

個別要素法を用いた固液混相流モデルによる 粒子群沈降過程の高解像度計算

High-resolving calculation of sedimentation process
by DEM-base solid/liquid two-phase flow model

原田英治¹・後藤仁志²

Eiji HARADA and Hitoshi GOTOH

¹ 正会員 工博 豊田工業高等専門学校准教授 環境都市工学科 (〒471-8525 豊田市栄生町2-1)

² 正会員 工博 京都大学准教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂4)

We have been investigating a sediment-laden flow used by a solid-liquid two phase flow model, in which motion of each particle is tracked by solving the Basset-Boussinesq-Oseen (BBO) equation. Hence, a modeling of interaction between solid- and liquid- phase was required, and consequently an accuracy of flow velocity field around particles was insufficient. In this study, we developed a model to solve the flow field around each particle with high resolution, and the Distinct Element Method (DEM) is applied to track each particle with taking inter-particle force into account. After the performance of this model is confirmed in a basic test, a sedimentation process of particles in liquid was simulated.

Key Words : *solid-liquid two phase flow, particle-laden turbulence, distinct element method, inter-particle force*

1. はじめに

固液混相流現象は水工学に限らず流体工学的に重要な現象である。高濃度粒子分散相を有する場合はもちろん、粒子間衝突が頻発しない程度でも、固体・液体および固体・固体の相互作用力の評価などの混相流構造を実験による計測から評価することは非常に困難である。このような背景から、数値シミュレーション手法の開発が活発に進められてきている。固液混相流を扱う数値シミュレーション手法は、固液相の各相の運動の表示型に応じて分類できる¹⁾。ここで、流れ場の計算に Euler 型、粒子分散相の計算に Lagrange 型のモデルを採用した Euler-Lagrange カップリング手法に注目すると、この種の手法は、さらに計算可能な粒子分散相周りの流れ場の解像度（直交格子を用いる場合、粒子径に対する液相計算格子スケールの比）に応じて分類できる。計算格子スケールが粒子径に対して大きい低解像度でのシミュレーションでは、個々の粒子運動が質点モデルによって記述されるため、粒子に作用する流体力計

算に対してなんらかのモデリングが必要となり、固液混相流の内部構造を詳細に把握することはできない。しかしながら、現象の概略を知る上では有効な手法であるし、計算負荷が軽いため実用的である。一方、高解像度で粒子分散相周りの流れ場を解くシミュレーションは、計算負荷は高いものの流体力のモデリングは不要であり、粒子周囲の流れ場の構造を計算力学的に明らかにするための手法としては期待できる。

著者らはこれまで、低解像度の固液混相流モデルを用いた高濃度固液混相流解析を、粒子群の水中沈降・堆積過程などの検討に適用してきたが、粒子分散相周りの流れ場の計算が不十分であったため、実験結果の再現には限界があった^{2,3,4)}。近年、牛島ら^{5,6)}の MICS や梶島ら⁷⁾の粒子を含む直接数値シミュレーションに代表されるように直交格子を用いた高解像度の数値シミュレーションによる固液混相流モデルが提案されその有用性が報告されている。本研究では、粒子間衝突の評価が重要となる粒子群の沈降過程における流れ構造を検討することを目標に、既往

の高解像度数値シミュレーション手法の枠組み^{5, 6, 7)}を参考にして、粒子分散相の追跡に個別要素法を基礎とした粒状体モデルを用いた高解像度の固液混相流モデルを開発した。円柱周りの流れ構造を対象にした数値シミュレーションより、開発したモデルの基本的な性能検証を実施した後、少数粒子群の沈降・堆積過程を対象とした数値シミュレーションを通じて、粒子群周りの流れの基本的な構造を検討した。

