LES乱流モデルを用いた水平流動する 単一粒径・二粒径混合粒子サーマルの数値解析 NUMERICAL SIMULATIONS OF UNIFORM OR MIXTURE SIZED PARTICLE THERMALS ON HORIZONTAL BED USING LES TURBULENCE MODEL

重枝 未玲1・秋山 壽一郎2・杉山 誉³ Mirei SHIGE-EDA, Juichiro AKIYAMA and Takashi SUGIYAMA

¹正会員 博士(工) 九州工業大学准教授 工学部建設社会工学科(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)
 ²フェロー会員 Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科(同上)
 ³学生会員 九州工業大学大学院 工学研究科建設社会工学専攻(同上)

Numerical simulations of uniform or mixture sized particle thermals on horizontal bed were performed using 3D numerical model. The thermal consists of fine and coarse sized particles and water. The numerical model is constructed with Simplified Marker and Cell (SMAC) method, Monotone Upstreamcentered Schemes for Conservation Laws (MUSCL) technique, Smagorinsky turbulence model and treatment of several diameter sizes of a particle. The simulated results are compared with experimental data of maximum height, propagation speed and amount of particles deposition of particle thermal. It is found that this model can reproduce behavior of mixture sized particle thermals on horizontal bed.

Key Words : Particle thermal, fine and coarse particle, numerical models, SMAC method, MUSCL method, Smagorinsky model

1. はじめに

粒子サーマル現象は、水門の開放による濁水の清水域 への広がり、土砂直投工による濁りの発生など、水質汚 濁現象と密接に関係した固-液混相乱流現象である.こ のため、水工水理学をはじめとする様々な分野で活発に 研究がなされている^{1), 2), 3)}.

底面に沿って流動する粒子サーマル現象は、土砂直投 工などでみられる現象である.その挙動は、初期条件(初 期総有効重力、粒子粒径、濁水塊の形状)、底面の状態 (勾配、底面粗度)、水域の条件(水域水深、密度、流れ)の 影響を強く受ける.また、底面での粒子の巻き上げや サーマルを構成する浮遊粒子の底面への堆積により、駆 動力である総有効重力の増加/減少が生じ、サーマルの 加速あるいは減速が発生する.これらの要素を適切に取 り扱うことが、巻き上げ・堆積を伴う粒子サーマルの挙 動を予測するために不可欠である.

このような粒子サーマルの挙動の予測を目的に、様々 な数値モデルが構築・提案されている⁴⁻¹⁰. 粒子の堆積 メカニズムを考慮した層平均モデル^{4,5,6}、巻き上げ・ 堆積を考慮した層平均モデル⁷⁾,鉛直2次元モデルや3次 元モデル^{8), 9), 10)}がある.また,粒子サーマルは高濃度の 固-液混相乱流現象であるため,個々の粒子をLagrange的 に取り扱う手法⁸⁾なども提案されている.しかし,実ス ケール海域のような大きなスケールを対象とする場合, 個々の粒子の挙動を追跡することは現在のコンピュータ の能力では難しく,現状では1流体モデル^{9, 10)}としてEuler 的に取り扱われるのが通常である.

著者らは、これまでに単一粒径粒子で構成される粒子 サーマルが水平流動する現象に、3次元モデルを適用し、 実験結果に基づき数値モデルの予測精度について検証し てきた^{11), 12), 13}. しかしながら、実現象では粒子群は粒 度分布を有しており、その適用には粒度分布が粒子サー マルの挙動に及ぼす影響を適切に取り扱えるモデルが必 要となる.

本研究では、以上のような背景を踏まえ、著者らが開 発したSMAC(Simplified MAC method)法¹⁴⁾とMUSCL (Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws)法¹⁵⁾に基づくモデル¹³⁾に、LES乱流モデルを導入す るとともに、混合粒径粒子の取り扱いを考慮した3次元 数値モデルへと発展させた. さらに、単一粒径・二粒径 混合粒子で構成される水平底面を流動する粒子サーマル の実験結果に基づき同モデルを検証した.

