

河床勾配の影響が考慮された平衡流砂量式によるdune河床の再現計算

SIMULATIONS OF BED DEFORMATION BY THE USING EQUILIBRIUM
SEDIMENT TRANSPORT FORMULA INCORPORATED WITH SLOPE EFFECT

山口里実¹・清水康行²・木村一郎³

Satomi YAMAGUCHI, Yasuyuki SHIMIZU and Ichiro KIMURA

¹正会員 工博 学振特別研究員 北海道大学大学院 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 工博 教授 北海道大学大学院 工学研究科 (同上)

³正会員 工博 准教授 北海道大学大学院 工学研究科 (同上)

It has been known that the effect of bed slope on the sediment transport is important to bed deformation of dune as well as the effect of nonequilibrium on sediment transport process. In order to clarify both effects of bed slope and nonequilibrium, we performed the numerical simulations of bed evolution in the case of using equilibrium bed load transport formula incorporated with bed slope effect and in the case of using nonequilibrium bedload transport formula. It was found that the effect of bed slope and the effect of nonequilibrium are similarity on the wavelength of bed form evolution, however, the features of bed form evolution at the equilibrium stage are quite different between in the case of using bed load formula incorporating with slope effect and in the case of using nonequilibrium bedload formula.

Key Words : dunes, sediment transport, effect of bed slope, effect of non-equilibrium, numerical simulation

1. はじめに

河床に見られるduneは、流れと流砂の相互作用によって発生することが知られている。従来、その形成機構に関する多くの研究が行われてきた。特に、古くより盛んに行われた線形安定解析¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾の成果によって、duneの発生機構が理論的に明らかにされてきた。中でも、流砂の河床勾配の影響に着目した研究は数多く、例えばFredsoe²⁾や山口・泉⁴⁾は、いわゆる平衡流砂量式に河床勾配が考慮された式を用いて卓越波長に対する河床勾配の影響の重要性を明らかにしている。これに対して、中川・辻本³⁾は流砂の遅れによる非平衡性に着目している。彼らは確率モデルで表される非平衡流砂量式を用い、流砂の非平衡性がduneの発生に重要であることを明らかにしている。また、山口・泉⁶⁾は河床勾配の影響が考慮された流砂量式および確率モデルをそれぞれ用いて比較し、卓越波長に対する河床勾配の影響と非平衡性の影響が類似していることを示唆している。

理論的研究と並行して、近年、数値解析によるduneの再現計算が行われるようになった。音田・細田⁷⁾やGiri

and Shimizu⁸⁾は、流砂量式に中川・辻本³⁾の用いた確率モデルを適用することによってdune河床を再現した。さらにGiriら⁹⁾は非定常流量下での計算を行い、確率モデルにおける砂粒のstep lengthを無次元掃流力の関数で表すことでdune—平坦床の遷移過程を再現した。確率モデルによるこれらの再現計算では、砂粒のstep lengthによる流砂の非平衡性に起因したdune形成過程が合理的に再現されている。また、別の観点から関根¹⁰⁾は土粒子のsaltationモデルによってdune形成過程の再現を試みるとともに、砂粒のstep lengthについても議論している。

しかしながら、これらのモデルには河床勾配の影響が考慮されていないため、これらの再現計算では前述のような流砂の河床勾配の影響が検討されていない。また、確率モデルにおける粒子のstep lengthは、関根¹⁰⁾による研究の他にもいくつかの研究によって明らかにされつつある^{3),11),12)}ものの未だ不確定な部分の多いパラメータである。そのため、上述の再現計算ではdune形成に対する流砂の非平衡性の影響が詳細には検討されていない。

本研究では、dune形成に対する流砂の河床勾配の影響を明らかにするために、河床勾配の影響が考慮された平衡流砂量式を用いたduneの再現計算を行う。また、確率

表-1 Guyら¹⁷⁾による実験データ (1ケースを抜粋)

実験 No.	実験条件			実験結果					
	平均粒径 (mm)	平均勾配	流量 (m ³ /s)	河床形状	波長 (cm)	波高 (cm)	水深 (cm)	Fr	有効 掃流力
Run35	0.93	0.0013	0.089	Dune	88.4	1.8	16.2	0.44	0.085