2. 固液混相流モデル

(1) 粒子 - 流体混合系流れ

固体粒子分散相を含んだ液相流れ（粒子 - 流体混合系流れ）は、非圧縮性ニュートン流体と個別要素法のカップリングによって追跡される。粒子 - 流体混合系流れの基礎方程式は、連続式および Navier-Stokes 式によって記述される。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} &= \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g} \\ \boldsymbol{\tau} &= -p\mathbf{I} + \mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \rho &= \sum \phi_p \rho_p + (1 - \sum \phi_p) \rho_l \\ \mu &= \sum \phi_p \mu_p + (1 - \sum \phi_p) \mu_l \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、粒子 - 流体混合系流れに対して、 $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル、 ρ ：密度、 $\boldsymbol{\tau}$ ：応力テンソル、 p ：圧力、 $\mathbf{I}$ ：単位テンソル、 μ ：粘性係数（粒子占有部では粘性を消去するための係数）、 T ：転置を意味する添字、 ϕ_p ：各計算格子に含まれる粒子の体積占有率である。なお、これら式中の下付き添字 p, l はそれぞれ固体粒子および流体を示す。

(2) 粒子運動

個々の粒子運動には、粒子間接触力を評価しつつ多数粒子運動を追跡するため、個別要素法を適用する。並進および回転の運動方程式は、流体力および粒子間相互作用力に起因する駆動力を用いて以下のように記述される。

$$\frac{dm_p \mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F}_{flow} + \mathbf{F}_{pint} + \mathbf{g} \quad (4)$$

$$\frac{d(I_p \cdot \boldsymbol{\omega}_p)}{dt} = \mathbf{T}_{flow} + \mathbf{T}_{pint} \quad (5)$$

$$\mathbf{f}_p = \phi_p \Delta V \rho_p \left[\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \right] \quad (6)$$

ここに、 m_p ：個々の粒子質量、 $\mathbf{u}_p$ ：粒子移動速度ベクトル、 t ：時間、 $\mathbf{f}_p$ ：計算格子中における粒子部分に作用する流体力であり式 (2) の右辺（重力項を

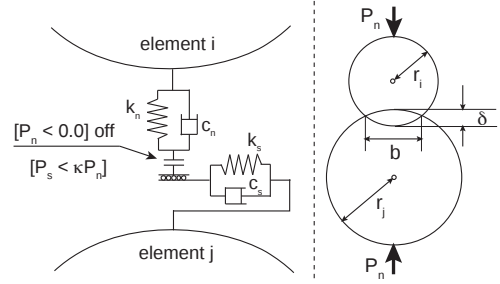


図-1 要素間力モデル

除く）を計算することで得られる、 ΔV ：計算セル体積（二次元では面積）、 $\mathbf{F}_{flow}$ ：粒子に作用する流体力、 $\mathbf{F}_{pint}$ ：粒子間相互作用力ベクトル、 $\mathbf{I}_p$ ：慣性テンソル、 $\boldsymbol{\omega}_p$ ：粒子の角速度ベクトル、 $\mathbf{T}_{flow}$ ：流体力に起因するトルク、 $\mathbf{T}_{pint}$ ：粒子間力に起因するトルク、 $\mathbf{g}$ ：重力加速度ベクトルである。なお、 $\mathbf{F}_{flow}$ は粒子を含む計算格子における $\mathbf{f}_p$ の総和によって算定し、 $\mathbf{T}_{flow}$ は粒子の境界を含む計算格子に対する $\mathbf{f}_p$ と粒子中心座標から計算格子中心座標までの距離からモーメントを算定し評価する。

粒子間相互作用力ベクトル $\mathbf{F}_{pint}$ は、接触粒子間の法線および接線方向に配置された弾性スプリング (k_n, k_s) および粘性ダッシュポット (c_n, c_s) によって評価される。また、非粘着性材料を対象として、法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを、接線方向には一定の力が作用すると滑動するジョイント（動摩擦係数 $\kappa=0.577$ ）をそれぞれ配置した⁸⁾。弾性スプリングおよび粘性ダッシュポットは、ヘルツの弾性接触理論を準用して設定した。

$$k_n = \frac{P_n}{\delta} = \frac{\pi E}{2(1-\nu^2) \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{4r_i}{b} + \ln \frac{4r_j}{b} \right)} \quad (7)$$

$$s_0 = \frac{k_s}{k_n} = \frac{1}{2(1+\nu)} \quad (8)$$

$$c_n = 2\sqrt{m_p k_n} ; c_s = c_n \sqrt{s_0} \quad (9)$$

ここに、 P_n ：法線方向の接触力、 δ ：接近量、 b ：円柱接触幅、 r_i, r_j ：粒子半径、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比である（図-1 参照）。本研究では、粒子要素の材料に石材を想定し、ヤング率 $E=4.9 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.23$ を用いた。

