

デューンの不安定現象に対する 流砂の非平衡性の影響

THE EFFECTS OF NON-EQUILIBRIUM SEDIMENT TRANSPORT PROCESS ON INSTABILITY OF DUNE FORMATION

山口 里実¹・泉 典洋²
Satomi YAMAGUCHI and Norihiro IZUMI

¹正会員 工博 北海道大学大学院・日本学術振興会特別研究員 PD (〒 060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

²正会員 Ph.D. 北海道大学大学院工学研究科 (〒 060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

In order to enable accurate predictions of the formation of dunes, to predict the effect of non-equilibrium sediment transport process is important. The stochastic model has been known to be the non-equilibrium sediment transport formula which can describe the sediment transport lag behind the bed shear stress. In this study, we performed a linear stability analysis by the use of the stochastic model with the two dimensional Reynolds equations. The phase lag between the sediment transport and bed shear stress is generated from step length on the sediment transport process, and the phase lag between the shear stress and flow velocity is generated from the fluid viscosity. The two phase lags are able to be theoretically predicted in this analysis. It is found that the instability of dune formation is shown by the balance of the two phase lags. We also performed a weakly nonlinear analysis. It is found that the dune-flat bed transition is characterized by the subcritical bifurcation in the range of small bed slope and small step length.

Key Words : *dunes, non-equilibrium sediment transport, the stochastic model, step length, weakly nonlinear stability analysis*

1. はじめに

河床面と流水は河床を構成する砂の流送過程を介して常に相互に影響を及ぼし合いながら変動しているため、流水との相互作用によって生じる河床変動を予測するには流砂の掃流特性を把握することが重要となる。特にデューンと呼ばれる小規模河床形態の発生や発達については、流砂の非平衡性が大きな影響を与えるということが従来注目されている^{1),2),3)}。

Fredsoe¹⁾は流れにせん断流モデルを適用した線形安定解析を行い、流体の粘性によって流速とせん断力とに位相差が生じると平坦床が微少擾乱に対して不安定となりデューンが発生することを説明している。このとき流砂量式としては Meyer-Peter & Müller 式に局所勾配の影響を考慮した式が適用されている。この局所勾配の影響とは河床上の砂が勾配に応じて受ける重力の影響を考慮したものであり、流砂量式において一種の非平衡性を表している。著者ら³⁾はこの Fredsoe 式を用いて弱非線形安定解析を行い、デューンー平坦床の遷移過程に見られる二価性やヒステリシスが解の亜臨界分岐に起因した現象であることを説明している。

中川・辻本²⁾は、砂の掃流過程に固有の非平衡性に着目し、流砂量式に stochastic model (確率モデル) を適

用することによってデューンの発生を説明している。この確率モデルは、掃流砂の確率的・離散的な運動の結果として生じる非平衡性をモデル化したもので、砂粒が離脱する生起確率密度 (pick-up rate) と一度離脱した粒子が次に落下するまでの移動距離 (step length) を用いて表される。ここで表現される非平衡性は前述の局所勾配の影響とは性質が全く異なり、step length によって流砂量に底面せん断力からの遅れが生じるというものである。近年では、このような流砂の遅れに起因した非平衡性の影響を取り扱うことによって、デューン形成の数値シミュレーションも行われている^{4),5),6)}。

中川・辻本²⁾が表現したような流砂の遅れは、流砂の非平衡性において最も重要な性質の一つであると考えられる。彼らはこの流砂の遅れによってデューンの発生を説明しているが、彼らの解析では流れにポテンシャル流を適用しており、流速とせん断力との位相差を理論的に表現できているとは言い難い。河床の不安定性を理論的に説明するためには、流速とせん断力との位相差も理論的に求められるべきであるという観点から、本研究では、流れをせん断流で表した線形安定解析⁷⁾に対して確率モデルの適用を行った。さらに亜臨界分岐現象に対する非平衡性の影響を調べるために弱非線

型安定解析⁷⁾への適用を試みた。

2. 確率モデルで表される流砂量の非平衡性

確率モデル²⁾では、流砂の原点を $\tilde{x} = \tilde{x}_0$ とすると pick-up rate および step length を用いて流砂量は次のように表される。

$$\tilde{q}_B = \frac{A_3}{A_2} \tilde{d}_s \int_{\tilde{x}_0}^{\tilde{x}} p_s(\tilde{x}') \int_{\tilde{x}-\tilde{x}'}^{\infty} f_s(s) ds d\tilde{x}' \quad (1)$$

