地表面付近の熱と水蒸気輸送の相似性に関する 直交ウェーブレット解析

WAVELET ANALYSES OF SIMILARITY BETWEEN TRANSPORT OF SENSIBLE HEAT AND WATER VAPOR NEAR THE SURFACE

浅沼 順¹

Jun ASANUMA

¹正会員 Ph.D. 筑波大学陸域環境研究センター(〒 305-8577 つくば市天王台 1-1-1)

Similarity between scalars, or shortly scalar similarity, was investigated by applying the orthogonal wavelet transform to turbulence data set obtained over a flat and homogeneous Mongolian grassland. The orthogonal wavelet transform with Haar base function was used to decompose turbulence time series of temperature and specific humidity into wavelet coefficients in the wavelet phase space, and further statistical analyses were applied thereon. Wavelet quadrant analysis of the wavelet coefficients of temperature and specific humidity exhibited that decorrelations modes between these scalars reside in few wavelet coefficients that can be unambiguously extracted by using the hyperbolic hole. Extracted decorrelating modes were inverse-transformed into time-space and found to be monotonic trend of increasing temperature accompanied with decreasing specific humidity. These evidences supports the role of the entrainment at the top of the atmospheric boundary layer breaking the sclar similarity that is a trait of turbulent eddies influenced by the surface flux.

Key Words: Evaporation, surface heat budget, surface flux, atmospheric surface layer, Bowen ratio method

1. はじめに

スカラー相似性、あるいはスカラー間の相似性とは、 2つのスカラー場が、統計的に相似な性質を示すこと を指し、接地層において頻繁に使用される仮定である。 例えば、渦拡散係数やモニン=オブコフ相似則におけ る無次元統計値(分散など)などが、2つのスカラー 間で等しいことなどが例として挙げられる。またスカ ラー相似性の中で、実用面で最もよく用いられるのは、 温度と比湿の間の相似性であり。例えばボーエン比法 は、両者の渦拡散係数が等しいことを仮定している。ま た大気の乱流クロージャーモデルでは、観測から得ら れた気温についてのクロージャー定数を、比湿につい ても利用することが通常である。このように、スカラー 相似性は、古くから接地層において大気乱流が持つ基 本的な性質として扱われてきた。また、モニン=オブ コフ相似則は、すべてのスカラー間の相似が成立する ことを、暗示的に要求している¹⁾.

しかしながら、過去15年あまりの間、温度と比湿の 間のスカラー相似性が必ずしも成立しないという観測 事実が、数多く報告された。特に、分散法²⁾の適用に 際して、温度と比湿の無次元分散が等しくならないこ と、両者の乖離は相関係数が1に近づくほど、小さく なることなどが観測結果から示された。^{3,2)}。スカラー 相似則が成立しない例として、地表面の非一様性⁴⁾や 大気境界層上端におけるエントレインメント^{5,6}、乱流 場における役割の違い^{7,4,8)} などが挙げられている。近 年ではさらに詳細な解析が進み、特に温度と比湿間の 相似性と地表面の非一様性との関係について、高解像 度衛星画像によって得られる NDVI⁹⁾ や LAI¹⁰⁾ との関 係を明らかにしようとする研究が行われている。また 4 象限解析^{8,11)} やフーリエ変換¹²⁾、連続ウェーブレッ ト変換⁸⁾ といった、様々な解析方法の利用や、二酸化 炭素と温度あるいは比湿の相似に関する解析^{9,11)} も行 われている。最新の研究レビューは、最近の文献^{13,11)} に詳しい。

特に Asanuma et al.¹²⁾ では、フーリエ空間における 相関係数を相似性の指標として用い、温度と比湿の非 相似性の要因がエネルギー保有領域よりも低周波数領 域に存在することを示した。これは、DeBruin et al.⁵⁾ 以 来、仮説としてあげられつつも検証されなかったスカ ラー相似性へのエントレインメントの関与を示唆する ものである。しかしながら、問題となる周波数領域は、 フーリエスペクトルの最も低周波側に位置し、統計的 不確実性は大きいことが考えられる。

以上のような背景の下に本研究では、温度と比湿の 相似性を直交ウェーブレット変換を用いて解析し、低 周波における両者の非相似性の要因を明らかにするこ とを目的とする。時系列を局所的な信号(マザーウェー ブレット)を用いて分解するウェーブレット変換によっ



