

流木の流送と集積に関する T 型固体モデルによる 3 次元数値計算

3D NUMERICAL PREDICTION FOR TRANSPORTATION AND ACCUMULATION
OF DRIFT-WOODS WITH T-TYPE SOLID MODELS

牧野 統師¹・牛島 省²・吉川教正¹・瀬津 家久³

Osashi MAKINO, Satoru USHIJIMA, Norimasa YOSHIKAWA and Iehisa NEZU

¹ 学生員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

² 正会員 工博 京都大学大学院准教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

³ フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

A computational method has been developed to predict the movements of driftwoods transported by three-dimensional free-surface flows. A T-type solid model is introduced into the prediction method, MICS, which deals with a free-surface flow including floating objects as a multiphase flow field. In the T-type model, a driftwood is represented by multiple tetrahedron elements and its volume, mass and inertial tensors are accurately represented. The contact forces are evaluated with the contact-spheres distributed near the surfaces. The MICS with the T-type model was applied to experimental results and it was shown that the movements and accumulation of driftwoods are reasonably predicted by the present method.

KeyWords : driftwood, free-surface flow, rigid body, T-type solid model, MICS

1. はじめに

出水時の流木群の挙動を把握することは、河川災害や水理構造物の健全性を評価する上で重要な課題である。橋脚や樹林における流木の集積の問題や、流木群を補足するためのスリット対策工の設計、また流木群を通過させるための洪水吐きの設計等に関して、流木群の状況を理解することは重要であり、それらに関する数値解析的な検討が進められている^{1), 2), 3)}。近年の数値解析例では、流木間の衝突や連行などの相互作用が流木群の挙動に深く関係しているという観点から、その効果が考慮されたモデルが利用されている。

流送される流木群と、水理構造物や樹林との関係は、その局所的なメカニズムを見れば、自由水面流れにより輸送される浮遊物体と、流れに対して固定された物体との力学的な関係と考えることができる。実際の流木群の問題では、柔軟な草本類の集積や細かい枝葉の絡み合いなどが関係するが、本報では上記のような局所的な力学関係に着目し、剛体としての流木の挙動をより適切に扱える固体モデルの利用を検討する。

従来の流木を表す固体モデルでは、個別要素法⁴⁾による球体間の衝突判定を利用するため、球体を軸方向に連結した串団子状のモデル、あるいはそれを複数束ねたモデルが主として利用されている。この種のモデルをここでは球体連結モデルと呼ぶこととする。球体

連結モデルの問題点の 1 つは、流木の幾何形状の近似精度が十分でないことである。既報⁵⁾では、球体を互いに重合させた枝 (branch) を組み合わせるなどして物体の形状表現を試みたが、物体体積や質量、また慣性テンソルの表現に限界があることが認められた。

このような球体連結モデルの問題点を解決するための固体モデルとして、T 型固体モデルが提案されている⁶⁾。T 型固体モデルでは、物体を四面体要素の集合として表現する。球体連結モデルでは球体要素間に間隙や重合が生じてしまうが、四面体要素ではそのような問題はなく、要素分割が適切であれば、任意形状物体の体積や質量を十分正確に近似できる。また、慣性テンソルも四面体要素から計算されるので⁷⁾、剛体の回転運動の計算も適切に行える。この T 型固体モデルを多相場の解法である MICS⁸⁾ に用いる場合には、流体計算セル中に占める四面体要素部分の体積比から流体力が定められるので、剛体に作用する流体力やモーメントの評価にも適した固体モデルと考えられる。一方、T 型固体モデルでは、物体間の衝突判定に、物体表面近傍に配置した接触判定球を使用するので、多面体間の接触判定⁹⁾のような複雑な演算処理を必要としないという利点がある。本報では、スリットを通過する流木模型実験を行い、T 型固体モデルを用いる MICS による計算結果と比較して、解法の適用性を検討する。

