

河川レーザ測量のための 水面下河床高の力学的内挿補間法

HYDRODYNAMIC INTERPOLATION METHOD OF SUBMERGED RIVER BED TOPOGRAPHY FOR LASER SCANNING SURVEY

内田龍彦¹・河原能久²・吉田 晋³・森山 学⁴

Tatsuhiko UCHIDA, Yoshihisa KAWAHARA, Susumu YOSHIDA and Manabu MORIYAMA

¹正会員 博(工) 広島大学助教 大学院工学研究科 (〒739-8527 広島市鏡山1-4-1)

²フェロー会員 工博 広島大学教授 大学院工学研究科 (同上)

³学生会員 広島大学工学部第四類 (同上)

⁴非会員 復建調査設計株式会社 空間情報システム部 (〒732-0052 広島県広島市東区光町二丁目10-11)

Recently 3D laser scanner systems have been widely and effectively used to measure the physical environment of river. However, it is still very difficult to obtain submerged river bed topography. To overcome this problem, this paper proposes a new and practical method to interpolate the submerged bed elevation to compensate for the weak points of laser systems. First, we obtain the detailed bed data in an experimental channel by a laser scanner system. The performance of a geometric interpolation method using bed elevation and its gradient at water edges is discussed. Then we show the significance of water surface profile in estimating river bed profile through the comparisons between the interpolated and the measured data. And we formulate a new hydrodynamic interpolation method of river bed topography under water surface using water surface profile. The hydrodynamically interpolated submerged bed river shape is found to show good agreement with the measured data.

Key Words: laser scanner, ground data, submerged river bed topography, water surface, geometric interpolation method, hydrodynamic interpolation method, 2D numerical analysis

1. 序論

現在、コンピュータ技術の進展により、洪水流の二次元不定流解析は実務レベルでも可能となっている。しかし、解析に必要なデータが質・量ともに不十分であることが数値解析上の大きな障害となっている。このため、場所的、時間的に変化している河道特性のデータを整備することが急務である。航空レーザ測量^{1),2)}は、三次元座標を経済的かつ一定の品質で大量に取得できるという技術的な特徴から、河川の物理環境データを生成できる可能性があり、近年注目されている。しかし、一方で航空機の運用コストが高いこと、高度が高いために計測誤差が小さくないことに加え、植生が繁茂する状況での地盤高の取得技術が確立されていないこと等の課題が残されている。特に、水面下の河床データについては、レーザの安全規格の面からレーザ光の強度が制限されることと、水表面での反射及び屈折により、データ取得が困難であることが指摘されている³⁾。この弱点を克服するた

め、例えば傳田ら⁴⁾はレーザスキャナの陸域の河床高データと水深による航空写真のRGB値の変化を用いて、水面下河床データの補間法を提案している。しかし、この方法ではRGB値と水深の相関関係を求めるために多数の点での水深計測が必要なことから、RGB値は水面や河床の条件等によっても変化するため、水面下河床高データの算出の際には特別なフィルタリング技術が必要である。

著者ら⁵⁾は、低空を飛行できる小型有人ヘリコプタに搭載した、高精度の3Dレーザスキャナ (LISA) を用いて太田川 (11K~12K) においてレーザ測量を行った。その結果、高精度かつ高密度のレーザ測量では、水域でデータが取得できないことを生かして、水際の河床高データから水際の河川水位を高精度で推定できること、河床高データの局所的な分散から河床材料の代表粒径を推定できることを示した。洪水流に対する水面形のもつ重要性については福岡⁶⁾が取り纏めているが、ここでは河川レーザ測量を行う低水時を対象とする。定常状態で流量が与えられる場合、水面形に大きな影響を与える因子は、河床形状及び粗度係数である。水位が低い低水状

