

地域総合化による確率雨量の 空間分布の推定

ESTIMATION OF SPATIAL DISTRIBUTION OF PROBABLE RAINFALL
BY REGIONALIZATION

真野明¹・中山亮二²

Akira MANO and Ryoji NAKAYAMA

¹正会員 工博 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 宮城県仙台市荒巻字青葉6-6-11-1110)

²学生会員 工修 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 宮城県仙台市荒巻字青葉6-6-11-1110)

Extreme environmental events such as rainstorms give severe consequences to human society. Magnitude evaluation of an extreme event for a given return period is an important step in planning of flood prevention facilities. The estimation of the spatial distribution of magnitude is difficult because extreme events are rare and the data record is often short. Regionalization resolves this problem by “trading space for time”; data from several sites are used in estimating event frequencies at any one site. Applying regional frequency analysis, regression analysis and kriging method to Miyagi prefecture, we have obtained the estimates and the accuracy for probable rainfall and discussed incorporation of orographic effects.

Key Words : Regionalization, probable rainfall, regional frequency analysis, regression analysis, kriging, spatial distribution

1. 序論

地域総合化とは、気象的・水文学的な観点から一様な性質を持つとみなし得る地域について、その地域内の豪雨・洪水などのデータの確率的特性を総合化し、同じ地域内での観測データのないまたは比較的少ない地点についてその確率特性が利用できるようにする手法である。こうした手法は、データ不足の問題を解消する可能性がある手段として、水文頻度解析の一つの大きな研究分野となっている¹⁾。

外山ら²⁾は、地域頻度解析を用いて、全国アメダス地点における再現期間2年～1000年の日降水量と1時間降水量の極値の推定を行った。地域頻度解析では、地域内の多地点のデータを用いて確率雨量を算定するため、データ変動の影響を受けにくく統計的に安定していることが分かっている。また、宝ら³⁾はクリギング法を用いて、地域内のいくつかの観測地点データから、観測データのない地点の確率雨量を求める方法を提案している。クリギング法は、観測地点間の相互相関を考慮したもので、空間分布を客観的に描ける手法である。

本研究では、地域頻度解析及びクリギング法を用いて、宮城県の豪雨極値に基づく確率雨量の地域総合化を行い、その空間的な分布の推定を行う。その際に対象領域を定常確率場とみなす通常型クリギング法及び、非定常確率場とみなす普遍型クリギング法によって空間分布の推定を行った。非定常確率場におけるトレンドの推定には地理・地形データを説明変数とする重回帰分析を行い、確率雨量と地理・地形効果の関係を考慮した。

2. 対象領域とデータセット

対象領域は宮城県全域とし、観測地点は図-1のように分布している。用いた降水量データは観測網をより高密度にするため、気象庁のアメダス観測所及び国土交通省の雨量観測所における年最大1日降水量データを併用した。アメダス観測所のデータ(2005年まで)は20地点、雨量観測所のデータ(2004年まで)は15地点の合計35地点におけるデータを使用した。欠測データの処理については表-1の地域気象観測統計要領(気象庁観測部統計室, 1996)に従った。

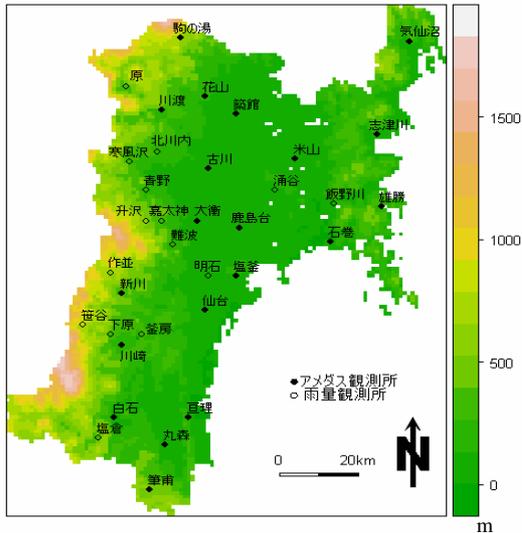


図-1 宮城県内における観測地点の分布

表-1 欠測データの処理方法

	日降水量極値	1時間降水量極値
日別値	時別値の欠測が4回を超えたら日別値は欠測	時別値に1回でも欠測があれば日別値は欠測
月別値	日別値の欠測が1月の20%を超えたら月別値は欠測	日別値の欠測が1月の20%を超えたら月別値は欠測
年別値	月別値に1回でも欠測があれば年別値は欠測	月別値に1回でも欠測があれば年別値は欠測

