水工学論文集,第51巻,2007年2月

初期河床に与える微小擾乱が砂州の発達及び砂州形状に及ぼす影響について

THE EFFECT OF THE INITIAL BED PERTURBTION TO THE SAND BAR FORMATION AND EVOLUTION PROCESS

小林健介[1]・清水康行[2]・Giri Sanjay[3]・渡邊康玄[4]
Kensuke KOBAYASHI, Yasuyuki SHIMIZU, Sanjay GIRI and Yasuharu WATANABE

[1]学生員　北海道大学　工学研究科（〒060-0813 札幌市北区北13条西8丁目）
[2]正会員　工博　北海道大学教授　工学研究科（〒060-0813 札幌市北区北13条西8丁目）
[2]正会員　工博　北海道大学　工学研究科（〒060-0813 札幌市北区北13条西8丁目）
[4]正会員　工博　寒地土木研究所　寒地河川チーム　（〒062-0052 札幌市豊平区平岸1条3丁目）

This paper presents investigations, performed to assess the effect of the initial bed perturbation on the sand bar formation and evolution process. Computations were conducted with two different kind of initial bed perturbations. In the series of first computations, the influence of the amplitude of random field of perturbations was tested. The time to reach an equilibrium state was found to be depending on the amplitude of the initial random bed perturbation. It was found that the larger the amplitude, the shorter the time to reach an equilibrium state. The second test was conducted with the initial bed perturbation in the form of a double row bar. During the first stage of the computation, double row bar type bed configurations were formed, however the modes of bed configurations appeared to be reduced and finally turned into single mode type bed configurations. Since the hydraulic condition of the numerical experiment is single-bar regime, this experiment corresponds to the transformation of bar conditions from the double-modes to the single-mode during the flood in the natural rivers.

Key Words : *initial bed perturbation, bed form, alternate bar, double row bar*

1．はじめに

河道に形成される砂州は流れを蛇行させる大きな要因であり，河道の変遷および河岸の被災と深く関係する．このため，従来から河道管理において砂州の挙動を把握することは重要な課題とされており，砂州の挙動に関する研究はこれまでに数多くなされてきた．黒木・岸[1)]やYalinら[2)]は実験値をもとに中規模河床形態の領域区分を行い，交互砂州，複列砂州の発生条件を示している．渡邊らは，水理条件として単列砂州が形成されるとされる領域と複列砂州が形成されるとされる領域の複数を設定し，砂州の形成過程を把握する実験を行う[3)]とともに，砂州の発達過程について弱非線形解析を用いて検討を行っている[4)]．さらに，渡邊らはモード間の干渉を考慮した弱非線形解析を行い[5)]，初期値の違いにより現象が異なることを指摘している．

砂州の発生発達を定量的に予測する手法として，数値計算は有力な手法であるが，この数値計算においては，初期条件・境界条件が計算結果に重要であることは容易に推定される．従来の研究の多くは，それぞれある種の初期条件・境界条件を与え，計算結果に対する議論を行う例がほとんどであり，初期条件・境界条件の違いが計算結果に及ぼす影響を系統的に調べた例は少ない．

交互砂州の再現計算は，清水ら[6)]寺本ら[7)]などによって行われており，砂州の再現計算法には，周期境界条件を用いる方法（清水ら[6)]）と，上流端で流入流量にサイン波などの周期的な撹乱を与える方法（長田ら[8)]）などが用いられている．本研究では，初期河床全体に凹凸をつけることで微小擾乱を与え，さらに上流端で流入流量にランダムな擾乱を与え続けることで砂州を再現している．境界条件については，寺本ら[7)]，小林ら[9)]が検討しており，このうち小林らは特に非定常流流れにおける砂州の挙動については，周期境界条件では実現象を再現できないことが示している．