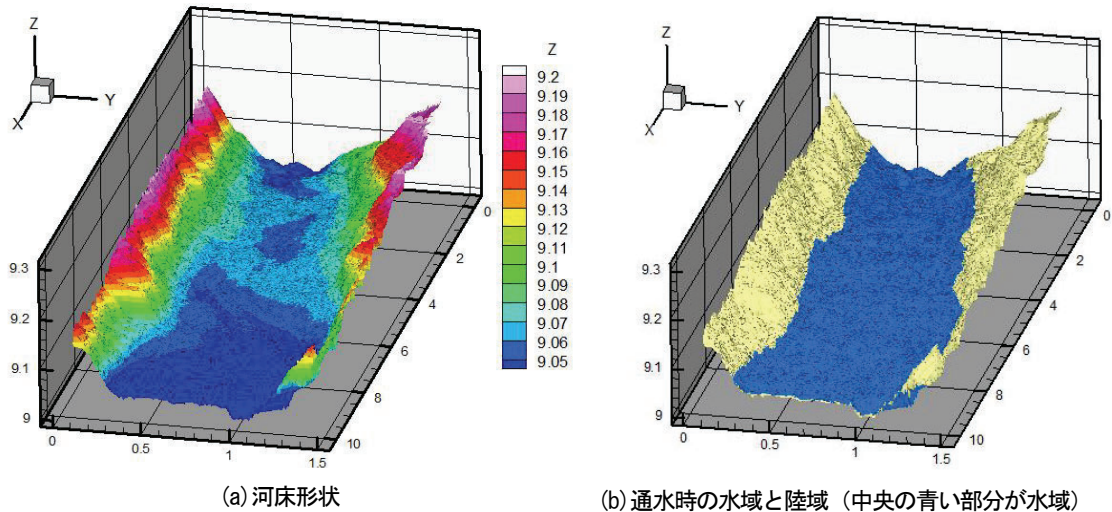


図-1 レーザ計測された河床形状と水域と陸域の色分け

態においては、水域に植生が少ないため、粗度係数の場所的な変化は大きくはないと考えられる。また、水面下の河床データの誤差は水位が高い洪水流解析に影響を与えない程度に小さければよいと考えられる。このため、レーザスキャナから取得される水際の水位を用いて、水面下の河床形状を推定することは工学上必要な精度で可能と考えられる。

本研究では移動床実験によって生成された河床形状に一定流量を通水した際の水面形データと陸域の河床形状データから二次元数値解析を介した水面下データの力学的な補間法を検討する。

2. 水理実験による検証データの取得と水面下河床形状の表現方法の検討

(1) 水理実験による検証データの取得

本研究では、河川レーザ測量の際の水面下データの取得を目的とするが、検証を行うために河川の詳細な三次元データを取得することは困難である。そこで、本研究では移動床水理実験によって生成された河床形状を用いる。河床形状は、幅1.5 mの直線水路において、縦断方向に10 mの区間に一様粒径 $d_0=0.8$ mmの砂を水路中央部がやや低くなるように敷詰め、側岸際の河床が非水没の状態を通水を行った後、河床を市販のセメダインを用いて固化して作成している。生成した河床形状は固定式のレーザプロファイラ（ライカジオシステムズ社製）を用いて測定する。計測点密度はレーザプロファイラから最も離れた計測地点で1点/cm²程度となるように設定している。図-1(a)は計測データから作成した1 cm格子のメッシュデータである。流量 $Q=3.5 \times 10^{-3}$ m³/sを通水した際にも同様に計測し、陸域と水域データを区分し（図-1(b)）、水際データから水位データを取得する⁵⁾。通水時の水面位置と最深河床高の縦断形状については図-7に示しており、水路中央部の河床及び水面勾配は約1/200

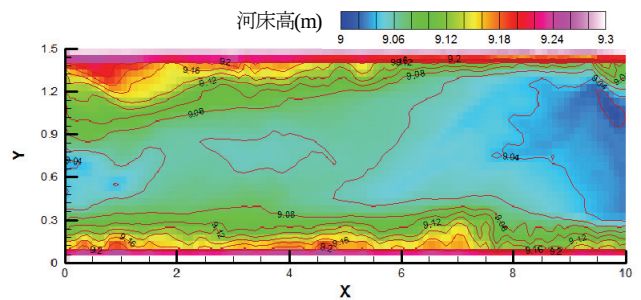


図-2 河床高の真値として用いるメッシュデータ

(dx=0.10 m, dy=0.050 m)

