

# BEM-VOF結合解析法の不規則波計算への 適用性について

## APPLICABILITY OF COMBINED BEM-VOF METHOD TO RANDOM WAVE COMPUTATIONS

金 相昊<sup>1</sup>・山城 賢<sup>2</sup>・吉田明德<sup>3</sup>

Sangho KIM, Masaru YAMASHIRO and Akinori YOSHIDA

<sup>1</sup>学生会員 工修 九州大学大学院 海洋システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>2</sup>正会員 博(工) 九州大学助手 大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>3</sup>正会員 工博 九州大学助教授 大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

We have developed a strictly combined BEM-VOF method for solving non-linear wave-structure interactions, and have verified the accuracy and stability of the method so far. This method uses VOF method in the area around the structure where violent wave motions such as wave breakings occur and BEM in the other area where wave motion can be assumed to be a potential motion. The method is particularly useful for random wave calculations for which long and stable computation is required to obtain statistically meaningful results. In this study, to demonstrate the efficiency and utility of this method, it is applied to random wave run-up on a vertical wall, and the experimental results and the numerically estimated results for frequency distributions on run-up height were compared.

**Key Words :** BEM, VOF, numerical simulation, random waves, wave run-up, vertical seawall

### 1. はじめに

不規則波と構造物との相互作用を検討する場合には、一般的に水理模型実験が行われるが、実験には相応の設備や計測機器のみならず、多大な労力を要する場合が多い。一方で、近年の数値計算技術の発展に伴い、実験を補足する手段として、数値シミュレーションによる検討が活発に行われており多大な成果を挙げている。しかしながら、構造物近傍での砕波を伴うような複雑な現象について数値シミュレーションを行う場合には、計算領域全体を多数の格子で分割し、Navier-Stokesの運動方程式を差分して、何等の仮定も導入せずに計算領域内の流速と圧力を直接解く、いわゆるDirect Simulationを行う必要がある。この手法は原理的に多大な計算時間を必要とするため、実用上の観点から、最低でも数百波に亘る計算が必要となる不規則波の検討を行うことは困難といえる。このような構造物近傍の波動場に対する数値シミュレーションの現状を踏まえ、著者らは、より効率的に計算できる方法として、ポテンシャル理論に基づくBEM(境界要素法)とDirect Simulationの一手法で自由表面の

解析に実績のあるVOF (Volume of Fluid) を双方向に結合した波動場解析モデルを開発し、これまでに結合法の基本的な性能について検討してきた<sup>1),2)</sup>。この計算法は、砕波等の複雑な現象が生じる領域のみをVOFで計算し、それ以外の速度ポテンシャルが仮定できる領域についてはBEMで計算して、両者を双方向に結合することでDirect Simulationによる計算領域を必要最小限に抑え、計算時間の短縮を図るものである。著者らはこれまでに、一定水深場における線形波、非線形波、不規則波について伝播や反射に関する計算精度の検討を行い、さらに、没水構造物である潜堤を対象に、構造物周辺の波動場の計算を行って、本計算法により計算領域全体をVOFで計算した場合と少なくとも同等の精度で、かつ計算時間を大幅に短縮できることを示した<sup>2),3),4)</sup>。したがって、本計算法を適切に利用することにより、一般的に多大な計算時間を必要とする不規則波と構造物の相互干渉について、効率的に検討できることが期待される。そこで、本研究では、海岸工学上および海岸実務上の重要な問題であり、かつ複雑な波動場の例として、直立壁で生じる不規則波による波の打上げを取り上げ、本解析法を適用して、計算時間の短縮効果について検討するとともに、実

験結果との比較から、計算結果の妥当性について検討した。

## 2. 解析方法の概略

### (1) BEMとVOFの概略

BEMとVOFについては、多数の文献があるためここでは、それぞれ概略についてのみ述べる。

BEMは計算対象領域をポテンシャル場と仮定し、グリーンの定理を適用して導いた境界積分方程式を境界要素について離散化して連立一次方程式を導出する。これを境界条件のもとで解き、境界上のポテンシャル ( $\phi$ ) とその法線微分値 ( $\phi_n$ ) を得る。得られた境界上のポテンシャルと法線微分値をもとの境界積分方程式に代入することで領域内部の任意の位置におけるポテンシャルが得られる。BEMでは計算領域の境界のみが対象となるため記憶容量や計算時間が少なく済むが、ポテンシャル理論に基づくため渦や砕波などの現象は原理的に再現できない。