(3) 計算手順

まず、粒子 - 流体混合系流れの場合、移流項の空間差分スキームに CIP を用いる C-CUP 法⁹⁾ に倣い、非移流項と移流項に分けて計算し、仮の速度 $\mathbf{u}^{n+1/2}$ および圧力 $p^{n+1/2}$ を求める。同時に粒子に作用する流体力 $\mathbf{f}_p$ の算定も行う。次に、粒子運動を個別要素

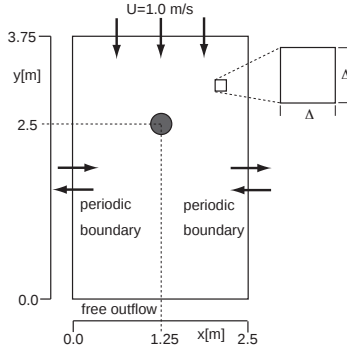


図-2 一様流中の固定円柱周りの流れの計算領域

法を用いて追跡するが、安定した計算には計算時間刻みを小さくする必要がある。そのため、粒子 - 流体混合系流れの計算刻み 1 ステップに対して、これと同等の時間刻みとするために複数回数の個別要素法計算のループを実施することになる。なお、この複数回数の個別要素法の計算では、流体力 f_p は一定として実施した。個別要素法によって得られた個々の粒子の位置および速度ベクトルから、次時刻の粒子 - 流体混合系流れの計算における各計算格子の粒子の占有率 ϕ_p を各計算格子幅を各軸方向に 100 分割し、台形公式を使って求め、さらに、粒子 - 流体混合系の流れ場 u^{n+1} , p^{n+1} を牛島ら⁵⁾ の手法を参考に

$$u^{n+1} = (1 - \sum \phi_p) u^{n+1/2} + \sum \phi_p (u_p + \omega_p \times r) \quad (10)$$

$$p^{n+1} = (1 - \sum \phi_p) p^{n+1/2} + \sum \phi_p p_p \quad (11)$$

$$p_p = \frac{\sum \phi_p p^{n+1/2}}{\sum \phi_p} \quad (12)$$

の手続きから得る。ここに、 p_p ：対象とする粒子を含む全ての計算格子を参照して求めた平均圧力である。以上の一連の時間発展プロセスを所定の時間まで継続する。

以上のように、移流項の空間差分近似と粒子間力評価を除けば、ベースとなる計算手法は牛島ら⁵⁾と同様である。

3. 円柱周りの流れへの適用性

(1) 計算領域・計算条件

本研究で開発した固液混相流モデルの再現性を一様流中に固定された円柱周りの流れについて検証する。計算領域は図-2 に示す幅 2.5 m、高さ 3.75 m の鉛直二次元場である。直径 $d=0.2$ m の円形要素を $(x, y) = (1.25 \text{ m}, 2.5 \text{ m})$ に配置し上方から流速 $U=-1.0$ m/s の一様流を与える。また、下方境界 ($y=0.0$ m) は自由流出、左右境界 ($x=0.0$ m, 2.5 m) は周期条