モデルによる非平衡流砂量式を用いた再現計算と比較することによって, duneの形成過程や平衡形状に対する河床勾配の影響および非平衡性の影響について検討する。

2. 鉛直二次元移動床モデル

(1) 支配方程式

本研究では, Giri and Shimizu⁸⁾やGiriら⁹⁾の構築した鉛直二次元流れにおける移動床モデルを適用する。流れの支配方程式は次の連続式および運動方程式で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{u'u'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{u'v'})}{\partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{v'v'})}{\partial y} - g \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, x および y はそれぞれ鉛直および水平方向の座標, u および v はそれぞれ鉛直および水平方向の流速, p は圧力である。また, $-\overline{u'u'}$, $-\overline{u'v'}$ および $-\overline{v'v'}$ はレイノルズテンソルである。上式は水面と底面の境界面に応じた境界適合座標系に座標変換される。水面では運動学的条件によって水面変動を計算している。底面ではno slip条件となっている。無次元掃流力の算定には次式の対数則を適用している。

$$\frac{u_p}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_p}{y_0} \quad (4)$$

ここで, u_p および y_p はそれぞれ底面付近の格子点における流速および河床からの距離, u_* は底面摩擦速度, κ はカルマン定数であり, $y_0 = k_s/30$ である。ここで k_s は粗度高さであり, 粒径の2.5倍の値を用いる。無次元掃流力 τ_* は次式で表される。

$$\tau_* = u_* |u_*| / (R_s g d) \quad (5)$$

ここで R_s は砂の水中比重, d は砂粒の粒径である。乱流モデルは木村・細田¹³⁾による非線形k-εモデルを適用する。

Giriら⁹⁾は, 確率過程モデルによる非平衡流砂量式を用いている。確率モデルによる河床変動は次式で表される。

$$\frac{\partial y_b}{\partial t} = \frac{1}{1 - \lambda A_2} \frac{A_3}{A_2} (p_d - p_s) d \quad (6)$$

ここで, y_b は河床高さ, λ は砂の空隙率, A_2 および A_3 は

表-2 計算条件

計算No.	流砂量式	計算条件
Case-a	芦田・道上	$\mu_c = 0.84$ ($\phi = 40^\circ$)
-b	Kovacs & Parker	$\mu_c = 0.84$ ($\phi = 40^\circ$)
-c	"	$\mu_c = 0.58$ ($\phi = 30^\circ$)
-d	確率モデル	$\Lambda = 5d$
-e	"	$\Lambda = 30d$
-f	"	$\Lambda = 40d$

それぞれ砂粒の二次元および三次元の形状係数 ($\pi/4$ および $\pi/6$), p_s および p_d はそれぞれ砂のpick-up rateおよびdeposit rateであり, それぞれ次式で表される。

$$p_s \sqrt{d/(gR_s)} = 0.03 \tau_* (1 - 0.035/\tau_*)^3 \quad (7)$$

$$p_d = \int_0^x p_s(x-s) f_s(s) ds \quad (8)$$

ここで, f_s は次のようなstep lengthの確率密度関数である。

$$f_s(s) = \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{s}{\Lambda}\right) \quad (9)$$

ここで, Λ は砂粒の平均step lengthである。Giriら⁹⁾は掃流砂に加えて浮遊砂による河床変動量を加味しているが, ここでは掃流砂による変動のみを検討する。

(2) 河床勾配の影響を考慮した平衡流砂量式

本研究では, 流砂量式に河床勾配の影響が考慮された平衡流砂量式を適用し, duneの再現計算を試みる。Kovacs & Parker¹⁴⁾は芦田・道上¹⁵⁾の平衡流砂量式に対して物理的に河床勾配の影響を組み込んだ流砂量式を導いている。本研究では, 次式で表される芦田・道上式およびKovacs & Parker式を適用する。

芦田・道上式;

$$q_{B*} = \frac{a}{\mu_c} (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - \tau_{*c}^{1/2}) \quad (10)$$

Kovacs & Parker 式;

$$\begin{aligned} q_{B*} = \frac{a}{\mu_c \left(1 + \frac{\partial y_b}{\partial x} / \mu_c\right)} \left[\tau_* - \tau_{*c} \left(1 + \frac{\partial y_b}{\partial x} / \mu_c\right) \right] \\ \times \left[\tau_*^{1/2} - \tau_{*c}^{1/2} \left(1 + \frac{\partial y_b}{\partial x} / \mu_c\right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