VOF (SOLA-VOF法) は差分近似したNavier-Stokes方程式を境界条件のもとで解き、次のタイムステップの流速を求める。しかし、運動方程式のみで得られた流速は必ずしも連続の式を満足しないため、連続の式を満たすまで、流速と圧力を調整する繰り返し計算を行う。最終的に得られた流速によりVOF関数Fの移流計算を行い、自由表面を追跡する。VOFでは砕波等の非線形現象を表現することが可能であるが、全領域にセルを配置し、また、流速の算定に繰り返し計算が必要であるため、膨大な記憶容量と計算時間を必要とする。

### (2) 結合法の概略

図-1に示すように沖側にBEM、岸側にVOFの計算領域を設置し、両者をお互いに重複させる。計算手順を図-2に示す。VOFでは入力境界 (図-1中の水平流速入力点および鉛直流速入力点) において、水平流速と鉛直流速が必要のため、BEM領域内 (図-1中のポテンシャル計算点) のポテンシャルを求め、水平方向および鉛直方向の差分をとってVOFの入力値とする。一方、BEMでは、境界条件として、VOF領域内にある仮想境界上のポテンシャルとその法線微分値が必要のため、VOFで算定される圧力と流速をもとにベルヌーイの圧力方程式から求まるポテンシャルと、水平流速 (BEMの仮想境界におけるポテンシャルの法線微分値) を境界条件とする。これにより双方向への波動の伝播が可能な結合解析法となる。ただし、基本的にはBEM領域を沖側に、VOF領域を岸側に配置するため、あるタイムステップにおいて、必然的にまずBEMの計算が行われ、次いでVOFの計算に移るが、この手順ではVOF領域からBEM領域に伝播する波 (反射波) についてBEM領域とVOF領域で時間