ここで A_2 および A_3 はそれぞれ砂粒の 2 次元および 3 次元の形状係数 ($A_2 = \pi/4$, $A_3 = \pi/6$), $\tilde{d}_s$ は砂の粒径である。また p_s は砂粒子の pick-up rate であり、中川・辻本²⁾に従うと次式で表される。

$$p_s^* \equiv p_s \sqrt{\tilde{d}_s / (R_s g)} = 0.03 \theta (1 - 0.035/\theta)^3 \quad (2)$$

ここで R_s は砂の水中比重, θ はシールズせん断力 ($= \tilde{\tau}_b / (\rho R_s g \tilde{d}_s)$), $\tilde{\tau}_b$ は底面せん断力である。また、式 (1) 中の f_s は step length の分布関数であり、中川・辻本に従うと次のような指数分布で表される。

$$f_s(s) = \frac{1}{L_s} \exp\left(-\frac{s}{L_s}\right) \quad (3)$$

ここで L_s は平均 step length である。つまり、式 (1) では $\tilde{x}$ 地点よりも上流側で pick-up された砂粒子が step length の分布関数 f_s に従って移動する過程において $\tilde{x}$ 地点を通過する量が表されている。平均 step length L_s の値は中川・辻本によって粒径の 40–250 倍程度の値であることが確認されている。しかし、実験結果の示す値にはばらつきが大きく、また、関根・吉川⁸⁾によって限界掃流力付近ではさらに小さい値を示す可能性も指摘されており、具体的な L_s の値は明確ではない。 L_s の値は平坦床であれば空間的に均一とみなせるが、デューンが形成されると L_s は空間的に変動することになる⁶⁾。しかし本研究では、デューン発達の初期を扱っていることと L_s の値が不明確であることから簡便化のために L_s は空間的に一定の値を用いることとした。

河床変動の時間変化は流砂の連続式で表され、式 (1) を適用すると次式のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} &= -\frac{1}{1-\lambda_p} \frac{\partial \tilde{q}_B}{\partial \tilde{x}} \\ &= -\frac{A_3 \tilde{d}_s}{A_2 (1-\lambda_p)} [p_s(\tilde{x}) - p_d(\tilde{x})] \end{aligned} \quad (4)$$

ここで $\tilde{h}$ は河床高さ, λ_p は空隙率である。また, $p_d(\tilde{x})$ は次式で表されるような砂粒子の deposit-rate であり, $\tilde{x}$ 地点よりも上流側で pick-up された砂粒子が step length の分布関数 f_s に従って移動する過程において $\tilde{x}$ 地点に堆積する量を示している。

$$p_d(\tilde{x}) = \int_0^{\tilde{x}-\tilde{x}_0} p_s(\tilde{x}-s) f_s(s) ds \quad (5)$$

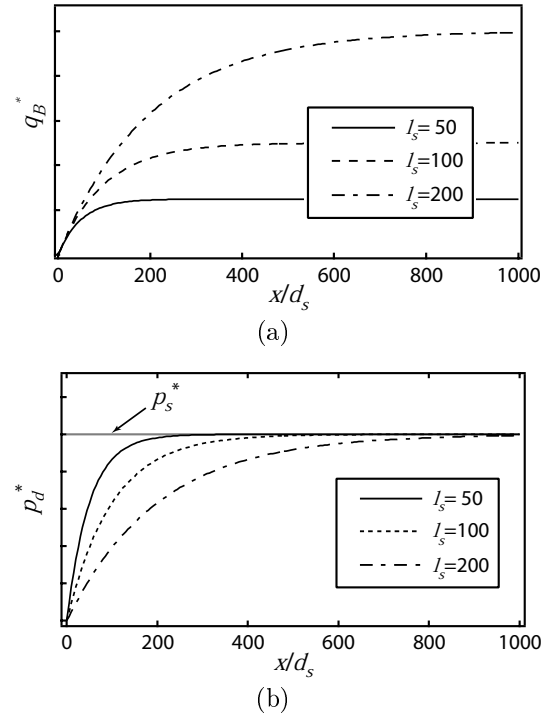


図-1 確率モデルで表される非平衡性. (a) 流砂原点からの流砂量の変化, (b) pick-up rate と deposit rate の変化.