ここで, $q_{B*} = q_B / (R_s g d^3)^{1/2}$ であり, q_B は流砂量である。また, τ_{*c} は粒子の無次元限界掃流力であり, ここでは岩垣の式¹⁰⁾により求めている。両式中の係数 a は, 河床近傍の流速とせん断力の関係を表す係数であり, 本

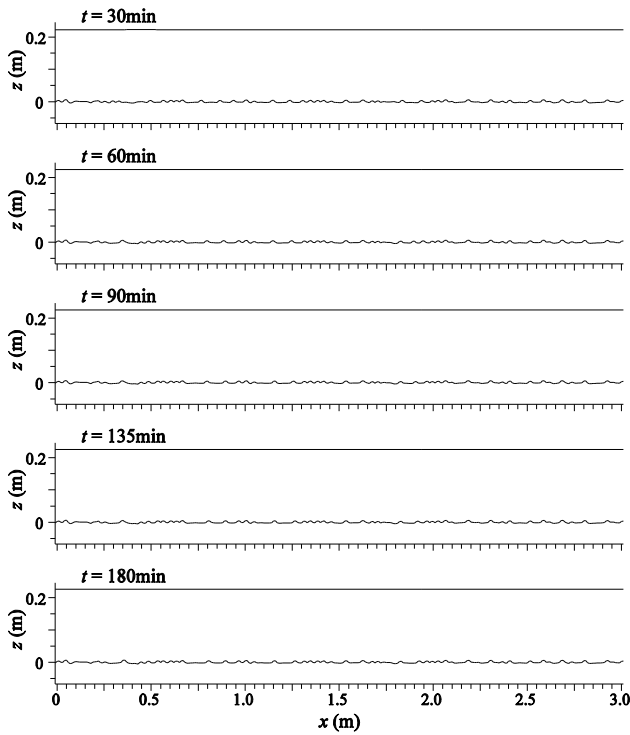


図-1 (a) 芦田・道上式による再現結果
(Case-a, $\mu_c = 0.84$ ($\phi = 40^\circ$)).

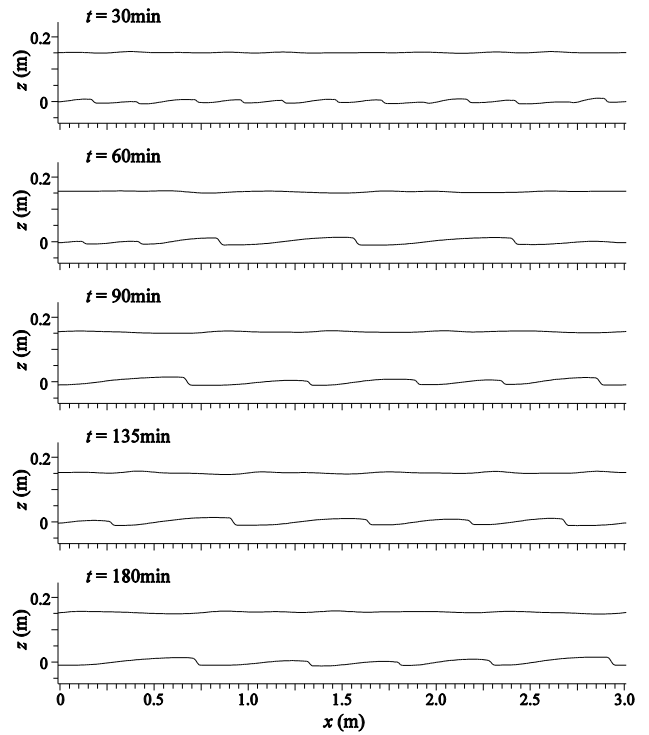


図-1 (b) Kovacs and Parker式による再現結果
(Case-b, $\mu_c = 0.84$ ($\phi = 40^\circ$)).

