

# 階段状水路における空気混入流特性

## AERATED FLOW CHARACTERISTICS ON STEPPED CHANNELS

高橋正行<sup>1</sup>・安田陽一<sup>2</sup>・大津岩夫<sup>3</sup>  
Masayuki TAKAHASHI, Youichi YASUDA, and Iwao OHTSU

<sup>1</sup>正会員 博(工) 日本大学専任講師 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

<sup>2</sup>正会員 博(工) 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

<sup>3</sup>フェロー会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8)

Stepped channels are effective for dissipating the energy of supercritical flow that occurs at steep channels. Generally, the flow conditions in stepped channels have been classified into skimming flow, transition flow, and nappe flow. Also, stepped channel flows have been characterized as aerated flows. For design purposes, it is important to predict the aerated flow velocity, the air-concentration, and the energy head of aerated flows in skimming, transition, and nappe flows.

In this paper, aerated flow characteristics of skimming, transition, and nappe flows have been investigated for a wide range of relative step height  $S/d_c$  under a given channel slope  $\theta=19^\circ$ . It was found that the velocity and air-concentration profiles characterize each flow condition. The energy head of aerated flows  $E$  in skimming, transition, and nappe flows has been determined from the air-concentration  $C$  and the aerated flow velocity  $u$ .

**Key Words :** Stepped channel, aerated flow, air-concentration, velocity, energy head, skimming flow, transition flow, nappe flow

### 1. まえがき

堰やダム, 急傾斜地に設置された水路を流下する高速流を傾斜面上で減勢させる方法として階段状水路は有効である<sup>1,2)</sup>.

階段状水路において観察される流況はskimming flow, transition flow, およびnappe flowに分類されている<sup>1,3)</sup>

(図-1). それらの流況分類は流況の観察に基づいて行われているが, 各流況に対応した内部特性の変化は示されていない. また, 階段状水路での流れは空気混入流(aerated flow)となるが, 空気混入流の流速やエネルギーについては不明な点が多く, skimming flowの場合はBoes and Hager<sup>4)</sup>, transition flowの場合はChanson and Toombes<sup>5)</sup>やEL-Kamash et al.<sup>6)</sup>による検討があるものの, 限定された範囲での実験結果が提示されているにすぎない.

これまでに, Ohtsu et al.<sup>2)</sup>はskimming flowの抵抗係数について広範囲な水路傾斜角度 $\theta$ および相対ステップ高さ $S/d_c$  [ $d_c = (q_w^2/g)^{1/3}$ ;  $d_c$ : 限界水深,  $g$ : 重力加速度,  $S$ : ステップ高さ,  $q_w$ : 水の単位幅流量] のもとで検討し, 与えられた $S/d_c$ に対して $\theta = 19^\circ$  のときに抵抗係数が

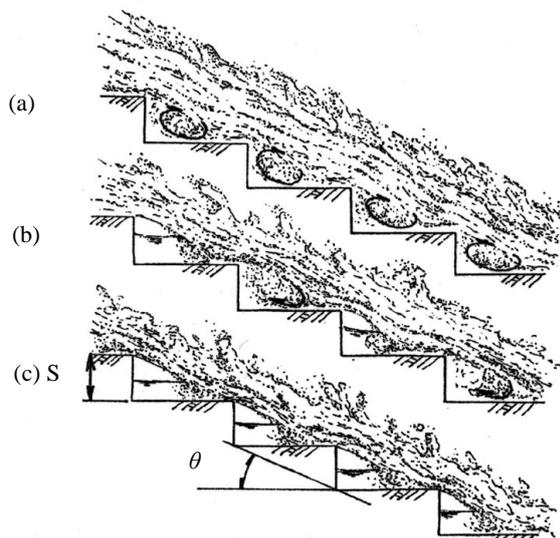


図-1 階段状水路に形成される流況

(a) skimming flow; (b) transition flow; (c) nappe flow

最大となることを示した. これは, ステップエッジ直上流における主流の衝突領域が流水抵抗に影響し, この影響が $\theta = 19^\circ$  で最大となるためと推論した<sup>2)</sup>. また, skimming flowにおける空気混入流のエネルギー評価法を提案<sup>2,7)</sup>した.