図-1 Haar マザー関数

て、局所的な、すなわち非定常な変動成分のスケール 特性の把握が可能であり、本研究の目的に合致してい る。ウェーブレット変換によって、非相似性をもたら す変動成分の分離・抽出を行い、さらにその諸特性を 明らかにする。

2. データ

解析に用いた乱流データは、モンゴルの半乾燥草原に おいて、2003年の夏期に行われた RAISE(Raingelands Atmosphere-Hydrosphere Interaction Study Experiment in Northeastern Asia) プロジェクトの集中観測期間中に得ら れた。首都ウランバートルの東方約 150km の Kherlen-Bayanulaan(KBU)村(北緯47度12分46秒、東経108 度44分33秒)の郊外に設けられたフラックス観測サイ トにおいて、2003年4月より渦相関法による観測が行 われており、現在も継続中である^{14,15)}。超音波風速計 にカイジョー SAT-550、水蒸気変動計にはLicor LI-7500 を用いている。KBU は、平坦で広い草原に囲まれ、一 様地表面の条件を満たしていると考えられる。

解析データは、この KBU で 2003 年 7 月 25 日から 4 日間の晴天日の日中に得られたものである。サンプリ ング周波数は 50Hz、1つのデータランは、約 21.8 分 (2¹⁶×0.02 秒)であり、計 79 データランが解析対象で ある。これらは、トレンド除去などの前処理を行わず に使用している。本論文では、時刻はモンゴルの夏時 間(MDT=UTC+9,日本標準時に同じ)を用いており、 KBU における南中は午後1時 45 分ごろである。

3. 直交ウェーブレット変換

(1) ウェーブレット変換

ウェーブレット変換は、平均ゼロの時系列データ *f*(*t*) を時刻 *b* とスケール (すなわち周波数)*a* の関数、ウェー ブレット係数に変換する¹⁶。

$$W_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \tag{1}$$

式 (1) は連続ウェーブレット変換の定義であり、 $\psi(t)$ を マザーウェーブレットと呼ぶ。また、ウェーブレット逆 変換は、

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty db \ W_f(a,b) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$$
(2)

であり、ここで、

$$C_{\psi} \equiv \int_{0}^{\infty} d\omega \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^{2}}{|\omega|}$$
(3)

である。ここで、 ω は角周波数、 $\hat{\psi}(\omega)$ はマザーウェー ブレット $\psi(t)$ のフーリェ変換である。

1980年代に資源探査分野で考案されたウェーブレット変換は、数学的な体系構築を経て^{17,18)}、画像圧縮や 信号解析などのさまざまな分野で応用されている。大 気乱流研究への応用は1980年代末に始まり、1990年代 に盛んに用いられるようになった¹⁹⁾。従来のフーリェ 変換を用いたスペクトル解析が、定常信号において周 期性を抽出するのに対して、ウェーブレット変換は、非 定常性をもつ乱流信号から局在化したスケール特性を 抽出するのに適している¹⁶⁾。

(2) 直交ウェーブレット変換

本研究の解析で用いる Haar 関数を用いた直交ウェー ブレット変換は、マザーウェーブレットに図1に示す Haar 関数を用い、*a*と*b*に以下のような制限をかける。

$$a = 2^{m} \Delta t, \quad b = 2^{m} i \Delta t$$

(m = 1,..., M; i = 0,..., 2^{M-m} - 1) (4)

ここで、 $M = log_2 N$ 、 Δt は時系列のサンプリング間隔で ある。これによって、N 個の時系列 $f_i(i = 0, ..., N - 1)$ から N 個の互いに独立なウェーブレット係数 $W_f^m(i) =$ $W_f(2^m\Delta t, 2^m i\Delta t)$ を得る。なお、実際の計算には Katul and Parlange²⁰⁾ による高速ウェーブレット変換を用いて いる。これは、

$$S^{0}(i) = f_{i} \quad (i = 0 \dots N - 1)$$
 (5)

を初期条件として

$$W_f^m(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[S_f^{m-1}(2i+1) - S_f^{m-1}(2i) \right]$$
(6)

$$S_{f}^{m}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[S_{f}^{m-1}(2i+1) + S_{f}^{m-1}(2i) \right]$$
(7)

の2式を帰納的に計算することによって、 $W_f^m(i)$ を得る ものである。また、ウェーブレット逆変換は、

$$f_j = \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=0}^{2^{M-m}-1} 2^{-\frac{m}{2}} W_f^m(i) \psi\left(\frac{j-2^m i}{2^m}\right)$$
(8)