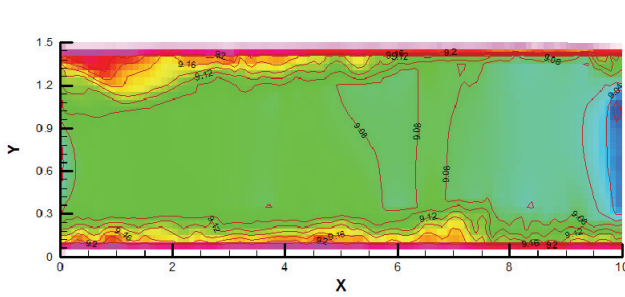
である。ただし、縦断水面形の計測値は、実験水路のスケールにおいては水際点の水位の精度が十分でなく、縦断方向に逆勾配が生ずる場合があったため、縦断水面形の計測値には水位が逆勾配とならないように極値を除去するフィルターを掛けている。以下、本論文では、1 cm格子データを空間平均することによって得られる、dx=0.10 m, dy=0.050 mの河床高のメッシュデータ（図-2）を河床高の真値として用いる。

(2) 水面下河床形状の簡便な表現方法の検討

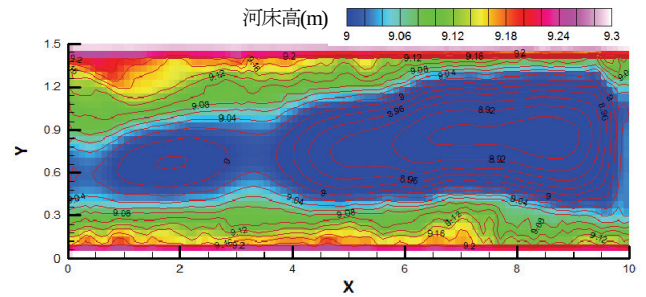
本研究では、次章で述べるように水位データから水面下の河床高の最適値を求める問題として定式化するが、水域の全メッシュの河床高に自由度を持たせ、その最適値を求めることは困難である。そこで、周囲の河床高の幾何学的情報のみから簡便に水面下の河床高を表現する方法を検討する。本論文ではレーザ計測により、水域以外の河床高のデータが高精度かつ高密度に得られていることと、補間断面の上下流端は横断測量により河床形状が得られていることを前提にする。

低水時の任意の形状をもつ水域の地盤高を内挿する最も簡単な方法の一つに、陸域の河床高と横断測量による河床高データを境界値として、式(1)のラプラス方程式を解くことが考えられる。

$$\nabla^2 z = 0 \quad (1)$$



(a) 河床高のラプラス方程式を用いる場合



(b) 河床勾配のラプラス方程式を用いる場合

図-3 ラプラス方程式によって補間された河床形状の特徴

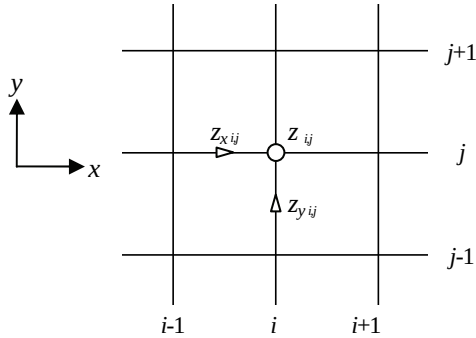


図-4 河床高と河床勾配の変数配置

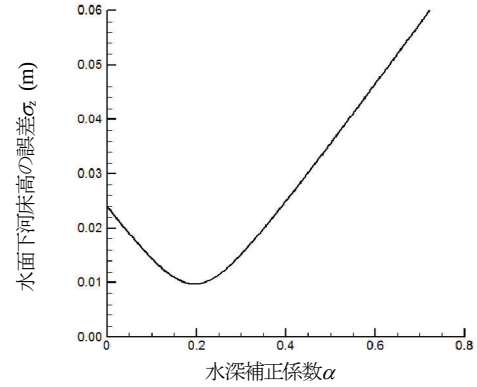
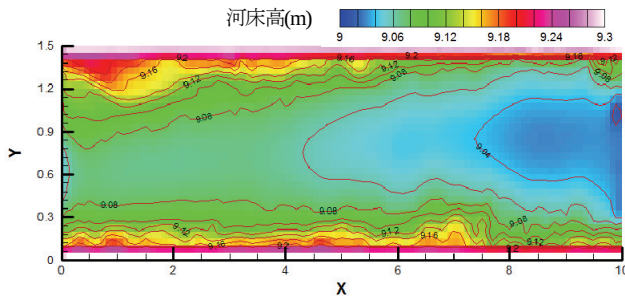
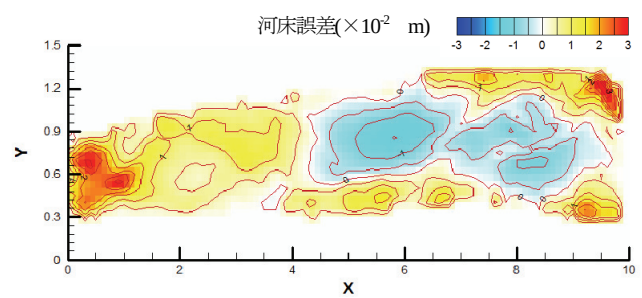