ここでは, skimming flowの範囲では抵抗係数が最大と

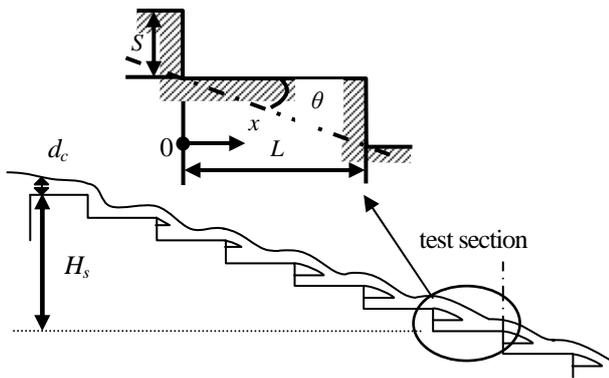


図-2 定義図

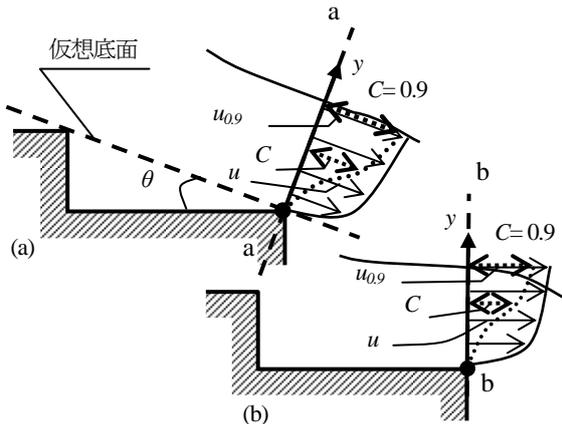


図-3代表断面の定義図

なる水路傾斜角度 $\theta = 19^\circ$ を対象に、広範囲な $S/d_c$ に対してskimming flow, transition flow, およびnappe flowの空気混入率 [空気混入率=(空気の体積)/(水の体積+空気の体積)] と流速を測定し各流況の内部特性を示した。その結果、空気混入率と流速の特性から各流況を特徴づけることができた。また、空気混入流の断面平均流速を示すことができた。さらに、従来提案したskimming flowの空気混入流のエネルギー評価法<sup>2),7)</sup>をtransition flowとnappe flowにまで拡張し、各流況の空気混入流のエネルギー水頭 $E$ を明らかにした。また、空気混入流のエネルギー水頭 $E$ と空気混入流の空気を除いて水のみで換算した水深として定義されるclear water depth  $d_w$ を用いて求められるエネルギー水頭 $E_w$ との対応を示した。

## 2. 実験

水路傾斜角度 $\theta = 19^\circ$ の階段状水路における空気混入流の内部特性を明らかにするため、 $0.30 \leq S/d_c \leq 5.5$ ,  $11 \leq H_s/d_c \leq 78$ , [ $H_s$ : 測定断面までの落差 (図-2参照)] の広範囲な条件のもとで実験を行った。空気混入率 $C$ と流速 $u$ はステップエッジ近くの断面 ( $x/L=0.97$ , 図-2) で2点電極型ボイド率計<sup>8)</sup>を用いて計測した(プローブ先端直径 $\phi=0.0025\text{mm}$ , 測定時間20sec, 測定間隔 $50\mu\text{sec}$ )。また、空気混入率 $C$ と流速 $u$ は、平衡状態(各ステップで同じ流況が繰り返されている状態)の流れで計測を行った。さらに、平行流とみなせる断面で測定するため、

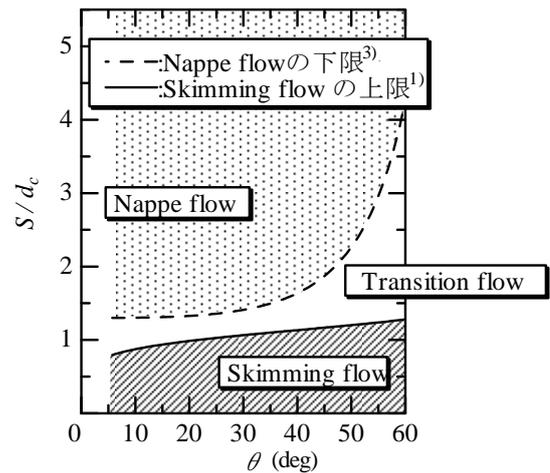


図-4 流況形成領域図

skimming flowの場合は図-3(a)のa-a断面で測定を行い、transition flowおよびnappe flowの場合は図-3(b)のb-b断面で測定を行った。

