

土砂の粒度分布形状及び粒度の予測法が 交互砂州の変動特性に与える影響

EFFECT OF SHAPE OF SEDIMENT SIZE DISTRIBUTION AND MATHEMATICAL
MODELS TO REPRODUCE SEDIMENT SIZE ON SPATIOTEMPORAL CHANGE
CHARACTERISTICS OF ALTERNATE BAR GEOMETRY

竹林 洋史¹・江頭 進治²

Hiroshi TAKEBAYASHI and Shinji EGASHIRA

¹正会員 博士(工学) 徳島大学大学院准教授 ソシオテクノサイエンス研究部(〒770-8502 徳島市南常三島 2-1)

²正会員 工博 株式会社 NEWJEC 大阪本社河川グループ(〒531-0074 大阪市北区本庄東 2-3-20)

Effect of shape of sediment size distribution on alternate bar geometry is discussed by use of linear bed stability analysis and numerical analysis. Normal distribution, Talbot distribution, and bimodal distribution are chosen for sediment size distributions in the analysis. The results show that bar geometry on bed with bimodal type sediment has large difference from the others. Normal distribution with wide sediment size range is also tested and regularity of bar geometry is improved. Furthermore, bed load layer model is applied for reproduction of alternate bars and compared the results to those by exchange layer model. Spatiotemporal change of layers thickness is considered in bed load layer model and makes difference of reproduced bed geometry between two models.

Key words: sediment size distribution, non-uniform sediment, sediment sorting, sand
bar, geometric characteristics

1. はじめに

河床材料の粒度分布幅が広いと水理量の時空間的な変化に起因して砂礫の分級現象が発生する。砂礫の分級現象は、流砂量の時空間的な分布に影響を与えるため、形成される河床形状は一樣砂のものとは異なってくる。砂礫の分級現象の影響を受けた交互砂州の形状特性値と伝播特性値は、水路実験、理論解析及び数値解析によりこれまで多くの研究が行われている。水路実験については、福岡・五十嵐・久米¹⁾、三輪・大同²⁾、高橋・江頭・吉栖³⁾などの研究があり、一樣砂河床よりも混合砂河床の方が川幅/水深の小さい領域まで砂州の発生領域が広がること、平衡波高は混合砂河床の砂州の方が低くなること、河床表層の河床材料の平均粒径はクレストにおいて細粒化、淵から水衝部にかけて粗粒化する傾向等が明らかとなっている。

理論解析では、小山・黒木・板倉⁴⁾、竹林⁵⁾、Lanzoni S.・Tubino M.⁶⁾、長谷川・藤田・目黒・竜澤⁷⁾、竹林・江頭^{8, 9)}などの研究があり、一樣砂とほぼ同様

の線形の河床面不安定解析により、混合砂河床における交互砂州の波長、波高、伝播速度は一樣砂のそれらと比較して、大きく異なる条件が存在することを示した。さらに、河床表層材料の平均粒径の平面分布は、クレストで細粒化、トラフで粗粒化することが示された。

数値解析による検討は、Takebayashi H.・Egashira S.・Jin H. S.¹⁰⁾と竹林・江頭⁸⁾により行われており、混合砂河床における交互砂州の波長、波高、伝播速度は、一樣砂のそれらと比較し、それぞれ、短く、低く、速くなることが示された。さらに、Takebayashi H.・Egashira S.¹¹⁾と竹林・江頭⁹⁾は、混合砂河床において十分発達した交互砂州の形状・伝播特性値の変動特性について、実験、数値解析及び線形の河床面不安定解析により検討を行っており、混合砂河床では複数の複素伝播速度が発生し、これらの初期増幅率のスケールが同程度である場合に、砂州が平衡形状に到達しにくいことが明らかにされた⁹⁾。

これらの既存の研究の多くは、一樣砂河床における砂州の特性に対する混合砂河床の砂州の特性の違いについて検討している。しかし、混合砂の粒度

分布形状は一つではなく、混合砂の中でも粒度分布形状が異なると砂州の形状が異なってくると考えられる。既存の研究を概観すると、粒度分布形状が砂州の形状に与える影響は、粒度分布形状が無数に存在するため、十分な知見が得られていないようである。しかし、いくつかの代表的な粒度分布形状に対して、砂州の形状特性がどのように異なるかを明らかにすることは、混合砂河床で発生する現象を理解する上で重要な情報を提供するものと考えられる。本研究では、5種類の混合砂の粒度分布に対して、砂州の形状特性がどのような影響を受けるかを数値解析及び線形の河床面不安定解析により検討を行った。一方、竹林・江頭⁹⁾にも示されているように、交互砂州のような移動性砂州については、粒度分布を計算する層の厚さが砂州の形状特性に強く影響を与える。これについて、Loc L. X.・Egashira S.・Takebayashi H.¹²⁾と同様に、交換層を掃流砂層として捉えた解析を試み、従来の交換層モデルによる砂州の形状とどのような違いが発生するかについても検討を行った。