研究では式(4)に対応して次式で表される。

$$a = \frac{u_p}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_p}{y_0} \quad (12)$$

式(10)および(11)中の μ_c はクーロン動摩擦係数であり、Kovacs & Parker¹⁴⁾に従い $\mu_c = \tan\phi$ で表されるものとする。ここで ϕ は砂の安息角である。式(11)では μ_c の値が小さいほど河床勾配の影響が大きく評価されることになる。また、この河床勾配の項を無視すると、Kovacs & Parker式(11)は芦田・道上式(10)に一致する。

(3) 計算条件

本研究では、Guyら¹⁷⁾による実験の再現を行った。Guyらの実験データのうち再現計算を行った実験ケースについて表-1に示す。また、計算はCase-a~fまで行い、各ケースに用いた流砂量式および μ_c の値または平均step lengthの値を表-2に示す。計算はいずれも平坦床から開始し、180分後まで行った。計算初期の平坦床には最大振幅 $\pm 0.01\text{mm}$ の乱数によって微小な乱れを与えた。上下流端は周期境界条件としている。流下方向の格子間隔は1cmとし、水深方向の格子間隔はGiri & Shimizu⁸⁾に従い底面付近ほど指数的に小さくなるように設定し、最も底面近傍の格子間隔は水深の0.01倍とした。

a) 河床勾配の影響を表す μ_c の値について

芦田・道上式では μ_c の値に関係なく河床勾配の影響はゼロである。Kovacs & Parker式では、前述したように μ_c の値が小さいほど河床勾配の影響が大きく現れる。砂の安息角が $30^\circ \sim 40^\circ$ 程度であることから μ_c は0.58~0.84程

度の値となることが知られており、本研究では表-2に示したように $\mu_c = 0.84$ および $\mu_c = 0.58$ を適用している。

Kovacs & Parker式では、流れ方向の河床勾配が安息角になると流砂量が無限大になるため河床勾配が安息角にごく近い値まで大きくなると何らかの数値的な処理が必要となるが、本研究における計算内ではそこまで河床勾配が増大することはなかった。

b) 砂粒の平均step lengthについて

中川・辻本³⁾は、平坦床における砂粒の平均step lengthは40~250d程度であるとしている。Giriら⁹⁾の再現計算でも同様の値が適用されている。これに対してNelsonら¹¹⁾は、最近の実験結果より、平均step lengthが掃流力（河床せん断力）と粒子の限界掃流力の関係によって表わされることを示している。彼らの実験によると、掃流力が限界掃流力の2倍の時は15dとなり、3倍の時は30d、4倍の時は40d~50dとなることが示されている。

表-1に示した実験砂では、岩垣の式¹⁰⁾によって限界掃流力を求めると0.034となり、実験における有効掃流力はその3倍程度となっている。Nelsonらの実験結果に従うと平均step lengthは30d程度の値になると考えられる。本研究では、表-2に示すように妥当だと考えられる平均step lengthの値をCase-eに、それよりも小さい値および大きい値をそれぞれCase-dおよびfに設定している。

ここで用いる確率過程モデルでは河床勾配の影響を考慮していないが、河床勾配が安息角を超えた場合は斜面崩壊の計算によって安息角となるようにしている。確率過程モデルを用いたCase-d~fでは安息角を 30° とした。

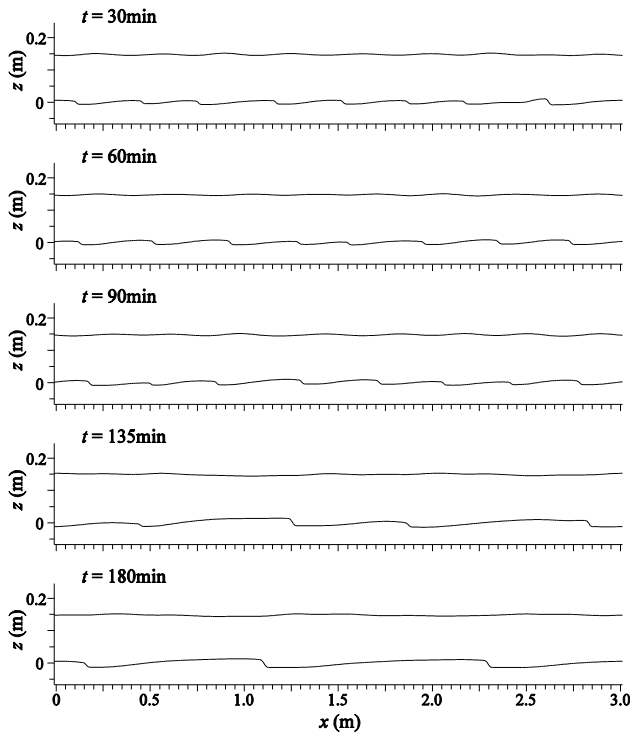


図-1(c) Kovacs and Parker式による再現結果
(Case-c, $\mu_c = 0.58$ ($\phi = 30^\circ$)).