本研究では初期条件に着目し，初期条件が計算結果に与える影響を検討する．具体的には，初期河床の擾乱をランダムに与える場合と周期的な波で与える場合の２つ

のケースで計算を行った．この結果，ランダムな擾乱を与えるケースでは，擾乱の大きさが砂州形成に要する時間に影響することを示し，周期的な擾乱を与えるケースでは，複列砂州の形状を初期河床に与えた場合でも交互砂州が卓越する水理条件下では，複列砂州から交互砂州にモード減少することを示した．

2．計算方法

(1) 流れの計算

流れの計算では，非定常項を含んだ平面二次元流れの一般座標系における連続式および運動方程式を解いた．連続式および運動方程式は以下のように表される．

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{h}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{hu^{\xi}}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{hu^{\eta}}{J}\right)=0 \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial u^{\xi}}{\partial t}+u^{\xi}\frac{\partial u^{\xi}}{\partial \xi}+u^{\eta}\frac{\partial u^{\xi}}{\partial \eta}+\alpha_1 u^{\xi}u^{\xi}+\alpha_2 u^{\xi}u^{\eta}+\alpha_3 u^{\eta}u^{\eta}\\&=-g\left[\left(\xi_x{}^2+\xi_y{}^2\right)\frac{\partial H}{\partial \xi}+\left(\xi_x\eta_x+\xi_y\eta_y\right)\frac{\partial H}{\partial \eta}\right]\\&-\frac{C_b u^{\xi}}{J}\sqrt{\left(\eta_y u^{\xi}-\xi_y u^{\eta}\right)^2+\left(-\eta_x u^{\xi}+\xi_x u^{\eta}\right)^2}+D^{\xi} \qquad (2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial u^{\eta}}{\partial t}+u^{\xi}\frac{\partial u^{\eta}}{\partial \xi}+u^{\eta}\frac{\partial u^{\eta}}{\partial \eta}+\alpha_4 u^{\xi}u^{\xi}+\alpha_5 u^{\xi}u^{\eta}+\alpha_6 u^{\eta}u^{\eta}\\&=-g\left[\left(\eta_x\xi_x+\eta_y\xi_y\right)\frac{\partial H}{\partial \xi}+\left(\xi_x{}^2+\xi_y{}^2\right)\frac{\partial H}{\partial \eta}\right]\\&-\frac{C_b u^{\eta}}{J}\sqrt{\left(\eta_y u^{\xi}-\xi_y u^{\eta}\right)^2+\left(-\eta_x u^{\xi}+\xi_x u^{\eta}\right)^2}+D^{\eta} \qquad (3)\end{aligned}$$

ただし，

$$\alpha_1=\xi_x\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2}+\xi_y\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2},\quad \alpha_2=2\left(\xi_x\frac{\partial^2 x}{\partial \xi\partial \eta}+\xi_y\frac{\partial^2 y}{\partial \xi\partial \eta}\right)$$

$$\alpha_3=\xi_x\frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2}+\xi_y\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2},\quad \alpha_4=\eta_x\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2}+\eta_y\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2}$$

$$\alpha_5=2\left(\eta_x\frac{\partial^2 x}{\partial \xi\partial \eta}+\eta_y\frac{\partial^2 y}{\partial \xi\partial \eta}\right),\quad \alpha_6=\eta_x\frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2}+\eta_y\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2}$$

$$D^{\xi}=\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{\tau_{\xi\xi}}{\rho}\right]+\frac{\partial}{\partial \eta}\left[\frac{\tau_{\eta\xi}}{\rho}\right],\quad D^{\eta}=\frac{\partial}{\partial \xi}\left[\frac{\tau_{\xi\eta}}{\rho}\right]+\frac{\partial}{\partial \eta}\left[\frac{\tau_{\eta\eta}}{\rho}\right] \qquad (4)$$

