

複断面河道の粗度係数に関する数値計算

NUMERICAL SIMULATION OF MANNING'S ROUGHNESS COEFFICIENT OF COMPOUND RIVER CHANNEL

玉井昌宏¹・手束理志²

Masahiro TAMAI and Satoshi TEDUKA

¹正会員 博(工) 大阪大学准教授 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

²学生会員 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻前期課程 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

Manning's roughness coefficient is influenced by roughness condition of perimeter, shapes of longitudinal and cross sections, flow conditions represented by parameters such as the Reynolds Number and so on. There are few preceding studies dealing with relationship between the roughness coefficient and other factors than the roughness condition. The purpose of this study is to examine relationship between the Manning's overall roughness coefficient and configurations of river channels which have different roughness perimeters by numerical simulation. Characteristics of variations in the Manning's coefficient according to water depth and applicability of composite roughness coefficient are discussed.

Key Words : Manning's roughness coefficient ,compound river channel, numerical simulation

1. 研究の目的

マンニングの粗度係数は治水計画において最も重要なパラメータの一つであり、かつ極めて不確実なパラメータである。模型実験によっても、あるいは洪水痕跡線によっても、実河川の粗度係数を精度良く推定することは難しい。

friction factorに関する従来の考察から、粗度係数についても、粗度高さ、断面積、径深など断面形状に関する要因、Re数、Fr数など流れの状況に関する要因等の関数であることが推測される。粗度高さ、あるいは潤辺の状況と粗度係数との関係については種々検討されているものの、その他の要因に関する研究例は非常に少ない。様々な断面形状を持つ開水路乱流に関する精緻な実験結果や数値解析結果は多数得られているものの、流動の内部構造に関する議論に留まっており、河道全体のエネルギー損失や粗度係数への影響を検討しているものはほとんど無い。¹⁾

複断面河道の粗度係数算定には、通常、合成粗度法が用いられる。ところが、同法の予測精度や「分割断面間の流動の相互作用を無視できる」²⁾ ように、いかに断面分割を行うべきかといった事柄について、十分議論されているわけではない。

本論文では、汎用の数値計算ソフトウェアを用いて、

複断面開水路のマンニングの粗度係数に関する数値計算を行い、水深による粗度係数の変動傾向、合成粗度法の予測精度について考察する。

2. 数値計算の概要

(1) 数値モデル

数値計算には、CHAM社3次元汎用熱流体解析ソフトPHOENICS Ver.2006を用いる。乱流モデルには標準k-εモデルを、固定境界の境界条件には以下のような条件を用いた。

$$U^+ = U / U_\tau = \ln(8.6y^+) / \kappa \quad (1)$$

$$k = U_\tau^2 / C_\mu^{0.5} \quad (2)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{0.75} k^{1.5} / (kY) \quad (3)$$

ここに、 U^+ ：無次元速度、 $U(m/s)$ ：流速、 $U_\tau(m/s)$ ：摩擦速度、 y^+ ：無次元距離、 κ ：Karman定数(=0.41)、 $C_\mu=0.09$ 、 $k(m^2/s^2)$ ：乱流エネルギー、 $\varepsilon(m^2/s^3)$ ：乱れの散逸率である。