となる。



図-2 ウェーブレット係数によるスカラー相似性に関する4象限解析の例。黒点は、逆相関モードとして判別されたウェーブ レット係数。

レット係数は、元の時系列の分散を保存する²⁰⁾。

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{2^{M-m}-1} \left[W_f^m(i) \right]^2 \tag{9}$$

同様に、共分散は以下のように保存される。

$$\overline{fg} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f_i g_i = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=0}^{2^{M-m}-1} W_f^m(i) W_g^m(i)$$
(10)

これは、本研究で利用する直交ウェーブレット変換の 重要な性質である。

4. 解析

(1) ウェーブレット4象限解析

本研究では、壁面乱流の運動量輸送の解析に用いる 4 象限解析^{8,11)}を、温度と比湿の相似性の解析に応用 する。特に、実系列データの代わりに、ウェーブレット 係数を用いることによって、ウェーブレット・フェーズ 空間での4象限解析²¹⁾を行う。なお、過去の研究¹⁾に 習い、温度と比湿の相似性の指標として、両者の相関 係数 $r_{Tq} = \overline{T'q'}/\sigma_T/\sigma_q$ を用いる。高い相関は高い相似 性を示すことになる。

温度 *T* と比湿 *q* の乱流変動値に、ウェーブレット変換を適用し、ウェーブレット係数 $W_T^m(i) \ge W_q^m(i)$ を得る。各ラン毎に、得られたウェーブレット係数 $(x, y) = (W_T^m(i), W_q^m(i))$ をそれぞれ標準偏差で無次元化し、x - y 平面上にプロットする(図2は一例)。式(10)に示すように、ウェーブレット変換の前後で共分散は保存されることから、第1、第3象限は $W_T^m(i) \cdot W_q^m(i) > 0$ であるので、 $\overline{T'q'}$ 、そして r_{Tq} への正の貢献である。同様に、

第2、第4象限は r_{Tq} への負の貢献となる。

第1象限; $W_T^m(i) > 0$ and $W_q^m(i) > 0$, 正の相関 第2象限; $W_T^m(i) < 0$ and $W_q^m(i) > 0$, 負の相関 第3象限; $W_T^m(i) < 0$ and $W_q^m(i) < 0$, 正の相関 第4象限; $W_T^m(i) > 0$ and $W_q^m(i) < 0$, 負の相関

図 2(a),(b) は、4 象限解析プロットの典型的な例であ る。(a)、(b) 双方とも、ほとんどの点は、第1象限、原 点、第3象限を結ぶ直線の周りに位置しており、 $T \ge q$ の正の相関に貢献している。その一方で、(a) において はいくつかの点が第2象限に散在しており、かつ低い $W_T^m(i) \cdot W_q^m(i)$ の積の値を示し、 r_{Tq} への負の貢献、すな わち $T \ge q$ の間の逆相関を示している。このような第 2、第4象限の逆相関を示すウェーブレット係数が表す 変動モードを、ここでは「逆相関ウェーブレット・モー ド (decorrelation wavelet modes)」あるいは単に「逆相 関モード」と呼ぶこととする。(b) にはこのような逆相 関モードに相当するものは見受けられない。解析を行っ た他のランも、図2(a),(b) に示す象限の分布の傾向のい ずれかに、近いものであった。

(2) 逆相関ウェーブレット・モードの分離・抽出

逆相関モードを、他のウェーブレット係数から分離・ 抽出する。4 象限解析の hyperbolic hole²¹⁾ に習い、しき い値を $W_T^m(i) \cdot W_q^m(i) < H\overline{T'q'}$ とし、これを満たすもの を逆相関モードとして分離する。ここで H = -100 と し、Hの値に対する解析結果の感度分析を行うことと する。識別子 $I^m(i)$ を以下のように定義し、

$$I^{m}(i) = \begin{cases} 0 & (W_{T}^{m}(i) \cdot W_{q}^{m}(i) < H\overline{T'q'}) \\ 1 & (それ以外) \end{cases}$$
(11)



図-3 温度と比湿の相関係数 r_{Tq}(点線) と条件付きサンプリングにより逆相関モードを除去して計算した相関係数 r_{Tq}^c(実線) の 時系列。両者の間を網掛けしてある。下のパネルは、各ランにおける逆相関モードに属するウェーブレット係数の数 (y 軸 は右)。x 軸の目盛間隔は 3 時間。