また、重回帰分析によってトレンド推定を行う際の説明変数には、地理・地形データとして国土数値情報G04-56M, G07-54M, G02-62Mの1kmメッシュデータを使用した。ただし海岸距離のデータは海岸線から、緯度・経度のデータは3次メッシュコードから自ら作成した。

3. 地域頻度解析

地域頻度解析とは、頻度分布の分布関数を推定する際に1地点のデータだけではなく、複数の地点のデータを使用し、地域内共通の頻度分布形を求める手法である。この方法では、降水量極値など問題とする物理量の頻度分布形が似ている複数の地点ごとに1地域にまとめ、地域内共通の頻度分布形を求める際、地域内の全地点のデータを使うことによって、データ数を増やすことができる。そのため、観測年数が比較的短い地点においても確率雨量を精度よく推定することができ、統計的に安定している。地域内共通の頻度分布形は、各地点における物理量の累年平均値で規格化されたものであり、地点固有要素も考慮されている。

いま N 地点のデータがあり、 i 番目の地点のデータ数

(記録の長さ)を n_i とする。 $Q_i(F)$ を、 i 番目の地点におけるクオンタイル(水水量)関数とする。 $Q_i(F)$ が以下のようにかけるとき、 N 個の地点は、統計的に均質な地域を構成しているといえる。

$$Q_i(F) = \mu_i q(F) \quad (1)$$

μ_i は、各地点固有の指標降雨(ここでは年最大1日降雨量の平均値)である。 $q(F)$ は地域内共通のクオンタイル関数で、指標降雨で規格化された頻度分布のクオンタイル関数である。

いま、 $q(F)$ が p 個のパラメータを使って求められるとする。 i 地点におけるパラメータ推定値を $\hat{\theta}_m^{(i)}$ ($m=1, \dots, p$) とし、各地点のパラメータ推定値の地域平均(記録の長さの加重平均)を以下の式で表す。

$$\hat{\theta}_m^R = \sum_{i=1}^N n_i \hat{\theta}_m^{(i)} / \sum_{i=1}^N n_i \quad (m=1, \dots, p) \quad (2)$$

地域内共通である $q(F)$ の推定値 $\hat{q}(F)$ は、パラメータ推定値の地域平均を用いて求められる。

今回は確率分布モデルとして一般化極値分布(GEV)を採用した。GEVの確率密度関数 $f(x)$ 、分布関数 $F(x)$ 、クオンタイル関数 $Q(F)$ はそれぞれ式(3)、(5)、(6)で表される。

$$f(x) = \alpha^{-1} \exp(-(1-k)y - e^{-y}) \quad (3)$$

$$y = -k^{-1} \log\{1 - k(x - \xi) / \alpha\} \quad (4)$$

$$F(x) = \exp(-e^{-y}) \quad (5)$$

$$Q(F) = \xi + \alpha \{1 - (-\log F)^k\} / k \quad (6)$$

ξ : 位置パラメータ, α : スケールパラメータ, k : ひずみパラメータ

パラメータの推定には、従来の積率法や最尤法に比べて変動やバイアスが小さな統計量であるL積率法を用いて決定した。L積率法については、水文・水資源ハンドブック⁴⁾に詳しく述べられている。また非超過確率 $F[x_{(j)}]$ は、式(7)のプロットング・ポジション公式を用いて推定した。

$$F[x_{(j)}] = \frac{j - 0.35}{N} \quad (7)$$

$x_{(j)}$ は N 個の標本値を大きさの順序にならびかえたときの小さいほうより j 番目の値である。

4. クリギング法

クリギング法とは地域内の観測されている地点の状態のデータをもとに、観測されていない任意の地点の状態を推定する補間方法である。クリギング法は地点データの空間的相互相関を考慮しながら、客観的に空間分布を描けるという大きな利点を持っている。