## 3. 流況

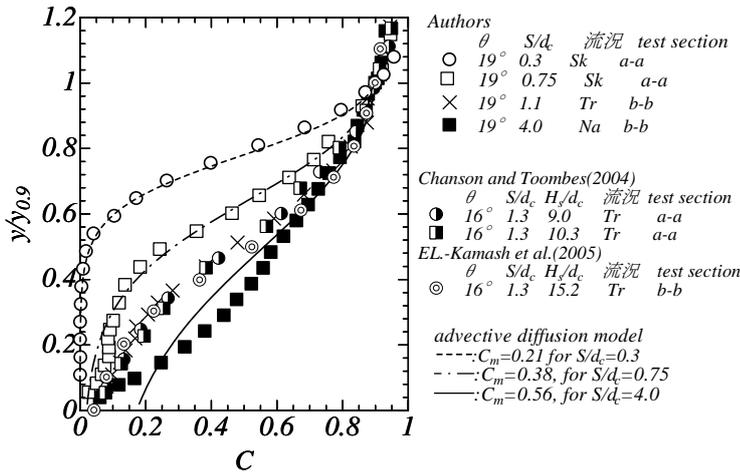
階段状水路における流れの流況は相対ステップ高さ $S/d_c$ および水路傾斜角度 $\theta$ によって変化する<sup>1)</sup>。与えられた $\theta$ に対して、 $S/d_c$ を大きくすると、図-1に示されるように、skimming flow, transition flow, およびnappe flowの流況が形成される。これらは流況の観察に基づいて区別されている。skimming flowは各ステップ隅角部で常に渦が形成される流況であり、nappe flowは各ステップ隅角部において常にエアポケットの形成される流況である。また、transition flowはいくつかのステップ隅角部では渦が形成され、その他のステップ隅角部ではエアポケットが形成されている。この流況はOhtsu and Yasudaによって初めて定義された流況<sup>1),10)</sup>である。各流況の形成領域を図-4に示す。

## 4. 空気混入率分布

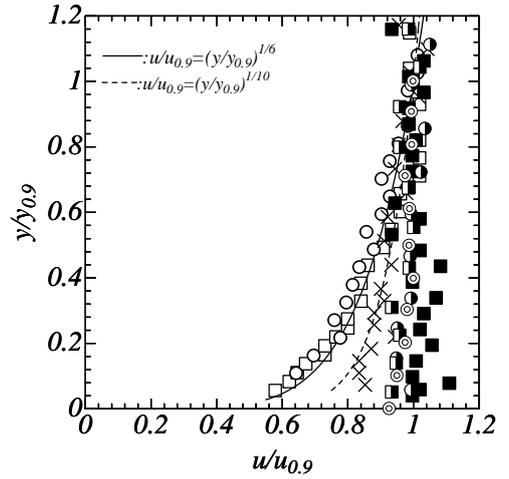
平衡状態におけるskimming flowにおいて、高橋ら<sup>9)</sup>は $R_e \geq 3.0 \times 10^4$  [ $R_e$ : レイノルズ数( $R_e = q_w / \nu_w$ ;  $\nu_w$ =水の動粘性係数)]の範囲では空気混入率 $C$ は $R_e$ の影響を受けないことを明らかにし、 $C$ は次の関係で整理されることを示している。

$$C = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (1)$$

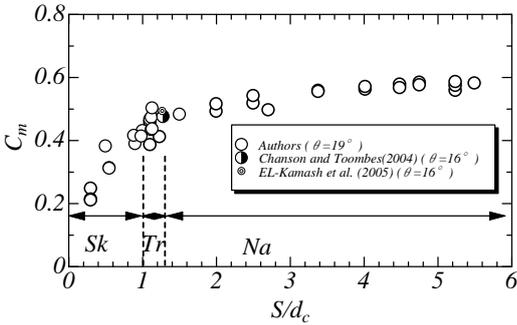
ここに、 $y$ は座標(図-3参照)、 $y_{0.9}$ はaerated flow depthであり $C=0.9$ となる位置の $y$ である。transition flowおよびnappe flowにおいても、空気混入率は(1)式の関係で示さ