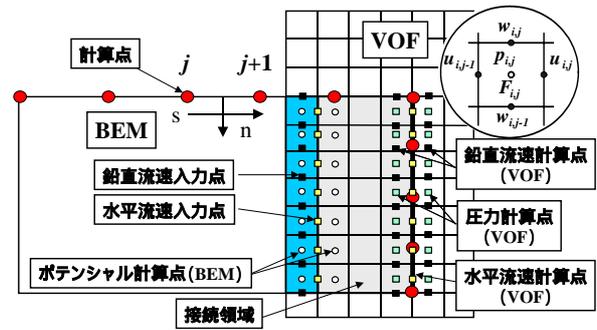


図-1 結合方法の概略

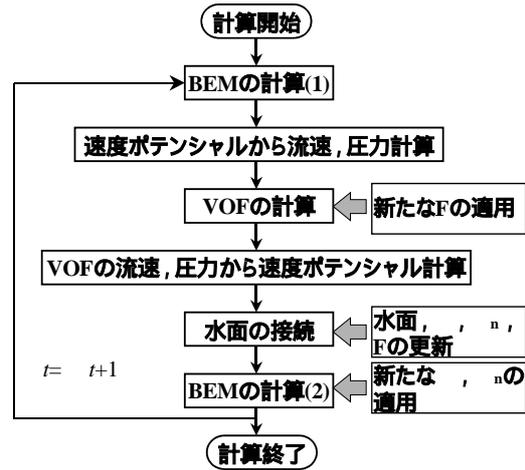


図-2 BEM-VOF結合解析法の計算フロー

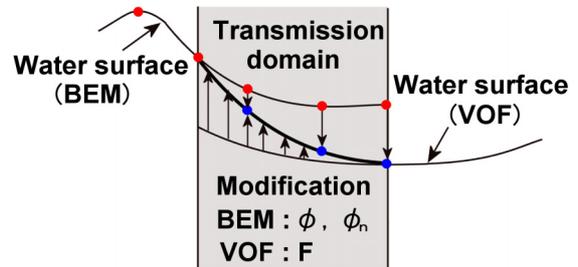


図-3 結合領域における水面の処理法

的なずれが生じる。そこで、反射波の進行をできるだけ正確に計算するために、同一タイムステップ中にBEMの計算を2回行う。また、VOFではBEMに比べて短いタイムステップで計算する必要があるため、BEMの1ステップにつき、VOFは入力値を補間しながら10から20ステップの計算を行う。BEMとVOFの計算領域が重複している部分については、両手法でそれぞれ水面波形を計算しており、時間発展的に長期間の計算を行うと水面波形に不連続が生じる。そこで、BEMによる水面波形とVOFによる水面波形を、図-3に示すように一致させる<sup>5)</sup>。しかし、単に水面波形を一致させるだけでは計算は安定せず、水面位置の変化に伴って、BEMでは水面境界のポテンシャルとその法線微分値および要素間の距離に関する積分量などについて再計算を行い、VOFではVOF関

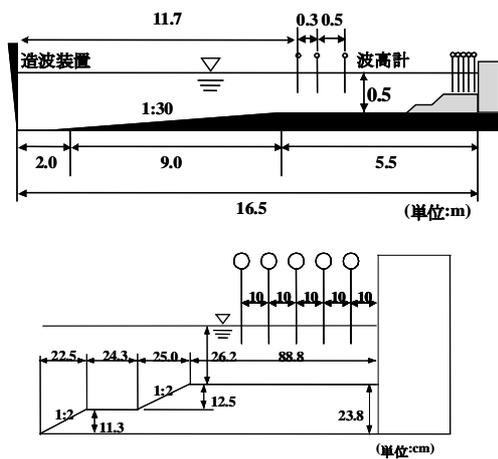


図-4 実験装置(山城ら<sup>6)</sup>)

数Fの修正を行う必要がある。結合法の詳細および基礎的な検討結果については、既発表の論文<sup>1)~5)</sup>に記載してあるので参考にされたい。

### 3. 直立壁での波の打上げへの適用

#### (1) 実験の概略

山城ら<sup>6)</sup>により行われた実験結果を比較の対象とした。実験の概略は次のとおりである。長さ20.0m、高さ1.2m、幅0.6mの二次元反射吸収式造波水路内に不透過マウンドを設置し、その上に十分な高さの直立壁を設置して、不規則波を入射させ直立壁前面の打上げ高を容量式波高計により計測した。水深 $h$ は50cm、マウンド上の水深は26.2cmである。実験装置およびマウンドの形状を図-4に示す。入射波はBretschneider-光易スペクトルを想定し、有義周期 $T_{1/3}=1.25$ sに固定して、有義波高 $H_{1/3}$ を変化させている。実験における入射波の有義波高については、水路内での多重反射の影響を考慮し、直立壁の沖側で計測した水面変動から入射波分離推定法<sup>7)</sup>で推定した入射波スペクトルをもとに確定している。高反射性の構造物を対象に不規則波を作用させる実験では、反射波吸収機能を有する造波機を使用し、多重反射をある程度許容しても、安定した実験結果が得られるのは、造波開始後数分程度までに限られるため、同一の有義波の条件で、入射波の時系列を変え20回の実験を行っている。入射波の成分数は100成分とし、1回の測定時間長は $200T_{1/3}$ であり、20回の実験による総測定時間は $4000T_{1/3}$ である。サンプリング周波数は100Hzとしている。

図-5は直立壁前面で計測した水位変動の例である。この図から、突発的に大きな打上げが生じていることが分かる。このような大きな打上げは重複波的な水面変動ではなく、飛沫を伴って激しく水塊が打ち上がるものである。図-6は入射波成分の位相関係が異なる20回の実験結果から得られた打上げ高のヒストグラムの例である。ただし、打上げ高は直立壁前面の水面変動記録からゼロアップクロス法で一波毎の打上げ高を読み取り、微細な