(1) 定常確率場でのクリギング(通常型クリギング法)

地点 P (P :位置ベクトル)における状態変数を $Z(P)$ とおくと、 $Z(P)$ は確率場における確率変量とみなせる。確率場の二次定常の仮定を弱め、 $Z(P)$ の増分が定常であると考え、このとき任意の二地点 P_i, P_j において

$$E[Z(P_i) - Z(P_j)] = 0 \quad (8)$$

$$\text{Var}[Z(P_i) - Z(P_j)] = 2\gamma(d_{ij}) \quad (9)$$

となる。ただし、 $d_{ij} = |P_i - P_j|$ である。関数 γ はバリオグラムと呼ばれ $Z(P)$ の統計的な空間分布構造を表す。真のバリオグラムは実測データを用いて次式の経験的バリオグラム γ^* で推定される。

$$\gamma^*(d_{ij}) = \frac{1}{2N(d_{ij})} \sum [Z(P_i) - Z(P_j)]^2 \quad (10)$$

ここに、 $N(d_{ij})$ は距離 d_{ij} 離れた観測地点 i, j の組の数であり、 \sum はその組に含まれる i, j の組合せの総和を表す。この経験的バリオグラム γ^* を理論上のバリオグラム γ のモデルで近似する。クリギング法は観測値を確率場における実現値と考え、状態変数 $Z(P)$ の推定値 $\hat{Z}(P)$ を次式を満たす最良線形不偏推定値として求めるものである。

$$\text{Var}[\hat{Z}(P) - Z(P)] \rightarrow \min \quad (11)$$

$$\hat{Z}(P) = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad (12)$$

$$E[\hat{Z}(P) - Z(P)] = 0 \quad (13)$$

ここに、 W_i : $\hat{Z}(P)$ を推定するための Z_i の荷重係数で、

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (14)$$

上記の諸式により次のクリギング方程式が導かれる。

$$\sum_{j=1}^n W_j \gamma(d_{ij}) + \mu = \gamma(d_i), \quad d_i = |P - P_i| \quad (15)$$

ここに、 μ はラグランジェの未定定数である。式(14),(15)を連立させた $(n+1)$ 個の方程式を解くことにより任意の推定地点 P における W_i と μ が得られ、式(12)からその地点の推定値 $\hat{Z}(P)$ が求められる。したがって確率変数

$Z(P)$ として地点 P での確率雨量をとれば上記の方法により確率雨量の空間分布 $\hat{Z}(P)$ が推定できることになる。

(2) 非定常確率場でのクリギング(普遍型クリギング法)

定常確率場と同様に、二次元空間での確率雨量の分布を考える。地点 P (P :位置ベクトル)における確率雨量を状態変数 $Z(P)$ とおく。定常確率場の場合とは異なり、 $Z(P)$ の平均値は空間的に変動し、確率雨量の分布はトレンドを持つ非定常確率場とみなす。ここでは、 $Z(P)$ は式(16)のように、トレンド $m(P)$ と残差 $R(P)$ から成り立っており、 $m(P)$ は小領域では式(17)のような多項式で表現できるものと仮定する。

$$Z(P) = m(P) + R(P) \quad (16)$$

$$E[Z(P)] = m(P) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(P) \quad (17)$$

ここに、 $f^l(P)$:多項式、 a_l : $f^l(P)$ の係数、 k :トレンド項数である。

普遍型クリギング法では、定常確率場のクリギング法と同様、観測値を確率場における実現値と考え、状態変数 $Z(P)$ の推定値 $\hat{Z}(P)$ を式(11)、(12)、(13)を満たす最良線形不偏推定値として求めるものであり、クリギング方程式は、トレンド関数を含んで次式のように導かれる。

$$\sum_{j=1}^n W_j \gamma(d_{ij}) + \sum_{l=1}^k \mu_l f^l(P_i) = \gamma(d_i), i=1, \dots, n \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i f^l(P_i) = f^l(P), \quad l=1, \dots, k \quad (19)$$