Sk: Skimming flow, Tr: Transition flow, Na: Nappe flow  
 図-5 空気混入率分布

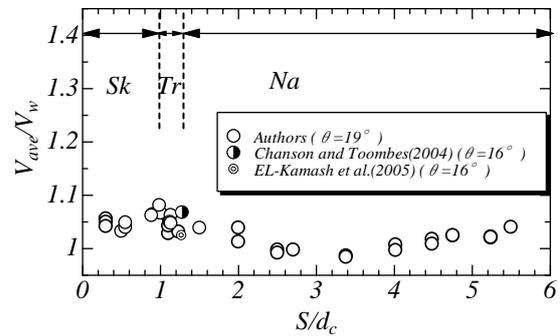


凡例は図-5と同じ  
 図-7 流速分布



Sk: Skimming flow, Tr: Transition flow, Na: Nappe flow

図-6 断面平均空気混入率  $C_m$  と  $S/d_c$  の関係



Sk: Skimming flow, Tr: Transition flow, Na: Nappe flow

図-8  $V_{ave}/V_w$  と  $S/d_c$  の関係

れるものと考えられる。

(1)式の関係でskimming flow, transition flow, およびnappe flowの空気混入率  $C$  の実験値を整理すると図-5が得られる。skimming flow, transition flow, および  $S/d_c < 3.0$  のnappe flowの場合, 与えられた  $y/y_{0.9}$  に対して  $S/d_c$  の増加に伴い  $C$  の値も増加する。  $3.0 \leq S/d_c \leq 5.5$  のnappe flowの場合, 空気混入率分布は  $S/d_c$  の影響を受けず,  $y/y_{0.9}$  のみで決まる。なお, transition flowにおけるEL-Kamash et al.の実験値<sup>9)</sup> ( $\theta=16^\circ$ ,  $S/d_c=1.3$ ) は図-3(a)のa-a断面で測定され, Chanson and Toombesの実験値<sup>5)</sup> ( $\theta=16^\circ$ ,  $S/d_c=1.3$ ) は図-3(b)のb-b断面で測定されたものであり両者はほぼ等しい値を示している(図-5)。すなわち, transition flowの空気混入率分布に対する測定断面の違いは認められない。

Chansonによって提案されている気泡の拡散モデル<sup>11)</sup>より求めた空気混入率の分布を図-5に示す。図-5に示されるように, skimming flowの空気混入率分布は気泡の拡散モデルによって近似できる。一方, nappe flowの空気混入率分布はこのモデルでは近似できない。

次式で定義される断面平均空気混入率  $C_m$  の値を図-6に示す。

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (2)$$

$\theta=19^\circ$  の場合, 平衡状態における断面平均空気混入率  $C_m$

の値は相対ステップ高さ  $S/d_c$  の増加にともない大きくなる。  $3.0 < S/d_c < 5.5$  のnappe flowの場合,  $C_m$  の値は0.57に近づく。

## 5. 流速分布

平衡状態のskimming flow, transition flow, およびnappe flowにおいて,  $R_e \geq 3.0 \times 10^4$  の空気混入流の流速は次式の関係で整理されるものと考えられる<sup>9)</sup>。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (3)$$

ここに,  $u_{0.9}$  は  $y_{0.9}$  の位置での流速である。

$u/u_{0.9}$  の実験値を(3)式の関係で整理すると図-7が得られる。skimming flowとtransition flowの場合, 次式で示す  $1/N$ 乗則で流速分布が近似できる。

$$\frac{u}{u_{0.9}} = \left(\frac{y}{y_{0.9}}\right)^{\frac{1}{N}} \quad (4)$$

skimming flowの場合の  $N$  の値は6~9であり, transition flowの場合の  $N$  の値は9~11であった。なお, transition flowの場合, 空気混入率分布と同様に流速分布に対する測定断面[図-3(a), (b)]の違いは認められない(図-7参照)。

nappe flowの場合, 流速分布は一様分布となる傾向がある。これは, ナップが水平ステップ面上に衝突して形成される

impact-region [図-13(c)参照] の影響のためと考えられる。  
空気混入流の断面平均流速 $V_{ave}$ を次式で定義する。

$$V_{ave} = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} u dy \quad (5)$$

空気混入流の断面平均流速 $V_{ave}$ とclear water depth  $d_w$ から求められる平均流速 $V_w (=q_w/d_w)$ との比 $V_{ave}/V_w$ を図-8に示す。ここに、clear water depth  $d_w$ は空気混入流の空気を除いて水のみで換算した水深として(6)式で定義され、 $C$ の測定値を用いて次式で求められる。

$$d_w = \int_0^{y_{0.9}} (1-C) dy = (1-C_m) y_{0.9} \quad (6)$$

なお、著者らの研究<sup>2), 12)</sup>によると $q_w$ ,  $S$ ,  $\theta$ が与えられると、 $d_w$ と $V_w$ は算定できる。また、図-6から $C_m$ を求め、算定された $d_w$ と(6)式からaerated flow depth  $y_{0.9}$ を算定できる。これと測定値との誤差は±10%以内であった。