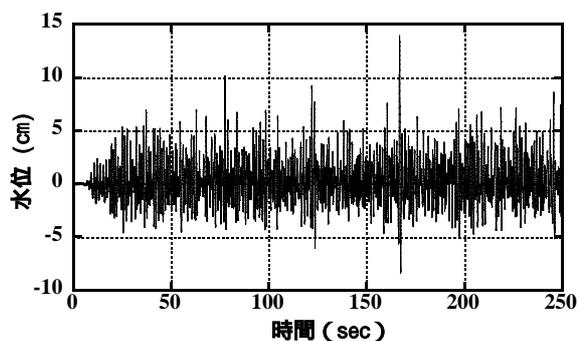


図-5 直立壁前面での水位変動(山城ら<sup>6)</sup>)

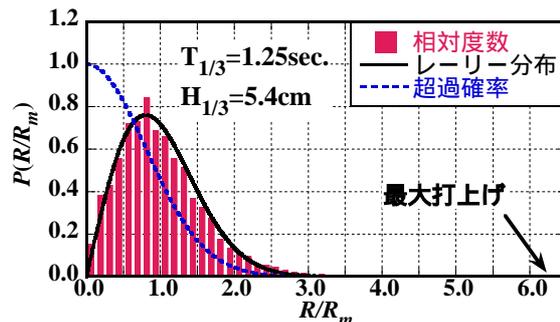


図-6 打ち上げ高のヒストグラム(山城ら<sup>6)</sup>)

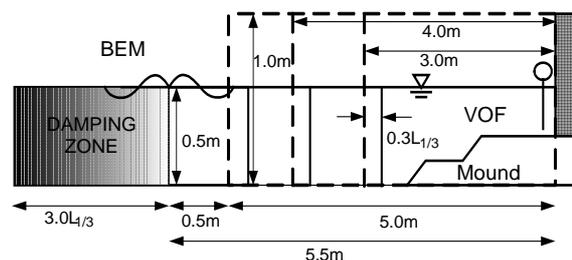


図-7 計算領域

振動を除くため有義波高の5%未満のものを削除している。また、ヒストグラムは正規化されており、 $R_m$ は打上げ高の平均値である。図中には、レーリー分布とその超過確率を併せて示している。図より、重複波的な大部分の打上げ高はレーリー分布に従うが、前述したように大きな打上げはレーリー分布から外れており、図のケースにおける最大打上げ高はレーリー分布では極めて稀な現象といえる。

#### (2) 計算効率の検証

実験結果との具体的な比較を行う前に、BEMとVOFの計算領域の大きさを変化させ、本結合解析法による計算時間の短縮効果について調べた。計算領域は実験条件に合わせて設定しているが、図-7に示すように、実験水路内の一定水深領域(5.5m)に限って設定した。計算対象領域の5.5mのうち、マウンドと直立壁を含むVOFの領域を3m、4m、5mと変化させ、それ以外の領域をBEMの

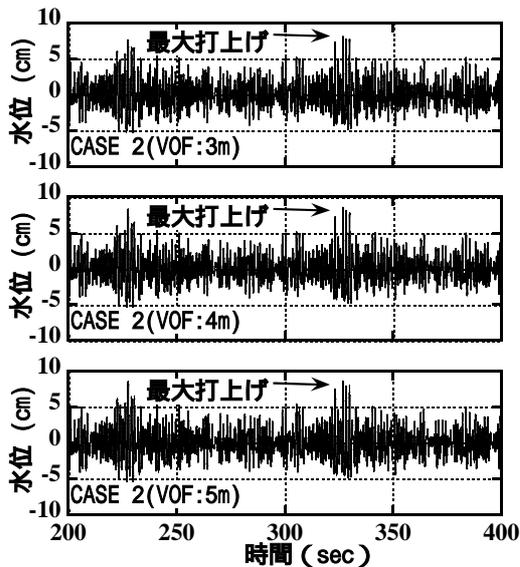


図-8 VOF計算領域の幅による水位変動

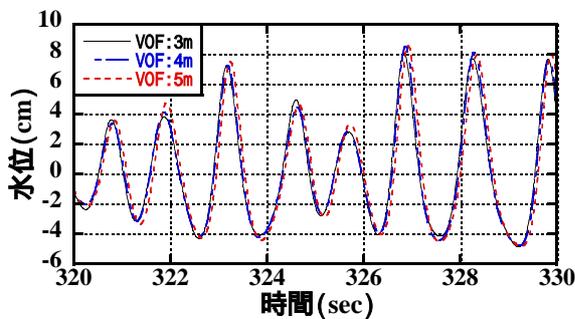


図-9 直立壁前面の水位変動の比較(拡大)