ここに、 $d_{ij} = |P_i - P_j|$ 、 $d_i = |P - P_i|$ で、 μ_l はラグランジェの未定定数である。

上式を連立して解くことにより、任意の推定地点 P での重み係数 W_i と μ_l が得られ、 $Z(P)$ の最適推定値、すなわち $\hat{Z}(P)$ が求められる。したがって確率変数 $Z(P)$ として地点 P での確率雨量をとれば上記の方法により確率雨量の空間分布 $\hat{Z}(P)$ が推定できることになる。

(3) バリオグラムモデル

クリギング法を適用するためには、状態変数の統計的空間分布構造としてバリオグラムを定めなければならない。このとき実測データを用いて式(10)で推定される経験的バリオグラムを理論バリオグラムで近似することによってバリオグラムを定める。理論バリオグラムのモデルには表 2に示す4つのモデルの中から最良なものを採用し、その評価には、 $RMSE$ (Root Mean Square Error) を用いる。 $RMSE$ の計算にはクロスバリデーションを行い、その手法は次に示す通りである。

表 2 理論バリオグラムモデル

Model	Formula	Sill	Range
Sph	$w[3/2(d/a) - 1/2(d/a)^3]$ $d < a$	w	$\sqrt{3}a$
	w $d > a$		
Exp	$w[1 - \exp(-d/a)]$	w	$3a$
Gau	$w\{1 - \exp[-(d/a)^2]\}$	w	a
Lin	wd		

d : distance

まず n 個の観測地点からある一つの地点 (i 番目の地点, $i = 1, \dots, n$) を取り除く. 次に取り除いた地点以外の $(n - 1)$ 個のすべての地点のデータを用いて取り除いた地点の雨量を推定する. こうして得た第 i 地点の雨量推定値を $\hat{Z}(P_i)$ とする. 同じ観測地点における, 観測値と予測値の2乗平均平方根誤差である $RMSE$ を以下の式で求める.

$$RMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\{Z(P_i) - \hat{Z}(P_i)\}^2} \quad (20)$$

(4) トレンドの推定

トレンドの推定には確率雨量を目的変数とし, 対象地点の特性量を説明変数として最小二乗法を用いた重回帰分析によって, 地形的特性と雨量特性を関係付ける. 目的変数を対象地点 (地域内の任意の地点) の確率雨量 R_y , 説明変数を対象地点の特性量 Q_1, \dots, Q_M とすると重回帰式は式(21)で与えられる.

$$R_y = A + B_1 Q_1 + \dots + B_M Q_M \quad (21)$$

A, B_1, \dots, B_M はパラメータ (定数) である.

説明変数には, 気象庁が作成している気候値メッシュ

データ (降水量) を参考⁵⁾に緯度, 経度, 最大標高, 最小標高, 最大傾斜角, 谷密度, 海岸からの距離の7つを準備した. 選択の基準には自由度調整済み決定係数 \bar{R}^2 を採用し, 多重共線性の検出には VIF (分散拡大要因) を用いた. 説明変数 $x_i (i = 1, \dots, p)$ の数を p 個とするとき, VIF は以下の式で表される.

$$VIF = 1/(1 - R_i^2) \quad (22)$$

ここで, R_i^2 は x_i と残りの $(p - 1)$ 個の変数との重相関係数である.

説明変数の決定方法はまず, 総当り法によってすべて説明変数の組み合わせについて重回帰式を求め, \bar{R}^2 が最大となる説明変数の組み合わせを求める. 次にそれらの説明変数について VIF を求め, $VIF < 10$ となればその説明変数が採用され, $VIF \geq 10$ となれば, 次に \bar{R}^2 が大きい説明変数を選択し同様に $VIF < 10$ となるか調べる. この作業を繰り返すことによって, 説明変数を決定する.