これを用いた条件付きサンプリングによって、逆相関 モードを除外して計算した共分散を以下のように定義 する。

$$\overline{T'q'}^c = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=0}^{2^{M-m}-1} W_T^m(i) W_q^m(i) I^m(i)$$
(12)

ここで上付^{*c*} は、条件付きサンプリングを表す。標準 偏差 σ_T^c, σ_q^c 、そして相関係数 r_{Tq}^c も同様に定義できる。 以上のようにして求めた、逆相関モードを除去した相 関係数 r_{Tq}^c を、元の r_{Tq} と一緒に表示したのが図 3 で ある。また、図 3 の下のパネルには、各ランで除去さ れたウェーブレット係数の数 ($\sum_{m=1}^{M} \sum_{i=0}^{2^{M-m-1}} I^m(i)$)を示 した。

図3によると、逆相関モードを除去することにより、 相関係数 r_{Ta} が大幅に上昇することがわかる。また、逆 相関モードとして識別されたウェーブレット係数は最大 で20個以下と、ウェーブレット係数の総数(2¹⁶ = 65535) に比べてごく少数 (0.03%以下) である。すなわちこれ は Haar 関数を用いた直交ウェーブレットによって、T と q の間の非相似性が、ごく少数のウェーブレット係 数に凝縮されたということに他ならない。すなわち直 交ウェーブレット変換が、逆相関モードを適切に感知 していると言うことができる。さらに、hyperbolic hole による条件付きサンプリングによって逆相関モードを 除去する作業は、温度と比湿の相関を向上させるため のフィルターととらえることができる。スカラー相似 則の成立は、モニン=オブコフ相似則成立の必要条件 1)であり、本手法は、モニン=オブコフ相似則を適用す る前のデータの前処理として使用できる可能性がある。

以上から、ウェーブレット・フェーズ空間において は、ほとんどのウェーブレット係数は、*T*と*q*の間の 正の相関、すなわち両者のスカラー相似性を示してお り、その一方で、わずかな数の逆相関モードが、時系 列上では散発的に、生起してこれが*r_{Tq}*を減少させてい



図-4 式 (11) の *H* に対する、*r_{Tq}^c* の感度分析。*H* を-1,-10,-100,-1000 としたときの *r_{Tq}* の頻度分布。

ると考えられる。

5. 考察

(1) 感度分析

上記の解析において、逆相関モードの分離・抽出に 用いた条件(式(11))において、Hを-100とした。この 値に、全体の解析結果がどのような感度を持つか、感 度分析を行った。Hを-1,-10,-100,-1000として、逆相 関モードを抽出し、これを除いた条件付きサンプリン グで計算される $r_{Tq}{}^c$ の頻度分布をプロットしたものが 図4である。ここに示すように、 $-100 \le H \le -1$ の範 囲内であれば、Hの値に大きく依存しないことがわか る。これは、図2にあるように、逆相関モードを示す ウェーブレット係数自体が、すでに他のウェーブレット 係数から離れた位置にあり、言い換えれば直交ウェー ブレットがよく逆相関モードを感知していることによ るものである。



図-5 逆相関モードのウェーブレット逆変換によって得られた時系列の例。データは図 2(a) に同じ。

(2) 逆相関ウェーブレット・モードの物理現象

Haar 関数を用いた直交ウェーブレット変換によって 感知された逆相関モードが、小数のウェーブレット係 数に凝縮されており、かつその分離・除去により大幅 に r_{Tq} が増加することが、図3にて示された。これは、 逆相関モードが温度・比湿の相似性の低下に大きな役 割を果たしていることに他ならない。この逆相関モー ドをさらに詳しく調べることによって、スカラー相似 性が成立しない条件を明らかにすることができる。

この逆相関モードを、式(8)に示したウェーブレット 逆変換を用いて時系列に変換した例が図5である。逆 相関モードを時系列に直すと、気温の上昇と比湿の減 少を伴う比較的単純なトレンドである。これは、図2(a) の例にあるように、逆相関モードを構成するウェーブ レット係数 $(W_T^m(i), W_a^m(i))$ が、第2象限に存在すること からもわかる。また、図5を構成する逆相関モードの 時間スケール a は、約 163、655、1310 秒である。この ように逆相関モードのほとんどは数分から十分程度の スケールの変動であり、乱流の中では低周波成分であ る。これは、Asanuma et al.¹²⁾ によるフーリエ解析の結 果と、低周波成分がスカラー相似性を損なう、という 点で矛盾しない。図3は、逆相関モードの生起の時間 方向の分布を表している。これによれば、逆相関モー ドが生起する時刻は特に一定しておらず、同じ一日の 中でも、散発的に現れる。これについても、フーリエ 解析による先行研究¹²⁾の結果と矛盾しない。