ここで，a_bは∂a/∂bを示し，tは時間，hは水深，gは重力加速度，xおよびyは直交座標軸，ξおよびηは一般座標軸，u^{ξ}およびu^{η}はそれぞれξおよびη方向流速の反変成分，Jは座標変換のヤコビアン，Hは水位，D^{ξ}およびD^{η}は粘性項，ν_tは渦動粘性係数，ρは水の密度である．また，C_bは河床摩擦係数で以下の式で与えられる．

$$C_b=\frac{gn^2}{h^{1/3}},\quad n=\frac{d^{1/6}}{6.8\sqrt{g}} \qquad (5)$$

ここで，nはマニングの粗度係数，dは河床材料の粒径である．

(2) 河床変動計算

河床変動計算では，流れの解析の結果を用いて芦田・道上の平衡流砂量式から流砂量を算出，流砂の連続式を離散化して解いた．平面二次元一般座標系における河床変動の連続式を次式に示す．

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Z}{J}\right)+\frac{1}{1-\lambda}\left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{q^{\xi}}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{q^{\eta}}{J}\right)\right]=0 \qquad (6)$$

ここで，Zは河床高，λは空隙率，q^{ξ}およびq^{η}はそれぞれξおよびη方向の単位幅掃流砂量である．ξ，η方向の単位幅掃流砂量q^{ξ}，q^{η}は次式で与えられる．

$$q^{\xi}=q_b\left[\frac{u_b^{\xi}}{V_b}-\gamma\left(\frac{\partial Z}{\partial \xi}+\cos\theta\frac{\partial Z}{\partial \eta}\right)\right] \qquad (7)$$

$$q^{\eta}=q_b\left[\frac{u_b^{\eta}}{V_b}-\gamma\left(\frac{\partial Z}{\partial \eta}+\cos\theta\frac{\partial Z}{\partial \xi}\right)\right] \qquad (8)$$

ただし，u_b^{ξ} およびu_b^{η} はそれぞれξおよびη方向の河床近傍の流速，V_bは河床近傍の合成流速，q_bは全掃流砂量，θはξ軸とη軸のなす角度である．また，γは斜面勾配による流砂の補正係数であり，次式で与えられる．

$$\gamma=\sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s\mu_k\tau_*}} \qquad (9)$$

ただし，μ_sおよびμ_kは河床材料の静止摩擦係数および動摩擦係数である．全掃流砂量q_bは芦田・道上の式より求める．

$$\frac{q_b}{\sqrt{s_g g d^3}}=17\tau_*^{3/2}\left(1-\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right)\left(1-\frac{u_{*c}}{u_*}\right) \qquad (10)$$

ここで，s_gは砂粒子の水中比重，τ_*は無次元掃流力，τ_{*c}は無次元限界掃流力，u_*は摩擦速度，u_{*c}は限界摩擦速度である．このとき，無次元限界掃流力は岩垣式を用いて算出した．

(3) 河床近傍の流速

(7)式および(8)式中のξ，η方向の河床近傍の流速u_b^{ξ}，u_b^{η}は，次式のように表される．

$$u_b^{\xi}=\frac{1}{\xi_r}\left\{\begin{aligned}&\left(\cos\theta_s\xi_x+\sin\theta_s\xi_y\right)u_b^s\\&+\left(-\sin\theta_s\xi_x+\cos\theta_s\xi_y\right)u_b^n\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

$$u_b^\eta = \frac{1}{\eta_r}\left\{ \begin{aligned} &\left(\cos\theta_s \eta_x + \sin\theta_s \eta_y\right)u_b^s \\ &+\left(-\sin\theta_s \eta_x + \cos\theta_s \eta_y\right)u_b^n \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

ただし，θ_sはx軸とs軸の交差角で，s軸は水深平均流の流れに沿った方向である．水深平均流の流れに沿って，水深平均流速と河床近傍の流速の関係を次式のように仮定する．

$$u_b^s = \beta V \tag{13}$$

ただし，u_b^s は流線に沿った河床近傍の流速である．

Engelundによれば，水深方向の流速分布に放物線分布を用いた場合，βは次式で与えられる．

$$\beta = 3(1-\sigma)(3-\sigma), \quad \sigma = \frac{3}{\phi\kappa + 1} \tag{14}$$