従来 $V_{ave}$ については、空気混入流の流速測定の問題から不明な状況であった。ここでは $V_{ave}$ を図-8のように示され、 $0.3 \leq S/d_c \leq 5.5$ のskimming flow, transition flow, およびnappe flowでは、 $V_{ave} / V_w$ の値は1.01~1.08であった。安全側を考えると $V_w (=q_w/d_w)$ を知り、これを1.1倍することで空気混入流の断面平均流速 $V_{ave}$ を予測できる。

## 6. 各流況のエネルギー水頭

skimming flowの場合、空気混入流は仮想底面 [図-3(a)] にほぼ平行となる。この場合のエネルギー評価法はOhtsu et al.<sup>2), 7)</sup>によって提案されている。

transition flowの場合、エネルギー評価断面を図-3(a)のa-a断面に選んでも図-3(b)のb-b断面に選んでも空気混入率と流速分布の違いは認められない(4.5参照)。また、エネルギー評価断面としてa-a断面、b-b断面のどちらを選んでもエネルギー算定結果はほぼ等しい。ここではエネルギー評価断面をb-b断面のように定める。

nappe flowの場合、高速ビデオカメラによる流況観察からステップエッジ近くの流れはステップ水平面と平行であることが確認されたため、エネルギー評価断面を図-3(b)のb-b断面のように定める。

transition flowとnappe flowにおけるステップ水平面上の空気混入流のエネルギー水頭 $E$ は次式で表示される。

$$E = \frac{\int_0^{y_{0.9}} [\rho g y + p] u dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho g u dy} + \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[ \frac{1}{2} \rho u^3 \right] dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho g u dy} \\ = \frac{\int_0^{y_{0.9}} [(1-C)\rho_w g y + \int_y^{y_{0.9}} (1-C)\rho_w g dy] u dy}{\int_0^{y_{0.9}} (1-C)\rho_w g u dy} \\ + \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[ \frac{1}{2} (1-C)\rho_w u^3 \right] dy}{\int_0^{y_{0.9}} (1-C)\rho_w g u dy} \quad (7)$$

ここに、 $p$ は空気混入流中の圧力 $(p = \int_y^{y_{0.9}} \rho g dy)$ であり、 $\rho$ は空気混入流の密度 $[\rho = (1-C)\rho_w; \rho_w$ は水の密度]である。

エネルギー水頭 $E$ をclear water depth  $d_w$ および断面平均流速 $V_w (=q_w/d_w)$ で表すと、(7)式は補正係数 $C_p$ および $C_v$ を用いて次のように示される。

$$E = C_p d_w + C_v \frac{V_w^2}{2g} \quad (8)$$

(8)式中の補正係数 $C_p$ と $C_v$ はそれぞれ次のように示される。

$$C_p = \frac{\int_0^{y_{0.9}} [(1-C)y + \int_y^{y_{0.9}} (1-C) dy] u dy}{d_w \int_0^{y_{0.9}} (1-C) u dy} \\ = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (\rho g y + p) u dy}{\int_0^{d_w} (\rho_w g y + p_w) V_w dy} \quad (9)$$

$$C_v = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) u^3 dy}{V_w^2 \int_0^{y_{0.9}} (1-C) u dy} = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \frac{1}{2} \rho u^2 u dy}{\rho_w q_w \frac{1}{2} V_w^2} \quad (10)$$

ここに、 $p_w$ はclear waterの圧力として $(p_w = \int_y^{d_w} \rho_w g dy)$

とおく。

式(9)より、 $C_p$ は断面を通過する空気混入流のポテンシャルエネルギーと圧力のなす仕事の和とclear water flowのそれらの和の比と解釈される。また(10)式より、 $C_v$ は断面を通過する空気混入流の運動エネルギーとclear waterの運動エネルギーの比と解釈される。

$Y = y/y_{0.9}$ および $U = u/u_{0.9}$ を用いると、 $C_p$ と $C_v$ は次式で表示される。

$$C_p = \frac{\int_0^1 [(1-C)Y + \int_Y^1 (1-C) dY] U dY}{\left(1 - \int_0^1 C dY\right) \int_0^1 (1-C) U dY} \quad (11)$$

$$C_v = \frac{\left(1 - \int_0^1 C dY\right)^2 \int_0^1 (1-C) U^3 dY}{\left[\int_0^1 (1-C) U dY\right]^3} \quad (12)$$