2. 解析方法

(1) 数値解析

流れの計算は、水深平均された平面二次元流れの支配方程式を用いる。河床近傍の流速は、水深平均流速の流線の曲率より予測し、係数値はEngelund¹³⁾と同様の7.0を用いている。流砂量は芦田・道上式¹⁴⁾に河床の局所的な勾配が流砂ベクトルに及ぼす影響を考慮した芦田・江頭・劉¹⁵⁾の方法により求める。粒度の計算は、交換層の下に遷移層を導入した芦田・江頭・劉¹⁵⁾による方法とともに、Loc L. X.・Egashira S.・Takebayashi H.¹²⁾による掃流砂層モデルも用いた。Loc L. X.・Egashira S.・Takebayashi H.¹²⁾の式をデカルト座標系で表記するとともに、掃流砂濃度の時間変化を考慮すると以下ようになる。

$$\frac{\partial c_b E_b f_{bi}}{\partial t} + (1-\lambda) F_{bi} \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial q_{bxi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{byi}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_b E_b}{\partial t} + (1-\lambda) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^n q_{bxi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{i=1}^n q_{byi} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{E_{be}}{d_m} = \frac{1}{c_b \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta)} \tau_{*m} \quad (3)$$

ここに、 c_b は掃流砂の濃度、 E_b は掃流砂層厚であり本研究では平衡掃流砂層厚 E_{be} ¹⁶⁾と同一である。 f_{bi} は掃流砂層内の i 粒径階の土砂の存在率、 z_b は河床位、 q_{bxi} と q_{byi} は、それぞれ、流下方向と横断方向の i 粒径階の掃流砂量、 λ は河床面以下の土砂の空

表1 各粒径階の代表粒径と存在率

	粒径階	粒径(mm)	存在率(%)
Case 1	粒径階 1	0.5	32.4
	粒径階 2	0.8	32.4
	粒径階 3	1.9	35.2
Case 2	粒径階 1	0.35	32.4
	粒径階 2	1.032	32.4
	粒径階 3	1.82	35.2
Case 3	粒径階 1	0.425	40.0
	粒径階 2	0.8	5.0
	粒径階 3	1.6	55.0

表2 理論解析および数値解析に用いた水理条件

	河床材料	$\sqrt{d_{84}/d_{16}}$	モデル	初期層厚 (mm)
Case 1	河床材料 1	1.96	交換層	6.0
Case 2	河床材料 2	2.32	交換層	6.0
Case 3	河床材料 3	2.01	交換層	6.0
Case 4	河床材料 4	2.75	交換層	6.0
Case 5	河床材料 5	5.68	交換層	6.0
Case 6	河床材料 1	1.96	交換層	0.4
Case 7	河床材料 1	1.96	掃流砂層	0.4

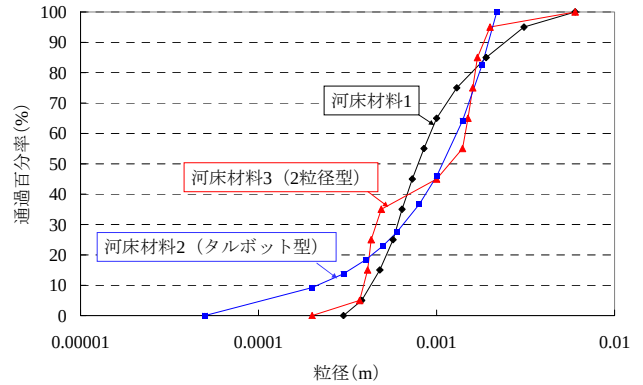


図-1 解析に用いた河床材料の粒度

隙率、 d_m は掃流砂の平均粒径、 θ は河床勾配、 ϕ は砂の内部摩擦角、 n は粒径階の数、 τ_{*m} は平均粒径に対する無次元掃流力である。 F_{bi} は河床上昇の場合と河床低下の場合で異なり、河床上昇の場合は掃流砂層内の i 粒径階の存在率、河床低下の場合は河床面以下の土砂の i 粒径階の存在率である。本モデルと従来の交換層モデル^{15, 17, 18)}との違いは、交換層を掃流砂層として扱っている点である。これにより、これまで物理的な意味が曖昧であった交換層に掃流砂層として物理的な意味を与えることにより、層厚を力学的に決定できるようになっている。