ただし，φは流速係数（$\phi = V/u_*$），κはカルマン定数（=0.4）である．

一般に，流線が曲がっている場合には２次流が発生する．ここでは，２次流による河床近傍の流速の算定に次式を用いる．

$$u_b^n = u_b^s N_* \frac{h}{r_s} \tag{15}$$

ただし，u_b^n は流線に直交する方向の河床近傍の流速，r_sは流線の曲率半径，N_*は定数（=7）である．一般にu_b^n はu_b^s より１オーダー小さい値をとるので，河床近傍の合成流速V_bは，

$$V_b = \sqrt{{u_b^s}^2 + {u_b^n}^2} \approx u_b^s \tag{16}$$

と近似できる．

(4) 計算条件

本研究では表－1に示すように，初期河床に与える微小攪乱の大きさを変化させて交互砂州の再現計算を行った．砂州の再現計算法としては，初期河床全体に凹凸をつけることで微小攪乱を与え，さらに，上流端の流入流量に周期性を考慮しないランダムな攪乱を与える方法を用いた．このとき，上流端の流入流量は，上流端の平均流量の±5%を変動幅として，上流端で横断方向にランダムに変動させている．表－1は各ケースでの初期河床に与える攪乱の大きさと凹凸の与え方を示している．このとき，攪乱の大きさの数字は平均水深の何%以内の攪乱を与えたかを示す．凹凸の与え方は，初期河床全体にランダムに与える場合と，周期的な攪乱を与える場合の２つのケースで計算を行った．Run1，Run2およびRun4では，初期河床全体にランダムな攪乱をそれぞれ表－1に示す大きさで与えている．Run3は初期河床には凹凸を与えず，上流端での流量にのみ攪乱を与えたケースである．Run5は初期河床に周期的な攪乱を与えたケースであり，Run5では複列砂州が形成されている河床で卓越する(2, 1)の波を波高が平均水深の10%となるように初期河床に与えた．図－1は河床波の(2，1)成分の形状を模式的に示したものである．

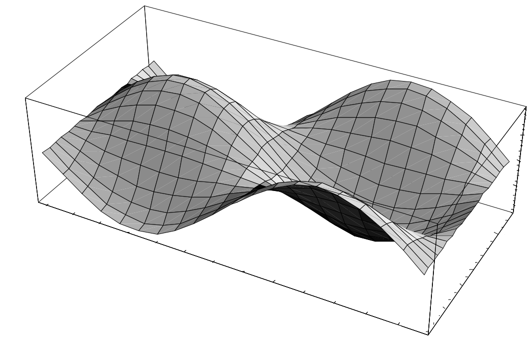
計算領域は縦断方向80m，横断方向0.9mの直線水路で，計算格子は縦断方向に0.1m刻み，横断方向に0.05m刻みとしている．ただし，ここで計算結果として示すのは，水路長80mのうち下流側の約15mの結果である．また，初期河床勾配は1/80，河床材料の流径は0.76mmであり，これらの条件は渡邊らが行った砂州形成実験[3]に基づいて設定した．表－2に渡邊らが行った砂州形成実験の水理諸元を示す．このとき，Qは設定流量，L_bおよびZ_bは観測区間で平均した砂州の波長および波高である．各ケース名の最後の数字は通水経過時間を表しており単位は分である．

表－1　各ケースにおける攪乱の大きさおよび与え方

Case	攪乱の大きさ	攪乱の与え方
Run1	±25%	ランダム
Run2	±50%	ランダム
Run3	0%	なし
Run4	±10%	ランダム
Run5	±10%	周期的（2，1)

表－2　砂州形成実験の水理緒元

ケース名	Q(l/sec)	河床形態	Lb(m)	Zb(cm)
S-40-20	7.912	複	2.87	20.6
S-40-40	7.912	単	5.70	63.3
S-40-60	7.912	単	4.39	36.4
S-40-80	7.912	単	5.78	50.5
S-40-120	7.912	単	7.80	53.9
S-40-180	7.912	単	9.45	52.1
S-40-240	7.912	単	4.95	50.7