逆相関モードの特徴である、単純な昇温と水蒸気量 の減少について、1つの仮説が考えられる。晴天日日 中の大気境界層は、地表面からの加熱と境界層上端に おける、上空の暖かい、すなわち温位の高い空気の境 界層内へのエントレインメント²²⁾によって昇温する。 水蒸気に関しては、地表面蒸発によって境界層中へ水 蒸気が供給されるが、境界層上端における上空の乾い た空気のエントレインメントは、境界層を乾燥させる 方向へ作用する²³⁾。境界層が乾燥化するか、湿潤化す るかは、境界層の成長速度に依存するエントレインメ ントと地表面からの蒸発のバランスに依存する²⁴⁾。

データを取得した KBU 付近は半乾燥草原であり、地

表面からの強い顕熱フラックスによって駆動された境界 層の成長に、地表面からの水蒸気供給が追いつかず、乾 燥化する (drying boundary layer²⁴⁾) ことが考えられる。 この昇温と乾燥化が、混合層中の対流活動と連動して 散発的に発生するとすれば、本論で見いだされた散発 的に生起する逆相関モードと矛盾しない。

6. 結論

平坦で一様な半乾燥草原上で観測された乱流変動量 に、Haar 関数を用いた直交ウェーブレット変換を適用 することによって、温度と比湿間のスカラー相似性を 調べた。温度と比湿のウェーブレット係数のペアを、*x* 軸、y軸にプロットした4象限解析を行った。温度と比 湿が負の相関を示すようなウェーブレット係数のペア を「逆相関モード」と呼ぶと、4象限プロット上で明確 に他のウェーブレット係数と分離されることが示され た。すなわち、接地層中の温度と比湿の変動成分のほ とんどが両者の間の正の相関を保っているに対し、ご く少数のウェーブレット係数によって表される逆相関 モードが、強い負の相関をもたらし、結果として温度 と比湿の相似性を悪くしていることになる。

また、この逆相関モードは、適当な hyperbolic hole を 設定することによって分離・抽出することでき、逆相関 モードを除外した条件付きサンプリングを行うと、温 度と比湿の相関係数は大幅に1に近づく。また、抽出さ れた逆相関モードを逆変換により時系列に変換すると、 単調な温度の上昇と比湿の減少を伴うトレンドであり、 主に低周波領域に位置すること、その時間上の生起は 散発的であることが明らかになった。逆相関モードの 主たる周波数が、境界層高さに相当することから、境 界層の成長に伴う非定常性が関与していることが考え られるが、詳細なメカニズムは今後の課題である。 本研究は科学研究費補助金、基盤研究(C)「大気中に おける熱・水蒸気・二酸化炭素輸送の時空間スケール 解析」(代表:浅沼、課題番号17560450)の研究成果で ある。本研究で用いたデータはRAISEプロジェクトに よるものであるが、RAISEは科学技術振興事業団(JST) の戦略的創造研究推進事業(CREST)の研究領域「水の 循環予測及び利用システムの構築」の研究課題による ものである。また、筑波大学陸域環境研究センタープ ロジェクト「地球温暖化に伴う植生の変化が地下水涵 養機構に与える影響に関する研究」の支援を受けた。