(11)式と(12)式から、補正係数 $C_p$ と $C_v$ の値は空気混入流の流速 $U$ と空気混入率 $C$ から求まる。

Skimming flowにおける仮想底面上の空気混入流 [図-3(a)] のエネルギー水頭は次式で求められる<sup>2), 7)</sup>。

$$E = C_p d_w \cos \theta + C_v \frac{V_w^2}{2g} \quad (13)$$

ここに、 $C_p$ と $C_v$ はそれぞれ(11)式と(12)式で与えられる。

水路傾斜角度 $\theta=19^\circ$ で各流況の平衡状態の場合の $C_p$ と $C_v$ の値を図-9と図-10にそれぞれ示す。

skimming flowとtransition flow( $0.3 \leq S/d_c \leq 1.3$ )の場合、 $C_v$ の値は1.00から1.13となり、 $S/d_c$ の増加に伴い $C_v$ の値は

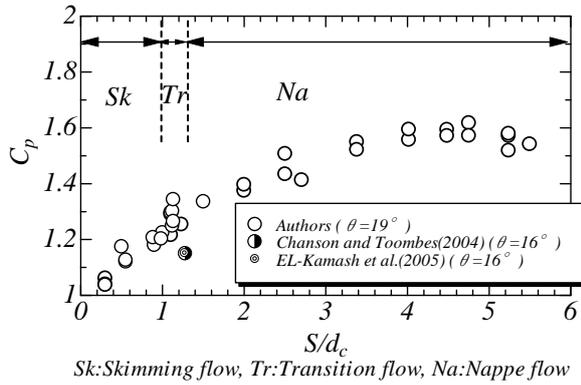


図-9 補正係数 $C_p$ と $S/d_c$ との関係

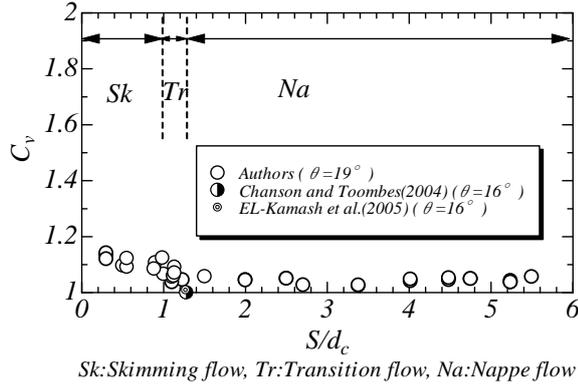


図-10 補正係数 $C_v$ と $S/d_c$ との関係

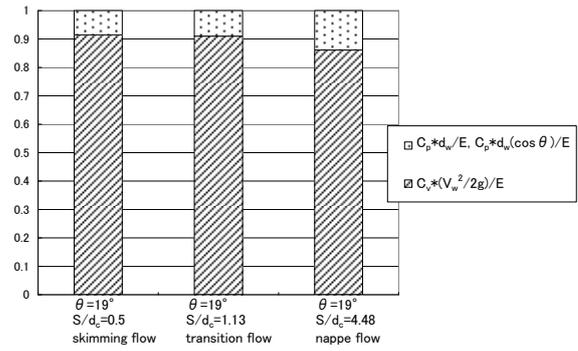


図-11  $E$  に対する速度水頭およびピエゾ水頭の割合

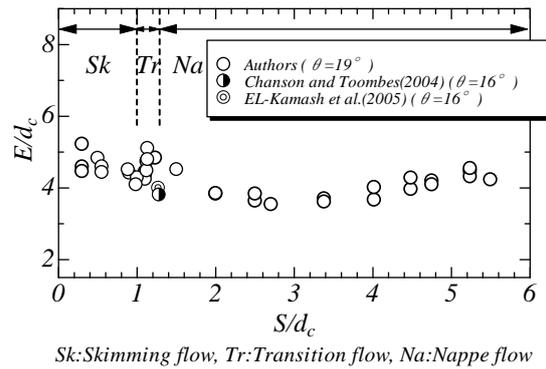


図-12  $E/d_c$ と $S/d_c$ との関係

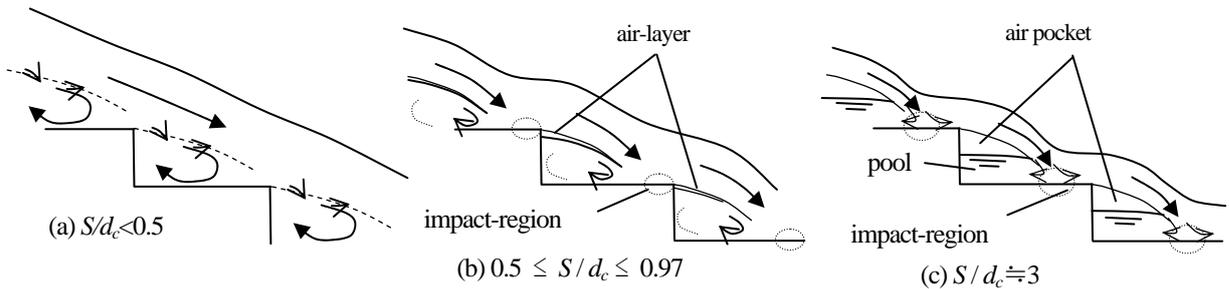


図-13 air-layerと衝突領域の形成状況

わずかに小さくなる。nappe flow ( $1.3 \leq S/d_c \leq 5.5$ )の場合、 $C_v$ の値はほぼ一定値の1.05となる。これは、測定断面での $u/u_{0.9}$ の分布は一様分布(図-7)に近くなるためである。

$C_p$ の値(図-9)は $0.3 \leq S/d_c \leq 3.5$ の場合 $S/d_c$ の増加に伴い増加し、 $3.5 \leq S/d_c \leq 5.5$ の場合ほぼ一定となっている。これは、 $3.5 \leq S/d_c \leq 5.5$ のnappe flowの場合、空気混入率 $C$ の分布は $S/d_c$ の影響を受けなくなったためである。