この確率モデルは step length を媒介にして生じる流砂の応答遅れが表現されることから、非平衡流砂量式となっている。流砂原点を $\tilde{x}_0 = 0$ としてこれより上流では流砂が生じない河床を想定すると、等流状態において式 (1) で表される流砂量の分布は図-1 になる。図の横軸は流砂原点 ($\tilde{x}_0 = 0$) からの距離を示している。図中の l_s は粒径で正規化された平均 step length $L_s (= L_s / \tilde{d}_s)$ である。図を見てもわかるように、流砂原点ではそれより上流側で砂の pick-up 量が無いため、原点での流砂量はゼロとなる。原点より下流側のある地点では、原点からその地点の間で生じた pick-up 量が流砂量に寄与するため、原点から離れるにしたがって流砂量が増加していく。そして原点から十分に離れた地点で底面せん断力に対応した流砂量 $\tilde{q}_{B0} (= (A_3/A_2) p_s^* l_s [R_s g \tilde{d}_s^3]^{1/2})$ に達すると、それより下流側では流砂量は平衡状態となる。

次に、式 (4) に現れる pick-up rate p_s および deposit rate p_d について流砂原点 $\tilde{x}_0 = 0$ からの分布を図-1 に示す。流砂原点より下流側では pick-up rate p_s は式 (2) に従い常に底面せん断力に対応した値となるため、等流状態では一定値を示すことになる。その値も step length とは無関係であるため、 l_s の値によらず一定である。一方、deposit rate p_d は上流側の pick-up 量の影響を受けるため、流砂量と同様、原点ではゼロであり、原点から下流側に離れるに従って増加し、原点から十分に離れた地点で平衡な値に達することになる。その値は等流状態では p_s の値に一致しており、deposit rate

p_d が pick-up rate p_s の値に達した地点で deposit rate p_d も流砂量も平衡状態に達することになる。また、平衡状態に達するまでの距離が l_s の値とともに増加していることが両図より確認でき、step length が大きいほど流砂の遅れの影響がより下流へ及ぶことがわかる。

3. 線形および弱非線型安定解析への適用

(1) 支配方程式

確率モデルを用いた流砂量式 (1) を、著者らが行ったデューンに関する線形安定解析および弱非線型安定解析⁷⁾に適用する。この解析では、二次元開水路流れの支配方程式として次式で表される二次元レイノルズ方程式が用いられている⁷⁾。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + 1 + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} - S^{-1} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) \quad (7)$$

ここで x および y はそれぞれ流下方向および水深方向の座標、 u および v はそれぞれ流速の x および y 方向成分、 p は圧力、 S は平均河床勾配、 τ_{ij} ($i, j = x, y$) は次式で表されるレイノルズ応力テンソルである。

$$\tau_{xx} = 2\epsilon \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = \epsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yy} = 2\epsilon \frac{\partial v}{\partial y} \quad (8a-c)$$

ここで ϵ は渦動粘性係数である。

式 (6)–(8) は既に次式によって無次元化されている。

$$(\tilde{u}, \tilde{v}) = \tilde{U}_f (u, v), \quad \tilde{p} = \rho \tilde{U}_f^2 p, \quad (9a, b)$$

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{\eta}, \tilde{h}) = \tilde{D} (x, y, \eta, h), \quad \tilde{\tau}_{ij} = \rho \tilde{U}_f^2 \tau_{ij}, \quad (9c, d)$$

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon \tilde{U}_f \tilde{D}, \quad \tilde{t} = (1 - \lambda_p) \tilde{D}^2 t / (R_s g \tilde{d}_s^3)^{1/2} \quad (9e, f)$$

ここで $\tilde{U}_f$ および $\tilde{D}$ は等流状態の摩擦速度および水深、 η および h は無次元化水面高さおよび河床高さ、 ρ は水の密度である。式 (1) は次のように無次元化される。

$$q_B = \tilde{q}_B / \sqrt{R_s g \tilde{d}_s \tilde{D}} \\ = \frac{A_3}{A_2} \int_{x_0}^x p_s^*(x) \int_{(x-x')/\tilde{d}_s}^{\infty} f_s^*(s) ds dx^* \quad (10)$$