(2) 理論解析

数値解析とほぼ同様な場を対象とした線形の河床面不安定解析を行う。ただし、流れの基礎方程式における乱流拡散項は無視するとともに、河床近傍の流速は、水深平均流れの流向と一致させている。流砂量式はMeyer-Peter and Müller¹⁹⁾の式を用いる。粒度の計算は単層のみの解析とする。掃流砂層モデルによる線形化及び無次元化された式は、粒径階ご

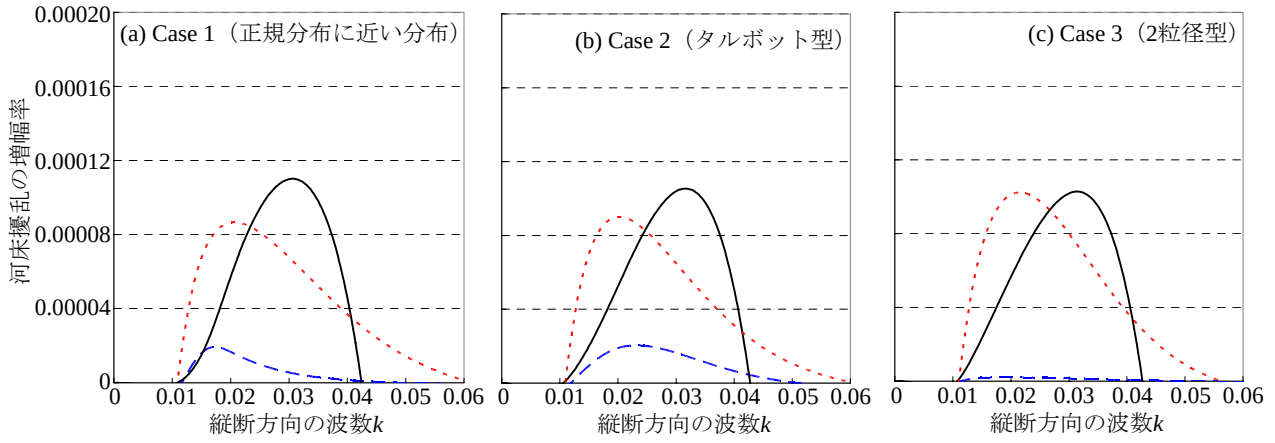


図-2 粒度分布形状が微少擾乱の増幅率に与える影響 (3本の線は、3つの伝播速度に対応する)

との土砂の質量保存則以外は竹林・江頭⁹⁾と同様である．以下に $E_b = E_{be}$ とし、式(1)を線形化及び無次元化した式を示す．

$$2ikA_{si}\alpha_i\hat{u} + lA_{si}\hat{v} + (l^2A_{si}\beta_i - ik\bar{c})\hat{z}_b - (ik\bar{c}I + 2ikqA_{si}\alpha_i)\hat{h} - 2ikqA_{si}\alpha_i\hat{d}_m + (-ik\bar{c}I + ikA_{si})\hat{f}_{bi} = 0 \quad (4)$$

ここに， $\alpha_i = 1.5[\tau_{*i0}/(\tau_{*i0} - \tau_{*ci})]$ ， $\beta_i = \sqrt{\tau_{*ci}/(\mu_k\mu_s\tau_{*i0})}$ ， $\gamma = 1/[c_b \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta)]$ ， $A_{si} = q_{bi0}/[(1-\lambda)u_0h_0]$ ， $q = 2.5/[6.0 + 2.5\ln(h_0/d_{m0})]$ ， u と v は縦断方向と横断方向の水深平均流速， h は水深， k と l は流下方向と横断方向の波数， c は複素伝播速度， F はフルード数， I は河床勾配， τ_{*i} と τ_{*ci} は i 粒径階の無次元掃流力と無次元限界掃流力， μ_k と μ_s は動摩擦係数と静止摩擦係数である． $\hat{\cdot}$ は無次元振幅， $-$ は無次元量，添え字の 0 は等流場の値を示す．掃流砂層モデルと交換層モデルの違いは，式(4)の左辺の $\hat{h}$ と $\hat{f}_{bi}$ の係数として現れている．複素伝播速度は，以上の連立方程式から得られる係数マトリックスのディターミナントが 0 となる条件から得ている．なお，式の特性上，特性曲線の数が粒径階の数と一致するため，これらの複素伝播速度（増幅率曲線）は粒径階の数だけ発生するが，それぞれの複素伝播速度は各粒径階に対応したものではない⁹⁾．これは，全ての変数を含む一連の連立方程式を解いた結果として複素伝播速度が得られており， n 粒径であれば，変数それぞれに対して n 個の波が発生するためである⁹⁾．