計算領域とした。なお、VOF領域の鉛直方向の大きさは1mである。入射波は図-6に示したヒストグラムの条件に合わせ、有義周期 $T_{1/3}=1.25s$ 、有義波高 $H_{1/3}=5.4cm$ とし、BEM領域に設定した造波ソースにより発生させた。沖側には造波ソースから境界要素5つ分離して長さ $3.0L_{1/3}$ の数値消波フィルター(スポンジ層および沖側端に放射境界)を設定した。BEMとVOFの結合領域は長さ $0.3L_{1/3}$ で一定とした。BEMおよびVOFの解像度を一定に保つため、BEMの要素長およびVOFのセル幅は固定しており、BEMの要素長を $\Delta S/h=0.1925$  ( $\Delta S=9.625cm$ )とし、VOFのセル幅を水平方向に $\Delta x/h=0.075$  ( $\Delta x=3.75cm$ )、鉛直方向に $\Delta y/h=0.050$  ( $\Delta y=2.50cm$ )とした。したがって、計算領域の大きさによって要素数およびセル数は変化する。なお、要素とセルの大きさについては、予め行った試計算の結果から妥当な大きさとして決定した。計算時間の比較を行うため、全ての計算は同一の計算機(CPU: AMD-Athron2700+, メモリ: 1GB)を用いて $500T_{1/3}$ 間(625s)の計算を行った。

図-8に各ケースで得られた直立壁前面の水位変動の時系列の一部を示す。いずれのケースについても $500T_{1/3}$ 間に亘り安定して計算が出来ていた。なお、ここには示していないが、接続領域をさらにマウンドに近づけ、VOF

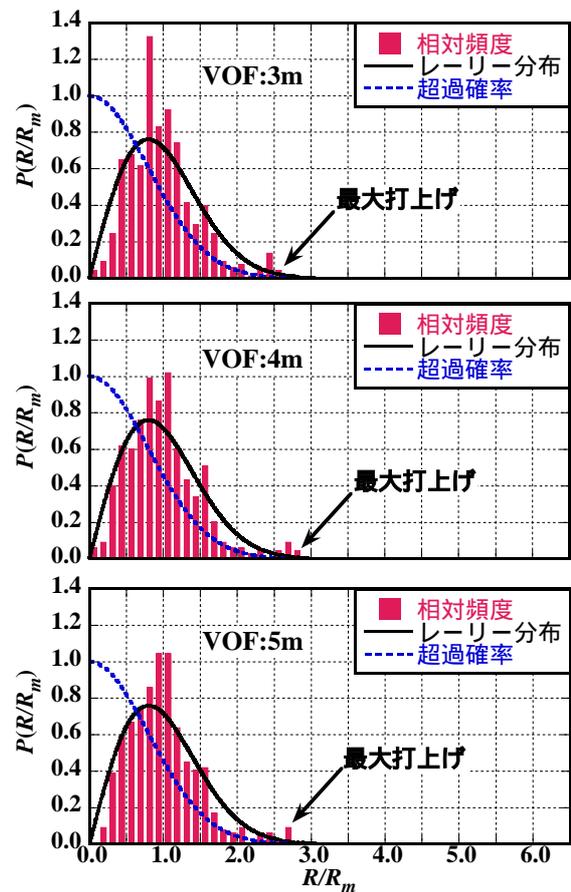


図-10 打上げ高のヒストグラム(計算値)