ここで q_B は無次元流砂量である。また、 d_s および f_s^* はそれぞれ正規化された粒径および step length の分布関数であり、次式で表される。

$$d_s = \frac{\tilde{d}_s}{\tilde{D}}, \quad f_s^*(s) = \frac{1}{l_s} \exp\left(-\frac{s}{l_s}\right) \quad (11a, b)$$

式 (4) は無次元化すると次のように表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial q_B}{\partial x} = -\frac{A_3}{A_2} [p_s^*(x) - p_d^*(x)] \quad (12)$$

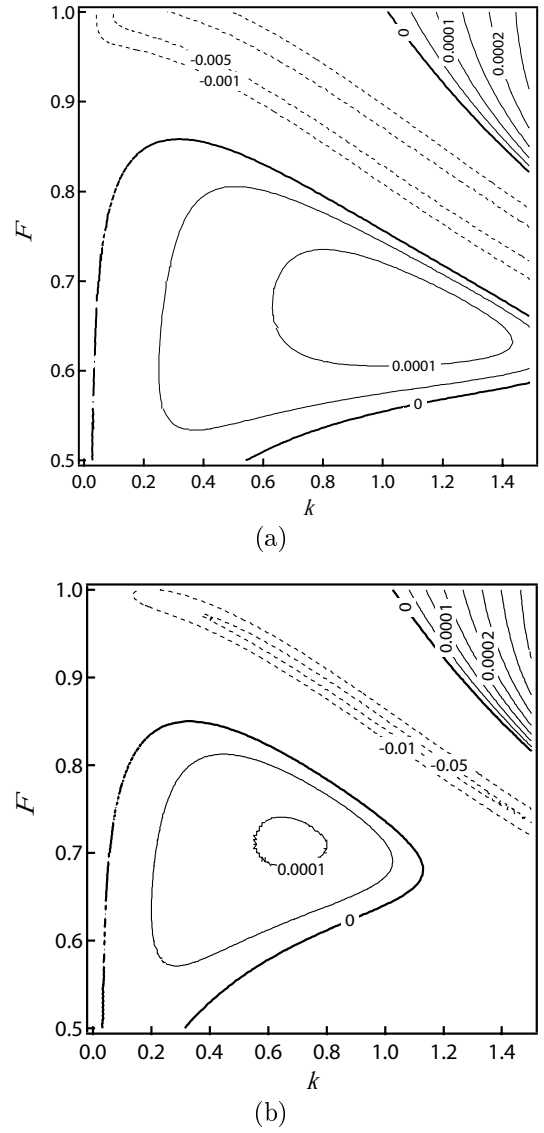


図-2 確率モデルを用いた線形安定解析より得られた線形増幅率 Ω のコンタ図. (a) $S = 0.0008$, $l_s = 50$, (b) $S = 0.001$, $l_s = 50$.

ここで p_s^* と p_d^* は正規化された pick-up rate と deposit rate であり、式 (2) と次式で表される。

$$p_d^*(x) = \int_0^\infty f_s^*(s) p_s^*(x - d_s s) ds \quad (13)$$

上式では流砂原点の影響が及ばない領域（原点よりも十分下流側）を考え、 $x_0 = -\infty$ としている。このとき、流れが等流であれば流砂量も平衡状態となる。

本解析では底面近傍に定せん断層を想定し¹⁾⁹⁾、次式で表されるスリップ条件を用いている。

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_{tb} = K u_f \quad \text{at } y = h \quad (\text{dynamic}) \quad (14)$$

u_f は摩擦速度であり、次式で定義される。

$$u_f = \tau_b^{1/2}, \quad \tau_b = [\mathbf{e}_{tb} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_{nb}]_{y=h} \quad (15)$$