2. モデルの概要

個体粒子群については、その粒径および沈降速度は 小さく、粒子の速度と流体の鉛直速度は沈降速度だけ 異なると仮定する1流体モデルとして取り扱う.

(1) 基礎方程式

基礎方程式は、連続の式、ブシネスク近似を施した 運動方程式および粒子の沈降速度を考慮した体積濃度 の移流拡散方程式である.乱流モデルとしてLESを用い、 フィルタリング操作を施すことにより、格子スケール 以上の成分と格子スケール以下の成分とに分離する. フィルター操作を施した基礎方程式は、それぞれ式(1)、 (2)、(3)で表される.

$$\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{i}} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U_{l}}{\partial t} + U_{m} \frac{\partial U_{l}}{\partial x_{m}} = -\frac{1}{\rho_{0}} \frac{\partial p}{\partial x_{l}} + v \frac{\partial^{2} U_{l}}{\partial x_{m}^{2}} - \frac{\partial \overline{u'_{l}u'_{m}}}{\partial x_{m}} + \varepsilon g_{l} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_i + W_{si})c_i}{\partial x_i} = D_m \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{u_i' c_i'}}{\partial x_i}$$
(3)

$$C = \sum_{i=1}^{n} c_i \quad ; \quad \varepsilon = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot s_i \tag{4}$$

ここに、t=時間,l,m=1, 2, 3であり,それぞれ流下, 横断,鉛直方向に対応する添え字,U=l方向の流速,u'=l方向の流速のsub-gridスケール成分,p=圧力,C=粒子の 体積濃度, $c_{i}=$ 各粒径に対応する粒子の体積濃度,c'=体 積濃度のsub-gridスケール成分, $\varepsilon=$ 相対密度差($=(\rho-\rho_{a})/\rho_{a}$), $\rho =$ 粒子群の密度,s=粒子の水中比重, $\rho_{a}=$ 周囲水の密度, g=重力加速度,v=水の動粘性係数, $D_{m}=$ 物質拡散係数 ($=v/S_{c}$), $S_{c}=$ シュミット数,i=粒子粒径に対する添え字で 総和規約は適用しない.また,式(3)第2項中の W_{s} は粒子 の沈降速度でありRubeyの実験式から算出される.式(2),

(3)中の $\overline{u'_{l}u'_{m}}$, $\overline{u'_{l}c'_{l}}$ は, 式(5), (6)のように表せる.

$$\overline{u_{i}^{\prime}u_{m}^{\prime}} = v_{t} \left(\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{m}} + \frac{\partial U_{m}}{\partial x_{i}} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{lm}$$
(5)

$$-\overline{u_i'c_i'} = \frac{V_i}{S_c} \frac{\partial C}{\partial x_i}$$
(6)

ここに、 $v_{t=sub-grid}$ スケールでの渦動粘性係数、k=乱れ エネルギー、 $\delta_{tm}=$ クロネッカーデルタ関数である.

渦動粘性係数v_iには修正Smagorinskyの渦動粘性モデル¹¹⁾を用いた. 渦動粘性係数v_iは式(7)のように表される.

$$\nu_{t} = \left(C_{s}\Delta\right)^{2} \left(\left|\overline{S}\right|^{2} - \frac{g_{t}}{\rho S_{c}}\frac{\partial\Delta\rho}{\partial x_{t}}\right)$$
(7)

ここに、 Δ =フィルター幅、*C*_s=Smagorinsky定数であり、

ここでは、 $C_s=0.15$ を用いている.また式(7)中の/ \overline{s} /と、 GS成分歪速度テンソル $\overline{S_{Im}}$ は式(8)、(9)のように定義される.

$$/\overline{S} \models \left(2\overline{S}_{lm}\overline{S}_{lm}\right)^{1/2} \tag{8}$$

$$\overline{S}_{lm} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_l} \right)$$
(9)

(2) 数值解析手法

基礎方程式の離散化は,SMAC法¹⁵⁾に基づき行う.解 析手法の詳細は,参考文献¹³⁾を参照されたい.以下に本 計算手順の概要を示す.