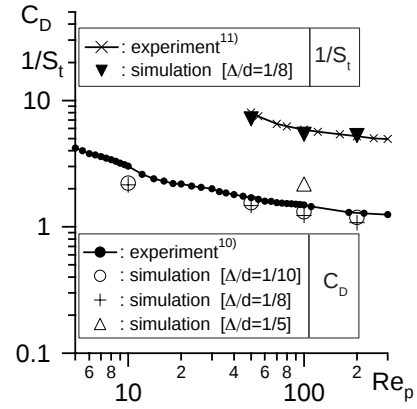


図-3 粒子レイノルズ数と抗力係数およびストローハル数の関係

件を課した。なお、円形要素の密度 ρ_p および流体の密度 ρ_f はそれぞれ $2,480 \text{ kg/cm}^3$, $1,000 \text{ kg/cm}^3$ とした。この条件の下で、計算格子幅 Δ と流体の粘性係数 μ_f を変えることで、粒子レイノルズ数を調整した。

(2) 抗力係数と円柱周りの流れ

既往の実験結果と本研究で得られた代表的な粒子レイノルズ数 Re_p に対する抗力係数 C_D を図-3 に示す。 $\Delta/d=1/8$ (x 軸方向計算格子数 $N_x=100$, y 軸方向計算格子数 $N_y=150$) および $\Delta/d=1/10$ (x 軸方向計算格子数 $N_x=126$, y 軸方向計算格子数 $N_y=188$) の条件を確認すると、 $\Delta/d=1/8$ と $\Delta/d=1/10$ の結果は、共に既往の実験結果¹⁰⁾ を良好に再現することが確認できる。比較のために $Re_p=100$ における $\Delta/d=1/5$ の低解像度の計算結果の一例を示すと、抗力係数 C_D は既往の実験値を上回り、適切な流れ場を捉えるには解像度が不十分であることが分かる。既往の研究結果⁵⁾ では、 $\Delta/d=1/8$ 程度の条件で粒子周りの流れを適切に捉え、抗力係数を良好に再現しているが、本モデルによる結果でも同様の傾向が示された。同図には、 $\Delta/d=1/8$ について粒子レイノルズ数 Re_p とストローハル数 St の逆数の関係についても併示したが、既往の実験結果¹¹⁾ を概ね良好に再現しており、渦生成の非定常性について本モデルの再現性が理解できる。

図-4 に粒子レイノルズ数 $Re_p=100$, $\Delta/d=8$ の条件における円柱周りの流線分布を示す。計算開始後、時刻 $t=4.0$ s には円柱の背後に双子渦の発生が確認される。計算時間の進行に連れて双子渦は大きく成長し円柱背後部分の揺らぎが顕著になる。時刻 $t=12.0$ s 付近になると次第に流れ方向に対して対称性を失い、時刻 $t=16.0$ s 以降では、円柱背後の後流が波状へと遷移する。その後の状況からは、左右の円柱表面から発生した非定常流れが見て取れる。このよう