ここで τ_b は無次元底面せん断力であり、等流シールズ

数 θ_0 を用いて次のように表される。

$$\tau_b = \theta/\theta_0, \quad \theta_0 = S/(R_s d_s) \quad (16a, b)$$

ここで e_{tb} および e_{nb} は底面に対する法線方向および接線方向の単位ベクトルである。また、 K はスリップ速度と摩擦速度の比であり、 K の値は Engelund に従って次式で表されるものとする⁹⁾。

$$K = 1.9 + 2.5 \ln(1/(md_s)) \quad (17)$$

Engelund⁹⁾に従い、定せん断層内の流速分布は対数則で表されるとすると、平均流速 $\bar{U}$ は次式で表される⁷⁾。

$$\bar{U} = 6.0 + 2.5 \ln(1/(md_s)) \quad (18)$$

上式と式 (17) からフルード数 F は次のように表される。

$$F = S^{1/2} (K + 4.1) \quad (19)$$

(2) 線形不安定性

基準状態である平坦な河床に次のような微小擾乱を与え、線形安定解析を行った。

$$h = Ah_1 \exp(\Omega t) \exp[i(kx - \omega t)] + \text{c.c.} \quad (20)$$

ここで Ω および ω 、 k はそれぞれ擾乱の成長率および角振動数、波数である。本解析では、摂動方程式を Chebyshev 多項式を用いたスペクトルコロケーション法によって解くことで増幅率を求めている⁷⁾。

図-2 に確率モデルを用いた線形安定解析より求めた増幅率のコンタ図を示す。図の縦軸と横軸はそれぞれフルード数と波数である。実線と点線はそれぞれ正と負の Ω を表しており、太い実線は Ω がゼロとなる中立曲線を示している。いずれの図にもフルード数が 0.85 程度より小さい領域にデューンの発生を示す不安定領域が現れている。図の右上にも不安定領域が現れているが、これはアンチデューンの発生を示す領域であり、本研究ではデューンの領域のみに注目することとする。

図-2(a) および (b) はそれぞれ $S = 0.0008$ および $S = 0.001$ 、平均 step length はいずれも粒径の 50 倍 ($l_s = 50$) とした場合の増幅率を示している。図をみると $S = 0.0008$ の場合に比べて $S = 0.001$ の場合は、波数の比較的大きい領域で不安定領域が消滅して不安定領域が狭くなっている。このことから S が大きくなると不安定領域が狭くなることがわかる。また、 S が大きいと卓越波数が小さくなることもわかる。

図-3 に l_s の違いによる不安定領域の変化を示す。図-3(a) および (b) はそれぞれ $S = 0.0008$ および $S = 0.0015$ とし、 l_s を 10 から 200 まで変化させている。いずれの図からわかるように l_s の値が増加するほど波数

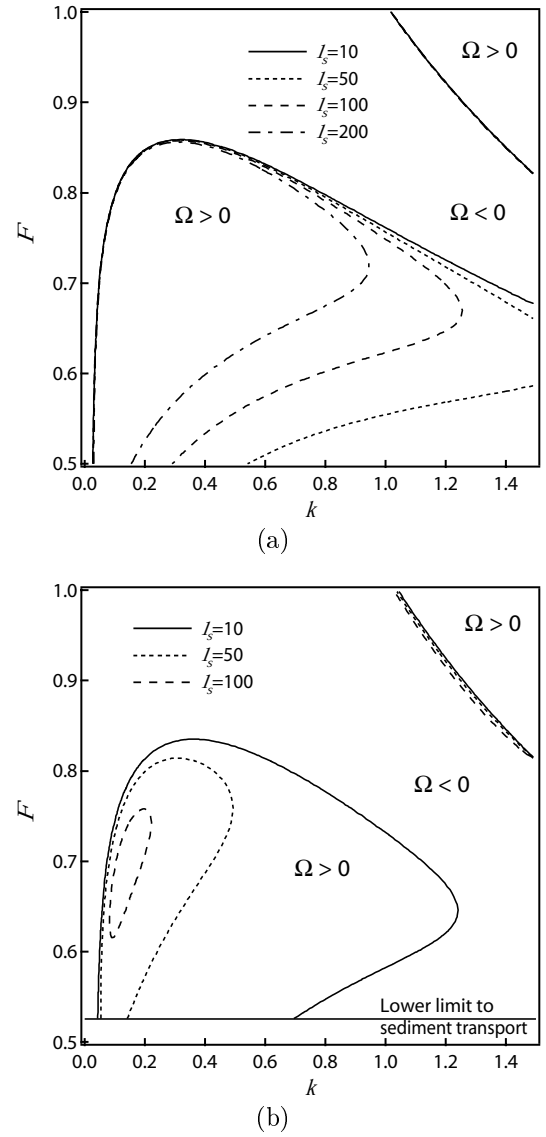


図-3 step length による不安定領域の変化。(a) $S = 0.0008$, (b) $S = 0.0015$ 。

の大きい領域で不安定領域が消滅しており、それに伴って卓越波数も小さくなる傾向にある。このことは、step length による非平衡性の影響が大きいほど波長の短い領域で不安定性が消失し、発生するデューンの波長が長くなる傾向を示している。