空気混入流中のエネルギー水頭 $E$ に対する $C_p$ の影響を調べると、 $C_p$ の $E$ に対する影響は小さい。これは空気混入流のエネルギーの80%から90%を速度水頭が占め、ピエゾ水頭は10%から20%程度しか占めていないためである(図-11参照)。

空気混入流のエネルギー水頭 $E/d_c$ を図-12に示す。

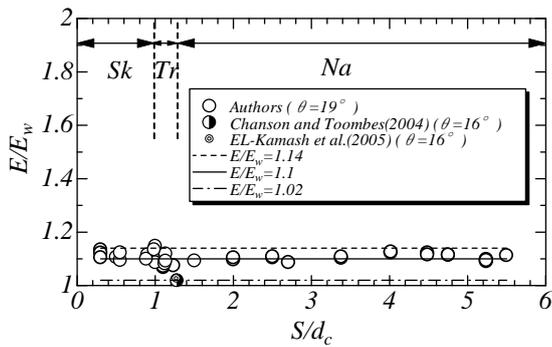
$0.3 \leq S/d_c < 0.5$ のskimming flowの場合、 $S/d_c$ が小さくなると $E/d_c$ の値は大きくなっている。これは、主流と隅角部内の渦との相互干渉およびステップエッジ付近のimpact-regionの影響による流れの抵抗が $S/d_c$ によって変化

するためと考えられる(図-13(a)参照)。

$0.50 \leq S/d_c \leq 0.97$ のskimming flowの場合、各ステップエッジ直下流で間欠的にair-layerが観察される。すなわち、主流とステップ隅角部内の流体との間の相互干渉は小さくなり、流れの抵抗に対するimpact-regionの影響が大きくなる。このため、 $S/d_c$ による $E/d_c$ の変化は小さくなったものと考えられる(図-13(b))。

transition flowの場合、各ステップエッジ下流ではair-layerもしくはエアポケットが形成されるため、 $E/d_c$ の値にばらつきが生じたものと考えられる。

$1.3 < S/d_c \leq 4.0$ のnappe flowになると全てのステップ隅角部でエアポケットが形成される(図-13(c))。この範囲では主流とステップ隅角部内の流体との間で流れの相互干渉は小さく、エネルギー損失に対する衝突領域[impact-region(図-13(c))]の影響が大きくなるため、 $S/d_c$ による $E/d_c$ の変化が小さくなったのであろうと考えられる。



Sk: Skimming flow, Tr: Transition flow, Na: Nappe flow

図-14  $E/E_w$  と  $S/d_c$  との関係

$4.0 < S/d_c \leq 5.5$  の nappe flow の場合、 $S/d_c$  の増加に伴い流下するナップの流速が大きくなり、測定断面の  $E/d_c$  がやや大きくなったためであろうと考えられる。