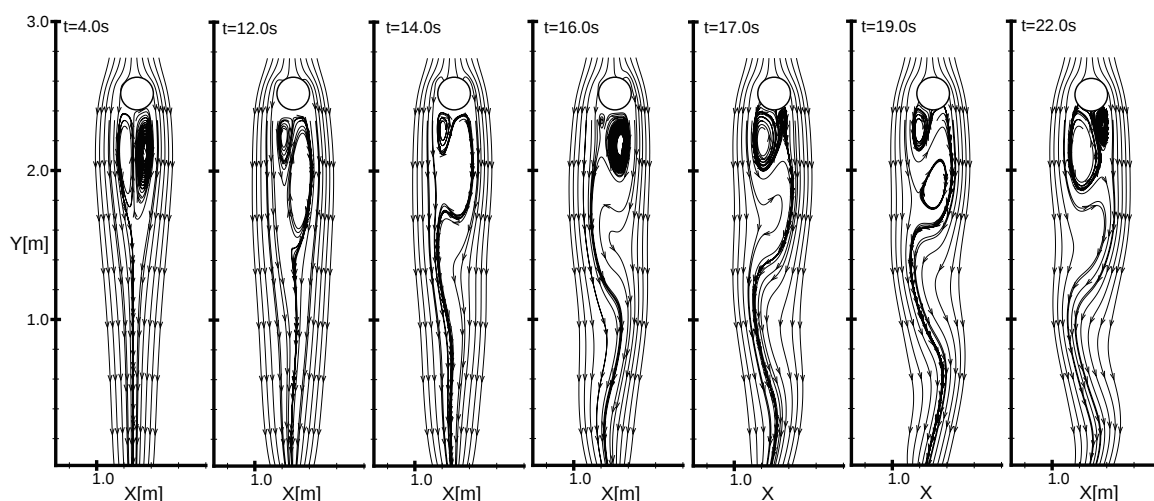


図-4 円柱周りの流線分布

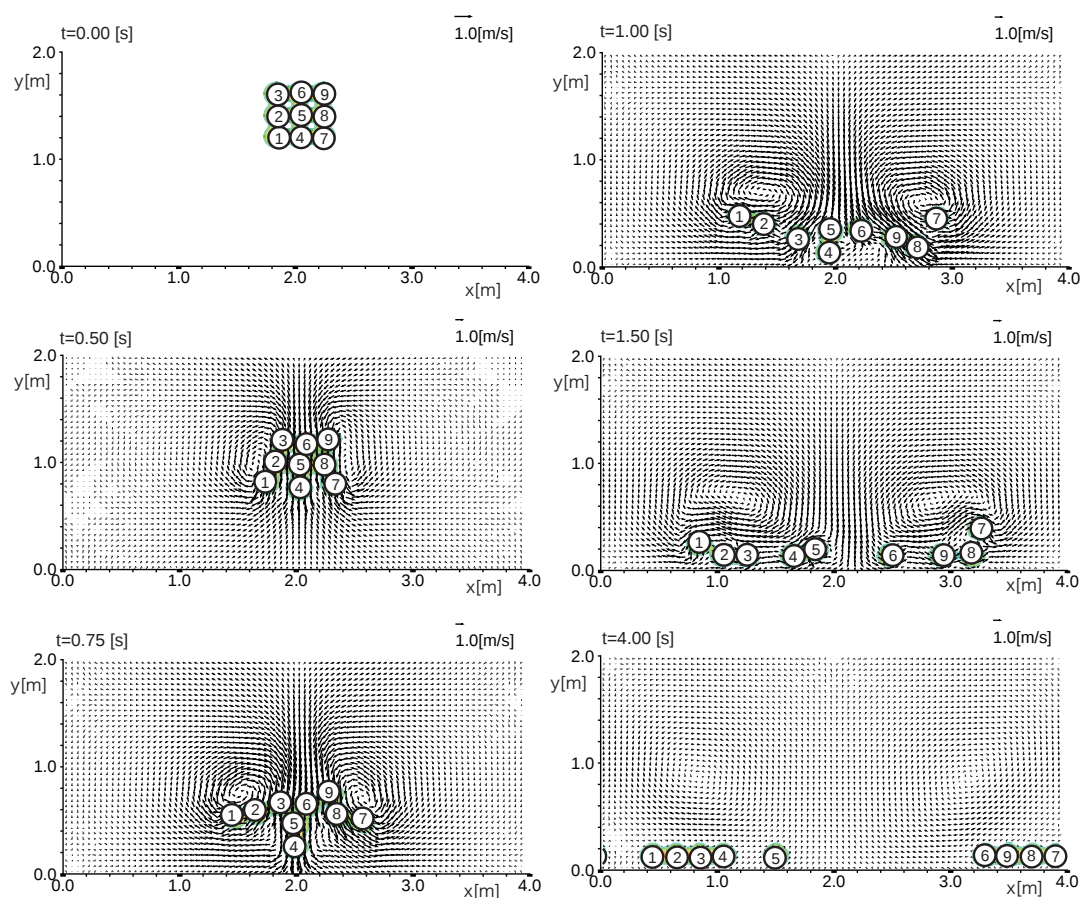


図-5 粒子群沈降・堆積過程のスナップショットおよび流速ベクトル

な一連の円柱背後の流の特性は、実験結果を十分に再現していることから、粒子レイノルズ数が小さいレベルにおける本モデルの妥当性が示されたと言える。

4. 粒子群沈降過程への適用例

(1) 計算条件および沈降過程

図-5に初期計算条件(時刻 $t=0.00$ s)を示す。要素

径 $d=0.20$ m の9個の円形要素群の沈降過程を対象に数値シミュレーションを実施した。円形要素の密度 ρ_p および流体の密度 ρ_f はそれぞれ $2,480 \text{ kg/cm}^3$, $1,000 \text{ kg/cm}^3$ であり、単一粒子が静止流体中を沈降する場合の粒子レイノルズ数が $Re_p=100$ 程度の条件になるように流体の粘性係数を調整した。また、計算格子幅 ($\Delta=0.025$ m) と要素径 ($d=0.20$ m) の比は $\Delta/d=1/8$ であり、 x 軸方向は周期境界条件とした。