流入面での乱流エネルギーとその散逸率は等流状態を仮定し、次式より計算される。

$$k = (IU)^2 \quad (4)$$

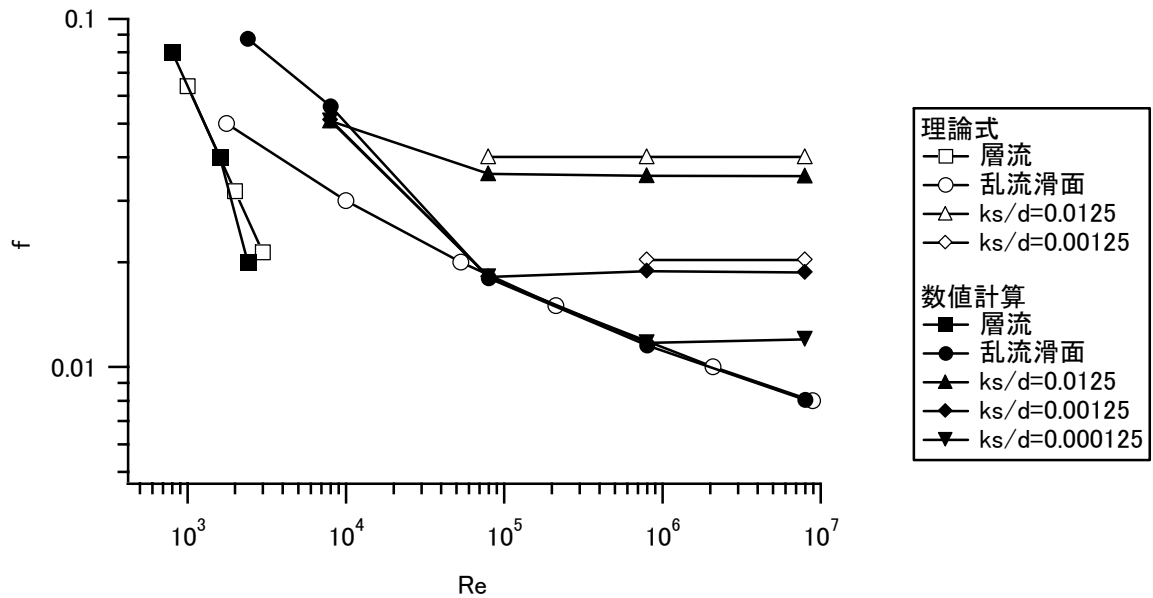


図-1 friction factor diagram

$$\varepsilon = c_{\mu}^{3/4} \frac{k^{3/2}}{0.1R} \quad (5)$$

ここに、 $R(m)$ ：径深である。また、 $I=0.03$ と仮定している。流出面では、流速、乱流エネルギーと散逸率の流下方向勾配を0とする。

(2) 粗度係数算出のための方法

粗度係数計算においては、流下方向に一樣な断面形状と河床勾配、粗度高さを持つ直線の複断面水路を想定する。但し、低水路と高水敷の粗度高さは異なる。複断面水路の水面に相当する境界条件は、slip条件を持つ固定境界面とする。等流条件が満足される場合には、non-slip条件の壁面せん断力と水路勾配による重力が釣り合い、水面境界の流下方向の圧力勾配が0になる。はじめに流水の水深を決定してから、この等流条件を満足するように、流入境界の流速あるいは流量を調整する。以上のようにして得られた断面平均流速を用い、次式のように粗度係数を算出することとなる。

$$n = \frac{R^{2/3} S^{1/2}}{U} \quad (6)$$

ここに、 n ：粗度係数、 $R(m)$ ：径深、 S ：河床勾配、 $U(m/s)$ ：断面平均流速である。

3. 計算精度の検証

(1) 円管におけるfriction factorの計算

本研究で用いる数値計算ソフトウェアは英国を中心に幅広く使用されている汎用ソフトウェアであり、改めて計算方法の妥当性を確認する必要はない。ここでは、数値計算によって円管のfriction factor diagramを作成することによって、計算精度について検証した。この計算においては、水平円管の上流端より流量を与え、円管内に生じる圧力勾配より、friction factor f を算出する。

円管における f には、次式のような関係がある。

$$f = \frac{64}{Re} \quad (\text{層流域}) \quad (7)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log_{10} \left(\frac{Ud}{\nu} \sqrt{f} \right) - 0.8 \quad (\text{滑面乱流}) \quad (8)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log_{10} \frac{d}{2k_s} + 1.74 \quad (\text{粗面乱流}) \quad (9)$$

ここに、 Re ：レイノルズ数、 $d(m)$ ：管径、 $\nu(cm^2/s)$ ：動粘性係数、 $k_s(m)$ ：粗度高さである。

図-1は、数値計算により求めたfriction factorと(7)～(9)式の比較を示している。 $10^3 < Re < 10^4$ の遷移領域において、滑面乱流の計算結果が理論式に比較して大きくなっているのを除けば、両者の一致は良好である。特に、本研究で対象としている粗面乱流域において、十分な計算精度が得られていることが確認される。

(2) 複断面水路における実験・計算値との比較

次に、複断面開水路における計算精度の検証のために、既往の実験結果、計算結果³⁾との比較を行った。計算条件は、参考文献3と同一であり、図-2は、計算に用いた断面形状である。同図中、S1は水路中央、S2は水路中央