(3) 解析条件

数値解析における計算領域は，長さ 60m，幅 0.3m の固定側岸を有した直線矩形水路を想定したものである．初期河床形状は，巨視的には平坦床であるが，粒径の 100 分の 1 程度のスケールのランダムな擾乱を河床全体に与えている．給水は，上流境界か

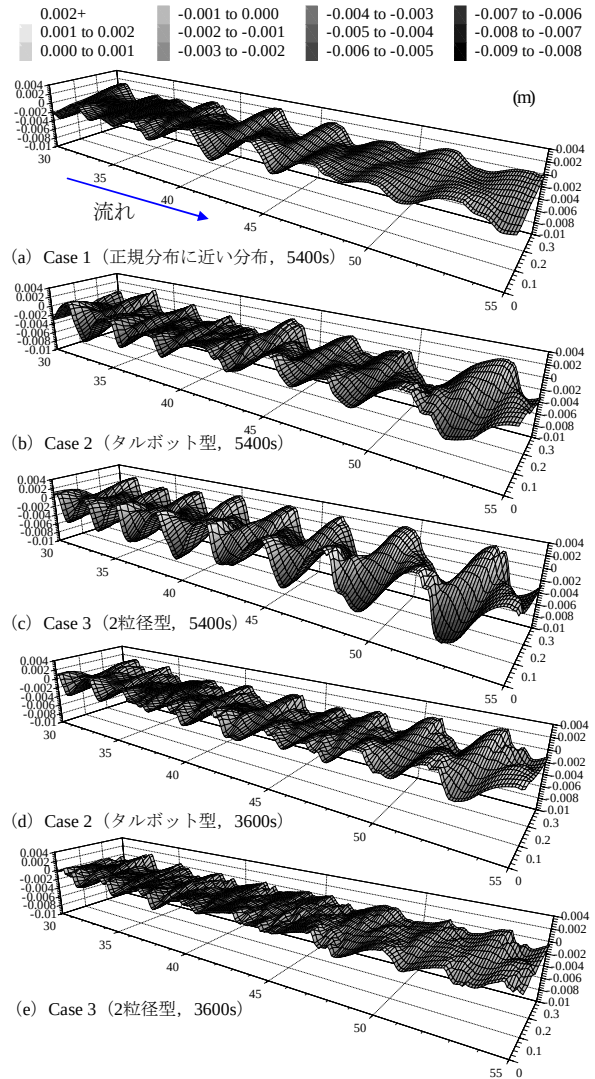


図-3 粒度分布形状が砂州形状に与える影響

ら一定流量を与える．上流境界における流砂量は，境界における水理量をもとに，芦田・江頭・劉¹⁵⁾により算出された量を与える．粒径階の数は 10 とした．幅・水深比は 25，平均粒径に対する無次元掃流力は 0.085 であり，平均粒径に対する無次元限界掃流力は 0.035 とした．河床勾配は 1/90 である．理論解析に用いた水理条件は，数値解析に用いた条件と同一である．ただし，粒径階の数は粒度分布形