2. 数値解析手法

流木の流送過程を数値的に予測するには、自由水面上で浮遊移動する物体の挙動を適切に扱える解法を用いる必要がある。固体を含む自由水面流れ場を多相場として扱う解法である MICS では、浮体の固有周期や安定・不安定問題、また波動場における浮体運動が再現できることが示されている¹⁰⁾。本報では、この解法に基づいて流木の挙動を計算する。

(1) 3次元自由水面流れの計算法

MICS における多相場の計算法は、既報⁸⁾と同様である。ここでは基礎式と計算方法の概要のみを示す。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) &= f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

式 (1) は Euler 表記による質量保存則、式 (2) は非圧縮条件、式 (3) は保存形表示された運動方程式である。 t と x_i は時間と 3 次元直交座標系の座標成分を表す ($i = 1, 2, 3$)。 ρ , μ , p は順に計算セル内の体積平均操作によって求められる密度、粘性率、圧力である。また、 u_i はセル内の質量平均により算出される流速成分である。 f_i は外力 (体積力) の加速度成分を表す。相間の界面張力は本報では考慮していない。

計算方法の概要は以下のとおりである。最初に、四面体要素のサブセル法¹¹⁾により、計算セルに含まれる物体体積を算出し、体積平均された物性値等を求める。次に、コロケート格子を用いる非圧縮性流体計算法に従い、まずセル中心で流速の推定値を求め (予測段階)、これをセル境界に空間内挿して圧力勾配を考慮し、C-HSMAC 法による圧力計算を行う。予測段階の計算では、陰的解法である C-ISMALC 法¹²⁾を使う。

なお、自由水面形状は、式 (1) を 5 次 TVD スキームと数値拡散を抑制するフィルタで解いて求める。

(2) 流木を表現する T 型固体モデル

上記のようにして、3次元多相場の流速および圧力分布が得られた後、物体に作用する流体力を求めて、物体の運動を計算する。

本報では、流木を剛体と仮定し、これを T 型固体モデル⁶⁾により表現する。T 型固体モデルでは、四面体要素を用いて物体の外形を表現するので、球体連結モデルと比較して、流木の回転運動の計算に用いられる慣性テンソルや、流体力をより正確に評価できる。また、対象物を CAD ソフトウェアで表示して、その出

力結果に対して格子生成ソフトウェアにより四面体分割を行うので、複雑な形状の流木を表現することが可能である。ただし、本報では実験結果との比較を行うため、流木は単純な円柱形状とし、これを四面体要素で表現する。

図-4 に、後述する水理実験で用いる流木模型 (径 20mm, 軸方向長さ 100mm) に対する T 型固体モデルを示す。1 つの流木模型は、要素数 682 の四面体要素の集合体として表現される。

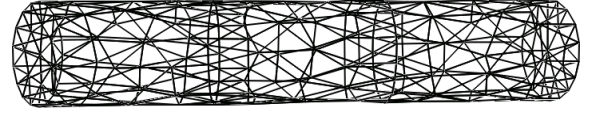


図-1 T 型固体モデルで表現された流木模型

T 型固体モデルの慣性テンソルは、次のようにして計算される。最初に、質量 M_n の四面体 n の 1 つの頂点 C_n を基準とする慣性テンソル I_n を求め、これを四面体の重心点を基準とする値 I_{tn} に変換する⁷⁾。

$$I_{tn} = I_n - M_n F(r_c) \quad (4)$$

ここで、 $F(r)$ は以下のようなテンソルである。

$$F(r) = \begin{bmatrix} r_2^2 + r_3^2 & -r_1 r_2 & -r_1 r_3 \\ -r_2 r_1 & r_1^2 + r_3^2 & -r_2 r_3 \\ -r_3 r_1 & -r_3 r_2 & r_1^2 + r_2^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

