

拡幅水路における粒径分布変化と 河床変動に関する実験および1次元解析

THE EXPERIMENT AND 1-D ANALYSIS OF GRAIN SIZE DISTRIBUTION
AND RIVERBED EVOLUTION WITH BANK EROSION

中西哲¹・長谷川和義²・高橋圭吾³・阿部祐太⁴

Satoru NAKANISHI, Kazuyoshi HASEGAWA, Keigo TAKAHASHI and Yuta ABE

¹正会員 工修 独立行政法人土木研究所 水環境研究グループ (〒305-8516 茨城県つくば市南原1-6)

²フェロー 工博 財団法人河川環境管理財団 北海道事務所 (〒060-0061 札幌市中央区南1条西7丁目)

³学生員 北海道大学大学院 工学研究科 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

⁴非会員 北海道大学 工学部 土木工学科 (同上)

This research focuses on river bed longitudinal evolution considering grain size distribution. To address this challenge, 1-D theoretical analysis was adopted. Firstly, we succeeded to formulate the temporally longitudinal profile of grain size distribution and river bed evolution from 2-D continuity equation of sediment. And then, removable bed experiment was carried out to enable us to discover what happen in the channel, and to compare with 1-D analysis.

According to the result, the phenomena of experiment could be expressed well by using 1-D analysis although there were some problems about longitudinal profile of grain size distribution. Furthermore, it was revealed that the propagation of grain size distribution triggers river-bed degradation.

Key Words: riverbank erosion, one-dimensional analysis, river-bed longitudinal profile, grain diameter distribution, Talbot distribution

1. はじめに

河川の人為的インパクトに対するレスポンスを算定することは、優良な河川環境は保全に関してのみならず、治水、利水上重要な課題である。この問題に対する回答を得ることは容易ではないが、河川の包括的かつ長期的な変貌過程の解明が不可欠であろう。著者らは問題へのアプローチの手だてとして、側岸侵食を考慮した1次元解析を行い、変貌パラメータの選定を行った¹⁾。しかし、実際の河川は様々な物理要素や人工化指標が複雑に絡み合う結果として現在の様相を呈していることから、他の物理要素にも着目する必要がある。そこで本論では、河床材料の粒径分布に着目した。

粒径分布は河川を構成する重要な要素であり、古くから数多くの研究が行われてきている。清水²⁾は詳細にモデル化された1次元の河床変動計算を実河川に適用し、数ケースの流量を与えることにより河床縦断形および河床材料の縦断分布の形成プロセスを明らかにした。また、山本ら³⁾は海水面が上昇

するモデルを実験、数値計算に適用することにより沖積河川の形成過程を再現した。

このように数値計算モデルによる有効な手段は多々提案されているが、必ずしも一般的な見通しを明らかにするわけではない。そこで本研究では河川地形変動の形態力学的な性質を見いだすことに主眼を置く。前述の通り本研究では河床縦断形状と粒径分布の時間変化に着目しているため、これらに関して物理的な特性を損なわない程度に理論的に定式化し、現象の解明を図る。具体的な方法としては、河床縦断形ならびに粒径分布の1次元の微分方程式を導くことで解析を行った。さらに混合粒径河床材料を用いた移動床水理実験を行い現象の把握を行うことで定式化した理論式の妥当性を検討した。