計算開始後時刻 $t=0.50$ s では、特に、沈降方向に

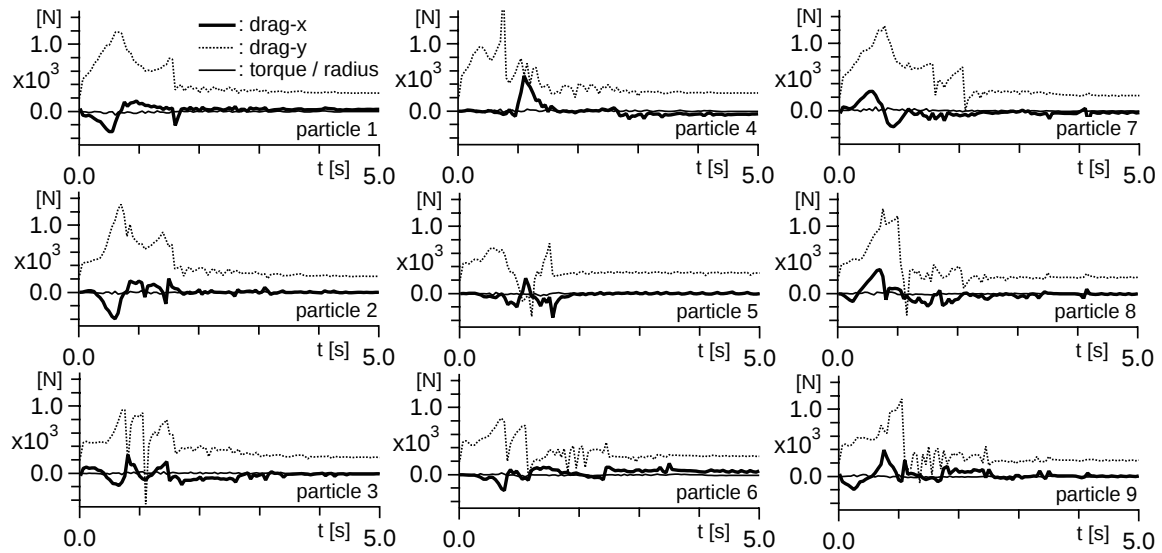


図-6 個々の粒子に作用する流体力の時系列

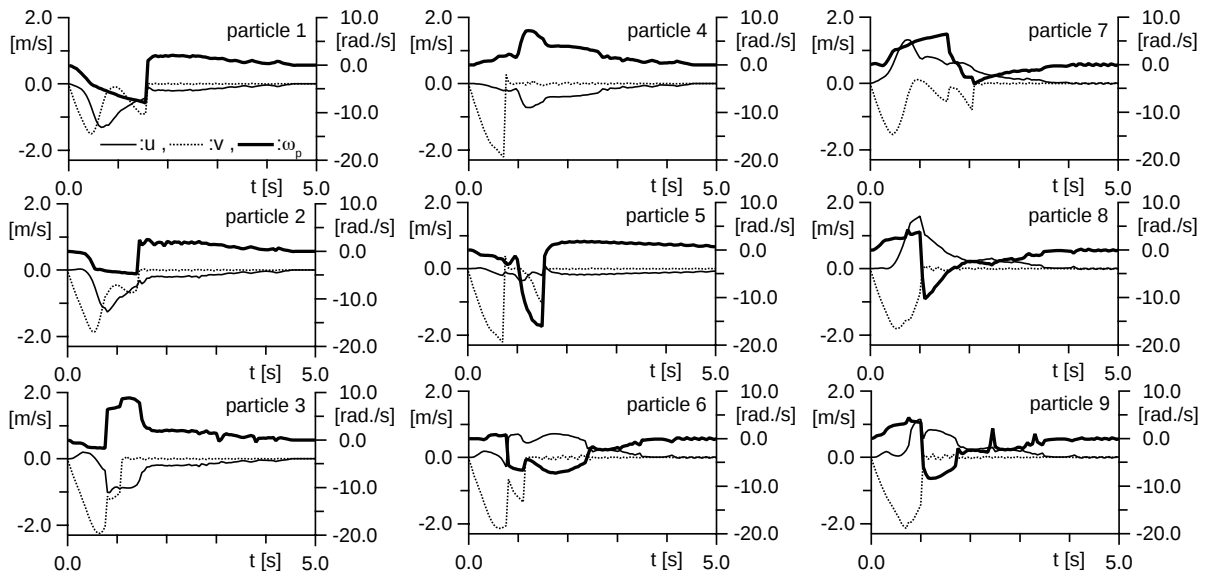


図-7 個々の粒子の並進および回転に関する時系列

向かって先頭に位置する粒子 1,7 が付近の流れ方向に沿って水平方向へ顕著に広がる様子が確認される。また、沈降方向に対する粒子配列に僅かな非対称性が確認される。この非対称性は、計算格子に含まれる粒子占有率に僅かな差異が存在していることや、数値計算における微小な誤差が原因であると考えられる。時刻 $t=0.75$ s では、粒子 4,5,6 を中心軸として左右に位置していた粒子が傘状に広がり、時刻 $t=1.00$ s には計算領域中央部を中心にした左右一対の発達した循環流の影響を受けて浮上する粒子 1,2,7 が見て取れる。時刻 $t=1.50$ s には底部付近に粒子が散在し、粒子沈降によって生じた循環流の規模が次第に減衰に転じる状況が窺える。粒子群の沈降過程がほぼ収束する時刻 $t=4.00$ s でも粒子上部には弱い循環流の存在が認められた。

(2) 粒子に作用する流体力