領域を2.5mとしたケースについても計算を行ったが、その場合は、 $40T_{1/3}$ 程で計算が破綻した。BEMの計算領域が構造物に近く、VOFから与えられる境界値がポテンシャル理論の仮定を満たさなかったためと考えられる。図-8より、各ケースにおける水面変動は非常によく似ており、最大打上げはいずれのケースでも造波開始後327秒で生じている。図-9は図-8に示した時系列波形の一部を拡大し、全てのケースを重ねて比較したものである。各ケースにおける水面変動はほぼ等しく、波形の山および谷の部分で若干異なる程度であり、時系列全体(625s間)についても同程度の差であることを確認している。これらの結果から、今回の計算条件の範囲においては、VOFの計算領域の大きさが多少異なっても計算結果にはそれほど影響しないといえる。

図-10に図-8の時系列から算定した打上げ高のヒストグラムを示す。いずれのケースについても、前述した実験結果のヒストグラムに比べて、レーリー分布との一致の程度が低い。この理由は、 $500T_{1/3}$ 間の計算で得られた打上げ高のデータ数が統計的性質を表すには少ないためである。前述した実験結果は $4000T_{1/3}$ 間のデータを使用しており、図-10に示す計算結果とは統計結果の信頼度が異なる。この点については次節で述べる。図-10より、各ケースにおけるヒストグラムは同様な形状を示しているが、特に確率密度のピーク周辺での差異が認められる。

表-1 計算時間等の比較

	VOF領域の長さ		
	3m	4m	5m
最大打上げ高(cm)	8.06	8.54	8.58
打上げ回数	518	516	512
平均打上げ高(cm)	3.09	3.05	3.18
計算所要時間の比	1.00	1.27	1.66
セル数の比	1.00	1.33	1.66

しかしながら、前述したとおり、直立壁前面の水位変動の比較から、BEMとVOFの計算領域の割合による計算結果の差は大きくないため、このヒストグラムの差は、一波毎の打上げ高が若干異なることに加えて、打上げ高のデータ数が十分ではないために、顕著に現れているものと考えられ、本質的な大きな違いは無いと思われる。

表-1に最大打上げ高、計算時間等の比較を示す。最大打上げ高と平均打上げ高はVOFの計算領域が5mの場合がそれぞれ8.58cmと3.18cmで最大であり、最大打上げ高および平均打上げ高はVOFの領域が長くなる程大きくなる傾向が見られるが、その差は小さく、すべてのケースでほぼ同程度といえる。計算に要した時間はVOF領域が3mの場合（4時間12分）を1とすると、1 : 1.27 : 1.66で、この計算時間の比率はVOF領域のセル数の比率とほぼ一致しており、今回の計算条件においては、計算時間の殆どがVOFの計算に費やされ、BEMの計算に要する時間は相対的に非常に短かったことが分かる。また、表-1の結果からVOFのみで全領域の計算を行った場合の所要時間を単純に想定すると、VOF領域が3mの場合の1.83倍（7時間41分）となることから、本結合解析法は複雑な波動現象を含む波動場のシミュレーションにおいて計算効率を大幅に向上でき極めて有用といえる。

### (3) 実験結果との比較

前述の実験結果との比較を行うため、前節の検討から、計算時間が最も短くて済む、VOFの計算領域を3mとした場合について、実験と同程度のデータ量を得るために追加計算を行った。実験では200T<sub>1/3</sub>間の計測を、入射波の時系列を変えて20回行い、合計4000T<sub>1/3</sub>間の計測を行って打上げ高の特性を調べている。シミュレーションでは1回につき500T<sub>1/3</sub>間の計算を行っているため、入射波成分の位相関係のみを変えて8回の計算を行うことで実験と同等の4000T<sub>1/3</sub>間のデータを得た。

図-11に入射波の時系列が異なる2ケースについて、直立壁前面における20秒間の水位変動の比較を示している。図から分かるように、スペクトルは同一でも異なる時系列の入射波を作成すると、それに応じて直立壁前面での水位変動の時系列も当然変化する。これらの水位変動から算定した打上げ高のヒストグラムを図-12に示す。こ