2. 理論展開

河道の拡幅を考慮した1次元の河床縦断形の時間変化は著者らによって理論展開されている。今回も

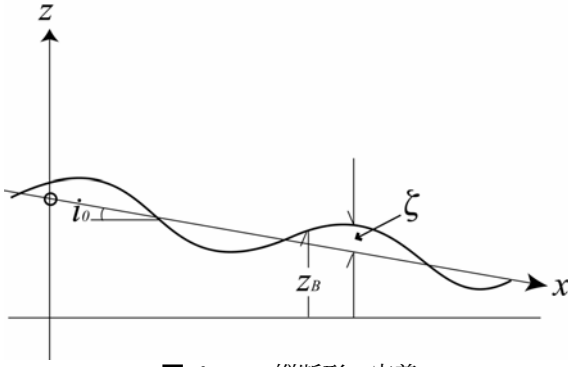


図-1 縦断形の定義

同様に、1次元の河床縦断形ならびに粒径分布の時間変化を理論的に導く。図-1、2にそれぞれ縦断形および横断形の定義を示す。ここで、 i_0 は初期河床勾配、 z_B は河床高、 ζ は初期河床からの変動値、 h は水深を表し、水路中央から水際までの距離（川幅の1/2）を B とし、 ζ の水際までの横断平均を $\bar{\zeta}$ とした。

(1) 基礎式の誘導

理論解析は2次元の流砂の連続式からスタートするが、流砂は掃流砂のみを対象とし、浮遊砂は考慮していない。一般的に粒径分布を考慮した流砂の連続式は、平野によって提唱された交換層の概念が採用される⁴⁾。その場合、侵食と堆積で土粒子の存在確率の取り扱いが異なる。本論では長期的な粒径分布ならびに河床の変動が対象であるため、侵食・堆積の双方の場合について交換層中の粒径分布を採用することが可能であると判断した。よって、粒径分布の連続式は以下の式を用いる。

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = -\frac{p_i}{a} \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{1}{a(1-\lambda)} \left[\frac{\partial q_{Bxi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{Byi}}{\partial y} \right] \quad (1)$$

ここで、 p_i は任意の土粒子が河床材料に占める割合、 a は交換層厚、 q_{Bxi} および q_{Byi} はそれぞれ流下方向ならびに横断方向の粒径別流砂量。

式(1)に p_i に関して確率密度関数 f を用い、 q_{Bxi} および q_{Byi} に全粒径流砂量 Φ_{Bx} および Φ_{By} を用いると以下の式が導かれる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{f}{a} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{a(1-\lambda)} \left[\frac{\partial (\Phi_{Bx} f)}{\partial x} + \frac{\partial (\Phi_{By} f)}{\partial y} \right] = 0 \quad (2)$$

この式が基礎式であり、横断方向に関して積分することにより、1次元の方程式が導かれる。横断方向積分の際に水際の横断方向流砂量の取り扱いについては、前報に詳しい。さらに上式を簡略化するために、以下の仮定を行った。

- ① 側岸の空隙率は河床におけるそれと等しい。
- ② 側岸の粒径分布は水際におけるそれと等しい。
- ③ 川幅は縦断方向に変化しない。

$$\lambda \approx \lambda_H, f(B) \approx f_H, \frac{\partial B}{\partial x} \approx 0 \quad (3)$$

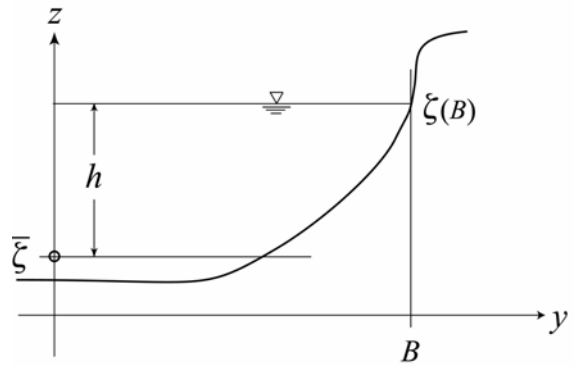


図-2 横断形の定義

ここで、インデックス H は側岸における物理量を表す。

以上より、粒径分布変動の基礎式は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + \frac{1}{a(1-\lambda)} \left[\frac{\partial (\bar{\Phi}_{Bx} \bar{f})}{\partial x} - \bar{f} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{d_{\max}} \bar{\Phi}_{Bx} \bar{f} dd \right] \\ - \frac{1}{a(1-\lambda)} \frac{a+H}{h+H} \tan \beta_k \int_0^{d_{\max}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \bar{\Phi}_{Bx} \bar{f} dd (\bar{f} - f_H) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