- a) まず,時間tでの流速u, 圧力p, 全粒子の体積濃度 Cを用いて,運動方程式から流速の予測子を求める. 同時に,各粒子粒径に対応する体積濃度c_iの移流拡 散方程式から,新しい時間ステップの粒子の体積 濃度c_iを求める.
- b) 圧力の時間変化に対応したスカラーポテンシャルφ のポアソン方程式をSOR法で解き,圧力と流速を 更新し,新しい時間ステップの圧力と流速を求め る.

移流項の離散化にはMUSCL法¹⁶を,圧力項,粘性項 および連続の式については中心差分により離散化を 行った.計算格子にはスタガード格子を用いた.

(3) 境界条件

側壁,底面および水表面での境界条件はそれぞれ次 式のように与えた.

- ・ 側壁と底面: u=0(non-slip条件), ∂φ/∂n=0, ∂ci/∂n=0
- 水表面: ∂u₃/∂x₃=∂u₂/∂x₃=0, u₃=0(slip条件), φ=0,
 ∂c_i/∂n=0

ここに, *n*=水表面, 側壁および底面に垂直な方向を表 す.

浮遊粒子の底面への堆積は, 沈降粒子濃度フラック スDを式(3)の境界条件として与え, これを底面から流出 させることで表現した. なお, ここでは堆積した粒子 の巻き上げはないとして取り扱っている.

底面近傍の沈降粒子濃度フラックスを表現するにあ たり,基準点濃度や粒子の沈降速度の取り方などにつ いては様々な提案がなされているものの,開水路浮遊 砂流に対してさえも未だ明確な見解を得るに至ってい ない.また,本研究で取り扱っているようなサスペン ションタイプの密度流については,十分な検証がなさ れないまま開水路浮遊砂流に関する知見を準用してい るのが現状である.そこで,ここでは式(10)に示す沈 降粒子濃度フラックスDを用いた.

$$D = \alpha W_s C_b \tag{10}$$

ここに、α=底面への堆積率を規定するパラメーター、



 $W_s = 粒子の自由沈降速度およびC_b = 底面近傍での粒子濃度である.沈降粒子濃度フラックスDに関する係数αは、浮遊粒子の沈積を伴う3次元濁水サージに関するデータが存在しない.ここでは、式(10)において、底面に最も近い計算セルの重心での粒子濃度を<math>C_b$ として採用し、 W_s としては中央粒径粒子の自由沈降速度を用いた.底面への堆積率を規定するパラメーターαについては、秋山ら¹²⁾が、LES数値モデルにより底面衝突後の直投微細粒子群の挙動とその堆積プロセスに関する解析で用いた α =2.0を採用した.

3. 実験の概要

実験は、直投濁水塊の底面衝突後の挙動を対象として いる.実験装置は、長さ2.0m、幅2.0m、深さ0.6mの水槽 であり、水槽の底面中央に長さ0.19m、幅0.19m、高さ 0.10mの流入装置が設置されている.

濁水はガラスビーズでモデル化し、表-1のように初 期総有効重力 $W_0(\text{cm}^4/\text{s}^2)$,初期体積 $A_0(\text{cm}^3)$,周囲水水深 h(m)はそれぞれ一定で、Case-A-Cのように混合比を変 化させた.ここに、 ϵ_0 =初期相対密度差、 ρ_0 =濁水の密度、 ρ_a =周囲水の密度およびg=重力加速度である.なお、粒 子は、粒径d=0.000044mのものを細粒子、d=0.000109m のものを粗粒子と定義している.底面に設置した流入 装置に、初期総有効重力 W_0 の濁水を注入し、十分に攪 拌した後、ゲートを瞬間的に開放することで3次元粒子 サーマルを発生させた、濁水塊の流動特性量の定義は、 図-1に示す通りである.