5. 解析結果と考察

(1) 地域頻度解析

地域頻度解析によって, 宮城県内35地点の観測所における年最大100年確率日雨量の計算を行った. 一般化極値分布のパラメータはそれぞれ $\xi = 0.8164$, $\alpha = 0.2689$, $k = -0.0970$ と求まり, これらの値を式(6)に代入すると地域内共通のクオンタイル関数が求められる.

実際に計算された各観測地点の年最大100年確率日雨量は表 3の通りで, その分布を示したものが図 2ある. 計算結果を見ると, 標高の高い筆甫, 升沢, 笹谷などは300mmを超える非常に大きな値となっている. 逆に比較的平坦な大崎・栗原地方における築館, 古川, 米山では200mm未満となっている.

表 3 各観測地点における年最大100年確率日雨量

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
地点名	筆甫	塩倉	丸森	白石	亘理	下原	笹谷	川崎	釜房	新川	仙台	作並
観測年数	26	45	28	29	29	25	42	25	53	28	46	29
100年確率雨量(mm)	370	233	257	242	256	240	350	242	245	247	225	243
番号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
地点名	明石	升沢	難波	嘉太神	大衡	青野	寒風沢	北川内	古川	塩釜	鹿島台	石巻
観測年数	28	29	31	27	30	31	30	32	30	29	29	106
100年確率雨量(mm)	231	335	246	267	223	278	243	204	198	218	204	193
番号	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
地点名	涌谷	飯野川	雄勝	米山	川渡	原	花山	駒ノ湯	築館	志津川	気仙沼	
観測年数	28	32	27	27	28	19	22	29	31	29	30	
100年確率雨量(mm)	206	208	331	192	222	256	222	295	188	228	259	

表 4 重回帰分析の結果

	偏回帰係数	t 値	標準化偏回帰係数	VIF
経度	87.78	3.20	0.539	1.795
緯度	-74.11	-3.50	-0.466	2.222
最小標高	0.29	6.29	0.954	1.382
定数項	-531.25	-0.54	—	—