また、式(2)を粒径に関して積分し、 f を消去することで河床変動の基礎式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{d_{\max}} \bar{\Phi}_{Bx} \bar{f} dd \\ - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\tan \beta_k}{B} \int_0^{d_{\max}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \bar{\Phi}_{Bx} \bar{f} dd = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、各パラメータの上部に付けられたバーは各量の断面平均を表す。以降、簡略化のためバーを取り外した状態で表記する。また、 μ_s 、 μ_k はそれぞれ砂粒の静止および動摩擦係数。 τ_{*c} は無次元限界掃流力、 τ_* は無次元掃流力、 $\tan \beta_k$ は水際部の横断方向勾配である。 $d_{\max}$ は最大粒径を表し、今回の理論解析では時間的空間的に定数として扱った。

粒径分布および河床変動の基礎式中の左辺第三項はともに、側岸侵食からの流入土砂による影響を表す項となっている。

(2) 各パラメータについて

式(4)、(5)のとおり、1次元の河床変動式が導かれたが、問題となるのは、積分中に含まれる粒径 d の関数である流下方向流砂量 Φ_{Bx} ならびに確率密度関数 f を如何に簡易的に表現するかである。本論では Φ_{Bx} にはMeyer-Peter Müller式を採用した。Meyer-Peter Müller式中では、無次元掃流力 τ_* と無次元限界掃流力 τ_{*c} が d の関数として表される。 τ_* は摩擦速度 u_* を用いた定義式で表す。 τ_{*c} を表現する式は多々あるが、本論では平均粒径 d_m の関数となる以下の式を採用した。

$$\tau_{*c}(d) = \tau_{*c}(d_m) \left(\frac{d}{d_m} \right)^{-N} \quad (6)$$

ここで N は無次元掃流力を規定する定数である。Bridge and Bennett⁵⁾は過去の無次元掃流力に関する実験をまとめ、 N の値を0.5~1.0程度の値としている。Parkerら⁶⁾によると N の値を1.0よりやや低い値としており、本論ではもっとも簡略的な表現を想定し、 $N=1.0$ として扱った。

次に粒径分布であるが、一般的に河川における粒径分布は対数正規分布として表される。しかし、対数正規分布は式が複雑で1次元解析として解をもとめることが難しくなる。そこで比較的容易に表現することができるタルボット型の粒径分布を採用した。

$$P = \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^{\chi} \quad (7)$$

ここで、 $d_{\max}$ は河床材料の最大粒径。式(7)のタルボット分布は χ の累乗によって規定される関数であり、この χ を時間 t および縦断方向 x の関数として扱うことで、粒径分布の時間的、空間的变化を表現することが可能となる。 χ は0~1の値であり、大きいほど単一粒径に近づくことを示す。本論では最大粒径を一定としていることから、 χ の値が大きいほど粗粒化すること意味している。

さらに任意粒径の加積確率 P を微分することで式(4)、(5)中に含まれる f を以下のように表すことができる。

$$f(d) = \frac{\partial P}{\partial d} = \chi d^{\chi-1} d_{\max}^{-\chi} \quad (8)$$

また式(6)は以下のように表すことができる。なお前述の通り、 $N=1.0$ としている。

$$\tau_{*c}(d) = \left(\frac{\chi}{\chi+1} \right) \tau_{*c}(d_m) \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^{-1} \quad (9)$$