また、特に S が大きいほど l_s の違いによる不安定領域の変化が敏感であり、図-3(b) の $S = 0.0015$ の場合では l_s が 100 程度より大きくなるとデューンの領域が現れていないことがわかる。本研究では step length を粒径で正規化している ($L_s = l_s \tilde{d}_s$) ため、長さスケールを等流水深 $\tilde{D}$ で正規化している流れの支配方程式の下では、step length は $l_s d_s$ ($d_s = \tilde{d}_s / \tilde{D}$) で規定されることになる。このとき S が大きいと式 (16) から d_s の値も大きくなり、step length は相対的に大きくなる。このために本解析では S の大きい範囲で step length の影響が大きくなっていると考えられる。

表-1 各項の摂動解における河床形状との位相差.

(S, k, F)	l_s	p_{s1}	p_{d1}	$\text{Abs}[p_{d1}/p_{s1}]$	q_{B1}	
(0.0008, 1.0, 0.65)	50	0.018π	0.011π	1.00	0.011π	$\Omega > 0$
	100	0.018π	0.004π	1.00	0.004π	$\Omega > 0$
	200	0.018π	-0.010π	1.00	-0.010π	$\Omega < 0$
(0.001, 0.68, 0.71)	50	0.015π	0.009π	1.00	0.009π	$\Omega > 0$
	100	0.015π	0.003π	1.00	0.003π	$\Omega > 0$
	200	0.015π	-0.009π	1.00	-0.009π	$\Omega < 0$

(3) 局所勾配の影響を考慮したモデルとの比較

次に局所勾配の影響を考慮した Fredsøe¹⁾式を用いた場合との比較を行った. Fredsøe 式は次式で表される.

$$q_B = 8 \{ \theta - \theta_{th} + \mu (S - \partial h / \partial x) \}^{\frac{3}{2}} \quad (21)$$

ここで θ_{th} は限界シールズせん断力 ($\theta_{th} = 0.047$ とする), μ は局所勾配の影響を表すパラメータであり, 0.04 から 0.11 程度の値を取ることが知られている⁷⁾.

図-4 に上式による線形安定解析の結果を示す. 図-4(a), (b) は $S = 0.001, 0.0015$ とし, 図には確率モデルを用いた場合の結果も併せて示している. 図をみると Fredsøe 式 (21) を用いた場合も確率モデルを用いた場合と同様, S が増加すると不安定領域が狭くなることがわかる. また μ が大きいほど不安定領域が狭くなっており, 確率モデル式 (10) における l_s の増加と Fredsøe 式 (21) における μ の増加は線形不安定性に対して似た影響を与えていることがわかる.

(4) 不安定性における非平衡性の影響

確率モデル式 (10) において step length より生じる非平衡性の影響を検討するために, pick-up rate (式 (2)) および deposit rate (式 (13)) の線形摂動解 (それぞれ p_{s1} および p_{d1} とする) について河床形状との位相差を調べ, 表-2 に示した. 表では, $(S, k, F) = (0.0008, 1.0, 0.65)$ および $(0.001, 0.68, 0.71)$ についてそれぞれ l_s を 50, 100, 200 とした場合を示している. いずれも $l_s = 10$ および 100 の場合に増幅率 Ω が正, $l_s = 200$ の場合に Ω が負となる地点である. 表には p_{s1} と p_{d1} の絶対値比, 流砂量の線形摂動解 (q_{B1} とする) の位相差も併せて示している. ここで位相差とは河床形状 (式 (20)) の位相を基準としたものである. 表をみると pick-up rate p_{s1} の位相は l_s に無関係で一定であり, deposit rate p_{d1} の位相は p_{s1} の位相からわずかに遅れていることがわかる. また, l_s が大きくなるほどその遅れも大きくなっていることがわかる. さらに p_{s1} と p_{d1} の大きさが同じであり, p_{d1} の位相と流砂量 q_{B1} の位相が一致していることもわかる. 以上のことは, 先に図-1 で述べた点と対応していることがわかる.