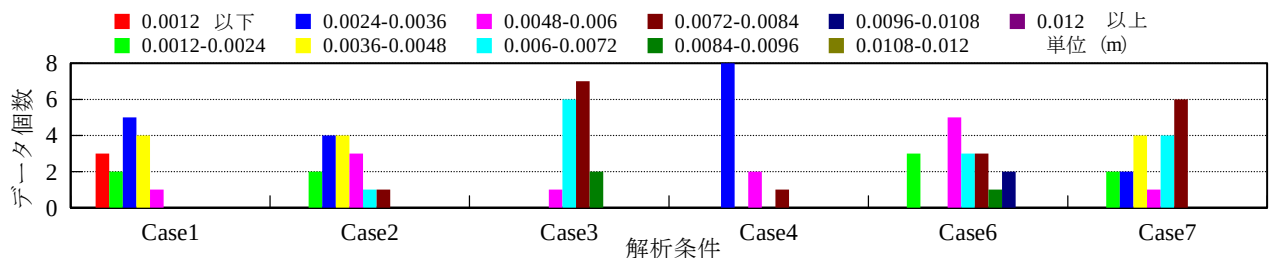


図-4 波高の頻度分布

状の違いを表現できる最小の数である 3 とした。

Case 1～Case 3 の各粒径階の代表粒径と存在率を表 1 に示す。

表 2 に解析条件，図-1 に解析に用いた河床材料を示す。河床材料 1 は竹林・江頭⁹⁾により用いられていた粒度であり，正規分布に近いものである。河床材料 2 はタルボット型，河床材料 3 は 2 粒径型である。河床材料 4 と 5 は河床材料 1 と同様に正規分布に近い形状であり，標準偏差が 2.75, 5.68 と広いものである。これら 5 種類の河床材料の平均粒径は同一である。Case 1～Case 5 の解析では，交換層厚として 6.0mm の一定値を与えている。Case 7 については，式(3)より計算し，層厚は時空間的に変化している。Case 6 については，Case 7 と同値の初期層厚を交換層に与え，時空間的に一定としている。

3. 結果と考察

(1) 粒度分布形状の影響

図-2 は，理論解析により得られた Case 1～Case 3 の微小擾乱の初期増幅率の縦断方向の波数 k に対する分布を示す。正規分布に近い Case 1 とタルボット型の Case 2 を比較すると，その違いは顕著に表れていないことがわかる。一方，Case 3 と他の 2 ケースを比較すると，Case 3 では 3 つの擾乱の内，2 つが卓越し，両者の最大増幅率の値がほぼ等しくなっている。これは，竹林・江頭⁹⁾による考え方に従うと，波数の異なる二つの擾乱が発達する可能性を示しているものであり，2 粒径型の粒度による砂州の形状は時間的に変動し，平衡状態に到達しないことを示している。次に，数値解析によって得られた河床形状について検討を行う。図-3 の(a)～(c)は，5400s における河床形状を示す。また，図-4 に 5400s における波高の値の頻度分布を示す。なお，図-5 に示すように，5400s において河床形状は十分発達している。Case 1 と Case 2 を比較すると，Case 2 の方が波高が若干高いとともに局所的な河床形状の違いはあるが，大局的には大きな違いは見られない。一方，Case 3 と他の 2 ケースを比較すると，Case 3 の方が波高が明らかに高くなっており，砂州の形状の空間的な変化も非常に少なくなっている。これは，理論解析で得られた結果と反対の関係となってい

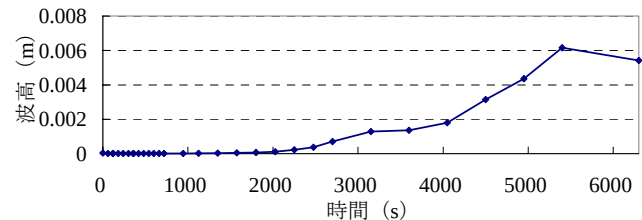


図-5 平均波高の時間変化 (Case 3)