タルボット分布は山地河川の河床材料では、その有効性が実証されている⁷⁾が、下流部の平坦な分布での整合性はあまり高くない。このことは粒径分布形状を固定することにより生じる問題点であるが、今回の理論解析では、厳密な粒径分布ではなく空間的、時間的変化の算定を目的としており、タルボット分布は粒径分布の特性を反映しうると考えた。また理論式の複雑化を回避するためにタルボット分布式の簡易性を考慮して採用することとした。

u_* を算出する抵抗則にはManning式を用いた。その際必要となる粗度係数は定数と考えた。その結果、 u_* は以下の通りである。

$$u_* = \left(i_0 - \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^{\frac{7}{20}} \left(\frac{nQ}{B} \right)^{\frac{3}{10}} g^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

また、交換層厚 a は最大粒径として扱った。

(3) 混合粒径の河床変動式

前述した各変数に関する情報を式(4)、(5)に代入することによって、粒径分布ならびに河床変動の1

次元方程式を導く。

まず、粒径分布を表す χ の式を導いた。

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \left\{ F - G \frac{\chi}{\chi+1} \right\} \frac{\partial \chi}{\partial x} + D \left(1 - \frac{f_H}{f} \right) = 0 \quad (11)$$

ここで各係数は以下の通りである。

$$F = \frac{1}{D(1-\lambda)} \frac{8u_*^3}{sg}, G = \frac{1}{1-\lambda} 0.6u_* \quad (12)$$

$$D = \frac{1}{1-\lambda} \frac{d_{\max} + H \tan \beta_k}{h + H} \frac{1}{B d_{\max}} \sqrt{\frac{0.05sgd_{\max}}{\mu_s \mu_k}} \times \left(\frac{\chi}{\chi+1} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{8u_*^2}{sg} - 0.6d_{\max} \frac{\chi}{\chi+1} \right\} \quad (13)$$

なおこの式を導く際に $d/d_{\max}$ の項が現れるが、本来 χ は $d/d_{\max}$ に対して独立であるべきである。方程式中に $d/d_{\max}$ が含まれるのは f に対する仮定が必ずしも十分でなかったことに起因すると考え、近似的に $d/d_{\max}$ にかかる項を0と見なした。

また側岸からの流入土砂に関する情報である右辺に含まれる側岸の粒径分布を $f_H=f$ とする、つまり側岸からの流入土砂と河床材料の粒径分布が等しいものと仮定すると、左辺第三項は0となり式(11)は F と G の関係式を伝播速度とする単純な移流方程式となる。本論では、以降この仮定を採用している。

次に河床変動式は以下の通りに導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left[-\frac{7}{20} \frac{u_*}{i_0} \left\{ \frac{24}{sg} u_*^2 - 0.6d_{\max} \frac{\chi}{\chi+1} \right\} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right. \\ \left. - 0.6 \frac{u_* d_{\max}}{(\chi+1)^2} \frac{\partial \chi}{\partial x} \right] - \frac{8}{1-\lambda} \frac{\tan \beta_k}{B} \sqrt{\frac{0.05d_{\max}}{\mu_s \mu_k sg}} \\ \times \left(\frac{\chi}{\chi+1} \right)^{1/2} \left\{ u_*^2 - 0.075sgd_{\max} \frac{\chi}{\chi+1} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

式は複雑であるが、前報の定式化と同じように、拡散項と側岸侵食に関する項を含む形となっている。さらに χ の一階の空間微分項が加わった。 χ を下流に行くほど小さくなると仮定すると、この項は河床を低下させる作用があることがわかる。

以上、粒径分布を考慮した1次元河床変動方程式の定式化に成功した。式(11)、(14)が相互に干渉し合い、縦断形状ならびに粒径分布を決定するのだが、解を求めるためにはこれらの式を連立して解く必要がある。しかし、容易に解くことができないため、離散化し数値的に解を求めた。