測定項目は、各測定点での層厚H(m)、フロント位置 および堆積粒子量W_d(g)である.層厚Hについては、図-2に示すA~J 断面で、水表面上からスリット光を照射 することで粒子サーマルを可視化し、デジタルビデオ カメラで撮影した画像を解析することで求めた.その



最大値を最大層厚 H_m とした.フロント位置については, 水槽上方から撮影した画像から特定した.フロント移 動速度 U_f についてはフロント位置より算定した.堆積 粒子量 W_d は、図-2中に示す赤点を中心とした各0.2× 0.2mの領域で堆積粒子を採集し、その乾燥重量より算 定した.いずれの測定も3回行い実験値の信頼性を高め た.なお、いずれの実験も水槽の中心である原点を通 る軸に対して概ね左右対称であったので、撮影領域は 図-2に示す実験水槽の4分の1とした.

4. 結果と考察

まず,単一粒径粒子で構成される粒子サーマルの実験結果に対して,次に二粒径混合粒子で構成される粒子サーマルの実験結果に対してモデルの検証を行う.

(1) 単一粒径粒子サーマルの実験結果に対する検証

図-3は、単一粒径粒子のCase-A、Case-Cの投下条件 (A_0 , W_0)で無次元化した無次元最大層厚 $H_m^*(=H_m/(A_0^{1/3}))$, 無次元フロント移動速度 $U_f^*(=U_f/(W_0^{1/2}/A_0^{1/3}))$ とx軸方向の 無次元流下距離 $x_f^*(=x_f/(A_0^{1/3}))$ またはr軸方向の無次元流下 距離 $r_f^*(=r_f/(A_0^{1/3}))$ との関係および最大堆積粒子量 W_{dmax} で 無次元化した堆積粒子量 W_d^* の実験および解析結果の比 較を示したものである.いずれの結果についても、参 考までに乱流モデルを導入していない、単一粒径粒子 を対象とした旧モデル¹³の解析結果も併せて示している.

これらの図から、細粒子を用いたCase-Aでは、フロ ント移動速度、層厚、堆積粒子量のいずれについても 解析結果は実験結果を再現できること、粗粒子を用い たCase-Cでは層厚が若干大きく評価されているものの、 実験結果を概ね再現していること、などが確認できる. また、本モデルは乱流モデルを組み込んでいない旧モ デル¹³⁾と比較すると、特にフロント移動速度において精 度が改善しており、本研究で導入した乱流モデルの有 効性が認められる.これまでに、著者らは乱流モデル を組み込んでいないモデルを2次元や軸対象の粒子サー

0.4 03 H,* × 0.2 0.1 0 0.4 U,* 0.3 Δ. 0.2 × • 0.1 0 0

A

Case-C Exp r軸 Case-C 新モデル r軸 Case-C 旧モデル r軸

Case-C Exp x軸 Case-C 新モデル x軸 Case-C 旧モデル x軸

(a) 無次元最大層厚 H_m^* および無次元フロント移動速度 U_f^* と無次元流下距離 x_f^* との関係

マルに適用し良い結果を得てきた.しかし,今回対象 とした粒子サーマルは、3次元的に広がるものであり、 2次元や軸対称の粒子サーマルに比べ境界により流れが 規定されるものではない.そのため、流れの自由度が より大きくなり、計算格子で解像することが難しく なったため、LES乱流モデルを導入することで精度が改 善したと考えられる.

以上の結果から、本モデルは、単一粒径粒子で構成 される粒子サーマルの挙動を予測可能であることが確 認された.

(2) 二粒径混合粒子サーマルの実験結果に対する検証

図-4は、二粒径混合粒子で構成される濁水塊の広が りの実験および解析結果を、図-5は濁水塊の相対密度 差および粗粒子成分と細粒子成分の相対密度差と流速 ベクトルの解析結果を示したものである.