また、 r_c は、頂点 C_n から四面体の重心に向かうベクトルである。次に、次式を用いて、 I_{tn} を物体重心点を基準とする慣性テンソル I_{0n} に変換する。

$$I_{0n} = I_{tn} + M_n F(r_c + r_n) \quad (6)$$

r_n は物体の重心点から四面体要素の頂点 C_n に向かうベクトルである。物体の慣性テンソル I は、すべての四面体要素に関する I_{0n} の和として計算される。

また、T 型固体モデルの質量は、各四面体質量の和として求められる。四面体要素分割による形状の近似が十分であれば、物体の慣性テンソルや質量などの特性量が実物に近い適切な値として求められる。

(3) T 型固体モデルの運動

本研究では、流木を剛体と仮定しているので、その浮遊運動は、物体重心点の並進運動と物体の回転運動に分けて考えることができる。このため、図-2 に示すように、物体の初期条件における姿勢を基本姿勢とし、ある時刻の物体の位置と姿勢は、最初に基本姿勢の物体を回転運動させ、次に所定の位置まで並進運動させるという手順を用いている。

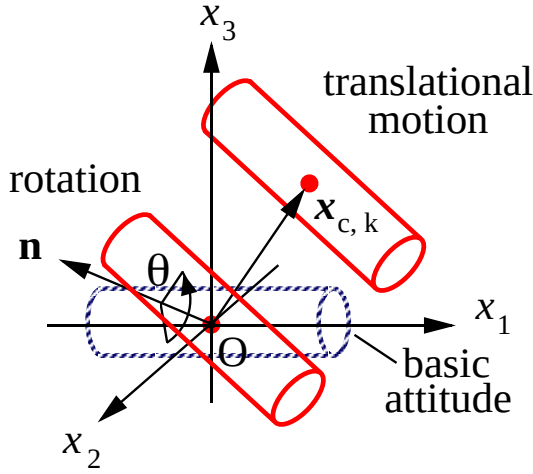


図-2 剛体運動計算の概略

並進運動の運動方程式は次式のように表される.

$$M\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F} \quad (7)$$

ここに, M は物体の質量, $\mathbf{v}$ は物体の重心点の並進速度ベクトルで, 上付のドットは時間による微分を表す. また, $\mathbf{F}$ は外力であり, 流体力と他の物体や境界面との接触力から定められる. 流体力と接触力の算出方法は後述する.

一方, 物体の回転運動は次の Euler の運動方程式により表される.

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{N} \quad (8)$$

$\mathbf{N}$ は剛体に作用するモーメントであり, 物体を構成する各四面体に作用するモーメントから求められる. $\mathbf{L}$ は角運動量ベクトルであり, 基本姿勢に対する角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ と基本姿勢から現在の姿勢への回転変換を表す行列 $\mathbf{R}$ を用いれば, 次のように表される.

$$\mathbf{L} = \mathbf{R}\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (9)$$

$\mathbf{I}$ は基本姿勢における物体の慣性テンソルを表す. 式 (9) を時間微分すると, 次の関係が得られる.

$$\dot{\mathbf{L}} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{R}\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (10)$$

式 (10) 中の $\dot{\mathbf{R}}$ と $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\omega})$ は以下のように与えられる.

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}\mathbf{Q}(\boldsymbol{\omega}) \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここに, ω_i は角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ の i 成分である. この $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\omega})$ を用いると, $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ という関係

が成り立つので, 結局式 (8) は次のように表される.

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}) = \mathbf{N} \quad (13)$$

式 (13) より, 角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ は, 次式のように表される.

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}^{-1} [\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}] \quad (14)$$

実際に, 上式右辺に含まれるベクトル $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}$ を計算する際には, 回転行列ではなく, 四元数を用いる⁷⁾. このようにして, 式 (14) 右辺を定めた後, 時間積分を行って角速度 $\boldsymbol{\omega}$ を求める. 得られた $\boldsymbol{\omega}$ は基本姿勢に対する角速度ベクトルであるので, 四元数を用いてこれを現在の姿勢における角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_n$ に変換する. そして, 回転軸方向を $\boldsymbol{\omega}_n$, 回転角を $|\boldsymbol{\omega}_n|\Delta t_b$ とする四元数を用いて, 物体の姿勢を定める. ここに, Δt_b は, 物体運動の計算を行う際の時間増分である.