3. 移動床実験

(1) 実験概要

実験に用いた水路は水路長15m、幅80cm、側壁高さ20cmの可変勾配水路である。この水路の上流端



写真-1 15分後の1m付近

側岸
水路



写真-2 15分後の6m付近

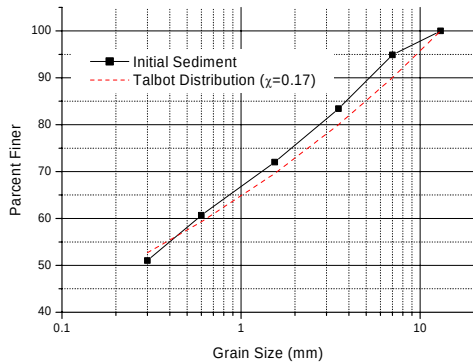


図-3 実験に用いた河床材料の粒径分布

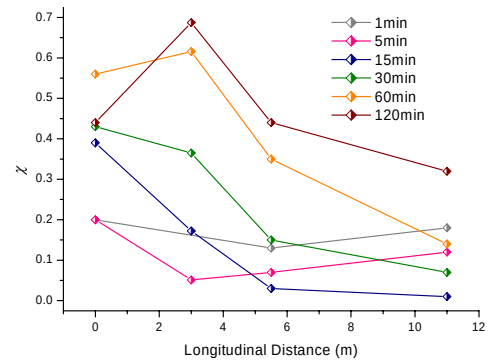


図-4 実験における χ の変化

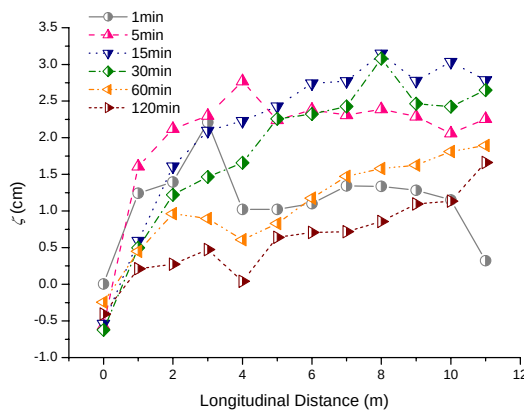


図-5 河床縦断面形の時間変化

から1m下流の位置から砂を敷くことで、実長L=12mの流路を形成した。実験流量は6.0L/secであり、初期河床勾配は1/100とした。初期横断形状は低水路幅が15cmの台形断面であり、側壁勾配は1:1とした。また実験中、上流端からの給砂は行わず、下流端は堰を設けて常に等流が保たれる条件とした。実験に用いた河床材料を図-3で示す、最大粒径13mmの χ が0.17である混合砂を使用した。

計測にはレーザー変位計を用い、縦断方向に1m毎に河床横断形を測量した。計測時間は通水開始から1分、5分、15分、30分、1時間、2時間であり、それぞれ停水後に計測を行った。なお、今回は混合粒径を用いた実験であり、粒径分布の時間変化を計測する必要がある。そのため、各停水時間に上流から0m、5.5m、11m地点で河床表層の河床材料を横断方向は低水路幅、縦断方向は5cmの範囲を採取した。採取層厚は表層の最大粒径が含まれるよう注意した。

採取された河床材料は十分乾燥させた後、ふるいにかけて組成比を測定した。なお実験値における χ は測定値の最小二乗法により求めている。

(2) 実験結果

a) 粒径分布について

写真-1, 2は通水後15分後の上流から1mならびに6mの写真である。両写真とも左側が上流である。上流部では粗粒化が見られるが、中流部では細かい土砂が堆積している状況が見られる。その後時間の経過と共に細粒分が掃流され、通水開始から2時間後には下流部も写真-1に見られるような粗粒化が河道全体に進行した。また側岸に着目すると上流部と同様に下流部でも粗粒化していることが分かる。この側岸部の粗粒化は実験の早い段階から発生していた。