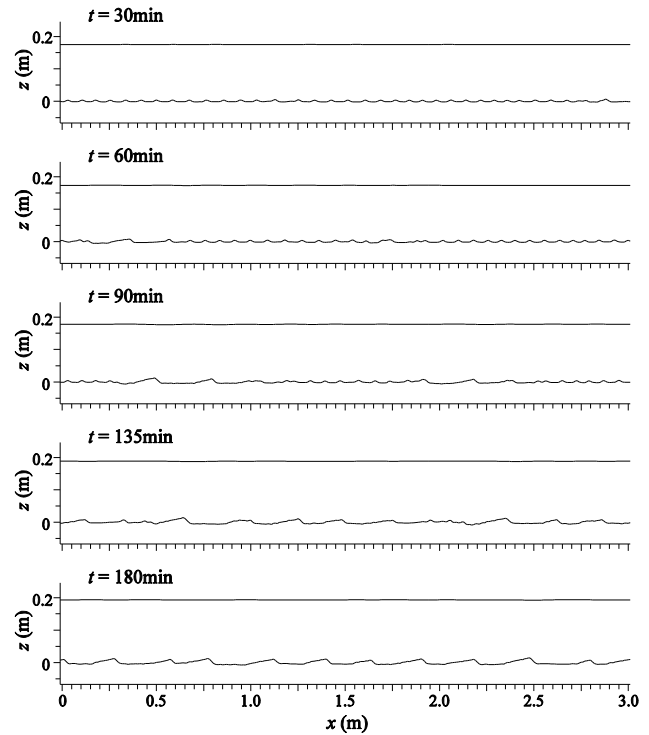


図-1(d) 確率モデルによる再現結果
(Case-d, $\Lambda = 5d$).

3. 結果および考察

(1) 平衡流砂量式による再現結果

図-1(a), (b)および(c)にそれぞれCase-a, bおよびcの計算結果を示す。図にはそれぞれ計算開始から30分, 60分, 90分, 135分および180分後の水面および河床形状を示した。図-1(a)を見てわかるように, 芦田・道上式を用いた場合には, 計算開始直後に現れた細かな擾乱が減衰することも発達することもなく, 単に下流側へ移動するだけでdune形状の再現はできない。これに対して図-1(b)および(c)に示したように, Kovacs and Parker式を用いた場合には擾乱の発達とともに波長が徐々に長くなりながらdune形状が形成されている。このことから, 平衡流砂量式を用いた場合には河床勾配の影響を考慮しないとdune形状は再現できないことがわかる。

平坦床においてKovacs and Parker式は芦田・道上式と一致することからも理解できるように, Case-bおよびCase-cのごく初期においても図-1(a)に見られるような細かい擾乱が現われている。図-1(b)および(c)では, 時間の経過とともにこれらの細かい擾乱や比較的波長の短い擾乱が消滅していくのがわかる。このことから, 河床勾配の影響には波長の短い擾乱を減衰させる効果のあることがわかる。この効果によって, 比較的長い波長のduneが発達し得るものと考えられる。

また, 図-1(b)と(c)を比較すると, μ_c の値が小さい(c)の方がより波長の長いduneが現われている。これよ

り河床勾配の影響が大きい(μ_c の値が小さい)とduneの波長が長くなることがわかる。これは, 河床勾配の影響によって波長の短い擾乱が減衰するためと考えられる。

図-1(a)~(c)を見ると, duneの発達していない(a)の水深が最も大きい。これは, 芦田・道上式では河床勾配の影響が考慮されておらず局所的に勾配が安息角を超えて大きくなり得るために擾乱が小さくても大きな形状抵抗が生じていると考えられる。また, (c)より(b)の水深が大きいのも, Kovacs and Parker式において設定した安息角の違いによって(c)より(b)の方が局所的な勾配が大きくなり, 形状抵抗が大きくなっていると考えられる。