図-14に空気混入流のエネルギー水頭  $E$  と clear water のエネルギー水頭  $E_w$  との比を示す。ここに、 $E_w$  は clear water のエネルギー水頭であり、(8)式と(13)式で  $C_p=1$ 、 $C_v=1$  とおいた(14)式と(15)式で示される。

$$E_w = d_w + \frac{V_w^2}{2g} \quad (14)$$

$$E_w = d_w \cos \theta + \frac{V_w^2}{2g} \quad (15)$$

図-14に示されるように、 $\theta=19^\circ$  の平衡状態における  $0.5 \leq S/d_c \leq 5.5$  における  $E/E_w$  の値は  $1.02 \sim 1.14$  である。

## 7. まとめ

水路傾斜角度  $\theta=19^\circ$  における skimming flow, transition flow, および nappe flow の空気混入流の内部特性について検討した結果を以下に要約して示す。

- 空気混入率分布および流速分布から skimming flow, transition flow, および nappe flow を特徴づけることができた。
- $0.3 < S/d_c < 3.0$  の場合、断面平均空気混入率  $C_m$  は  $S/d_c$  の増加に伴い大きくなる。また、 $3.0 \leq S/d_c \leq 5.5$  の nappe flow の場合、 $C_m$  の値は一定値に近づく。
- skimming flow と transition flow の場合、流速分布は  $1/N$  乗則で近似できる。また、nappe flow の場合、流速は一様分布に近くなる。
- 空気混入流の断面平均流速  $V_{ave}$  と clear water depth  $d_w$  から求められる平均流速  $V_w$  との関係は  $V_{ave} \doteq 1.04V_w$  である。
- transition flow と nappe flow の空気混入流のエネルギー水頭は(8)式で評価されることを提示した。
- 空気混入流のエネルギー水頭  $E/d_c$  を図-12に示した。

- 補正係数  $C_p$  と  $C_v$  の物理的解釈を示し、 $C_p$  と  $C_v$  の値を図-9, 10に示した。
- 空気混入流のエネルギー水頭  $E$  と clear water depth から求められるエネルギー水頭  $E_w$  との関係を図-14に示し  $E/E_w \doteq 1.1$  である。

謝辞: 著者の一人(高橋正行)は本研究の一部に科学研究費補助金 若手研究Bの助成を受けた。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: "Characteristics of flow conditions on stepped channels", *Proc. the 27<sup>th</sup> IAHR Cong.*, IAHR, Theme D, San Francisco, USA, pp.583-588, 1997.
- 2) Ohtsu, I., Yasuda, T., and Takahashi, M.: "Flow characteristics of skimming flows in stepped channels", *J. Hydraul. Engng.*, ASCE, Vol.130, No.9, pp.860-869, 2004.
- 3) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Discussion of "Onset of skimming flow on stepped spillways", *J. Hydraul. Engng.*, ASCE, Vol.127, No.6, pp.522-524, 2001.
- 4) Boes, R.M. and Hager, W.H.: "Two-phase flow characteristics of stepped spillways", *J. Hydr. Engng.*, ASCE, Vol.129, No.9, pp.661-670, 2003.
- 5) Chanson, H. and Toombes, L.: "Hydraulics of stepped chutes: The transition flow", *J. Hydraul. Res.*, IAHR, Vol.42, No.1, pp.43-54, 2004.
- 6) EL-Kamash, M.K., Loewen, M.R., and Rajaratnam, N.: "An experimental investigation of jet flow on a stepped chute", *J. Hydraul. Res.*, IAHR, Vol.43, No.1, pp.31-43, 2005.
- 7) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: "Energy head of aerated flows in stepped channels", *Proc. the 31<sup>st</sup> IAHR Cong.*, IAHR, Seoul, Korea, pp.2890-2899, 2005.
- 8) Chanson, H.: "Air-water flow measurements with intrusive phase-detection?", *J. Hydraul. Engng.*, ASCE, Vol.128, No.3, pp.252-255, 2002.
- 9) 高橋正行, 安田陽一, 大津岩夫: "階段状水路における空気混入射流の特性に対するレイノルズ数の影響", *水工学論文集*, 土木学会, 50巻, pp.871-876, 2006.
- 10) Chanson, H., *The hydraulics of stepped chutes and spillways*, Balkema, Lisse, The Netherlands, 2001.
- 11) Chanson, H. and Toombes, L.: "Air-water flows down stepped chutes: turbulence and flow structure observations", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.28, pp.1731-1761, 2002.
- 12) 高橋正行, 安田陽一, 大津岩夫: "階段状水路における射流のエネルギー", *水工学論文集*, 土木学会, 第48巻, pp.871-876, 2004.

(2007. 9. 30受付)