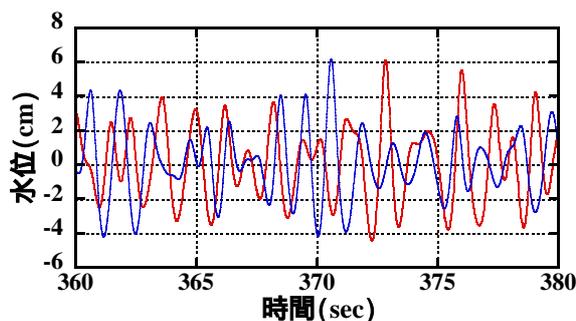


図-11 時系列が異なる入射波による直立壁前面の水位変動

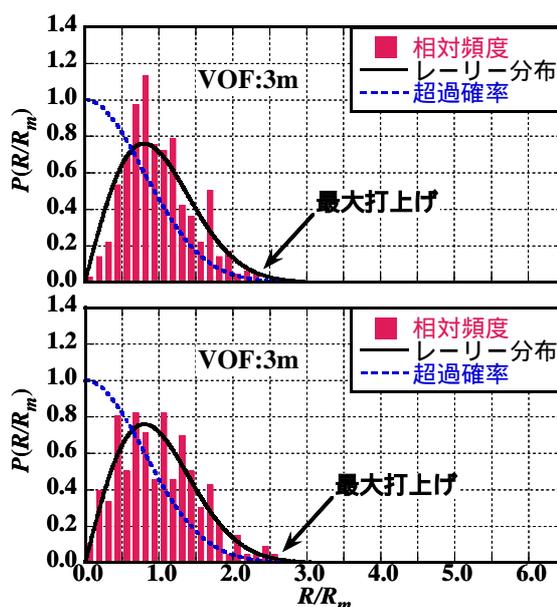


図-12 時系列が異なる入射波による打上げ高のヒストグラム(計算値)

これらのヒストグラムをみると、入射波の時系列が異なるために、2つのヒストグラムも形状が異なっている。本来、それぞれの時系列データが十分に長く、多数の打上げ高のデータが得られれば、入射波の時系列が異なっても、ヒストグラムはほぼ同じとなり、平均打上げ高等の統計値もほぼ等しくなることが予想される。したがって、本研究で行った500T<sub>1/3</sub>間の計算は、複雑波動場のシミュレーションとしては長期間の計算であるが、前節で述べたとおり、統計的な性質を表すには十分ではないといえる。そこで、データ数とヒストグラムの形状について、若干の検討を行った。図-13に打上げ高のデータ数が異なる3つのヒストグラムを示す。上段の図は、図-12に示した2つの計算結果を合わせて作成したヒストグラムで、打上げ高のデータ数は約1000個（概ね1回500T<sub>1/3</sub>間の計算で得られる打上げ高のデータ数は500程度）である。中段の図は、4回分の計算結果から得られたヒストグラムで、打上げ高のデータ個数は2000個程度である。下段の図は全8回の計算結果を用いており、打

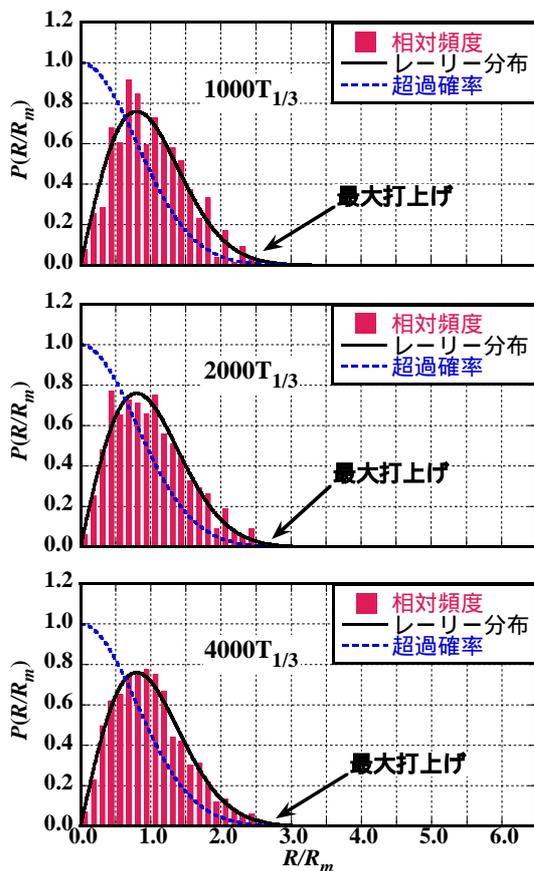


図-13 打上げ高のヒストグラム(計算値)