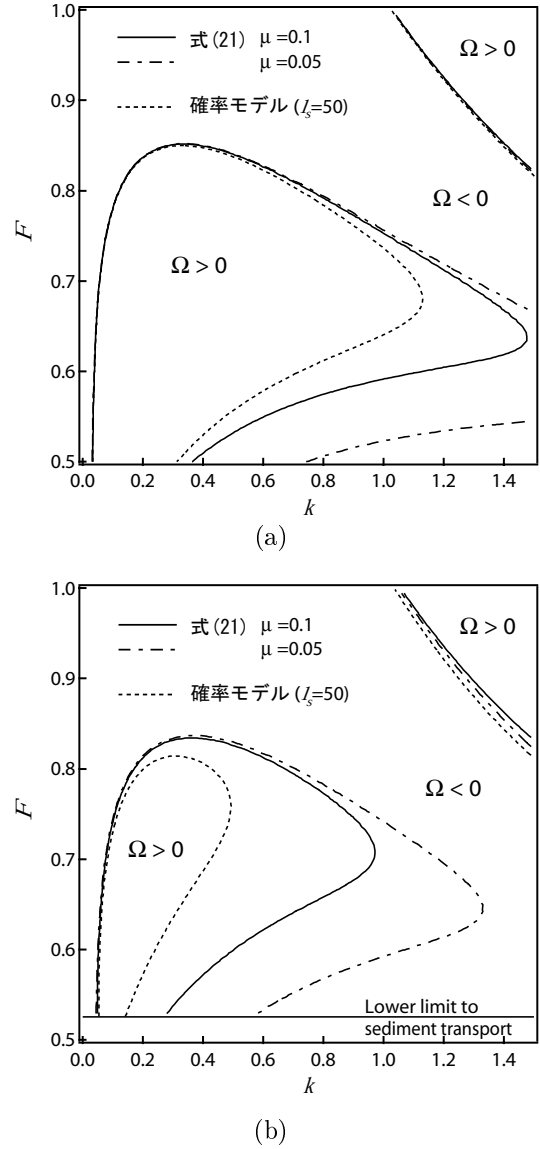


図-4 Fredsøe 式¹⁾を用いた場合との比較. (a) $S = 0.001$, (b) $S = 0.0015$.

ここで p_{s1} の河床形状からの位相差は流れの支配方程式を解く際に出てくるせん断力と流速の位相差に応じて表されるものである. 表をみると p_{s1} の位相は河床形状よりも進んでいることがわかる. p_{d1} は p_{s1} と l_s の影響を受けるが, そのとき p_{d1} の p_{s1} からの遅れ (位

相差)は l_s によって決定される。表を見ると l_s の小さいうちは p_{d1} の位相が河床形状よりもわずかに進んだ状態となることによって平坦床は不安定($\Omega > 0$)となるのに対して、 l_s が大きくなると p_{d1} の位相が河床形状よりも遅れることになり、このとき平坦床は安定($\Omega < 0$)となる。つまり、流れの支配方程式に現れるせん断力の位相差と step length による流砂の遅れ(位相差)のバランスで不安定領域や卓越波数が決定される。このため、step length による非平衡性の影響が大きいと不安定性が消失する傾向が現れると考えられる。

(5) 確率モデルを用いた弱非線形解析

確率モデル式(10)をデューンの遷移過程に関する弱非線形安定解析⁷⁾に適用した。弱非線形安定解析では線形増幅率ゼロの中立曲線上でフルード数を展開することによって次の非線形振幅方程式が導かれる。

$$dA/dT = \lambda_0 A + \lambda_1 |A|^2 A \quad (22)$$

ここで右辺第一項の係数 λ_0 は線形増幅率に相当し、第二項の係数 λ_1 はランダウ定数である。この λ_1 の値が正の場合、解は中立点において亜臨界分岐形態を示し、この時デューン-平坦床遷移過程に二価性やヒステリシスの現れることが説明される⁷⁾。