図-5 水深補正係数 α による水面下河床高の誤差 σ_z



(a) 河床高の補間値



(b) 河床高の補間値と真値の差

図-6 水深補正係数 α の最適値 ($\alpha=0.2$) を用いて補正された河床形状と誤差

図-3(a)は式(1)によって内挿される河床形状を示す。当然のことながら、水域の河床高は陸域に比べて低く、上下流端から離れた水域の河床形状は平坦で水際と同程度の高さとなる。言い換えると、式(1)で得られる水域の河床高は、上下流端から離れるほど水深をゼロとした河床形状に近づくため、実際の水域の河床高よりも必ず高い値となる。

次に、河床勾配についての連続性を考え、式(2)、(3)の x 、 y 方向の河床勾配 z_x 、 z_y のラプラス方程式の解を検討する。

$$\nabla^2 z_x = 0 \quad (2)$$

$$\nabla^2 z_y = 0 \quad (3)$$

ここで、 z_x 、 z_y は図-4に示すように配置し、式(4)に示すように、 z_{ij} は隣り合う4つの河床高と z_{ij} に向かう河床勾配ベクトルで得られる河床高の平均値と定義する。式

(2)、(3)により得られる水域の勾配ベクトルと陸域の河床高を用いて式(4)を解くことによって、水域の河床高を補間する。

$$z_{i,j} = \frac{1}{4}(z_{i-1,j} + z_{x,i,j} \cdot dx) + \frac{1}{4}(z_{i+1,j} - z_{x,i+1,j} \cdot dx) + \frac{1}{4}(z_{i,j-1} + z_{y,i,j} \cdot dy) + \frac{1}{4}(z_{i,j+1} - z_{y,i,j+1} \cdot dy) \quad (4)$$

図-3(b)は式(2)～(4)を用いて補間された河床形状である。水際には水域方向に向かって河床高が低下するため、水域中央ほど低下する河床が計算される。

任意の河床高を表現するため、式(1)より計算される水面下河床高 z_0 、式(2)～(4)を用いる場合の z_1 と、水深の補正係数 α (>0)を用いて、水面下河床高 z_w を式(5)で定義する。

$$z_w = z_0 + \alpha(z_1 - z_0) \quad (5)$$

図-5は水域で α を一定とした場合の様々の α による補間

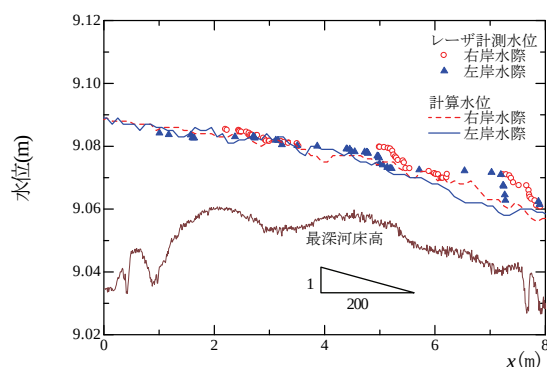


図-7 河床高の真値を与える場合の縦断面水面形

値と真値の標準偏差 σ_z である。また、図-6は補間値の誤差を最小とする α の最適値 $\alpha=0.2$ における河床高の補間値と河床形状と真値との誤差である。図-5より α に一定値を与えているため、誤差が場所ごとに異なり、 σ_z はゼロとはならない。水面下河床高を求めるためには α の分布形状を求める必要があるが、一定の α を用いてもある程度実験の河床形状を表現できていることが分かる。

