件

初期条件は、流入量がない静水状態とする.

上流,下流,水路床,自由水面および側方境界においては,以下の境界条件を課す.

a)上流

流速分布は次式で表す対数則分布を仮定する. なお, 砂面の変動はないものとする.

$$u = u_{\varepsilon} \left[\ln \left\{ \frac{e-1}{\xi - z_b} (z - z_b) + 1 \right\} \right]$$

$$v = w = 0$$
(13)

ここに, *u_ξ* は水面における *x* 方向の流速成分である. b)**下流**

物理量F(水位,流速)にはSommerfeldの放射条件を課す.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c_x \frac{\partial F}{\partial x} + c_y \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$
(14)

ここに, c_x および c_y は, それぞれxおよびy方向の波 速である. なお, 砂面変動には以下の条件を課す.

$$\partial z_{b} / \partial x = 0 \tag{15}$$

c)水路床

水路床においては no-slip の条件を課す.

u = v = w = 0

d)自由水面

自由水面においては以下の条件を課す.

$$p = 0$$

$$w_{\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + v_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$
(17)

ここに、 u_{ξ} , v_{ξ} および w_{ξ} は、水面におけるx, yおよびz方向の流速成分である.

e)側方境界

側方境界においては壁関数法を用いる. 壁面から最も 近い格子点(その距離を y_p とする)において $y_p^+(y_p^+ = y_p u_*/v, u_*: 摩擦速度)が50以上のとき, そこ$ での流速が対数則分布に従うとすると、次式のように与えられる.

$$\frac{u}{u_{*}} = \frac{1}{\kappa} \ln y_{p}^{+} + A_{s} \qquad \left(y_{p}^{+} \ge 50\right)$$

$$u = 0 \qquad \left(y_{p}^{+} < 50\right)$$
(18)

ここに, κ は Kármán 定数(κ =0.4), A_s = 5.3 である¹⁶. なお,砂面の変動はないものとする.

3. 解析結果

Smagorinsky 定数は0.1~0.25の間にあり、壁乱流では

小さく、一様乱流では大きい¹⁷⁾とされているが、本研究 では低界値の 0.1 を用いる. また,式(6) 中の c_m は 0.094¹⁸⁾、 式(12)中の ε は 1.5 とした.なお、Manning の粗度係数は $0.02m^{-1/3}$ ·s とし、解析には σ 座標系を用いる.

(1)既往の実験に基づく解析

本数値モデルの有用性を検証するために,福岡ら¹⁹⁾の 実験に基づいた解析を行った.水路長,水路幅,流量, 平均水深,円柱の直径および底質の粒径はそれぞれ, 27.5m, 1.5m, 90l/s, 13.7cm, 20cm および 0.8mm である.縦 断および横断方向の格子間隔は,それぞれ 2~20cm およ び 2cm, 鉛直方向は 11 分割し時間間隔は 0.002s とした.

図-2 は円柱周辺の流速ベクトルである. (a), (b)および (c)は、それぞれ福岡らの実験2の結果および計算結果で あり、計算結果は砂面上 1cm と 15cm の高さにおけるも のである. なお、実験2 での最大洗掘深は約 18cm であ るので、ほぼその深さに到達する時間の結果である.



(a)実験結果(水路床付近;福岡ら¹⁹⁾の図-8-4を改変)



(b) 計算結果(砂面上 1cm の高さ)



図-2 流速ベクトルの空間分布(yc:水路中央からの距離)

(b) は砂面上 lcm の高さにおける流速ベクトルである. 円柱前面での下降流が洗掘孔の斜面に沿って上流に向か う流れが生じている.さらに,円柱側面から後面にかけ ては,円柱側面で流れが加速し,洗掘孔に沿って下流へ 向かう流況を呈している.

(c)は砂面上 15cm の高さにおける流速ベクトルである. 円柱側面で流れが剥離し,円柱後面では逆流域が生じている.

福岡らの論文中には、ベクトルの大きさが表示されて いないため定量的な比較は不可能であるが、円柱周辺の 流況は福岡らの実験とほぼ同一である.

図-3 は円柱周辺の地形変化である. 最大洗掘深は 18cm で福岡らの実験結果とほぼ同一である. 円柱の直前面に おける洗掘深は小さいものの,ほぼ従来の実験で得られ ている同心円状の洗掘形状²⁰⁾を呈する. 最大洗掘深は円 柱前面より水路側壁側で生じ,下流側へ向けて舌状に洗 掘孔が拡がっていることは福岡らの実験結果をほぼ再現 できているのではないかと考える. なお,円柱前面にお ける洗掘量が小さい原因は,渦による pick-up rate を評価 していないことあるいは均一砂を対象とした解析である ことなどが考えられる.

以上のことから、本数値モデルによって不透過構造物 周辺の流れ・地形変化を予測可能であると考える.



図-3 円柱周辺の地形変化(yc:水路中央からの距離)

(2)現地スケールの解析

解析対象とする河川および橋脚は、それぞれ肱川支川 の大和川およびそこに計画された内子橋の橋脚で橋脚の 形状は図-4 に示すような小判型である.