(4) T 型固体モデルに作用する流体力と接触判定

T 型固体モデルでは, 物体に作用する流体力を多相場の運動方程式の圧力項と粘性項から定める. その際に, 物体 k を構成する四面体要素に対して, 流体計算セル C に含まれる体積割合 α_{Ck} を用いる.

図-3 に, 流体計算セルと四面体要素で表された流木モデルの一部分の関係を概略的に示す. 図-3 では, ある流体計算セルに含まれる四面体要素 (図では三角形要素) の領域が着色されている. この領域の体積を求める際には, 四面体サブセル法¹¹⁾ を用いる. 式 (3) から得られた流体力を表す加速度ベクトルに, α_{Ck} , セル体積および物体密度を乗じて図-3 の着色領域に作用する流体力 $\mathbf{F}_{Ck}$ が定められる. これらの力の総和を求めることにより, 物体重心点に作用する力 $\mathbf{F}$ が得られる. また, 物体重心点 $\mathbf{x}_G$ から流体計算セル中心 $\mathbf{x}_C$ に向かうベクトル $\mathbf{r}_{GC}$ と $\mathbf{F}_{Ck}$ との外積が図-3 の着色部分が受ける流体力モーメントであり, その総和が物体に作用する流体力モーメントとなる.

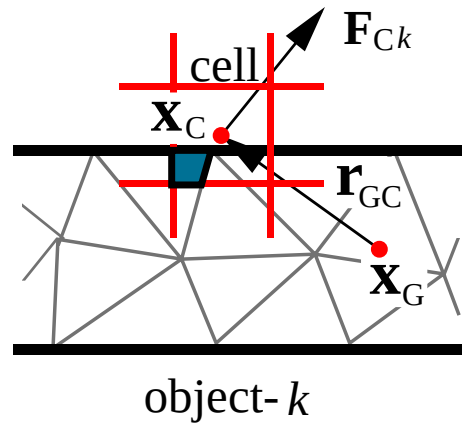


図-3 T 型固体モデルの流体力とモーメントの算出方法

一方、物体間の接触判定と、接触力の算定を行うために、T 型固体モデルでは、接触判定球を利用する。図-4 に、流木模型に対する接触判定球の配置を示す。接触判定球は、球体連結モデルの場合と異なり、物体の慣性テンソルや質量、また流体力の算定には利用されないで、その配置や大きさは任意に定めることができる。ここでは、既報⁶⁾と同様に、表面近傍の四面体要素、すなわち物体境界面となる面を1つ以上有する四面体要素の重心点位置に、接触判定球の中心が一致するように配置した。また、その半径は、接触判定球と四面体要素の体積が同一となるように設定した。

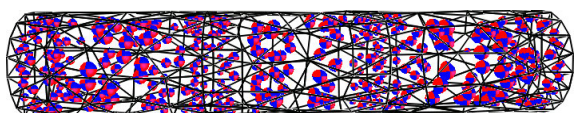


図-4 T 型固体モデルの接触判定球の配置例

また、本報では直方体構造物の間隙を通過する流木模型実験を行い、その結果に上記の解法を適用する。この計算では、直方体構造物も四面体要素により表現し、図-4 のように接触判定球を配置する。