3. 水面形を用いた水面下河床高の力学的内挿補間法

(1) 流れの数値解析法と水位誤差と河床誤差の関係

水面形を用いて水面下河床高を内挿補間するために、流れの数値解析を行う。流れの解析ではデカルト座標系の二次元浅水流方程式を基礎方程式とし、複雑な河床形状を適切に評価するために著者らの保存型のCIP解法⁷⁾を用いる。境界条件は上流端で実験流量、下流端で実験水位を与える。計算格子は $dx=0.10$ 、 $dy=0.050$ (m)としている。粗度係数は、本来未知であるが、前述のようにレーザ計測によって河床の代表粒径は推定可能である⁹⁾。そこで、問題を簡単にするため、河床形状の真値（計測値）を用いて、計算結果が実験の水際線や水面形と一致するように求め、 $k_s=0.030$ (m)を与えている。図-7に真値の河床高を与えた場合の計算結果を示す。計算結果は下流端付近で実測結果と多少のずれを示すものの、それ以外では水際線の縦断水位を概ね再現していると言える。

水面下の河床高の力学的内挿補間法の検討に先立ち、水面形の誤差と河床形状の誤差を比較し、水面形から水面下河床高を推定できるかどうかを検討する。図-8は、水域で一定と仮定した水深補正係数 α を変えて水面形を計算し、水域全体での水位の誤差 σ_H と水深補正係数 α の関係を示したものである。ここで、水面形の真値は真値河床高を用いた計算結果としている。水位の誤差 σ_H は河床の誤差 σ_z （図-5）の場合のように単純ではなく、 $\alpha=0.2$ と $\alpha=0.4$ の二つの極値を持った左右非対称形となっている。この非対称性は、計算の境界条件として下流端水位が与えられるためである。即ち、河床高の誤差は、真値に比べて河床高が高い場合には水位に明確な差

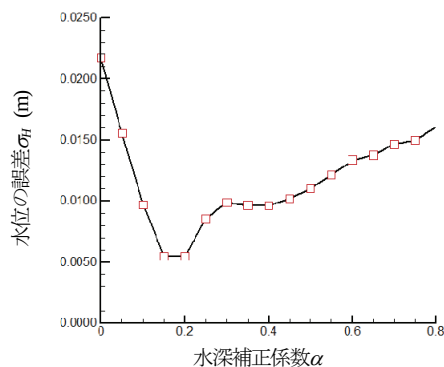


図-8 水深補正係数 α による水位の誤差 σ_z

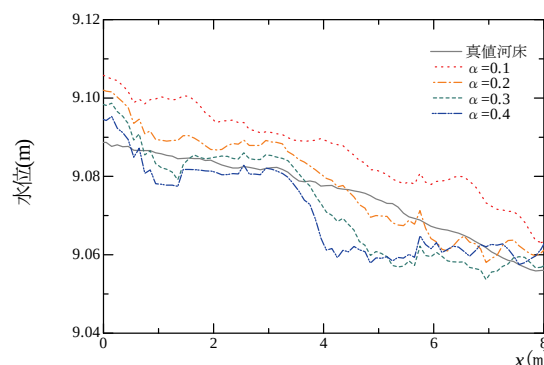


図-9 種々の水深補正係数 α による河床高と真値河床高を与えた場合の横断平均縦断面水面形の比較

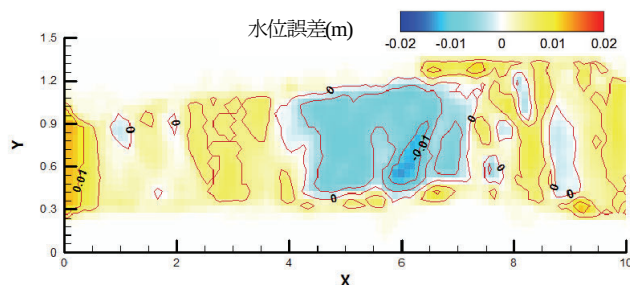


図-10 水位誤差を最小とする水深補正係数 $\alpha(=0.2)$ による水位誤差の分布

を生じさせるが、真値に比べて河床高が低い場合には水位に表れにくいことを示している。しかし、全体として下に凸の関数となっていることと、誤差が最小となるその極値の α は河床形状の場合とほぼ同値であることから、水面形の誤差を最小とすることによって、水面下河床高を推定することは可能と考えられる。図-9に種々の水深補正係数 α による河床高と真値河床高を与えた場合の縦断面水面形の比較を示す。水深補正係数 α の最適値を用いた計算結果は、真値の河床高と全体的にはよく一致しているが、図-6(b)に示したように場所ごとに水深補正係数 α は異なるため、各点では水面形にも誤差が残っている。図-10に水位誤差を最小とする水深補正係数 $\alpha(=0.2)$ による水位の誤差の分布を示す。各点の河床高の差は底面せん断力の影響を受けてその場所の水位の誤差を生じさせるため、図-6(b)と図-10を比較すると全体的には似ているが、河床形状と水面形の誤差分布形状は異なる。