標準河川横断面は図-5 に示すようであるが,解析では H.W.L.時の断面積とほぼ等価となるように水深 4m,河 川幅 40m の矩形断面とした.また,河川の縦断方向距離 は 40m とし,中央部に橋脚を配置した.なお,流量は計 画流量 100m³/s,断面平均流速は 0.625m/s,河床を構成す る底質の粒径および密度は,それぞれ 5mm および 2,650kg/m³,空隙率は 0.4 とした.

小判型の橋脚には、その前面および後面に protector を

設置してその洗掘軽減効果を検証する. protector の規模 は、高さ、中央長および最大幅がそれぞれ 0.3~2m, 1m および 1.2m である(図-1 参照).

格子間隔は橋脚周辺を 10cm, それ以外を 20cm とし, 鉛直方向は水深を 20 等分した.時間間隔は 0.005s であ る. なお,小判型橋脚および小判型橋脚に protector を設 置した場合をそれぞれ case1 および case2 とする.





(1)流速ベクトル(u-w)の空間分布

図-6 の(a)および(b)は、図-4 に示す小判型橋脚を対象とし、それぞれ case1 および case2 の流速ベクトル(u-w)の空間分布を示す. なお、水路中央位置における x =15~25m の分布で計算開始後 10 分の結果である.

(a)をみると、流れが橋脚に達すると鉛直下降流が生じ、 それに誘起される時計回りの渦が顕著である. その渦に よって河床砂が輸送され、洗掘孔が形成されるといった 局所洗掘メカニズムが明らかである.

(b)をみると、下降流の緩流化が顕著である.また、橋 脚前面において生じる時計回りの渦についても、その規 模は小さくなっていることが確認できる.

図-7 の(a)および(b)は、それぞれ砂面上 2m および 0.2m の高さにおける case1 および case2 の流速ベクトル(u-v) の空間分布を示す.計算開始後 10 分の結果である.

(a)をみると、橋脚側方において流れの剥離が生じ、橋 脚後面においては、反時計回りの渦が形成されている. つまり、橋脚後面においては、逆流領域の形成により複 雑な流況であるといえる. case2 については、case1 とほ ぼ同一の流況であるが、橋脚後面における逆流領域の形 成範囲は case1 に比べて若干小さく、より大きな流速を もつ流れであることがわかる.

(b)をみると、橋脚の周りを放射状に拡がる流れが顕著 であり、とくに、casel については、橋脚前面における上 流向きの流れおよび右岸向きの流れが強い. なお、橋脚 後面においては、逆流領域が形成されている. case2 につ いては、橋脚前面における横断方向の流れおよび橋脚側 方における下流向きの流れが顕著であり, casel と比較す ると流速も僅かに大きい.また、橋脚後面においては逆 流領域が形成されている.



図-6 流速ベクトル(u-w)の空間分布(protector の高さ: 0.3m)







図-7 流速ベクトル(u-v)の空間分布(protector の高さ:0.3m,

y_c:水路中央からの距離)

(2)地形変化

図-8 は、それぞれ casel および case2 の橋脚周辺における地形変化を示したものである. なお、河床変動高さ、s、を最大洗掘深の絶対値で除した無次元量 $s/|s_{min}|$ を用いて示している.

casel の場合, 橋脚側面から前面上流端にかけての洗掘 が顕著である.また, 橋脚後面から側方にかけて起伏の 小さい堆積領域が存在し, 橋脚前面で生じた洗掘孔の上 流側にも水路中央から側方へ楔状の堆積領域が存在する. case2 の場合, 橋脚側方において, 横断方向に不連続な洗 掘孔が形成されている.これは, protector の設置によっ て生ずる横断方向への流れによるものであると考える. 堆積については, 面積が狭くなっていることを除けば

casel とほぼ同じ傾向である. なお,横断方向に不連続 な洗掘孔が形成される理由の一つとしては,式(12)中の εの影響が考えられるが詳細は明確ではないので,今後 検討する必要があると考える.



図-8 橋脚周辺の地形変化(protector の高さ:0.3m, y_c:水路中央からの距離)

(3)protector 高さと最大洗掘深との関係

図-9 は、protector の高さが最大洗掘深に及ぼす影響を 示す. $\tan \theta_p$ および $|s_{\min}|/D$ は、それぞれ protector の高 さを protector の中央長および最大洗掘深の絶対値を橋脚 幅で除したものである. なお、protector の高さは0,0.3、 0.6、0.9、1.2、1.5 および 2m である. $\tan \theta_p = 0.9$ の場合 を除けば、protector の高さが増大するにつれて最大洗掘 深が小さくなり、protector の高さが水深の 1/2 である $\tan \theta_p = 2$ においてその傾向が顕著である. なお、本研 究では小規模な構造物による局所洗掘防止について調べ たものであり、protector の高さが 2m 以上については検 討していない. さらに、小判型橋脚についての解析のみ であり、円形の橋脚に対しても上述した傾向があるか否 か定かではない、解析ケースを増やして検討するととも に形状が洗掘深に及ぼす影響についても詳細に調べる必要があると考える.