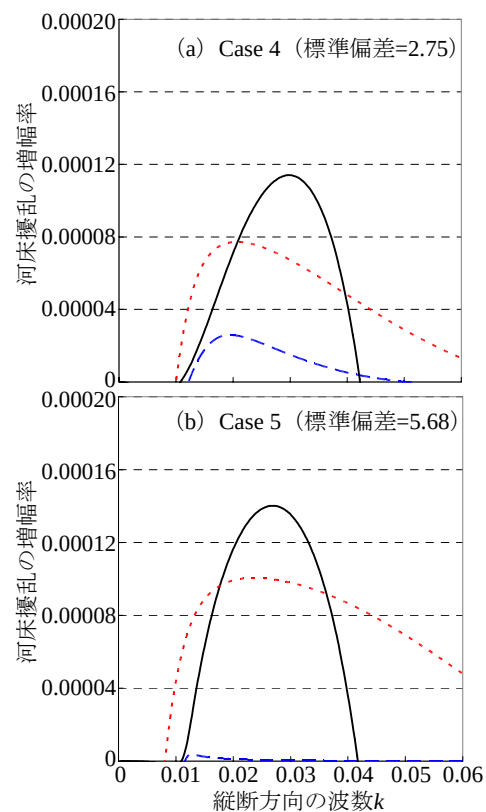


図-6 粒度分布幅が微小擾乱の増幅率に与える影響

る。このような違いが発生した原因を明らかにするため，図-3 の(d)と(e)として，3600s における Case 2 と Case 3 の河床形状を示す。3600s における河床形状を見ると，Case 3 の交互砂州の波高は Case 2 のそれより低くなっており，砂州形状の空間的な変化が大きくなっていることがわかる。これは，粒径階が 2 つの場合は，一つの粒径階の存在率の増加はもう一方の粒径階の存在率を強制的に減少させるため，特定の波数の卓越化を促進するためと考えられる。つまり，理論解析が線形解析であり，図-2 で示されたものが初期増幅率であることを考えると，3600s においては線形場としての特性が残されてい

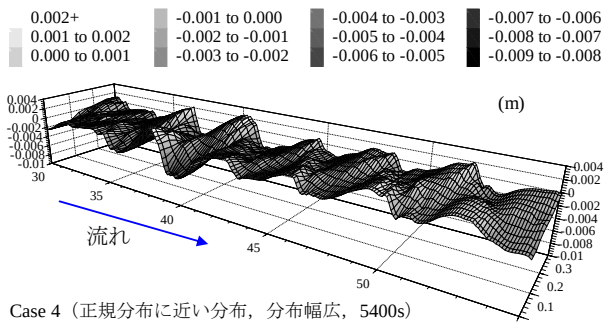


図-7 粒度分布幅が砂州形状に与える影響

るが、5400s においては、2 粒径型の場合、発達した擾乱同士の影響が卓越し、線形解析で得られた結果が適用できないものと判断される。

これらの結果は、辻本・本橋²⁰⁾に代表されるように、混合砂を 2 粒径として扱い、線形解析によって現象を検討することがあるが、これは縦断分級のように河床の凹凸がほとんど無く、線形場として扱えるときには有効であるが、交互砂州のように波高が高く、擾乱間の非線形性が強くなると、2 粒径型の河床材料を有する場合は適用が難しいことを示している。さらに、連続的な粒度を有した砂州に対しても粒径階を 2 粒径として解析を行うと、得られる結果は大きく異なることを示している。一方、正規分布やタルボット型のように粒径が連続的に変化し、粒径階を 3 粒径階以上で扱うと、既存の解析結果^{4)~9)}を見る限り、線形解析でも発達した砂州の特徴をある程度表現できているようである。

(2) 粒度分布幅の影響

図-6 に、理論解析により得られた Case 4 と Case 5 の微小擾乱の初期増幅率の波数 k に対する分布を示す。これらより、粒度の分布幅が広がるにつれ、砂州の不安定領域が広がるとともに、一つの擾乱が卓越する傾向があることがわかる。さらに、3 つの増幅率曲線のうち、増幅率の大きい 2 つの増幅率曲線を見ると、最大増幅率となる波数が、粒度分布幅が広がるにつれて近づいてきており、時空間的な変化の少ない砂州が形成されることが予想される。図-7 に、数値解析により得られた Case 4 の交互砂州を示す。図-4 と図-7 より、Case 1 と比較すると、砂州の粒度分布の幅が広がると、砂州形状の空間的な変化が小さくなるとともにクレストが鋭角な砂州が形成されていることがわかる。なお、Case 5 については、理論解析における最小粒径が 0.1mm であるのに対し、数値解析では 10 粒径階のため最小粒径が 0.02mm となり、流砂における細粒土砂が非常に多くなり、安定した計算結果は得られなかった。