図-4に χ の時間変化を示す。 χ は初期段階において中流部で低下した。その後、その細粒化が下流へと伝播すると同時に上流部では粗粒化がおり、最終的には河道全体が粗粒化する現象となった。

b) 河床縦断、横断形状

図-5に河床変動の時間変化を示す。通水開始から15～30分後でピークとなり、その後徐々に上流端から河床低下が伝播する現象となっている。通水開始から初期段階では河道が拡幅したことにより、大量の土砂が河道へと流れ込んだために堆積が顕著となった。その後堆積した土砂に選択運搬作用が働き、比較的細かい土粒子が掃流された事によって、河床の低下が起こったと考えられる。

図-6にそれぞれ時間毎の上流、中流、下流部における河床横断形状の時間変化を示す。河床縦断形状と同様に15分後の中流部ならびに下流部の堆積が顕

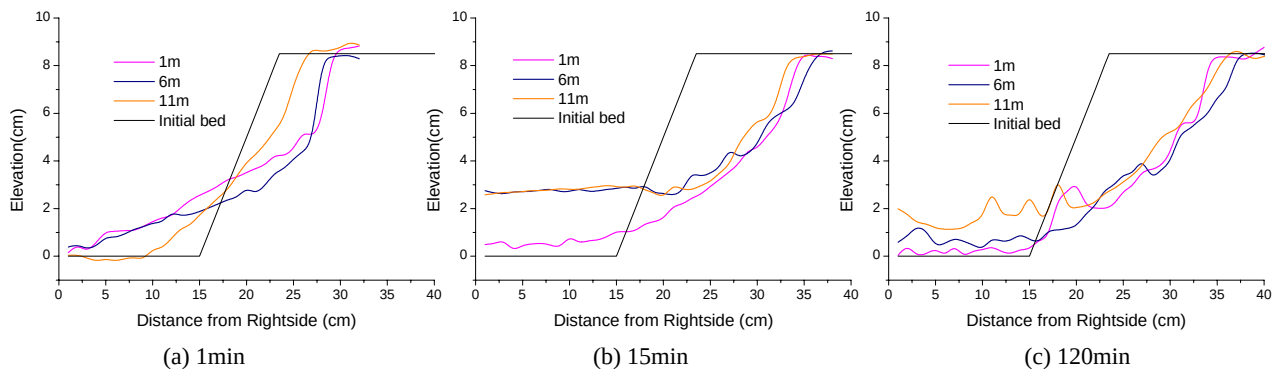


図-6 横断形の時間変化 (1min, 15min, 120min)

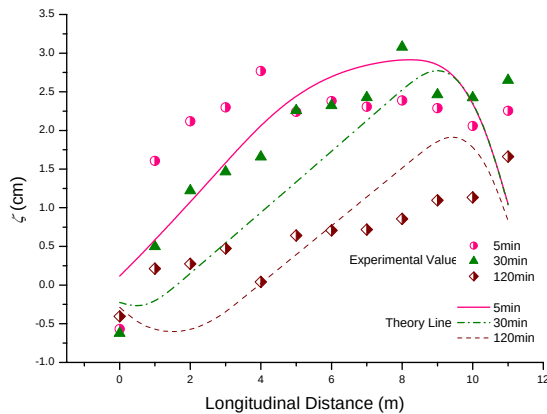


図-7 縦断形状の実験値と理論値の比較

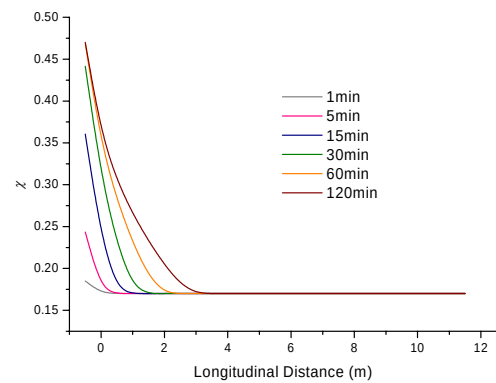


図-8 計算により得られた χ の理論値

著であることが分かる。また、側岸の拡幅に着目すると15分後と2時間後ではあまり変化が見られない。つまり、通水開始から15分後頃に側岸拡幅による河道への供給土砂がなくなったことを意味している。