図-4より、実験と解析のいずれも広がりが軸対称で あること、両結果を比較すると若干ではあるが解析値 の広がりの方が早く、その形状もよりひし形に近いこ

図-4 流況写真と粒子サーマルの広がりの解析結果 との比較(上:流況写真,下:解析結果)

と、などがわかる.図-5より、濁水塊が周囲水を連行 しながら、サーマルを形成する様子、粗粒子成分の相 対密度差は、細粒子成分に比べ粒子の沈降堆積が早い ため、早い時間で小さくなる様子、一方、細粒子成分 の相対密度差は周囲水と混合するため、粗粒子成分に

図-5 濁水塊の相対密度差コンターと流速ベクトル

比べ拡散する様子,粗粒子成分のフロント移動速度が 細粒子成分に比べ小さい様子などがわかる.また,全 体および細・粗粒子成分を比較すると,フロントが流 下するにつれて,細粒子成分の相対密度差と全体の相 対密度差は一致することが確認できる.そのため,こ の地点での濁水の挙動は細粒子成分により支配されて いると考えられる.このように本モデルは,定性的で はあるが,粒径分布を有する水平面上の濁水塊の挙動 を再現できることが確認できる.

図-6は、濁水塊の各特性量の無次元量(最大層厚 H_m^* 、フロント移動速度 U_f^*)とx軸方向の流下距離 x_f^* またはr軸方向の流下距離 r_f^* との関係および無次元堆積粒子量 W_d^* について実験値と解析結果の比較を行ったものである. なお堆積粒子量については、粗粒子成分 W_{df}^* 、細粒子成分 W_{ds}^* についても併せて示している.

最大層厚 H_m^* とフロント移動速度 U_f^* については、解析 値は流下に伴う減少を良好に再現できることがわかる. 図-3の結果からわかるように、単一粒径粒子では最大 層厚H_m*とフロント移動速度U_f*の減少の割合は粗粒子成 分が大きい.しかしながら、混合粒子では粗粒子に見 られた急激な減少は認められない.これは、図-5で示 したように、流下に伴い濁水を構成する粒子は細粒子 成分になるためであると考えられる. このように本モ デルは、 粒径の違いが特性量に及ぼす影響を捉えてい ることがわかる. 堆積粒子量W_d*については, 解析結果 は、粗粒子成分の堆積量を若干大きめに評価している ものの、流入点直下の著しい堆積や流下距離の増加に 伴う堆積量の減少など、実験結果を良好に再現できる ことがわかる.また、混合粒子群の粗粒子成分の堆積 粒子量 W_{tf}^{*} と細粒子成分の堆積粒子量 W_{tf}^{*} に着目すると、 粗粒子成分については無次元堆積量0.2のコンターライ ンに、細粒子成分については無次元堆積量0.4のコン ターラインに、若干のずれはあるものの実験結果を概 ね再現できることがわかる.これについては、堆積粒 子量の算定に用いた係数αは流れの状態によって変化す ると予想されるが本解析では一定で取り扱っているこ と、本モデルでは堆積粒子の巻き上げを考慮していな いこと、などが理由として考えられる.この点につい ては今後検討したいと考えている.以上から、本モデ ルは、定量的にも粒径分布を有する水平面上の濁水塊 の挙動を再現できることが確認できる.

5. おわりに

本研究では、粒子サーマルを対象に、混合粒径粒子 の取り扱いを考慮した3次元乱流数値モデルを構築し、 単一粒径・二粒径混合粒子で構成される水平底面を流 動する粒子サーマルの実験結果に基づき同モデルの検 証を行った.その結果、本モデルが粒子サーマルの特 性量である最大層厚、フロント移動速度および無次元 堆積粒子量を十分な精度で再現可能であることがわ かった.