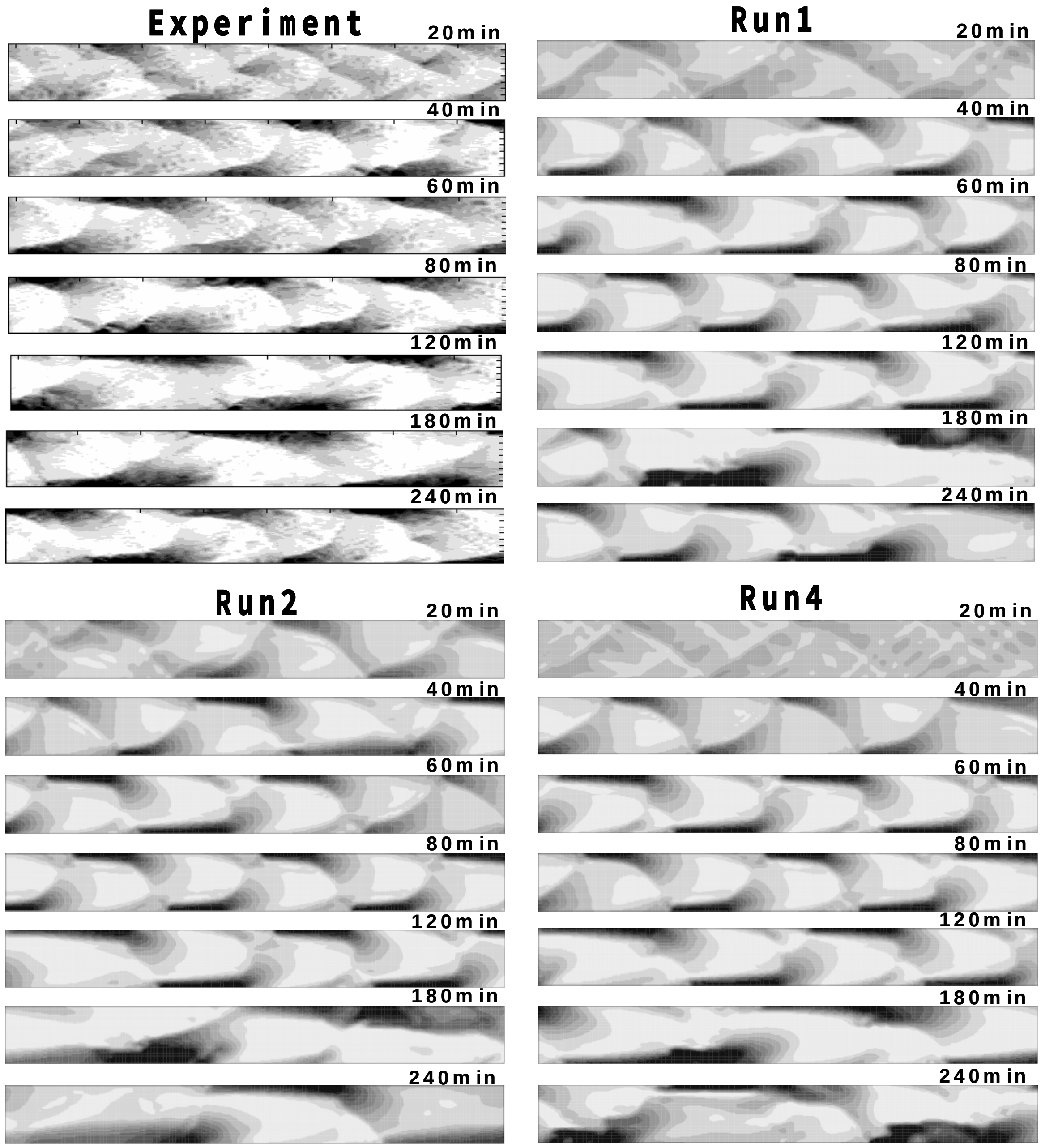


図－1　河床波の(2，1)成分の模式図

３．結果と考察

(1) ランダムな攪乱を与えた場合

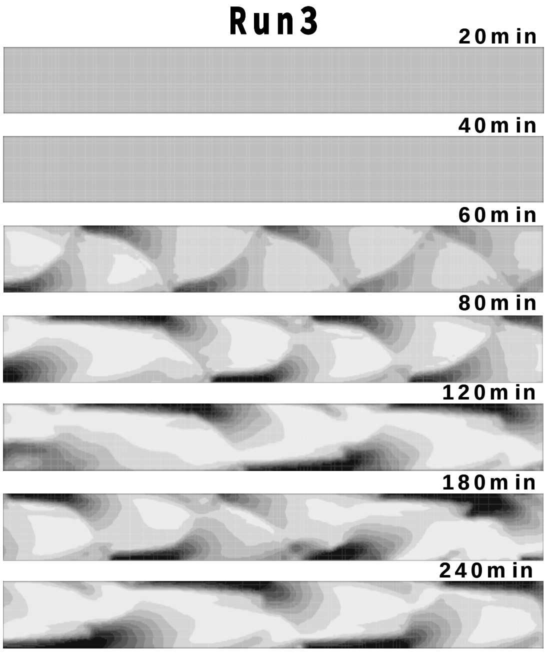
図－2に実験結果と初期河床にランダムな攪乱を与え



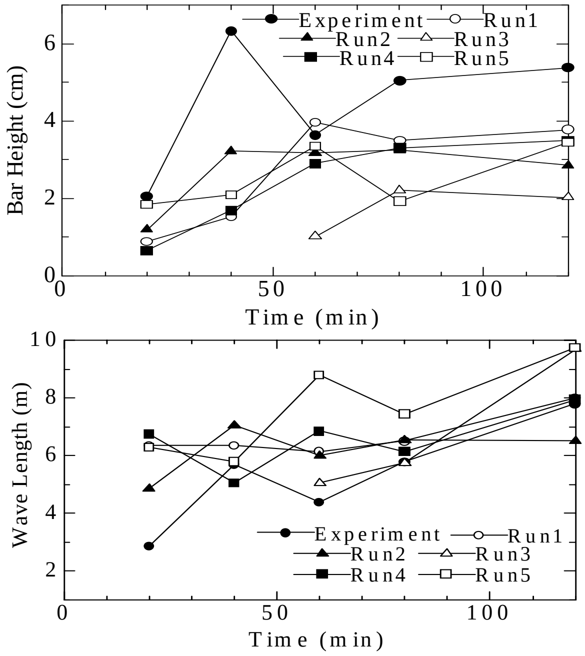
図－2　各ケースにおける河床形態

た各ケースの数値計算結果を示す．実験結果と比較すると，数値計算のどのケースも60分後以降は概ね河床形態を再現できている．Run1の180分後，Run2およびRun4の180分後および240分後の河床形態を見ると，比較的波長の大きな交互砂州が形成されているが，実験においても砂州の波長は砂州ごとにある程度のばらつきがあるので許容できる範囲内であると考える．また，実験の20分後から40分後の結果を見ると，複列砂州から交互砂州にモード減少が起こっているのがわかる．計算の初期段階に着目すると，Run1およびRun4ではそのような現象は生じておらず，最初から交互砂州が発達していく様子が確認できる．一方，Run2の20分後の結果を見ると，上流側で若干ではあるが複列砂州の形状を持っているのがわかる．Run1，Run2およびRun4を比較すると，最も初期河床に与えた擾乱が大きいRun2において砂州の形成に要する時間が最も短くなっており，最も小さい擾乱を与えたRun4において最も砂州形成に時間を要している．このことより，数値計算で砂州の形成過程を再現しようとする場合，初期河床に与える擾乱の大きさが砂州形成に要する時間と関係があることがわかる．