参考文献

- Hill R.: Implications of Monin-Obukhov similarity theory for scalar quantities. *J. Atmos. Sci.*, vol. 46, pp. 2236–2244, 1989.
- Asanuma J. and Brutsaert W.: Turbulence variance characteristics of temperature and humidity in the unstable atmospheric surface layer above a variable pine forest. *Water Resour. Res.*, vol. 35(2), pp. 515–521, 1999.
- Katul G.G., Goltz S.M., Hsieh C.I., Cheng Y., Mowry F. and Sigmon J.: Estimation of surface heat and momentum fluxes using the flux-variance method above uniform and non-uniform terrain. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 74, pp. 237–260, 1995.
- Asanuma J. and Brutsaert W.: The effect of chessboard variability of the surface fluxes on the aggregated turbulence fields in a convective atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 91(1), pp. 37–50, 1999.
- 5) DeBruin H., Kohsiek W. and van Den Hurk B.: A verification of some methods to determine the fluxes of momentum, sensible heat, and water vapour using standard deviation and structure parameter of scalar meteorological quantities. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 63, pp. 231–257, 1993.
- 6) Choi T., Kim J., Lee H., Hong J., Asanuma J., Ishikawa H., Gao Z., Wang J. and Koike T.: Turbulent exchange of heat, water vapor and momentum over a Tibetan praire by eddy covariance and flux-variance measurements. *J. Geophys. Res. Atmos.*, vol. 109(D21), pp. D21106, 2004.
- Warhaft Z.: Heat and moisture fluxes in the stratified boundary layer. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, vol. 102, pp. 703– 706, 1976.
- Moriwaki R. and Kanda M.: Local and global similarity in turbulent transfer of heat, water vapour, and co₂ in the dynamic convective sublayer over a suburban area. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 120(1), pp. 163–179, 2006.
- Detto M., Katul G.G., Mancini M., Montaldo N. and Albertson J.D.: Surface heterogeneity and its signature in higherorder scalar similarity relationships. *Agri. and Forest Meteorol.*, vol. 148(6-7), pp. 902–916, 2008.

- Williams C.A., Scanlon T.M. and Albertson J.D.: Influence of surface heterogeneity on scalar dissimilarity in the roughness sublayer. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 122(1), pp. 149–165, 2007.
- 11) Cava D., Katul G.G., Sempreviva A.M., Giostra U. and Scrimieri A.: On the anomalous behaviour of scalar fluxvariance similarity functions within the canopy sub-layer of a dense alpine forest. *blm*, vol. 128(1), pp. 33–57, 2008.
- 12) Asanuma J., Tamagawa I., Ishikawa H., Ma Y., Hayashi T., Qi Y. and Wang J.: Spectral similarity between scalars at very low frequencies in the unstable atmospheric surface layer over the Tibetan plateau. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 122(1), pp. 85–103, 2007.
- 13) Katul G.G., Sempreviva A.M. and Cava D.: The temperature-humidity covariance in the marine surface layer: A one-dimensional analytical model. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 126(2), pp. 263–278, 2008.
- 14) Li S.G., Asanuma J., Eugster W., Kotani A., Liu J.J., Urano T., Oikawa T., Davaa G., Oyunbaatar D. and Sugita M.: Net ecosystem carbon dioxide exchange over grazed steppe in central Mongolia. *Global Change Biology*, vol. 11, pp. 1941–1955, 2005.
- 15) Li S.G., Eugster W., Asanuma J., Kotani A., Davaa G., Oyunbaatar D. and Sugita M.: Energy partitioning and its biophysical controls above a grazing steppe in central mongolia. *Agri. and Forest Meteorol.*, vol. 137, pp. 89–106, 2006.
- Kumar P. and Foufoula-Georgiou E.: Wavelet analysis in geophsics: An introduction. In Foufoula-Georgiou and Kumar¹⁹, pp. 1–44.
- I. ドブシー: ウェーブレット 10 講. シュプリンガー・フェ アラーク東京, 2003. 山田道夫・佐々木文夫訳.
- チャールズ K. チュウイ: ウェーブレット入門. 数理科学.
 東京電機大学出版局, 1993. 桜井明・新井勉訳.
- Foufoula-Georgiou E. and Kumar P., eds.: Wavelets in Geophysics, vol. 4 of Wavelet Analysis and Its Application. Academic Press, 1994.
- Katul G.G. and Parlange M.B.: On the active-role of temperature in surface-layer turbulence. *J. Atmos. Sci.*, vol. 51, pp. 2181–2195, 1994.
- Hayashi T.: An analysis of wind velocity fluctuations in the atmospheric surface-layer using an orthonormal wavelet transform. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 70(3), pp. 307– 326, 1994.
- Wyngaard J.C.: Scalar fluxes in the planetary boundary layer — theory, modeling, and measurement. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 50, pp. 49–75, 1990.
- 23) Brutsaert W.: Nearly steady convection and the boundarylayer budgets of water vapor and sensible heat. *Boundary-Layer Meteorol.*, vol. 39, pp. 283–300, 1987.
- Mahrt L.: Boundary-layer moisture regime. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, vol. 117, pp. 151–176, 1991.