(2) 確率モデルによる再現結果

図-1(d), (e)および(f)にそれぞれCase-d, eおよびfの計算結果を示す。図-1(d)を見るとわかるように, 平均step lengthが極端に小さいCase-dの場合は, 図-1(a)の芦田・道上式を用いた場合と同様に細かい擾乱が卓越して発生することになる。これに対して図-1(e)を見てわかるように, 平均step lengthに適当な値を用いたCase-eでは比較的波長の長い擾乱がゆっくりと発生し, この擾乱が徐々に発達してdune形状が現われている。また, 平均step lengthをCase-eよりも長く $40d$ とすると, 図-1(f)に見られるように比較的波長の長い擾乱が時間をかけてゆっくり発生するものの, 計算時間内に平衡形状には至らなかった。このことから, 砂粒のstep lengthに適当な値を用いなければdune形状は再現できないことがわかる。

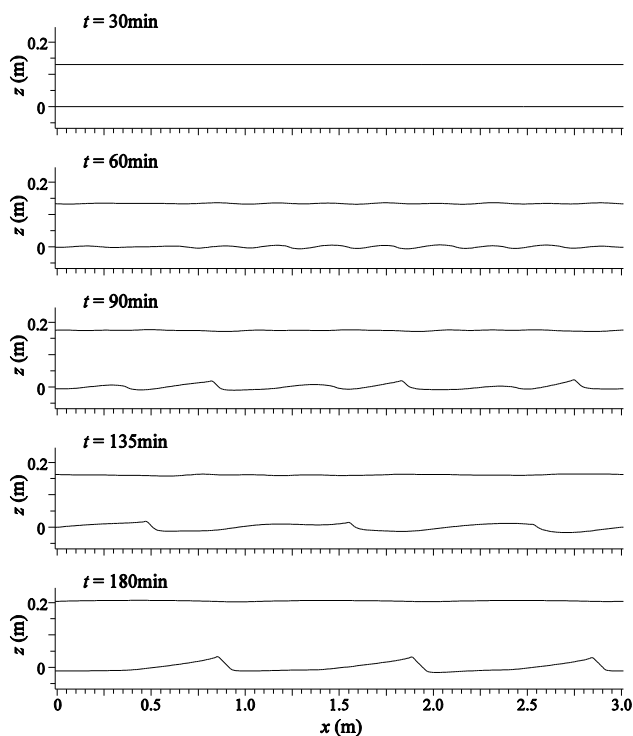


図-1 (e) 確率モデルによる再現結果
(Case1-e, $\Lambda = 30d$).

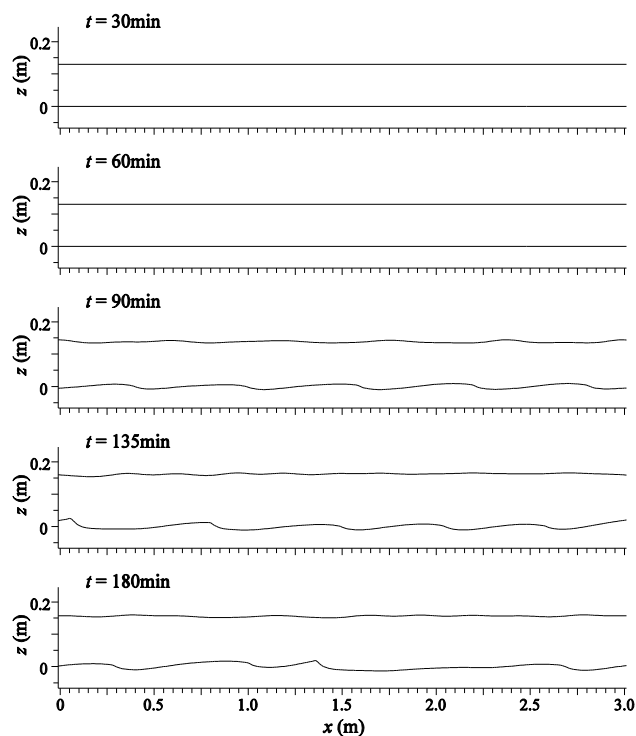


図-1 (f) 確率モデルによる再現結果
(Case1-f, $\Lambda = 40d$).