表 5 各モデルにおけるRMSE

	Sph	Exp	Gau	Lin
通常型	30.05	27.74	30.07	26.51
普遍型	20.23	20.52	20.41	22.15

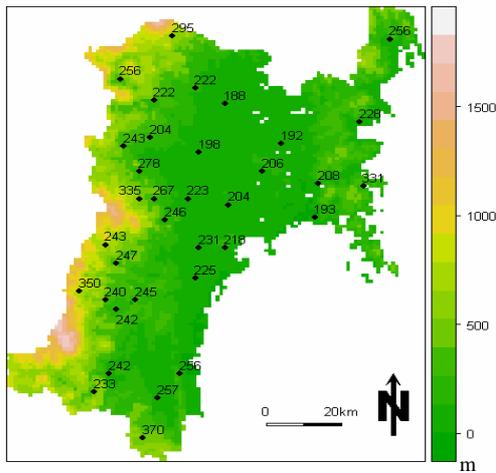


図 2 標高及び年最大100年確率日雨量の分布

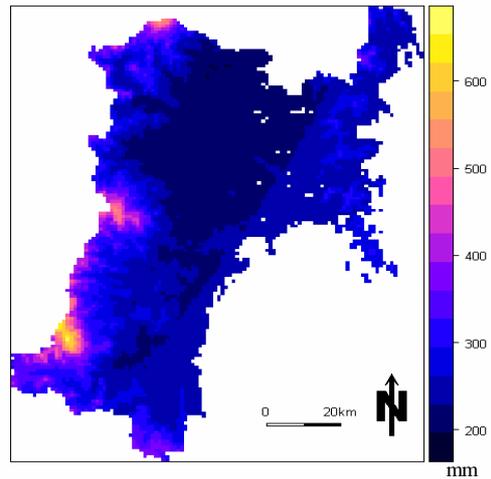


図 3 トレンドの空間分布

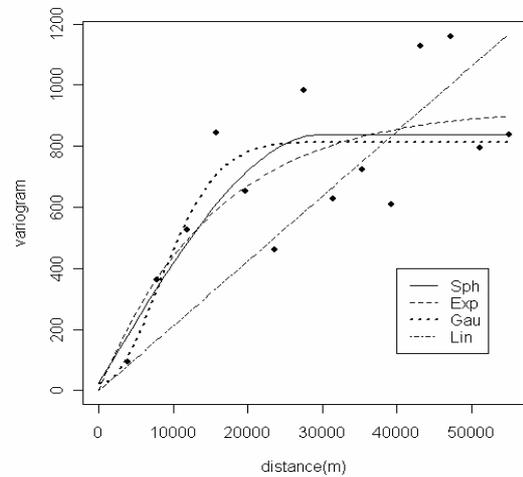


図 4 各モデルにおける理論バリオグラム

(2) クリギング法

非定常確率場における普遍型クリギング法では、まずトレンド $m(P)$ を式(21)の重回帰式により与える。説明変数を先に示した方法で決定すると、経度、緯度、最小標高の3つが選択された。重回帰分析の結果は表 4 のようになり、重相関係数 R は 0.777 となった。トレンドの空間分布は図 3 のようになる。

求められたトレンドを各観測点の確率雨量から差引いて、式(16)より

$$R(P_i) = Z(P_i) - m(P_i) \quad (23)$$

を求める。この残差 $R(P_i)$ に基づいて、経験的バリオグラムを求める。すなわち式(10)は

$$\gamma(d_{ij}) = \frac{1}{2N(d_{ij})} \sum [R(P_i) - R(P_j)]^2 \quad (24)$$

と等価になるので、この式より経験的バリオグラムを求めることになる。

通常型クリギング法及び普遍型クリギング法について、表 2 に示す4つのモデルにおける $RMSE$ を求めると表 5 のようになった。通常型クリギング法では普遍型ク

リギング法よりもすべてのモデルにおいて $RMSE$ の値が大きくなり、観測値と予測値の誤差が大きくなっていることが分かる。通常型クリギング法では、地点間における確率雨量の共分散を距離のみの関数として表現しているため、地形や地理的な影響を考慮していない。一方普遍型クリギング法では、大域的変動を表すトレンドを地形や地理的情報から推定しそれを除去した後、局所的変動を表す残差についてクリギングの操作を行っている。今回行った重回帰分析によるトレンドの推定は、推定精度の向上に寄与しており、以下普遍型クリギング法を用いて確率雨量の空間分布の推定を行う。

普遍型クリギング法に適用した各モデルの理論バリオグラムは図 4 のようになる。図 4 を見ると Lin モデル以外では距離の増大とともに、バリオグラムが一定値に漸近することが分かる。この距離のことをレンジと呼び相関がなくなること示す。通常1地点の補間には約20地点のデータが必要とされ、レンジを超えた値を多く使うと補間結果が平滑化されてしまう。そのためレンジ中のより多くの地点で確率雨量を求める必要がある。地域頻