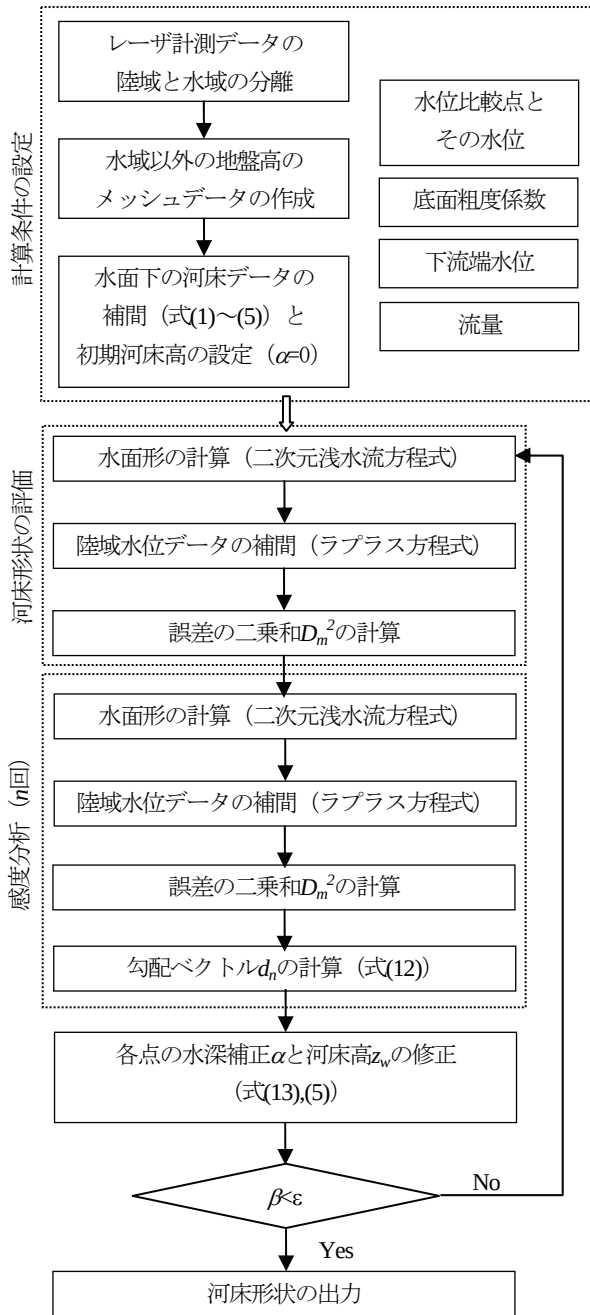


図-11 水面下の河床高の力学的内挿補間法の流れ

したがって、水面形の誤差分布から直接的に水深補正係数 α の分布を推定することは困難である。また、実河川では、水深補正係数 α の分布はより大きくなると考えられる。このため、より適切に水面下の河床形状を補間するには、水深補正係数 α の空間分布を考慮できる解析法が不可欠と言える。

(2) 水面形を用いた水面下河床高の力学的内挿補間の定式化

本研究で取り扱う問題を、水面データが与えられている全ての点の誤差の二乗和 D_m^2 を小さくするように、水面下の任意の点 n の河床高 z_n を求めることとする。点 n の河床高 z_n の微小変化 δz_n に対する D_m^2 の微小変化 $(\delta D_m^2)_n$ を表す勾配ベクトル d_n は式(6)で定義できる。

$$d_n = (\delta D_m^2)_n / \delta z_n \quad (6)$$

今、誤差の二乗和 D_m^2 を低減させる割合を β とし、それに必要な河床高の補正量 δz_n が十分小さいとすると、河床高の修正量は式(7)で求まる。そこで、本問題を式(7)を等式制約条件とする、河床高の修正量 δz_n を最小化する、非線形計画問題⁸⁾に置き換える。