(4) 河床勾配の影響が考慮された平衡流砂量式および確率モデルによる再現結果の比較

表-3にCase-a~fの計算結果より得られたduneの平均波長, 平均波高, 平均水深およびフルード数 Fr を示す. ここで表に示した値は計算の最終時刻 ($t = 180\text{min}$) における値であり, この時点で平衡状態に達していないケースは参考値として括弧をつけて示した. 表より波長については, Kovacs and Parker式および確率モデルのどちらの場合でも μ_c や平均step lengthに適当な値を与えることと実験結果をある程度良好に再現できることがわかる.

しかしながら図-1 (a)~(f)に示した河床形状をよく見ると, 発達したdune形状に見られる特徴は, Kovacs and Parker式を用いた場合と確率モデルを用いた場合とで大きく異なることがわかる. Kovacs and Parker式を用いた場合には, duneのクレスト部がほぼ平坦な形状であるのが特徴であり, 波高も比較的低くなっている. これに対して確率モデルを用いた場合には, クレストの先端が尖っているのが特徴であり, 波高も比較的高くなっている. 実験で再現されたduneの詳細な形状について不明なため, どちらの特徴が実際に現れているかは検討できないが, 表-3を見てわかるように水深 (または Fr) も大きく異なることから, 形状に見られる特徴の違いに対応して流れの形状抵抗にも違いが現われていることがわかる. Kovacs and Parker式を用いた場合には形状抵抗が小さいために実験結果より水深が低く (Fr は高く), 確率モデルを用いた場合には形状抵抗が大きいため実験結果より水深が高く (Fr は低く) 計算されていることがわかる.

(5) 流砂の河床勾配の影響および非平衡性の影響

a) 発生初期および発達過程に見られる波長の変化

Kovacs and Parker式を用いた場合 (図-1 (b)~(c)) は, 初期に現れた擾乱のうち波長の短い擾乱が重力の影響を受けて減衰することによって, 比較的長い波長のduneが発達していく. これに対して確率モデルを用いた場合 (図-1 (d)~(f)) は, step lengthの長さに応じた波長の擾乱が発生し, この擾乱が成長してdune形状へと発達していく. このときstep lengthが長いほど発生する波長が長くなるため, 結果として, duneの波長に対する河床勾配の影響と非平衡性の影響が類似することになる.

b) 平衡形状

前節で述べたようにKovacs and Parker式を用いた場合の平衡形状は, duneのクレスト部がほぼ平坦な形状となり, 形状抵抗が確率モデルを用いた場合よりも小さくなっている. これは, 河床勾配の影響にduneの発達を抑制する効果があるためと考えられる. 擾乱がある程度発達して局所勾配の影響が強くなると, それ以降の発達が抑制されduneの平衡形状が決定される. ここでKovacs and Parker式を用いた場合の形状抵抗が実験よりも小さくなる要因の一つとして, 局所勾配の影響が実際よりも大きく評価されているためにduneの発達が実際よりも強く抑制されていることが考えられる. 山口・泉⁹⁾は, Kovacs and Parker式に圧力勾配の影響を加味した線形安定解析および弱非線形安定解析を行い, dune河床上では圧力勾配の影響で局所勾配の影響が低減されることを示唆している. このことから実際にはdune背後の剥離が

表-3 計算結果

計算No.	計算結果				実験結果			
	波長 (cm)	波高 (cm)	水深 (cm)	Fr	波長 (cm)	波高 (cm)	水深 (cm)	Fr
Case-a	---	---	22.9	0.26	88.4	1.8	16.2	0.44
-b	50	2.9	15.9	0.45				
-c	100	2.3	14.8	0.50				
-d	---	---	(19.5)	(0.33)				
-e	100	4.4	20.3	0.31				
-f	(75)	(2.3)	(15.6)	(0.46)				