上げ高のデータ個数は4000個程度である。この図から、打上げ高のデータ個数の増加に伴い、ヒストグラムは徐々にレーリー分布に近づき、4000個程度の打上げ高のデータを使用するとほぼ一致する。これは、図-6に示した実験結果によるヒストグラムからもいえることである。したがって、十分に信頼できる打上げ高の統計的な性質を得るためには、少なくとも数千個程度のデータが必要といえる。

以上のとおり、図-13の下段のヒストグラムは図-6の実験結果のヒストグラムと同一の条件であるため比較が可能である。両者を比較すると、共に打上げ高のヒストグラムがレーリー分布によく一致しており、平均打上げ高 $R_m$ についても実験結果が3.87cmで、計算結果が3.02cmと多少の差はあるものの、打上げ高の統計的な性質について、本解析法による計算結果で実験と同程度の検討が出来るものと考えられる。しかしながら、最大打上げ高については、実験結果が平均打上げ高の6倍以上の約25cmであるのに対し、計算結果では平均打上げ高の3倍弱の8.4cmと大きく異なっている。前述したように、実験における大きな打上げは、波が直立壁に衝撃的に作用し、飛沫を伴って激しく水塊が打ち上がるものであり、このような打上げを、波動場の計算を目的として設定したVOFモデルで再現することは困難である<sup>8)</sup>。もし、最大打上げの再現性を向上しようとするれば、計算領域を壁

面の極近傍のみに限って微細なセルで分割し、乱流モデル等を導入したうえで、数波程度の打上げを計算するというような、大規模な打上げに特化した計算を行う必要がある。

#### 4. まとめ

複雑な波動現象の一例として直立壁での不規則波による打上げを対象にBEM-VOF結合解析法を適用した結果、長時間に亘り安定した計算が行え、VOF単独で計算する場合に比べて、大幅に計算時間を短縮できることを確認した。これにより、長時間に亘る解析が必要な不規則波と構造物の相互作用の問題に対し、本結合解析法が極めて有用であることを示した。なお、今回の検討では、突発的に生じる大きな打上げについては再現できていないが、これは結合法ではなく、VOFによる計算そのものの問題であり、現実に見られる非常に大きな打上げについて再現性を高めるためには、構造物の極近傍のみを対象に打上げに特化した計算モデルを用いる必要がある。

#### 参考文献

- 1) 鄒 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 鮎川慶一郎, 入江 功: BEMとVOFを結合した波動場解析法の開発, 海洋開発論文集, 第19巻, pp. 83-88, 2003.
- 2) 鄒 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 入江 功: BEMとVOFを結合した波動場解析, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 11-15, 2003.
- 3) 鄒 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 井ノ口洋平, 入江 功: BEM-VOF結合解析法の構造物近傍波動場への適用, 海洋開発論文集, 第20巻, pp. 689-694, 2004.
- 4) 鄒 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 入江 功: BEMとVOFの結合解析法による構造物近傍波動場の解析, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 31-35, 2004.
- 5) 金 相昊, 山城 賢, 吉田明德, 久留島暢之, 上原 功, 山口 洋: BEM-VOF解析法の精度向上と3領域結合への拡張, 海洋開発論文集, 第22巻, pp. 679-684, 2006.
- 6) 山城 賢, 吉田明德, 久留島暢之, 井ノ口洋平, 入江 功: 大水深における非越波型護岸の開発, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 641-645, 2003.
- 7) 合田良實, 鈴木康正, 岸良安治, 菊地治: 不規則波実験における入・反射波の分離推定法, 港湾技研資料, No. 248, 1976.
- 8) 山城 賢, 吉田明德, 古本裕一, 久留島暢之, 金 相昊: VOF法による波動場解析の精度と適用性に関する検討, 海洋開発論文集, 第21巻, pp. 271-276, 2005.

(2006.9.30受付)