図-9 protector 高さと最大洗掘深との関係(*s_{min}*:最大洗掘深, D:橋脚幅)

4. おわりに

本研究は、小判型の橋脚および小判型の橋脚に protector を設置した場合について3次元数値モデルを用い、橋脚周辺の局所洗掘について数値解析的に検討した.

結果を要約すると以下の通りである.

(1) 福岡らの実験に基づいた解析を行い,河床近傍の流れ や円柱周りの地形変化をほぼ満足いく精度で再現できた が、一つの実験ケースについての解析であることから、

さらに既往の実験に基づいた解析を行ってモデルの精度 向上に努める必要がある.

(2)protector の設置により橋脚上流側における下降流の緩 流化が顕著であり、局所洗掘の要因となる下降流の減殺 効果は明らかである.

(3)河床から 2m の高さにおいては、両 case とも橋脚側方 で流れの剥離が生じ、橋脚下流側で逆流域の形成が顕著 である. なお、case2 は若干逆流域が小さい.河床付近に おいては、両 case とも放射状の流れが生じ、橋脚上流側 から側方にかけては、上流向きから下流向きへの流れの 遷移がみられる.橋脚側方においては、protector の設置 による下流向き流速の増大が顕著である. さらに、橋脚 下流側においては、逆流域の形成がみられる.

(4)橋脚周辺の地形変化に関して, case1 では橋脚上流端 から側面にかけて洗掘孔が生じている.一方, case2 では 橋脚側方で横断方向に不連続な洗掘孔が生じている.

protector を設置しても洗掘孔は生じるものの,その形成 位置および形状から判断すると,protector の設置によっ て橋脚の安定性を向上させることが可能ではないかと考 える. 会誌, 第24巻, 第1号, pp.23-55, 1938.

2)Laursen, E.M.:Scour at bridge crossings, Proc. ASCE, Vol.86, HY2, pp.39-54, 1960.

3)Shen, H.W., V.R.Schneider and S.Karaki:Mechanics of local scour supplement Methods of reducing scour, Civil Eng. Dept. Report 66, HWS 36, Colorado State Univ., pp.13-18, 1966.

4)吉川秀夫・福岡捷二・岩間 汎・曾小川久貴:橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察,土木学会論文報告集, No.194, pp.83-90, 1971.

5)Laursen, E.M. and A.Toch:A generalized model study of scour around bridge piers & abutments, Proc. Minesota Inst. Hydrauric Congress IAHR, pp.123-131, 1953.

6)Tanaka, S. and M. Yano:Local scour around a circular cylinder, Proc. 12th Congress of IAHR, Vol.3, pp.193-201, 1967.

7) 宇民 正:橋脚周辺の流れの機構と洗掘防止法に関する研究, 京都大学学位論文, 184p., 1975.

8)中川博次・鈴木幸一:局所洗掘に及ぼす混合砂礫の効果について、京都大学防災研究所年報、第18号B,pp.689-700,1975.

9)鈴木幸一:橋脚周辺床固めの有効規模について,鳥取大学工学 部研究報告,第11巻,第1号,pp.159-165,1980.

10)須賀尭三,高橋 晃,坂野 章:橋脚による局所洗掘深の予測 と対策に関する水理的検討,土木研究所資料,第 1797 号,117, 1982.

11)長田信寿・細田 尚・中藤達昭・村本嘉雄:円柱周りの流れ と局所洗掘現象の3次元数値解析,水工学論文集,第45巻, pp.427-432,2001.

12)梶川勇樹・檜谷 治:橋脚周辺における局所洗掘現象の再現 性に関する数値モデルの比較,水工学論文集,第 51 巻, pp.667-672,2007.

13)椿 東一郎:水理学II, 森北出版株式会社, pp.218-219, 1980.
14)Meyer-Peter, E. and R.Müller:Formula for bed-load transport, Proc.
2nd IAHR Congr., pp.39-64, 1948.

15)渡辺 晃・丸山康樹・清水隆夫・榊山 勉:構造物設置に伴う三次元海浜変形の数値予測モデル,第31回海岸工学講演会論 文集, pp.406-410, 1984.

16)清水義彦・辻本哲郎・中川博次:直立植生層を伴う流れ場の 数値計算に関する研究, 土木学会論文集, 第 477 号/II-19, pp.35-44, 1992.

17)保原 充・大宮司久明編:数値流体力学-基礎と応用,東京 大学出版会, p.220, 1992.

18)藤田一郎・神田 徹・河村三郎・矢野芳広・森田卓光:高速 度ビデオカメラを用いた開水路凹部流れの画像解析と LES に よる数値解析,水工学論文集,第37巻, pp.481-486,1993.

19)福岡捷二・宮川朝浩・飛石 勝:円柱橋脚まわりの流れ,河 床変動と流体力,水工学論文集,第41巻,pp.729-734,1997.

20)鈴木幸一:円柱橋脚周辺の静的洗掘に関する研究,土木学会 論文報告集,第313号, pp.47-54, 1981.

参考文献

1)石原藤次郎:橋脚による河床洗掘に関する実験的研究, 土木学

(2008.9.30 受付)