(3) 掃流砂層モデルによる交互砂州

図-8 は、理論解析により得られた Case 6 (交換層モデル) と Case 7 (掃流砂層モデル) の微小擾乱の

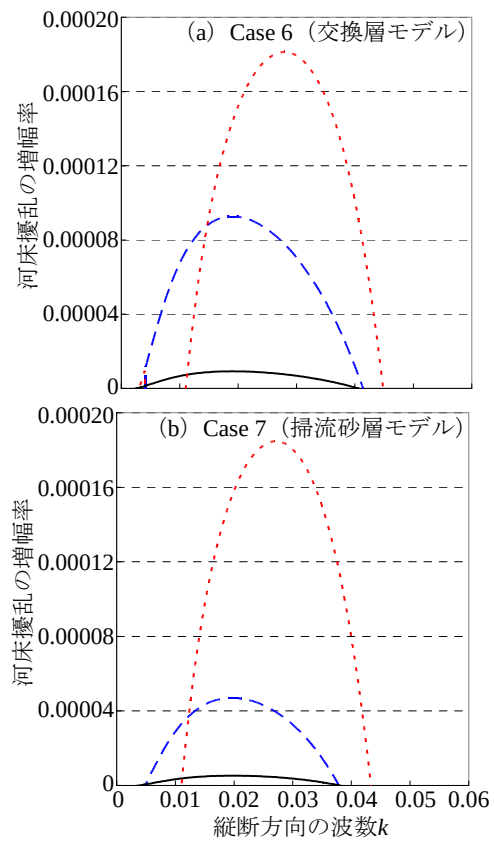


図-8 交換層モデルと掃流砂層モデルの微小擾乱の増幅率の違い

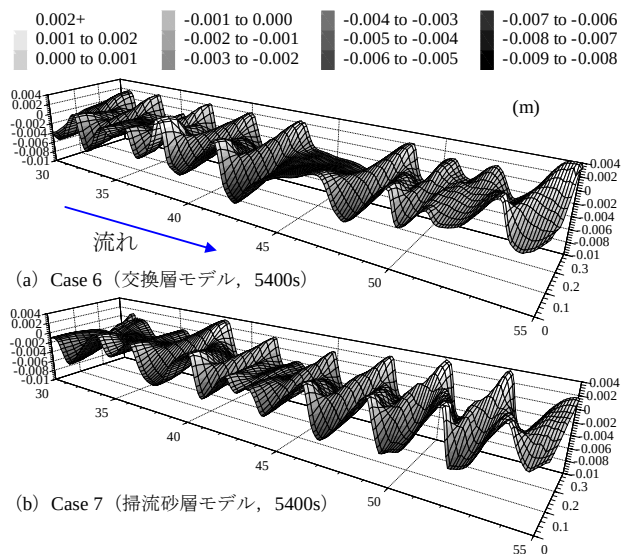


図-9 交換層モデルと掃流砂層モデルの砂州形状の違い

初期増幅率の波数 k に対する分布を示す。両者を比べると、Case 7 では一つの増幅率曲線が卓越しており、Case 6 と比べて、時空間的な変化の少ない砂州が形成されることが予想される。図-9 に、数値解析により得られた Case 6 と Case 7 の河床形状を示す。図-4 及び図-9 の結果は、理論解析の結果と同様に、Case 7 の方が周期性の高い砂州が形成されていることがわかる。これらの解析結果の違いは、掃流砂層モデルにおいて、層厚の時空間的な変化が考慮されていることと土砂濃度の評価方法が異なるこ

とに依存している。なお、交換層モデルでは、層厚が一義的に決定されないため、Case 1 と Case 6 のどちらの層厚が適切であるかは実現象との比較により判断され、解析結果の解釈に問題が残るが、Case 7 では層厚は一義的に決定されるため、実現象と解析結果の違いについて、力学的な説明が容易となる。

4. 結論

いくつかの代表的な混合砂の粒度分布に対して、砂州の形状特性がどのような影響を受けるかを数値解析及び線形の河床面不安定解析により検討を行った。さらに、交換層を掃流砂層として捉えた解析を試み、従来の交換層モデルによる砂州の形状とどのような違いが発生するかについても検討を行った。得られた結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 正規分布型の粒度分布による交互砂州形状とタルボット型の粒度分布によるそれとの違いは、タルボット型の方が波高が若干高いとともに局所的な河床形状の違いがあるが、大局的には大きな違いは見られなかった。
- (2) 2 粒径型の粒度分布による交互砂州の形状は、線形の河床面不安定解析と数値解析で反対の結果が得られた。これは、2 粒径型の場合は、発達した擾乱同士の非線形的な影響が卓越し、もはや線形解析で得られた結果を発達した砂州には適用できないためと考えられる。これらの結果は、線形解析によって発達した砂州の特性を明らかにする場合、2 粒径型の河床材料を有する砂州には適用が難しいこと、さらに、連続的な粒度分布形状を有した砂州に対しても粒径階を 2 粒径として解析を行うと、得られる結果は大きく異なることを示している。
- (3) 一方、正規分布やタルボット型のように粒径が連続的に変化し、粒径階を 3 粒径階以上で扱うと、既存の解析結果^{4)~9)}を見る限り、発達した砂州の特徴を表現できているようである。
- (4) 粒度の分布幅が広くなるにつれ、砂州の不安定領域が広がるとともに、時空間的な変化の小さい砂州が形成される。
- (5) 掃流砂層モデルでは層厚の時空間的な変化が考慮されていること、掃流砂層モデルと交換層モデルでは土砂濃度の評価方法が異なること、さらには交換層モデルでは層厚の決定方法が不明確なこと等により、交互砂州の形状特性は、交換層モデルと掃流砂層モデルで異なってくる。