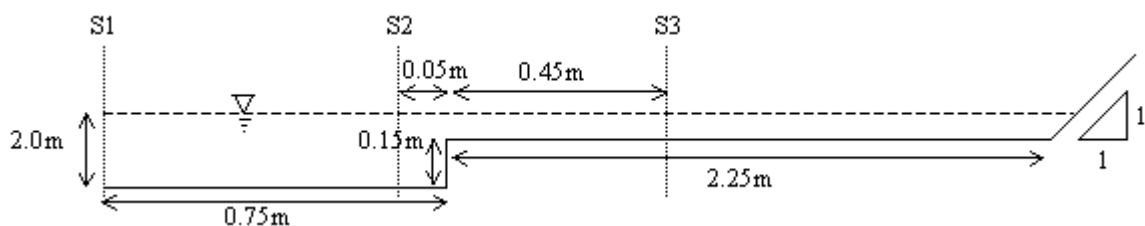
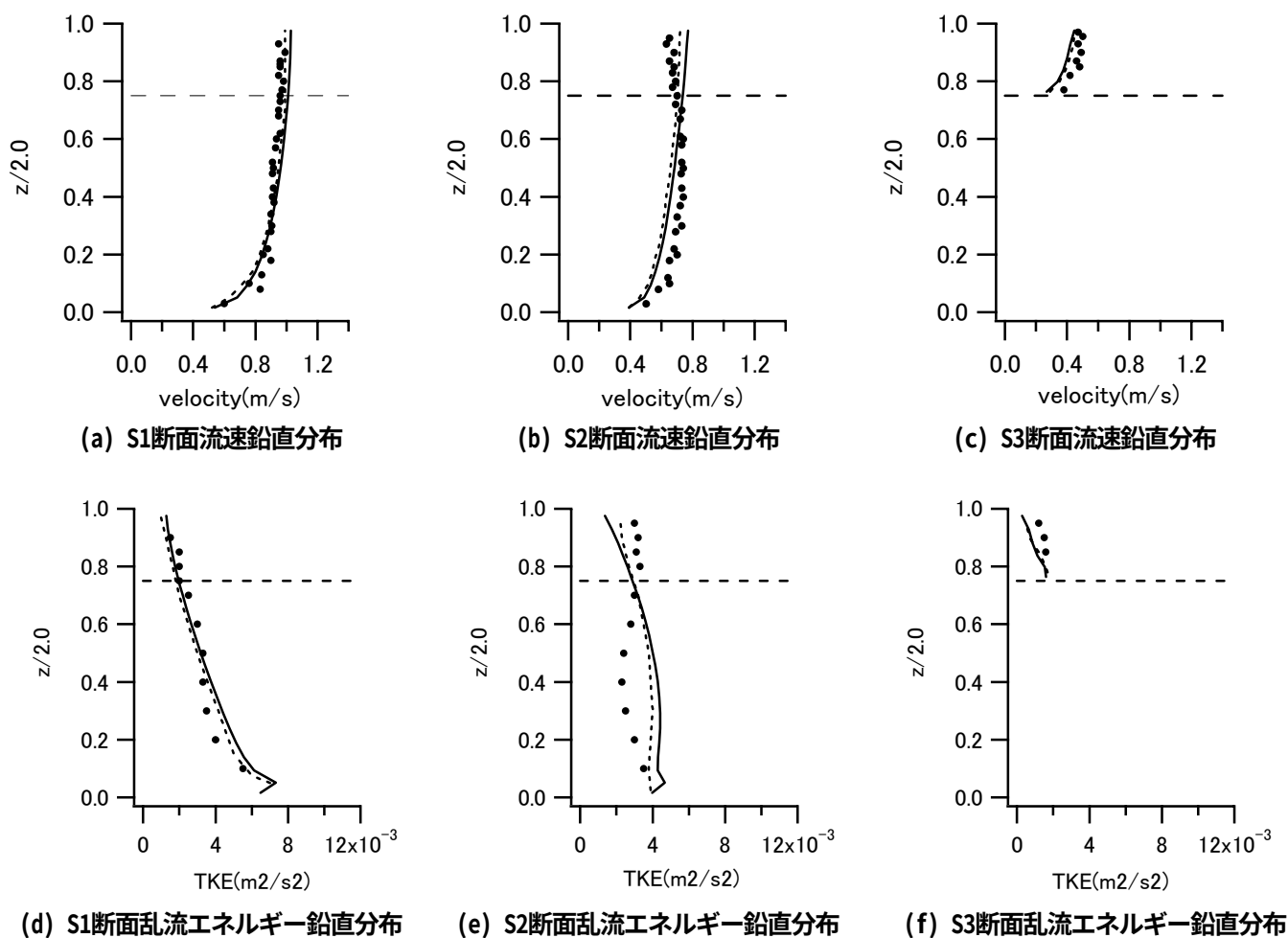