$$\text{制約条件 } d_n \cdot \delta z_n = -\beta D_m^2 \quad (7)$$

$$\text{最小化 } \delta z_n^2 \rightarrow \min \quad (8)$$

ラグランジュの未定乗数法により、各点の河床高の修正ベクトル δz_n と、勾配ベクトル d_n の関係が式(9)のように求まる。

$$2\delta z_n + \lambda d_n = 0 \quad (9)$$

式(9)を制約条件式(7)に代入すれば、未定乗数 λ は式(10)で求まる。

$$\lambda = 2\beta D_m^2 / d_l^2 \quad (10)$$

ここに、 d_l^2 は勾配ベクトル d_n の二乗和である。したがって、誤差 D_m^2 を β ほど低減させるための河床高の補正ベクトル δz_n の最適解は式(11)で表わされる。

$$\delta z_n = -\beta D_m^2 \cdot d_n / d_l^2 \quad (11)$$

前述のように水面下河床点全てについて最適値を計算することは困難である。そこで、水面下河床高 z_n の代わりに、水面下メッシュにおけるいくつかの点の水深補正係数 α_n の最適化を考えることにし、勾配ベクトル d_n を式(12)で与える。

$$d_n = (\delta D_m^2)_n / \delta \alpha_n \quad (12)$$

河床高の場合と同様の手順で誤差 D_m^2 を β ほど低減させるための水深補正係数の補正ベクトル $\delta \alpha_n$ は式(13)で表わされる。

$$\delta \alpha_n = -\beta D_m^2 \cdot d_n / d_l^2 \quad (13)$$

式(12)の勾配ベクトル d_n を求め、式(13)によって各点の水深補正係数 α_n を繰り返し補正することによって、河床高の最適値が求まる。

(3) 計算方法と計算結果

式(12)の勾配ベクトル d_n は感度分析によって求める。前述のように、全ての計算格子点において感度分析を行い、河床形状を計算することは実用的でないため、感度分析においては、水面下となるいくつかの格子点において勾配ベクトルを求め、全格子点に内挿する。また、水深補正係数 α （とそれに応じた河床高）の微小変化量 $\delta \alpha_n$ は対象とする格子点を中心とした一定距離スケールの円錐状に与える。このとき、水位比較点が非水没となる場合があるため、非水没部分の仮の水位 H は水域の水位を境界条件として、ラプラス方程式によって求めることに