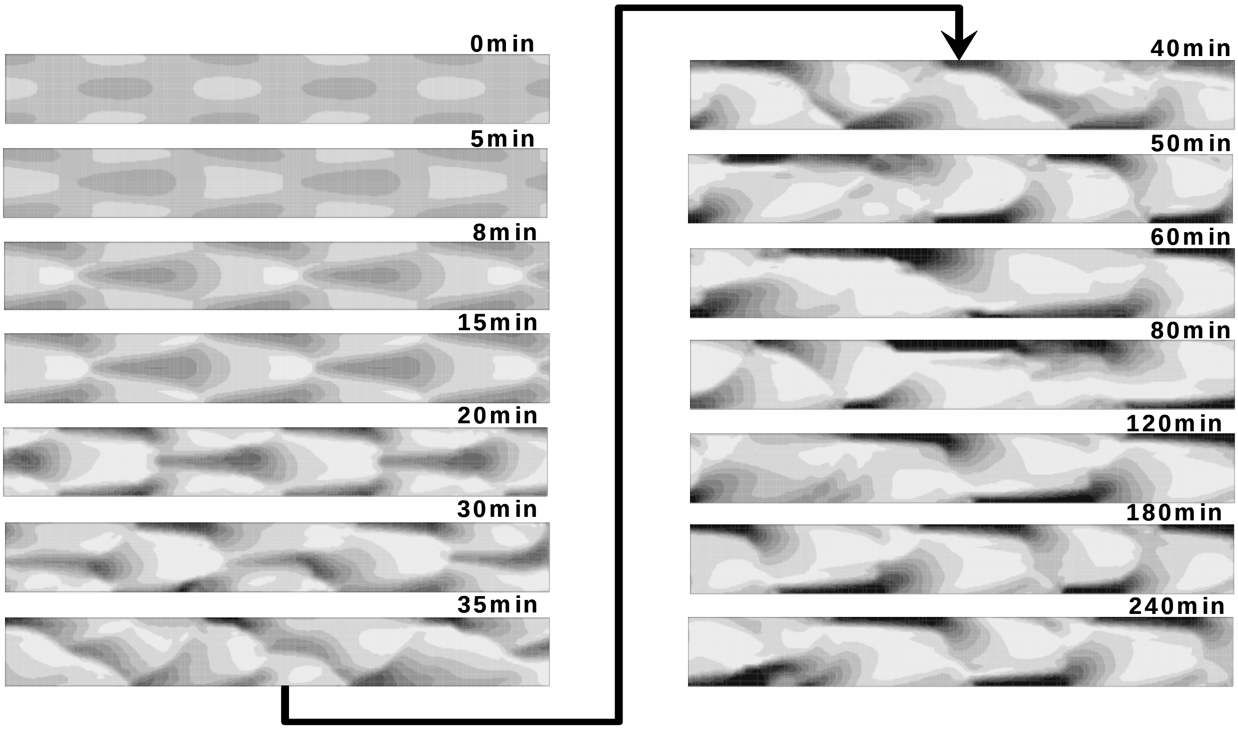
図－3にRun3の河床コンターを示す．Run3は初期河床に全く擾乱を与えず完全な平坦床から計算を開始したケースである．図－3を見ると，初期河床に擾乱を与えず上流端の流入流量に与える擾乱のみで砂州を再現しようとした場合，砂州形成までに40分以上の時間を要しているのがわかる．しかし，その後の河床形態を見ると，



図―3　ケースRun3における河床コンター



図―4　砂州の平均波長および平均波高の時間変化



図―5　ケースRun5における河床形状の時間変化

他のケースの河床形態に近い結果が得られている．よって，これらの計算結果から，初期河床にランダムな擾乱を与える場合，擾乱の大きさは砂州の形成される時間には影響するが，その後の砂州形状にはあまり影響を与えないと考えられる．