図-2 精度検証に用いた複断面



— 計算結果 ---- Rameshwaranらによる計算結果 * UKFCF実験結果

図-3 精度検証結果

から0.7m, S3は水路中央から1.2mの断面である。

図-3は既往の実験結果、計算結果と今回の計算結果との比較である。流下方向流速、乱流エネルギーの鉛直分布より、低水路中央付近S1と高水敷上S3では、計算結果は実測結果の傾向を良好に再現している。高水敷と低水路の接合部付近S2においては、Rameshwaranらによる計算結果、今回の計算結果ともに、実測値と比較して、乱流エネルギーについては過大に、流速については過小に

なっている。Rameshwaranによれば、その原因は二次流が再現出来ていないからであるとしている。

2つの数値計算結果を比較すると分布傾向は一致しているが、絶対値には多少の差異がある。全く同一の計算条件であることから、用いたソフトウェアが異なっていることと計算メッシュの構成意外に、この差異の原因は考えられない。

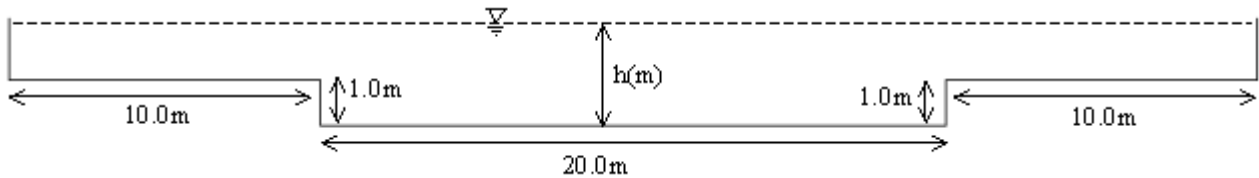


図-4 複断面A (幅広)

4. 複断面河道の粗度係数の変動傾向

(1) 計算条件

ここでは、図-4のような幅広の複断面形状（複断面A）と図-5のような複断面形状（複断面B）を用いる。断面は左右対称であることから、断面中央に左右対称となるため、水路中央で切った片側断面だけを計算することで計算効率の向上を図っている。また、水路勾配は1/200とした。河床と低水路護岸については、同一の粗度高さ $k_1 = 0.01$ を持つものとし、高水敷と堤防部分についても、同一の粗度高さ $k_2 = 0.1$ を持つものとする。

この計算においては、図-4、5の断面形状を用いて、水深 h を0.02, 0.05, 0.2, 0.5, 1.0, 1.2, 1.5, 2.0, 3.0mと9段階に変化させて、2(2)で記述した方法により、流入させる流量を試行錯誤的に求めた。図-6がその結果である。

(2) 粗度高さと粗度係数の関係

図-7は $k_1 = k_2$ とした場合の、粗度高さと粗度係数との関係を示している。ここでは、水深が2mとした場合の計算結果である。比較のために、粗度高さと粗度係数との関係であるマニング・ストリクラーの式⁴⁾を併せて示している。同式は次式のとおりである。

$$n = \frac{k_s^{1/6}}{7.66\sqrt{g}} \quad (10)$$

ここに、 $k_s(m)$ ：相当粗度（代表粒径）である。 k_s と k の関係が明確ではなく、また、本研究の立場は、粗度係数は粗度高さのみの関数ではないといことであるから、両者が一致する必要はない。絶対値の規模が概ね一致していることと、粗度高さに対する粗度係数の変動傾向を概ね再現していることがわかる。複断面Aと複断面Bの値を比較すると、複断面Aの値の方が大きいことが分かる。後述する、合成粗度法の誤差に関する検討では、この粗度係数値を用いている。