図-6 に個々の粒子に作用する流体力の時系列を示す。並進に係る流体力が、回転に寄与する流体力より程度が極めて大きいことがいずれの粒子の時系列でも確認できる。鉛直方向の流体力 $drag-y$ に注目すると、粒子群が沈降し下降速度が加速する過程では（時刻 $t=0.70$ s 付近まで）、粒子沈降速度と周囲流体との速度差の増加による流体力の増加が認められる。個別の粒子に注目すると、内部に位置する粒子 5 や沈降方向に対して最後尾に位置する粒子 3,6,9 には周囲粒子に囲まれているため、周囲流体との相対速度が小さく、その増加率は小さいことが理解できる。粒子沈降による循環流の発達によって粒子が散在し始める時刻 $t=1.00$ s から時刻 $t=1.50$ s 付近になると、流体力の減少が確認される。時刻 $t=3.00$ s 以降

の流体力は概ね一定値を保持するが、これは、個別要素法で評価された粒子間力による底面粒子からの反力が原因である。次に、 x 軸方向の流体力 $drag-x$ に目を移す。粒子群が沈降する過程では沈降方向に向かって先頭に位置し、しかも外側に位置する粒子 1,7 には、図-5 のスナップショットで確認された移動方向に対応して、それぞれ x 軸方向負および正方向への流体力の増加が示されている。粒子群の外縁に位置する他の粒子 2,3,8,9 では、沈降の初期段階では粒子群の中央に引き寄せられる力が作用し、その後粒子群が広がる方向に流体力が作用していることが分かる。また、時刻 $t=2.00$ s 以降、僅かな変動を伴った時系列を示しているが、これは、床を形成する固定粒子との接触力によって生じている。