3. 水理実験と解法の検証

図-5 に示す水槽内に循環流を発生させて、流木模型の浮遊移動を調べる実験を行った。図-5 の水槽底部左

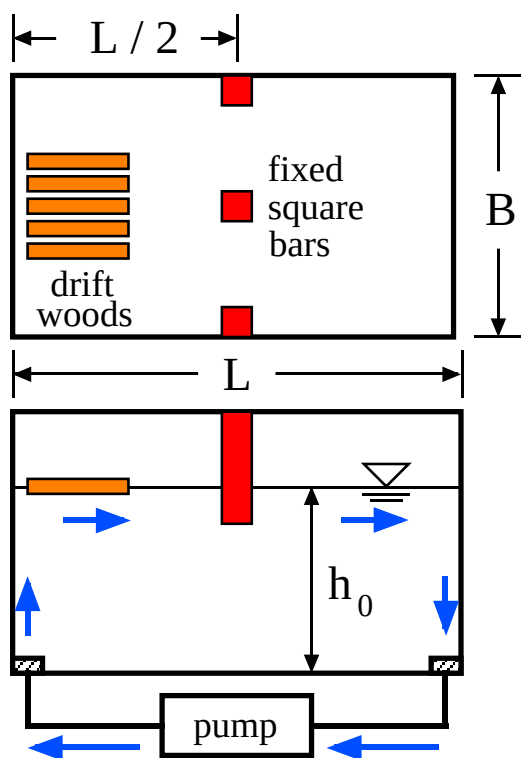


図-5 実験水槽 (上は平面図, 下は側面図)

端に上昇流を形成する流出口、また水槽底部右端に流入口を設置し、それらに接続されたポンプを通じて水を循環させた。水表面付近には、図-5 の左から右に向かう流れが形成される。循環流量は、すべてのケースで約 $220 \text{ cm}^3/\text{s}$ とした。

水槽内の中央部には、直方体構造物 (以下、これを「支柱」と表記する) が固定されている。水槽上流側 (水槽左側) に直径 20 mm, 軸方向長さ 100 mm の流木模型を 5 本整列させた後、拘束を解除して下流側 (水槽右側) へ浮遊移動させると、一部の流木模型は支柱の間隙 (スリット) を通過して移動する。その流木模型の通過あるいは支柱前面での集積の状況を調べる実験を行った。支柱の数を 3, 4, 5 本と変化させて、それぞれ複数回の実験を行い、流木の挙動をビデオで撮影して、通過本数や集積過程などを記録した。

水槽の寸法は、長さ L と幅 B がそれぞれ 400 および 190 mm であり、水深 h_0 は 150 mm である。支柱は、約 $20 \times 20 \text{ mm}$ の正方形断面で、上部で固定され、水面下 20 mm までの長さを有する。

図-6 と図-7 に、それぞれ支柱が 5 本および 4 本の場合の実験結果を示す。支柱が 5 本の場合には、スリッ

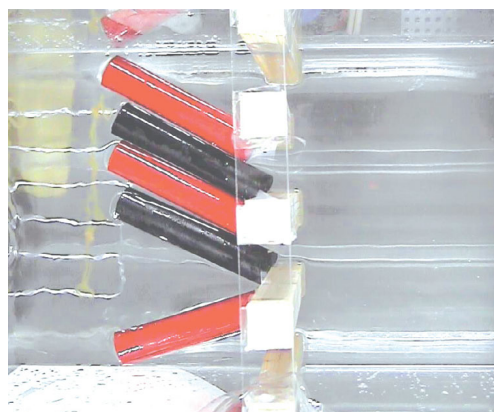


図-6 流木模型の通過・集積状況 (実験結果, 支柱 5 本)