(3) 粗度係数の水深による変化

図-8は諸外国の河川で観測された水深と粗度係数との関係を示している。いずれの観測結果についても、水深の小さい範囲では、水深の増加とともに粗度係数は減少する。これは、水深に対する相対的な粗度の高さが小さ

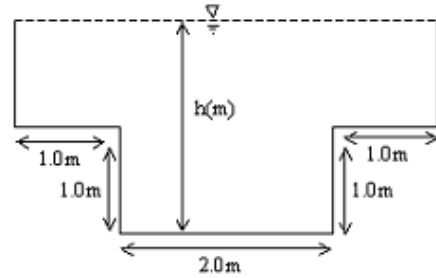


図-5 複断面B

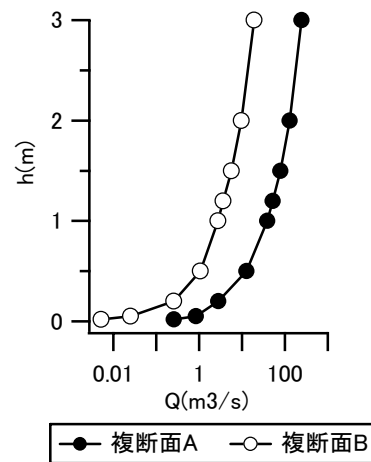


図-6 水深と流量との関係（計算条件）

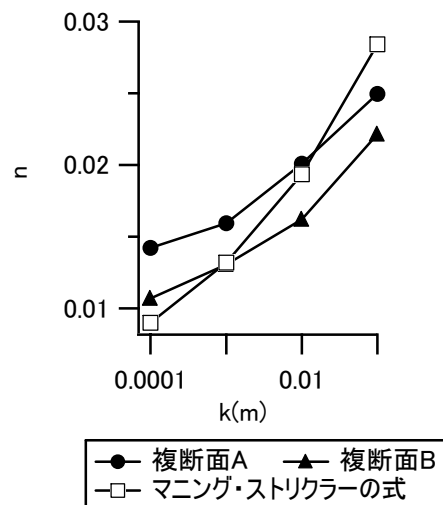


図-7 $h=2.0\text{m}$ における粗度高さと粗度係数との関係

くなることによると推測される。Tennessee 川を除いて、粗度係数には極小値が見られる。これは、河道内のより高い位置に大きな粗度要素が存在することが原因であると考えられる。従って、低水路で低い粗度高さ、高水敷で高い粗度高さとなっている複断面河道においても同様に変動傾向が現れることが予想される。

図-9 は数値計算により算出した、 $k_1=0.01$ 、 $k_2=0.1$ とした場合の水深による粗度係数の変動を示している。

図-8 と同様に、粗度高さは低水路内の $h \leq 0.5m$ の範囲では減少し、水面が高水敷を超えると増加に転じていることがわかる。特に高水敷付近で粗度係数は急増する。これは、潤辺長の増加が流水断面積の増加に比較して急激であるからである。

比較のために、図中には2つの方法で求めた合成粗度値を併せて示している。ここで、低水路粗度係数 n_1 と高水敷粗度係数 n_2 には、水深の変化に関わらず $h=1.0m$ 時の粗度係数を用いる。つまり低水路粗度係数 n_1 には、 $h=1.0m$ の断面において $k_1=0.01$ とした時に算出した粗度係数を、高水敷粗度係数 n_2 には、 $h=1.0m$ の断面において $k_2=0.1$ とした時に算出した粗度係数を用いている。複断面 A では低水路粗度係数 n_1 が 0.0170、高水敷粗度係数 n_2 が 0.0229、複断面 B では低水路粗度係数 n_1 が 0.0162、高水敷粗度係数 n_2 が 0.0217 となった。また、合成粗度係数の算出方法は、以下の式を用いる。