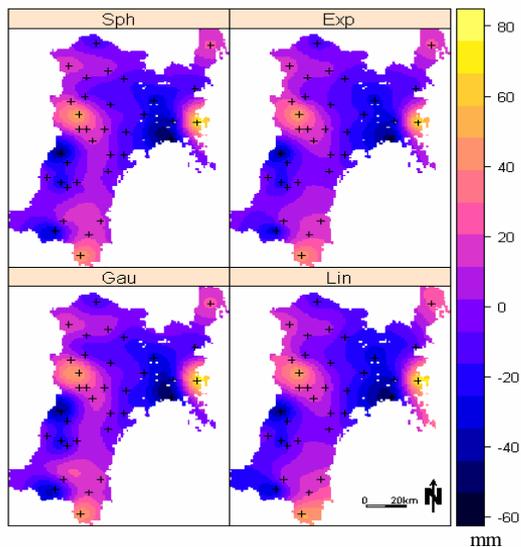


図 5 各モデルにおける残差の空間分布

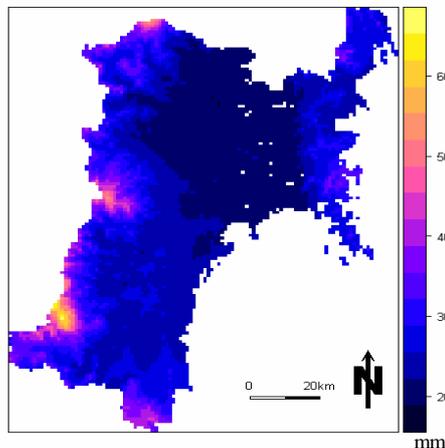


図 6 年最大100年確率日雨量の空間分布

度解析では、観測年数が比較的短い地点においても安定した確率雨量の計算が可能となるため、この問題を解決するのに有効な手段だと考えられる。

また、4つのモデルにおける残差の空間分布を図 5 に示す。表 5 における RMSE の値から Sph モデルが最も推定誤差が小さい結果となった。ただ今回の解析において、Lin モデルを除く 3 つのバリオグラムモデル間ではあまり差が見受けられなかった。対象とする領域やその大きさによって最適なモデルは変わると考えられ、今後検討が必要だと思われる。

図 3 のトレンドと図 5 の Sph モデルにおける残差の和で表される年最大 100 年確率日雨量の空間分布は、図 6 のようになる。図 6 から宮城県西部の標高が高い奥羽山脈一帯では、全体的に確率雨量がかなり大きくなっていることが分かる。特に蔵王や栗駒高原ではその傾向が顕著である。今回の解析において標高の高い観測所では、冬季に欠測データが多く確率雨量の計算を行うことが

できなかった。最も標高が高い観測所は笹谷の 550m で、そこから求められた重回帰分析の結果を 1500m もの地域に適用したため、確率雨量のトレンドを過大評価してしまったものと思われる。実際に年最大 1 日降水量を記録するのは夏季に多いため、冬季の欠測データを無視して確率雨量を計算するなど、欠測データの処理方法の見直しや非線形重回帰分析の導入などトレンドの推定方法には改善の余地があると考えられる。

6. 結論

- 1) クリギング法による補間を精度よく行うためには、より多くの地点で確率雨量を求める必要がある。地域頻度解析は観測期間が比較的短い地点においても安定した確率雨量の計算が可能となるため、この問題を解決するのに有効な手段である。
- 2) 通常型クリギング法と普遍型クリギング法を用いて解析を行った結果、バリオグラムモデルに関わらず普遍型クリギング法の方が精度よい結果を得ることができた。このことから今回行った重回帰分析によるトレンドの推定は、推定精度の向上に寄与している。
- 3) 4 つのバリオグラムモデルを用いて普遍型クリギング法を行った結果、Sph モデルの推定誤差が最も小さかった。ただしその差はわずかで、他地域での検討が必要だと考えられる。
- 4) 標高の高い地域では、全体的に確率雨量がかなり大きく推定された。欠測データの取扱いや重回帰式の検討など、トレンドの推定には改善の余地がある。

謝辞：地域頻度解析を行う際に、Hosking(2000)によって公開されている Fortan77 のサブルーチンを使用した。<http://lib.stat.cmu.edu/general/lmoments> ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Singh, V.P. (ed): Regional Flood Frequency Analysis, D. REIDEL PUBLISHING COMPANY, pp.400 1987.
- 2) 外山奈央子, 水野量: L-moments を用いた地域頻度解析による全国アメダス地点における確率降水量の推定, 気象学会研究時報, Vol.54, Nos.5-6, pp.55-99 2002.
- 3) 宝馨, 岡明夫: 回帰分析及び kriging による確率雨量の地域総合化, 土木学会論文集, No.456, pp.1~10 1992.
- 4) 水文・水資源学会編: 水文・水資源ハンドブック, pp.239-240 朝倉書店, 1997.
- 5) 清野裕: アメダスデータのメッシュ化について, 農業気象, Vol.48, pp.319-383, 1993.

(2007.9.30受付)