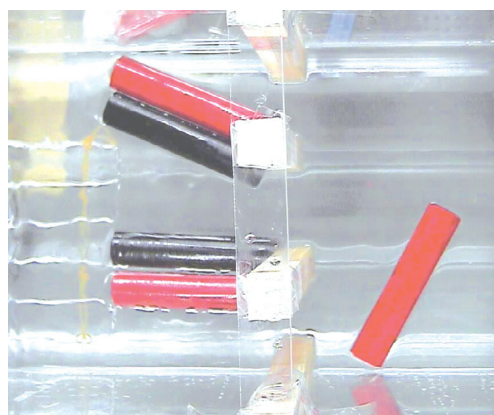
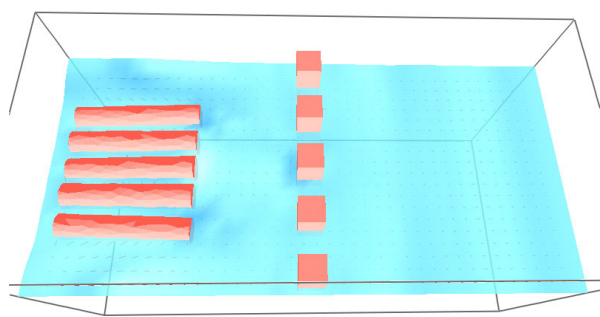
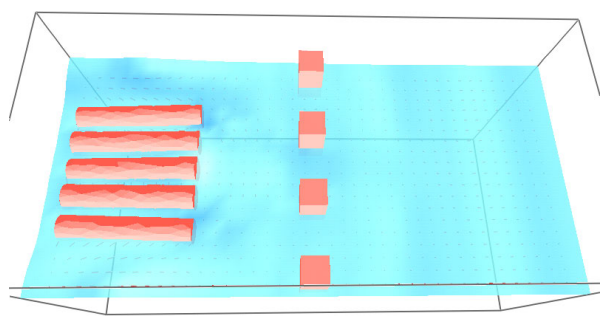


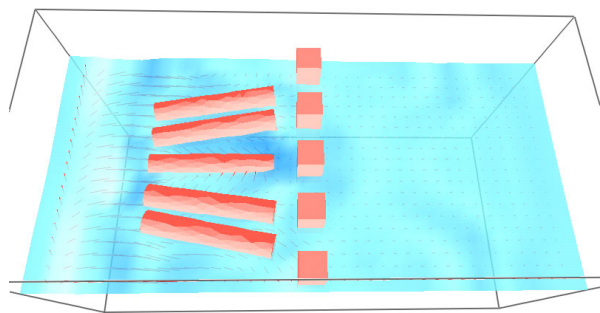
図-7 流木模型の通過・集積状況 (実験結果, 支柱 4 本)