(3) 個々の粒子挙動

図-7 に個々の粒子の移動速度および回転角速度の時系列を示す。まず、水平および鉛直方向の移動速度 u, v に注目する。粒子 1,7 の移動速度の変動周期が、他の粒子と比較して顕著であることから、循環流の影響を受け、下降と上昇を繰り返して移動している様子が窺える。また、初期粒子配置において中央付近に配置されていた粒子 4,5,6 や周囲流体の影響を受け難い粒子群背後の粒子 3,9 の下降速度が粒子 1,2,7,8 と比較して大きいことが見て取れ、下降流が粒子群の中央部から、背後粒子 3,9 を巻き込みながら発達することが分かる。回転角速度 ω_r に注目すると、粒子 1,2 と粒子 7,8 の沈降過程では循環流の方向に沿ってそれぞれ時計周りおよび反時計周りに回転しつつ沈降し、床面に衝突すると急速に回転速度が減少する様子が理解できる。一端床面と衝突した後も継続した粒子の流動による床面固定粒子や他粒子との衝突があるため、時刻 $t=2.00$ s 以降にも僅かな変動を伴った回転角速度の経過が示されている。

5. おわりに

粒径よりも細かい計算格子を用いた粒子 - 流体混合系に対する固液混相流モデルを開発した。実験より確認されている抗力係数との比較や円柱周りの流れの状況から、低い粒子レイノルズ数に対する開発したモデルの再現性を確認するとともに、粒子群の沈降過程を対象としたシミュレーションを実施し、個々の粒子に作用する流体力および粒子移動の観点から詳細にその内部構造を検討した。

本研究では、シミュレーションコードの開発とその基本的な性能を示したが、今後は、沈降粒子群が形成する乱流場の観点から既往の実験結果と比較

し、本シミュレーション手法の再現性を確認したい。また、より多数の粒子投入過程のシミュレーションを実施し、実験結果との対応を検討するとともに三次元への拡張も実施したい。さらに、この種の計算で得られる結果を既往の乱流モデルの妥当性の検証や地盤中の流れ解析に活用したいと考えている。

参考文献

- 1) 後藤仁志：数値流砂水理学，森北出版，2004。
- 2) 原田英治・細田 尚・後藤仁志：Euler-Lagrange カップリングモデルによる捨石堰の崩壊過程の計算力学的研究，土木学会論文集，No.775/II-69，pp.45-54，2004。
- 3) 原田英治・後藤仁志・細田 尚・永田祥久：固液混相流モデルによる高濃度掃流粒子層発達過程の数値計算，水工学論文集，第 49 巻，pp.745-750，2005。
- 4) 原田英治・青木伸一・後藤仁志・細田 尚：水中投入粒子群挙動および誘起流動過程，海岸工学論文集，第 53 巻，pp.861-865，2006。
- 5) 牛島 省・竹村雅樹・山田修三・瀬津家久：非圧縮性流体解析に基づく粒子 - 流体混合系の計算法 (MICS) の提案，土木学会論文集，No.740/II-64，pp.121-130，2003。
- 6) 牛島 省・山田修三・藤岡 奨・瀬津家久：3 次元自由水面流れによる物体輸送の数値解析 (3D MICS) の提案と適用性の検討，土木学会論文集，No.810/II-74，pp.79-89，2006。
- 7) 梶島岳夫・瀧口智志・浜崎洋至・三宅 裕：渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間乱流の構造，機学会論文集 B 編，Vol.66，No.647，pp.1734-1741，2000。
- 8) 後藤仁志・酒井哲郎：表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析，土木学会論文集，No.521/II-32，pp.101-112，1995。
- 9) Yabe, T. and P. Y. Wang：Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol.60, No.7, pp.2105-2108, 1991。
- 10) Tritton, D. J.：Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, Vol.6, pp.547-567, 1959。
- 11) Roshko, A.：Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number, *J. Fluid. Mech.*, Vol.10, pp.2105-2108, 1961。

(2007.9.30 受付)