ただし、本モデルは一流体モデルであるために、より粒径の大きな粒子を対象とした場合には予測精度が 低下することが予想される。その場合には、粒子間の 相互作用や固液間の相互作用などをモデル化する必要 があると考えられるため、本モデルの適用限界につい て検討しておく必要がある。今後は、この点について 検討するとともに、堆積粒子量の算定に用いた係数*a*に ついて検討し、堆積粒子の巻き上げのメカニズムや一 般曲線座標などを導入することによって、より現実的 な状況に適用可能なモデルに発展させたいと考えてい る.

謝辞:本研究を遂行するに当り、本学学部4年生の和田 智之君には、データ整理等で多大な協力を得た.ここ に記して感謝の意を表します.

 (a) 無次元最大層厚H^{*} および無次元フロント移動速度U^{*} と無次元流下距離x^{*}_fとの関係

(d) 無次元堆積粒子量W_{ds}^{*}(左:実験結果,右:計算結果)
 図−6 混合粒径粒子サーマルの実験値と解析結果との比較

参考文献

- 1) Simpson, J. E.: *Gravity Currents: In the environment and the laboratory, Ellis Horwood*, 1987.
- Simpson, J. E.: Gravity currents in the laboratory, atmosphere and ocean, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.14, pp.213-234, 1982.
- Hopfinger, E. J.: Snow avalanche motion and related phenomena, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.15, pp.47-76, 1983.
- Bonnecaze, R. T., Huppert, H. E. and Lister, J. R. : Particledriven gravity currents, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 250, pp.339–369, 1993.
- Bonnecaze, R. T., Hallworth, M. A., Huppert, H. E. and Lister, J. R.: Axisymmetric particle-driven gravity currents, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 294, pp.93–121, 1995.
- Jha, A. K., Akiyama, J. and Ura, M.: Simulation of gravity currents by flux-difference splitting scheme, *Annual Journal of Hydraulic Engineering*, JSCE, Vol. 46, pp. 1037–1042, 2002.
- Bradford, S. and Katopodes, N. D.: Hydrodynamics of turbid underflows. I:Formulation and numerical analysis, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 125, No. 10, pp. 1006–1015, 1999.
- 8) 小田一紀, 重松孝昌, 大西信幸, 井上雅夫: 改良型 DEMAC法による粒子群の沈降・分散挙動の解析, 海岸工 学論文集, 第39巻, pp.971-975, 1992.
- 9) 蒋勤,国栖広志,渡辺晃:土砂投入に伴う汚濁の拡散過
 程に関する数値シミュレーション,海岸工学論文集,第
 44巻, pp.1031-1035, 1997.
- 玉井昌宏,村岡浩爾:土砂直投工により発生する濁りの 挙動特性に関する数値解析,水工学論文集,第42巻, pp.541-546,1998.
- 秋山壽一郎,応新亜,浦勝,重枝未玲:有限な水深を有 する静水中に直投された微細粒子群の数値シミュレー ション,土木学会論文集,No.663/II-53, pp.43-53, 2000.
- Singh, J., Akiyama, J. and Shige-eda, M.: Numerical simulation of asymmetric gravity current induced by direct dumping of sediments, *Annual Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.49, pp.1399-1404, 2005.
- 13)秋山壽一郎,重枝未玲,前多陽子:3次元モデルによる水 平面上の粒子サーマルの流動・堆積シミュレーション, 水工学論文集,第48巻,pp.1165-1170,2004.
- 14) Amsden, A. A. and Harlow, F. H.: A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, *Journal of Computational Physics*, Vol.6, pp.322-325, 1970.
- 15) Leer, van B.: Toward the ultimate conservative difference scheme. 4 A new approach to numerical convection, Journal of Computational Physics, Vol.23, pp.276-299, 1977.
- Rubey, W. N.: Settling velocities of gravel, sand and silt particles, Amer. Jour. Sci., Vol.25, pp.325-338, 1933.

(2007.9.30受付)