表-2に確率モデル式(10)を用いた場合の結果を示す。表には、線形安定解析より求められた限界フルード数 F_c および F_c に対応する卓越波数 k と本解析より求められた λ_0 および λ_1 の値を示した。表中のほとんどのケースで λ_1 が正の値となっており、これらのケースでは遷移過程に亜臨界分岐が現れることを示している。

本解析では前述のように S の大きい範囲では適当な不安定領域が得られていないため、亜臨界分岐に対する step length の影響を具体的に検討するのは難しい。しかし表をよくみると、 S が大きく、 l_s が大きいつきに λ_1 が負の値となっており、 S と l_s が大きくなるほど亜臨界分岐の現れにくいことがわかる。泉・山口³⁾は Fredsøe 式(21)を用いた弱非線形解析によって、平均勾配 S が大きいほど、また局所勾配の影響が大きいときに亜臨界分岐が現れにくいことを示している。したがって、線形解析の結果と同様、確率モデル式(10)における l_s が亜臨界分岐に与える影響は、Fredsøe 式(21)における局所勾配の影響と似ていることがわかる。

4. 結論

本研究では、二次元レイノルズ方程式を用いたデューンの線形安定解析と弱非線形解析に対して確率モデルの流砂量式を適用した結果、次のことが明らかとなった。

- 確率モデルを用いた線形安定解析では、レイノルズ方程式を解く際に現れる底面せん断力の位相差

表-2 確率モデルを用いた場合の λ_0 およびランダウ定数 λ_1 。

S	l_s	k_c	F_c	$\text{Re}(\lambda_0)$	$\text{Re}(\lambda_1)$
0.0008	50	0.32	0.859	0.00110	0.532
0.0008	100	0.32	0.858	0.00217	0.997
0.0008	200	0.31	0.856	0.00405	1.90
0.001	50	0.33	0.850	0.00150	0.622
0.001	100	0.32	0.847	0.00274	1.055
0.001	200	0.31	0.841	0.00469	1.08
0.0015	10	0.36	0.835	0.000571	0.184
0.0015	50	0.31	0.814	0.00174	0.0978
0.0015	100	0.20	0.758	0.00133	-1.63
0.002	5	0.39	0.822	0.00044	0.101
0.002	10	0.37	0.814	0.00073	0.133
0.002	20	0.32	0.794	0.00095	-0.0253

と step length によって生じる流砂の遅れ(位相差)のバランスで不安定領域と卓越波数が表される。

- step length が大きい場合は、線形不安定領域が狭くなり卓越波数がより小さくなる。これは Fredsøe 式を用いた解析において局所勾配の影響を大きくした場合と同様の傾向であり、線形不安定性に対して step length による非平衡性の影響は Fredsøe 式における局所勾配の影響と似た影響を示す。
- 確率モデルを用いた弱非線形解析の結果、平均勾配が小さく step length が小さいと遷移過程に亜臨界分岐が生じることが示された。

参考文献

- 1) Fredsøe, J., On the development of dunes in erodible channels, *J. Fluid Mech.*, Vol.64, 1-16, 1974.
- 2) 中川博次, 辻本哲郎, 砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程, 土木学会論文報告集, No.291, 53-62, 1979.
- 3) 山口里実, 泉典洋, デューン-平坦床遷移過程に見られる亜臨界分岐, 土木学会論文集, No.740/II-64, 75-94, 2003.
- 4) Giri, S., Shimizu, Y., Numerical computation of sand dune migration with free surface flow, *Water Resources Research*, Vol.42, w10422, doi:10.1029/2005WR004588, 2006.
- 5) 音田慎一郎, 細田 尚, 水深積分モデルによる小規模河床波の発生・発達過程と流れの抵抗則の数値解析, 水工学論文集, Vol.48, 973-978, 2004.
- 6) 関根正人, 土砂粒子の運動の解析を基礎とした河床波の形成過程シミュレーションの試み, 土木学会論文集, No.691/II-57, 85-92, 2001.
- 7) 泉典洋, 山口里実, デューン-平坦床遷移再考亜臨界分岐, 土木学会論文集 (temporary accepted) .
- 8) 関根正人, 吉川秀夫, 掃流砂の停止機構に関する研究, 土木学会論文集, No.399/II-10, 105-112, 1988
- 9) Engelund, F., Instability of erodible beds, *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, 225-244, 1970.

(2006.9.30 受付)