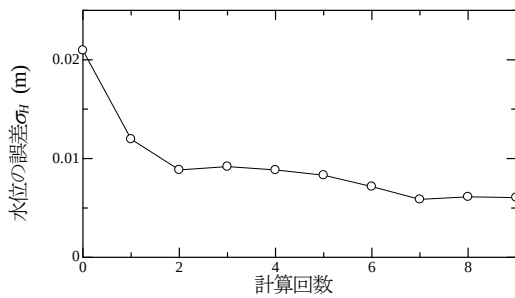


図-12 最適化手法による水位の誤差 σ_l の変化

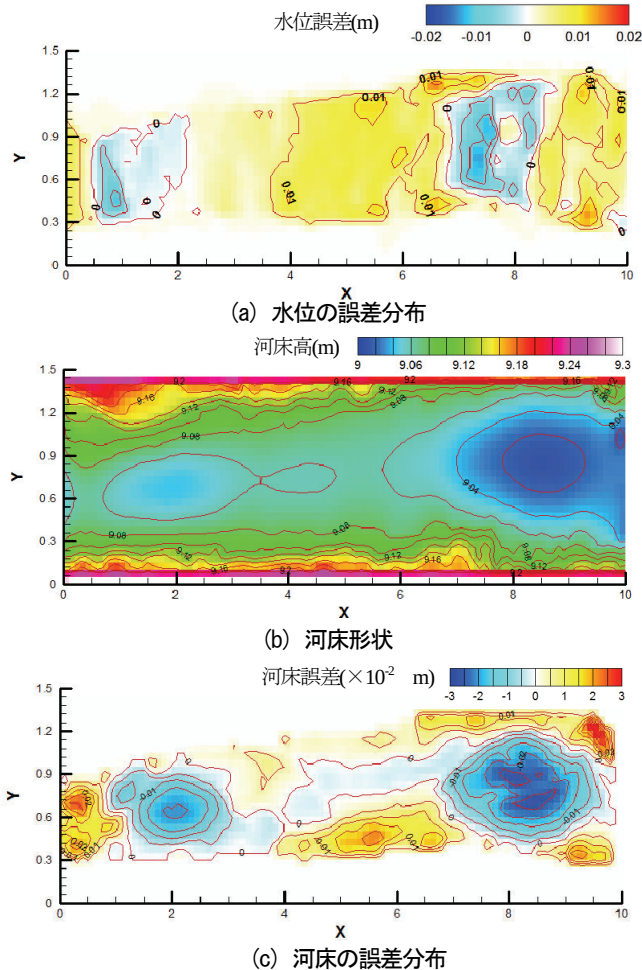


図-13 最適解における水位と河床高の誤差分布

する。

図-8に示したように、河床高が真値よりも低い場合は水位に対する感度が小さくなり、最適値を求めることが困難となることから、 α の初期値は0を与える。したがって、本推定手法では水深をゼロとするような河床高から修正量を最小としながら最適値を求めるため、水深が最も小さい局所最適値を求めることになる。

図-11に水面下河床高の力学的内挿補間法の流れを示す。本手法は計算条件の設定、与えられた河床形状に対する誤差の計算（河床形状の評価）及び水深補正係数 α を微量変化させる計算（感度分析）に分けられる。本来計算条件の設定において、下流端水位と水位比較点の水位はレーザ計測から求めるものであるが、ここでは手法の妥当性を検討するため、真値の河床高を与えた計算結果を用いている。また、水域の全点を水位比較点とし

ている。本推定手法においては、その仮定（式(7),(8)の導出）から、誤差 D_m^2 の低減割合 β を十分小さくする必要がある。ここでは、直前に計算された、計算1ステップ辺りの誤差 D_m^2 の低減割合を与える。計算は β が $\varepsilon=10^{-3}$ 以下となるまで続ける。

図-12に水位誤差の変化、図-13に最適解における水位の誤差分布、河床形状とその誤差分布を示す。水位誤差を見ると、誤差は一定値以上に小さくならないが、誤差は一律に低減されている。得られた河床形状を見ると、局所的に誤差を含むが、図-2(a)の河床形状の真値の特徴を捉えており、実用的な精度で河床高データが得られると考えられる。本論文では、流量と粗度係数の真値を与えているなど、実河川への実用化には課題が残されているものの、河川レーザ計測の大きな課題である水面下の河床高について、力学的条件を満たすように得られることを示したことは意義がある。

4. 結論

本研究では、河川レーザ計測の大きな課題の一つである水面下河床高データの欠損について、レーザ計測により得られる水面形に着目し、運動方程式を介した水面下河床高の力学的内挿法を定式化した。本手法を実験水路に適用し、安定的に収束解が得られることを示した。河床形状の計算結果は、計測値の特徴を捉え、本手法により実用的な精度の河床高データが自動的に得られることを示した。

謝辞：本研究は、平成19年度科学研究費補助金基盤研究(C)（課題番号：19560513、代表：河原能久）、同若手研究(B)（課題番号：19760341、代表：内田龍彦）、及び財団法人中国電力技術研究財団（代表：内田龍彦）の支援によって行われた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 航空レーザ測量ハンドブック, (財)日本測量調査技術協会, 2004.
- 2) 国土交通省国土地理院：航空レーザ測量による数値標高モデル (DEM) 作成マニュアル (案), 2006.
- 3) 川本一善, 館健一郎, 武富一秀, 金木誠：レーザースキャナデータを用いた中小河川河道モデルの作成手法に関する研究, 河川技術論文集, 第8巻, pp.533-538, 2002.
- 4) 傳田正利, 時岡利和, 天野邦彦：レーザプロファイラ及び空中写真を用いた河川中流域の河床高推定手法の開発, 河川技術論文集, 第12巻, pp.145-150, 2006.
- 5) 内田龍彦, 河原能久, 山水綾, 渡辺豊, 森山学：ヘリコプタに搭載した高精度3Dレーザースキャナによる河川の物理環境の計測, 河川技術論文集, 第13巻, pp.243-248, 2007.
- 6) 福岡捷二：洪水時の水面形観測の意義と水面形の基づく河川の維持管理技術, 河川技術論文集, 第12巻, pp.1-6, 2006.
- 7) 内田龍彦, 河原能久：二次元浅水流の保存型CIP陽解法の開発とその検証, 応用力学論文集, Vol.9, pp.917-924, 2006.9
- 8) 村松正和著：最適化法, 共立出版株式会社, 2002.

(2007. 9. 30受付)