勾配の影響を低減させている可能性がある。

一方、前述のように確率モデルを用いた場合は波高の大きいduneが発達し、形状抵抗が実験結果よりも大きくなる。これは、確率モデルで表される非平衡性にはdune形状を大きく発達させる効果があるためと考えられる。本研究ではGiriら⁹⁾に従い平均step lengthの値を流下方向に一樣に与えている。しかし、関根¹⁰⁾はduneの発達過程においてstep lengthは空間的にも時間的にも変動することを示唆しており、本来ならば形状の変化に伴う空間的および時間的なstep lengthの変化を考慮すべきであろう。前出のように局所的な勾配の影響にduneの発達を抑える効果があるとすれば、本研究で用いた確率モデルにはそのような発達を抑制する効果が欠けている可能性がある。また、その逆でKovacs and Parker式を用いた場合には、確率モデルで表されるような流砂固有の非平衡性の効果が欠けているために、クレスト部が平坦な形状しか現われず形状抵抗が小さくなっているとも考えられる。

4. 結論

本研究では、duneの形成過程に対する河床勾配の影響を明らかにするために、河床勾配の影響が考慮された平衡流砂量式によるduneの再現計算を行った。従来の再現計算で用いられた確率モデルによる再現計算と比較した結果、duneの波長や平衡形状に対する河床勾配の影響および非平衡性の影響について次のことが明らかとなった。

- ・河床勾配の影響が考慮された平衡流砂量式を用いても比較的良好にdune形状が再現される。
- ・現れるduneの波長に対する河床勾配の影響と非平衡性の影響は類似している。
- ・流砂量式によって平衡形状の特徴が大きく異なる。これは、河床勾配の影響にはduneの発達を抑制する効果があるのに対して、非平衡性の影響にはdune形状を大きく発達させる効果があるためであると考えられる。

参考文献

1) Engelund, F.: Instability of erodible beds, *J. Fluid Mech.*, Vol.42, pp.225-244, 1970.

- 2) Fredsøe, J.: On the development of dunes in erodible channels, *J. Fluid Mech.*, Vol.64, pp.1-16, 1974.
- 3) 中川博次, 辻本哲郎: 砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程, 土木学会論文報告集, No.291, pp.53-62, 1979.
- 4) 山口里実, 泉 典洋: デューン平坦床遷移過程に見られる亜臨界分岐現象, 土木学会論文集, No.740/II-64, pp.75-94, 2003.
- 5) Colombini, M.: Revisiting the linear theory of sand dune formation, *J. Fluid Mech.*, Vol.502, pp.1-16, doi:10.1017/S0022112003007201, 2004.
- 6) 山口里実, 泉 典洋: デューンの不安定現象に対する流砂の非平衡性の影響, 水工学論文集, Vol.51, pp.1015-1020, 2007.
- 7) 音田慎一郎, 細田 尚: 水深積分モデルによる小規模河床波の発生・発達過程と流れの抵抗則の数値解析, 水工学論文集, Vol.48, pp.973-978, 2004.
- 8) Giri, S., Shimizu, Y.: Numerical computation of sand dune migration with free surface flow, *Water Resources Research*, Vol.42, w10422, doi:10.1029/2005WR004588, 2006.
- 9) Giri, S., Yamaguchi, S., Shimizu, Y., Nelson, J.: Simulating temporal response of bedform characteristics to varying flow, *RCEM* 2007, pp.939-947, 2007.
- 10) 関根正人: 土砂粒子の運動の解析を基礎とした河床波の形成過程シミュレーションの試み, 土木学会論文集, No.691/II-57, pp.85-92, 2001.
- 11) 関根正人, 吉川秀夫: 掃流砂の停止機構に関する研究, 土木学会論文集, No.399/II-10, pp.105-112, 1988.
- 12) Nelson, J., Shimizu, Y., Giri, S., Shreve, R., McLean, S., Logan, B., Kinzel, P.: Bedform response to Flow Variability, MARID 2008, keynote, 2008.
- 13) Kimura, I., Hosoda, T.: A nonlinear k-ε model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol.42, pp.813-837, 2003.
- 14) Kovacs, A., Parker, G.: A new vectorial bedload formulation and its application to the time evolution of straight river channels, *J. Fluid Mech.*, Vol.267, pp.153-183, 1994.
- 15) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, No.208, pp.59-69, 1972.
- 16) 岩垣雄一: 限界掃流力の流体力学的研究, 土木学会論文集, No.41, pp. 1-21, 1956.
- 17) Guy, H. P., Simons, D. B., Richardson, E. V.: Summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956~1961, Geological Survey Professional Paper, 462-I, 1966.

(2008. 9. 30受付)