単一粒径の側岸の時間変化と比較すると、流路の拡幅が押さえられている。これは、側岸の粗粒化が進行した結果、流路の拡幅が押さえられた結果だと考えられる。

c) 実験現象について

以上、実験の現象のプロセスをまとめる。実験初期の段階では、急激な拡幅が起こりそれに伴い中流部での堆積および粒径分布の細粒化現象が発生した。その後、川幅が平衡状態になる実験開始から30分頃には河床の上昇と細粒化は下流部へと伝播していき、上流部では粗粒化、河床低下が進行し始めた。実験後期になると、河道の拡幅は見られなくなり、粗粒化は河道全体に広がると共に、河床縦断形状は平坦な河床へと変化する結果となった。

4. 比較・考察

(1) 実験値との比較

実験結果と理論により導いた河床変動ならびに前述したとおり、理論式は式を離散化することにより求めている。なお河床の粗度係数は $n=0.017$ とし、上下流端における河床の境界条件は $\zeta=0$ とした。また、移流方程式を解く際に必要となる χ の境界条件

は今回の実験では給砂を行っていないことから通水開始から初期の段階で粗粒化が進行するものとし、強制的に以下の式で与えている。

$$\chi = 0.3 \tanh\left(\frac{t}{400}\right) + 0.17 \quad (15)$$

河床縦断形状の実験値と理論値の比較を図-7に示す。上流部における誤差は見られるものの、理論式が実験の現象のプロセスを定性的に表現していることが分かる。河床の形状が下流へ伝播しながら低下している現象となった。また、上流部では河床の低下が表現されている。単一粒径による研究から河床の凸型の伝播はマスマーブメントの可能性を示したが、今回の実験と理論式より同一の現象を表現することができ、さらに河床の低下を表現することができた。

図-8に計算から求めた、タルボット分布における χ の時間変化を示す。実験の測定値とは大きく異なる結果となった。まず粒径分布が伝播されない原因については、河床の上昇が摩擦速度の低下を引き起こしたことにより、式(11)中の伝播速度が低下したためだと考えられる。また、実験では初期段階において側岸の細粒分が洗い流され河道に供給されることによる細粒化が見られたが、今回の χ に関する方程式において側岸からの供給土砂の組成比は河床の粒径分布と同一として扱っている。そのため、いかに拡幅が進行して土砂が供給されようとも河床材料の組成比には影響を与えないことが細粒化現象を表現できなかった原因だと考えられる。以上の粒径分