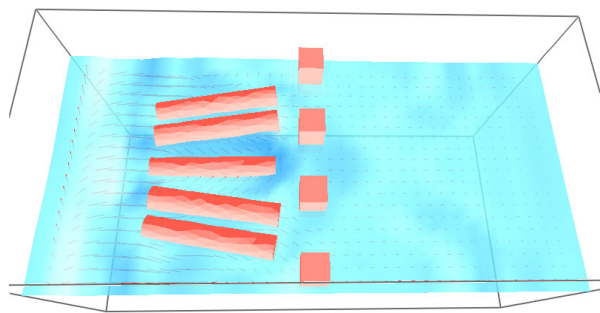
$t = 1.0 \text{ (s)}$



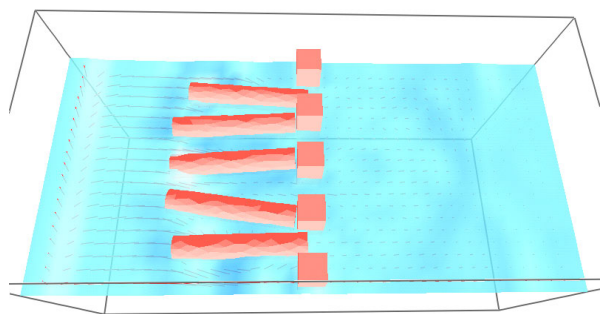
$t = 1.0 \text{ (s)}$



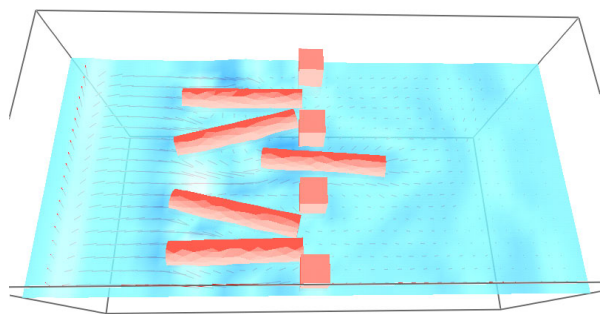
$t = 2.0 \text{ (s)}$



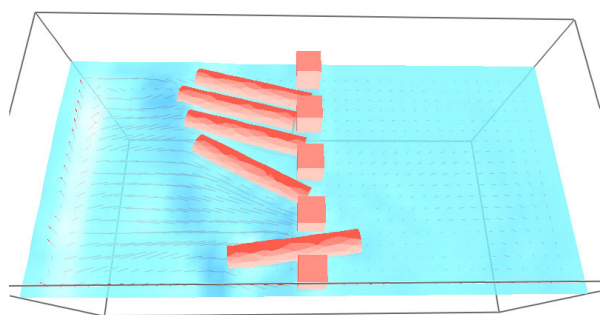
$t = 2.0 \text{ (s)}$



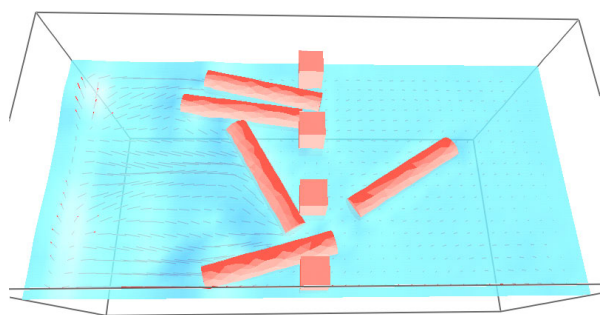
$t = 3.0 \text{ (s)}$



$t = 3.0 \text{ (s)}$



$t = 10.0 \text{ (s)}$



$t = 10.0 \text{ (s)}$

図-8 流木模型の通過・集積状況 (計算結果, 支柱 5 本)

図-9 流木模型の通過・集積状況 (計算結果, 支柱 4 本)

ト幅が狭く、ほとんどの流木模型が支柱前面に集積したが、支柱4本の場合には通過本数は増加した。

図-8と図-9に、それぞれ支柱が5本および4本のときの計算結果を示す。計算で用いたセル数は、 $40 \times 19 \times 20$ であり、計算は10秒まで行い、最終的な流木の通過あるいは集積状況を求めた。1ケースの計算時間は約85分(Pentium4, 2.66GHz)であった。図-8に示される支柱が5本の場合には、すべての流木が支柱に捕捉される。一方、図-9のように、支柱が4本のときには、1本の流木がスリットを通過した。

図-10と図-11は、支柱が3本のときの実験および計算結果である。これらの結果に示されるように、スリット幅が増加したときには、より多数の流木がスリットを通過している。

上記の実験および計算結果を表-1に示す。実験は、支柱本数が5本のときには10回、他の条件では15回行い、スリットを通過する平均流木本数を求めた。支柱が3本の場合には、計算の通過本数が多かったが、他の条件では実験と計算結果はほぼ一致した。

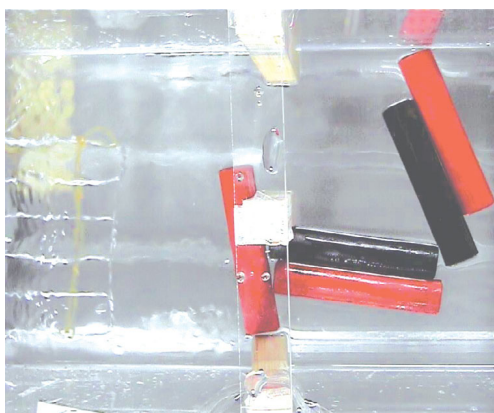


図-10 流木模型の通過・集積状況 (実験結果, 支柱3本)