$$N_{C1} = \frac{R_C^3 A}{\sum \frac{1}{n_i^2} R_i^3 A_i} \quad (11)$$

$$N_{C2} = \frac{(\sum P_i n_i^{3/2})^{2/3}}{P^{2/3}} \quad (12)$$

ここに、 N_{C1} ：(11)式の合成粗度式によって算出した粗度係数、 N_{C2} ：(12)式の合成粗度式によって算出した粗度係数、 R_C ：井田の合成径深²⁾、 A_i ：各分割断面の面積、 n_i ：各分割断面の粗度係数、 R_i ：各分割断面の径深、 P_i ：各分割断面の潤辺長である。(11)式を用いる場合には、低水路護岸の位置に鉛直線を引いたように、断面が分割されることになる。一方、(12)式の場合には、2つの粗度係数をその潤辺長で比例配分することになる。(11)式を用いる場合には、単純、幅広断面ともに合成粗度値は過小評価の傾向にある。(12)式を用いる場合、水位が高水敷を超えるあたりで僅かに過大評価になっているが、複断面 A においては水深が $h=1.5m$ を、複断面 B においては水深が $h=2.0m$ を超えるあたりで過小評価に転じている。しかしながら、総じて(12)式は(11)式より良好な予測値となっていることがわかる。

また、横断方向の運動量輸送による干渉効果を考慮した福岡らの手法²⁾ によっても合成粗度を算出した。混

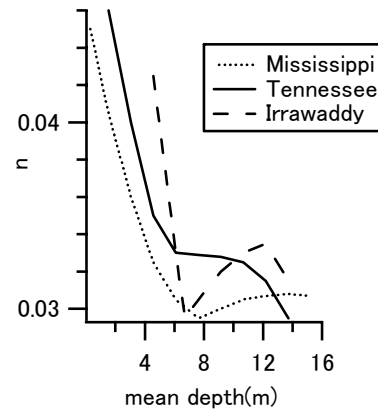


図-8 平均水深による粗度係数の変動⁵⁾

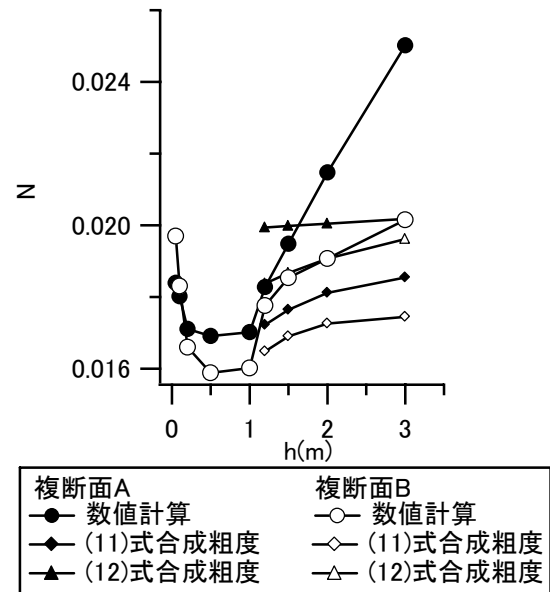


図-9 水深による粗度係数変動の再現

合係数 f を変化させて数値計算結果と比較した。図-10、図-11はそれぞれ複断面Aと複断面Bの結果である。複断面Bでは $f=0.04$ の時、計算結果と合成粗度値は一致した。福岡らは低水路幅の全水路幅に対する比率が0.5の時、0.1~0.2という値を推奨しているが、今回の計算結果ではこれより小さい値となった。複断面Aでは f を一定値にすると計算結果の変動傾向を再現することはできなかった。

(4) 合成粗度法の誤差に関する検討

次式を用いて合成粗度法の誤差を算定する。

$$E = \frac{N_s - N_{C1}}{N_s} \quad (13)$$

ここに、 N_s ：数値計算によって算出した粗度係数である。この E の値がプラスである場合、合成粗度法を用

いて求めた粗度係数値が、過小評価となっていることを示している。ここでの低水路粗度係数 n_1 と高水敷粗度係数 n_2 は図-7の結果を用いている。

図-12に、高水敷粗度係数と低水路粗度係数との比 n_2/n_1 と E との関係を示している。同図より、複断面Aよりも複断面Bの方が E の値が大きいことが分かる。