図―4に実験と数値計算の各ケースで得られた砂州の平均波高および平均波長を示す．平均波高は，それぞれの砂州について砂州の前縁線下流端位置を算出し，その位置における横断方向高低差を求め，それらを平均した値であり，平均波長は前縁線下流端位置から個々の砂州の波長を求め，それらを平均した値である．平均波高については，実験のほうが砂州形成が早く起こるため，通水初期の段階では数値計算に比べ大きめの値をとっている．平均波長についても，砂州形成の早さにより20分後の値には各ケースばらつきがあるが，ある程度の時間が経過してからの値というのは概ね良好な結果となってい

る．

(2) 周期的な擾乱を与えた場合

図－5にケースRun5の河床形状の時間変化を示す．Run5では(2，1)の波の成分を初期河床に与えて計算を行った．このとき縦断方向の波長は6.5mに設定している．図－5を見ると，初期河床に与えた(2，1)の波の成分がそのまま卓越して15分後には複列砂州が形成されている．その後30分後から35分後にかけて複列砂州から単列砂州へモード減少している様子が確認できる．このケースの水理条件は，黒木・岸の中規模河床形態の領域区分[1)]によると，交互砂州が卓越する条件であり，初期河床に複列砂州の波の主成分である(2，1)の波のみが存在する場合でも，ある程度時間が経過すると交互砂州が卓越する結果となった．しかしながら，Run5では，Run1～Run4とは異なり，一度複列砂州が卓越する様子が確認でき，初期河床の形状によって砂州の発達の過程が大きく異なる結果となっている．このことから，初期河床に与える波の形状や波高の大きさは，砂州の発達過程に強く影響するといえる．また，上流端で流入流量に与えている擾乱の影響，周期境界条件を用いて計算する場合などについても今後更に検討が必要であると考えられる．

4．おわりに

本研究では，砂州の発生・発達の数値解析における初期河床の攪乱の大きさおよび与え方が計算結果に及ぼす影響についての検討を行った．その結果，初期河床の状態により明らかに生じる現象が異なることが示された．実河川においては河床が完全に平坦であることはありえないので，洪水時の砂州の挙動を含む河床変動をより正確に予測するためには適切な初期条件を与えることが重要である．ただ，現在のある一定間隔の横断測量等の手法では洪水発生前の河床攪乱の状態を把握することは不可能であり，その意味においても本研究で行った初期河床攪乱の適切な与え方の検討は重要である．

本研究で行った初期河床に周期的な波を与えるケースは，計算が一例に留まっており，波の重ねあわせを考慮するなど今後更なる検討が必要である．また，今回は初期河床の擾乱に注目したが，上流端で与え続けている擾乱が砂州の発達過程および形状特性に及ぼす影響についても調べていく必要がある．

参考文献

1) 黒木幹男・岸力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文集，第342号，pp.87-96，1984.
2) Yalin, M., Ferreira da Silva, A.M.：Fluvial Processes, IAHR Monograph, pp.46-47, 2001.
3) 渡邊康玄，桑村貴志：複列砂州のモード減少過程に関する水理実験，土木学会水工学論文集，第 48 巻，pp.997-1002，2004.
4) 渡邊康玄，桑村貴志：砂州のモード減少過程水理実験への安定解析の適用，土木学会水工学論文集，第 49 巻，pp.943-948，2005.
5) 渡邊康玄：モード干渉を考慮した砂州のモード減少過程，土木学会水工学論文集，第50巻，pp.967-972，2006.
6) 清水康行，倉林弘志，藤田睦博：複列・網状砂州河道 における河床変動計算，水工論文集第 45 巻，pp.739-745，2001.
7) 寺本敦子，辻本哲郎 ：砂州を伴う河道の低水路河岸浸食に関する数値解析による研究，水工学論文集第 47 巻，pp649-654，2003
8) 長田信寿，村本嘉雄，内倉嘉彦，細田尚，矢部昌之，高田保彦，岩田通明：各種河道条件下における交互砂州の挙動について，水工学論文集第43巻，pp743-748，1999.
9) 小林健介，清水康行，渡邊康玄：非定常流の下での砂州の挙動に関する数値解析，応用力学論文集 Vol.9，pp.1031-1038，2006.

(2006.9.30受付)