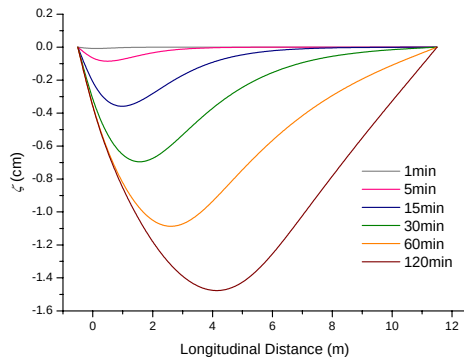


図-9 側岸侵食がないケースにおける縦断形状の時間変化

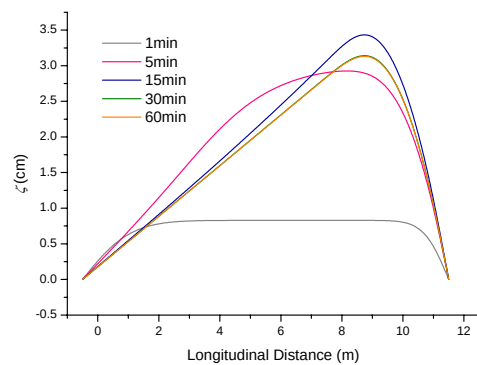


図-10 χ 一定の縦断形状の時間変化

布に関してはさらなる改良が必要であるが、河床変動のプロセスを表現できる結果となった。

(2) 粒径分布と河床変動に関する考察

ここでは、本研究で導かれた粒径分布と河床縦断形の方程式が持つ意味を考察したい。同様の水理条件下で以下の二つのケースを想定し、計算を行った。

図-9は河岸侵食を考慮しないケース、つまり式(14)の第三項を0とした場合の河床縦断形の時間変化である。河床縦断形は時間経過と共に下に凸の形状となった。式(14)の拡散項はそれ自体では河床を低下させることがないことから、粒径分布の変化が河床低下の原因である。側岸侵食を考慮しない場合、急激な堆積が起こらず、 u_* も小さくならないことから粒径分布が伝播されることにより河床の低下が起こったものと考えられる。

図-10は χ の時間変化を考慮せず一定値とした、つまり土砂に単一粒径を用いた場合の縦断形の時間変化である。単一粒径による実験ならびに解析と同様に、上に凸の形状が下流へと伝播する現象となった。

これら二つの想定ケースは導かれた式の妥当性を示すと共に、河床材料の分級機構と供給土砂の関係が河川地形に強く影響を及ぼすことを示している。今回のケースでは粒径分布と供給土砂の両者の作用が絡み合い実験の結果を再現することができたと考えられる。

5. おわりに

以上、本研究から得られた知見を以下に示す。

- 1) 粒径分布にタルボット型を採用することにより、粒径分布の連続式から、1次元の粒径分布および河床変動の時間変化の定式化に成功した。
- 2) 拡幅を伴う移動床実験では縦断形状、粒径分布、横断形状の測定値を使うことにより、実験における現象の過程を説明することができた。
- 3) 河床縦断形状の理論値は実験値の傾向を再現す

ることができた。このことは理論から定式化された式が定性的な変動把握が可能であることを示している。

- 4) しかし、粒径分布の時間変化については χ が伝播しなかった。その理由として、急激な河床の上昇により、掃流力下がったことに起因する。粒径分布の式に関しては再度検討する必要がある。
- 5) 二つのケースを想定した計算を行った結果、実現象と同様の結果となり、理論により導いた式の妥当性を示すと共に、分級作用ならびに側岸侵食の相互作用が河床縦断形状に強く影響を与えることを示唆している。

河川の安定縦断形状を予測するためには、または河川が現在どのような状況であるかを判断するためには、河川の変貌指標を明らかにすることが有効であろう。今後、本研究の結果をふまえその変貌パラメータの選定をする必要があると考えられる。

参考文献

- 1) 中西哲・長谷川和義・高橋圭吾：拡幅を伴う直線流路の河床変動1次元解析，水工学論文集，第49巻，pp. 985-990, 2005.
- 2) 清水康行：沖積河川の縦断形と河床材料分布形の形成について，土木学会論文集，No.521/II-32，pp. 69-78, 1995.
- 3) 山本晃一，藤田光一，赤堀安宏：勾配・河床材料の急変点を持つ沖積河道縦断形の形成機構と縦断形変化予測，土木学会論文集，No.600/II-44，pp. 37-50, 1998.
- 4) 平野宗夫:Armoringを伴う河床低下について，土木学会論文報告集，第195号，pp. 55-65, 1971.
- 5) Bridge, J. S. and Bennett, S. J : A model for the entrainment and transport of sediment grains of mixed sizes, shapes, and densities, Water Resource Research, Vol.28, No.2, pp.337-363, 1992.
- 6) Parker, G., Klingeman, P. C. and Mclean, D. G. : Bedload and size distribution in paved gravel-bed stream, J. of Hyd. Div., ASCE, Vol. 108, pp. 544-571, 1982.
- 7) 竜澤宏昌・林日出喜・長谷川和義：溪流河川における河床砂礫の混合特性と階段状河床形の形状特性，水工学論文集，第42巻，pp. 1075-1080, 1998.

(2006.9.30受付)