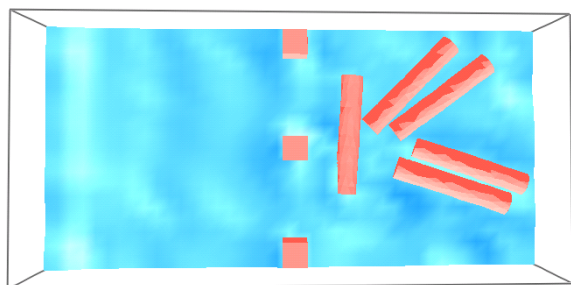


図-11 流木模型の通過・集積状況 (計算結果, 支柱3本)

表-1 流木模型のスリット通過本数

支柱本数	3	4	5
スリット幅 (mm)	65.0	27.5	22.5
通過本数 (実験)	2.8	0.87	0.10
通過本数 (計算)	5	1	0

なお、上記の実験結果のように、表面張力の効果により流木模型が互いに付着する傾向が見られた。支柱3本の条件における表-1の相違は、その効果が影響したためであると考えられる。一般の流木実験では、小スケールの流木模型が用いられることが多いが、このような実験結果から実現象を評価する際には、表面張力の影響に配慮する必要があると推察される。

4. おわりに

本研究では、多相場の数値解法であるMICSにT型固体モデルを導入し、これを流木模型実験に適用した。支柱前面に流木模型が集積する状況や、スリットを通過する過程に関しては、実験結果をよく再現する計算結果が得られたと考えられ、本手法により、剛体として扱える流木の挙動を適切に予測できると考えられる。

T型固体モデルは複雑形状物体の運動を扱えるので、今後は実際の形状に近い流木や各種の浮遊物の流送過程に計算手法を適用し、考察を進めたい。

参考文献

- 1) 五十里洋行, 後藤仁志, 角哲也. 自然調節型洪水吐きの流木による閉塞機構に関する計算水理学的研究. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 793-798, 2006.
- 2) 清水義彦, 長田健吾, 高梨智子. 個別要素法を用いた流木群の流動と集積に関する平面2次元数値解析. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 787-792, 2006.
- 3) 後藤仁志, 五十里洋行, 酒井哲郎, 奥謙介. 山地橋梁の流木閉塞過程の3次元シミュレーション. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 835-840, 2007.
- 4) P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 5) 藤岡奨, 牛島省. 運動する任意形状物体を含む流れ場のMICSによる数値計算法. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 751-756, 2006.
- 6) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師, 禰津家久. 3次元流体中を運動する接触と変形を考慮した任意形状固体モデルの数値解法. 応用力学論文集, Vol. 10, pp. 139-146, 2007.
- 7) 牛島省, 福谷彰, 藤岡奨, 禰津家久. 3次元流体中を移動する任意形状物体の数値解析手法. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 847-852, 2007.
- 8) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法(3D MICS)の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79-89, 2006.
- 9) E. G. Gilbert, D. W. Johnson, and S. S. Keerthi. A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space. *IEEE journal of robotics and automation*, Vol. 4, No. 2, pp. 193-564, 1988.
- 10) 福谷彰, 牛島省, 牧野統師, 禰津家久. 浮体運動に対する多相場の数値解法の適用性. 応用力学論文集, Vol. 10, pp. 705-712, 2007.
- 11) 牛島省, 牧野統師, 禰津家久. 四面体サブセル法を用いる市街地に流入する氾濫流の3次元数値計算. 水工学論文集, Vol. 51, pp. 787-792, 2007.
- 12) 牛島省, 禰津家久. 陰解法を用いたコロケート格子による高精度の流体解析手法の提案. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 21-30, 2002.

(2007.9.30 受付)