図-9の $h=2.0m$ では複断面Aの方が複断面Bよりも誤差が大きいことから、矛盾しているように見えるかもしれないが、図-9では低水路粗度係数と高水敷粗度係数を水深に関わらず一定値としてしていることが関係していると考えられる。また複断面A、複断面Bともに、粗度係数の比が大きくなるにつれて E が大きくなっていること、 $n_2/n_1=1$ では $E=0$ となっていることがわかる。

5. まとめ

本論文では、汎用の数値計算ソフトウェアを用いて、複断面開水路のマニングの粗度係数に関する数値計算を行った。水深による粗度係数の変動傾向、合成粗度法を用いた場合の粗度係数の誤差に関して考察を行った。

水深による粗度係数の変動傾向としては、水深の小さい範囲では水深の増加とともに粗度係数は減少し、水深が高水敷の高さ以上になると粗度係数が増加するという、実河川で観察される傾向と同様の傾向が再現された。また複断面A、Bともに合成粗度係数は(11)式よりも(12)式の方が、数値計算の結果により近い値となった。断面形状によっては、運動量交換を考慮した合成粗度法は数値計算結果の傾向を良好に再現した。(11)式の合成粗度式の誤差については、 $h=2.0m$ 時の誤差を調査した結果、 n_2/n_1 が大きくなるほど E は大きくなるということが分かった。また、複断面Bの方が複断面Aよりも E の値が大きいことが確認された。

本研究では、低水路と高水敷との間の運動量交換に重要な役割を果たす組織的流れが粗度係数に及ぼす影響については全く検証を行っていない。このことは今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) 藤田光一, 橋本宏, 浅野富夫, 坂野章: 複断面河道における合成粗度係数と低水路水深との関係, 土木学会年次学術講演会講演概要集第2部, 40巻, pp.313-314, 1985
- 2) 土木学会編: 水理公式集, 第2編, 土木学会, 1999
- 3) Ponnambalam Rameshwaran and Pamela S.Naden: Three-Dimensional Numerical Simulation of Compound Channel Flows, Journal Of Hydraulic Engineering, Vol.129, Issue 8, pp.645-652, 2003
- 4) 国土交通省河川局: 美しい山河を守る災害復旧基本方針, 参考資料 I, pp.6, 2006

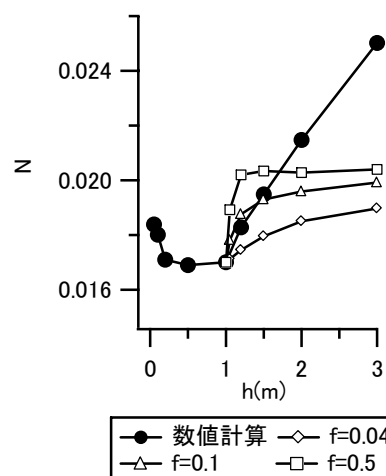


図-10 運動量交換を考慮した合成粗度 (複断面A)

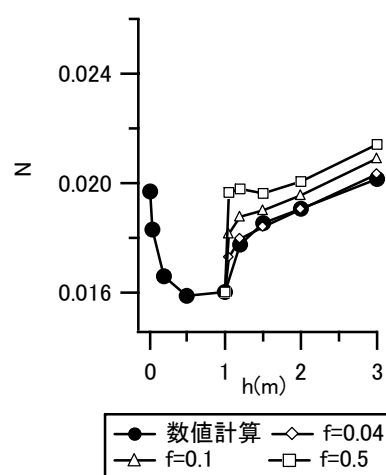


図-11 運動量交換を考慮した合成粗度 (複断面B)

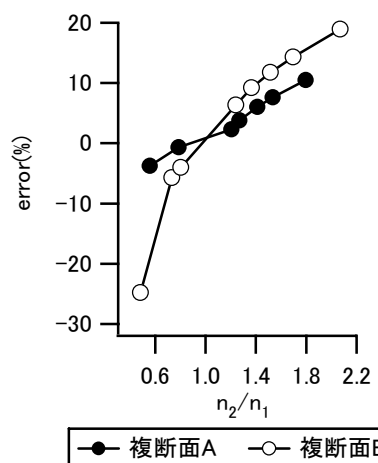


図-12 $h=2.0m$ における合成粗度法の誤差

- 5) 山岡勲: 河床の粗度について, 北海道開発局土木試験所月報第100号, pp.8, 1961

(2007.9.30受付)