謝辞：本研究は、平成 19 年度科学研究費補助金基盤研究 (A) (研究代表者：清水康行) の助成を受けて行われた。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 福岡捷二, 五十嵐崇博, 久米正浩：非定常流れにおける河床形状の変化過程に関する研究, 第 29 回水理講演会論文集, pp.479-484, 1985.
- 2) 三輪浩, 大同淳之：混合砂河床における交互砂州の形状特性と河床砂の分級性状, 関西支部年次学術講演概要, II-59, 1995.
- 3) 高橋史峰, 江頭進治, 吉栖雅人：砂州の形状特性値に及ぼす混合砂の影響, 関西支部年次学術講演概要, II-68, 1995.
- 4) 小山慎一郎, 黒木幹男, 板倉忠興：粒度組成を考慮した砂州の発生条件に関する理論的研究, 第 53 回年次学術講演会講演概要集, 第 2 部, pp.450-451, 1998.
- 5) 竹林洋史：直線河道の砂州に関する土砂水理学的研究, 立命館大学学位論文, pp. 45-78, 1999.
- 6) Lanzoni S. and Tubino M. : Grain sorting and bar instability, J. Fluid Mech, vol. 393, pp. 149-174, 1999.
- 7) 長谷川和義・藤田豊彦・目黒司樹・竜澤宏昌：河床不安定及び分級不安定をとまなう急勾配混合砂礫河床の形態, 水工学論文集, 第 44 巻, pp. 659-664, 2000.
- 8) 竹林洋史, 江頭進治：混合砂河床における砂州の動態, 水工学論文集, 第 45 巻, pp. 727-732, 2001.
- 9) 竹林洋史, 江頭進治：混合砂河床における交互砂州の変動特性, 水工学論文集, 第 51 巻, pp. 1033-1038, 2007.
- 10) Takebayashi H., Egashira S. and Jin H. S. : Numerical simulation of alternate bar formation, Proc. of 7th ISRS, pp.733-738, 1998.
- 11) Takebayashi H. and Egashira S. : Instability of developed alternate bar on non-uniform sediment bed, XXIX IAHR Congress Proceedings, Theme D, Vol. II, pp.362-368, 2001.
- 12) Loc X. L., Egashira S. and Takebayashi H. : Investigation of Tan Chau Reach in Lower Mekong Using Field Data and Numerical Simulation, 水工学論文集, 第 48 巻, No.2, pp. 1057-1062, 2004.
- 13) Engelund, F. : Flow and Bed Topography in Channel Bends, Jour. of Hy. Div. ASCE, Vol. 100, No. HY11, 1974.
- 14) 芦田和男, 道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 206 号, pp. 59-69, 1972.
- 5) 芦田和男, 江頭進治, 劉炳義：蛇行流路における流砂の分級および河床変動に関する数値解析, 水工学論文集, 第 35 巻, pp.383-390, 1991.
- 16) Egashira, S. and Ashida K. : Unified view of the mechanics of debris flow and bed-load, Advances in Micromechanics of Granular Materials, (Edited by H.H.Shen et al.) Elsevier, (1992) 391-400.
- 17) 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について, 土木学会論文報告集, 第 195 号, pp. 55-65, 1971.
- 18) Parker G. : Selective Sorting and Abrasion of River Gravel: Theory, Journal of Hydraulic Eng., ASCE, 117, No. 2, pp. 131-149, 1991.
- 19) Meyer-Peter, E. and Müller, R. : Formulas for bed-load transport, Proc. 2nd IAHR Meeting, pp. 39-64, 1948.
- 20) 辻本哲郎, 本橋健：混合砂礫床における縦断方向の交互分級の形成とその卓越波長, 水理講演会論文集, 第 33 巻, pp 409-414, 1989.

(2007. 9. 30 受付)