

浸透が卓越する場に形成される 堆積地形に関する数値解析

NUMERICAL ANALYSIS ON FORMATION PROCESS OF DEPOSITIONAL LANDFORM OVER A PERMEABLE BED

小笠原 基¹・関根正人²

Motoki OGASAWARA and Masato SEKINE

¹ 学生会員 修士（工学） 早稲田大学大学院 理工学研究科（〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1）

² 正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部社会環境工学科（同上）

Numerical analysis of the flow, which is established under the effect of interaction between surface flow and subsurface flow, was conducted, together with the analysis of the bed evolution due to a sediment transport in this study. Basic equations of water flow are one-dimensional shallow water equation for surface flow, and two-dimensional Richards equation for subsurface flow. Numerical model was applied to simulate the formation process of depositional landform on one-dimensional permeable bed, which is just like a fluvial fan.

Key Words: depositional landform, permeable bed, subsurface flow, numerical analysis

1. はじめに

河道の流路変動過程や河川地形の形成過程において、河川の水の流れとその周辺地形の地下にある浸透流との水のやりとり（以下、これを「水交換」と呼ぶ）の影響が無視できない現象は少なくない。たとえば、扇状地や盆地を流れる礫床河川の流路変動過程や、砂州・わんど・たまりなどの微地形の形成過程などがそれである。そこで、上記のような地形が変化する過程を数値的に解析しようとする、この水交換による影響を考慮に入れる必要がある。しかし、移動床問題を取り扱う際にこの水交換を陽な形で取り入れた研究は少なく、数値解析に到ってはほとんど行われていないのが現状である。ただし、実験的な研究はいくつかなされており、その一つが関根ら¹⁾による水路実験である。彼らは、透水性の高い二次元平面上に形成される円弧状の堆積地形（模擬扇状地）についての移動床水路実験を行っており、流路の分岐・合流などを頻繁に繰り返しながら地形が発達していく過程を説明している。本研究は、たとえば上記の模擬扇状地のような地形形成過程を数値的に再現することを目指しており、その研究の第一歩として、透水性の高い一次元地盤上に堆積地形が形成されていく過程を数値解析することに

した。流れが透水性の高い地盤上に出ると、表面流はその流量の一部を失うことになり、地表面下の透水層の側から見ればこの流量分だけの水供給を受けることになる。一方、透水層の流れが飽和状態に到ると、その地点から下流側にいわゆる復帰流が生じることになり、一部区間で水無川の状態となることがある。このように表面流と浸透流との間の水交換ゆえに、ここで対象とするような堆積地形は複雑な形成過程をもつことになる。なお、表面流と浸透流の水交換に関する従来研究として、原田²⁾、鷺見・辻本ら³⁾、江頭ら⁴⁾の研究などを挙げることができる。これらの研究と本研究は表面流と浸透流の水交換を伴う現象を扱っているという点で共通しているものの、本研究はこれらの研究で扱われることのなかった移動床問題を扱っているという点が異なる。本論文では、数値解析を通じて明らかになった堆積地形形成過程に関わる知見を説明するとともに、透水層内の透水性の係数の違いによる地形形状への影響についても論じる。

2. 数値解析の概要

(1) 流れ場の解析

流れ場に関しては、地表面上を流れる表面流と地

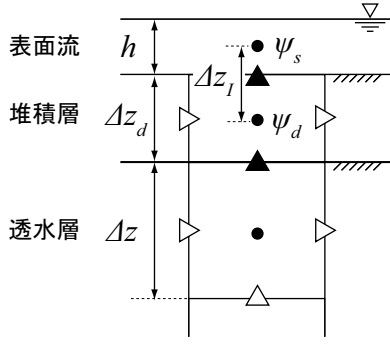


図-1 流れ場の計算格子の概念図

表面下の砂礫層内を流れる浸透流とをそれぞれ解くことが求められる．その際，地表面を介しての水交換を考慮する．砂礫層が不飽和の場合には表面流の一部が地表面下へ浸透するが，その一方で，砂礫層が飽和し自由水面が地表面に到ると逆に地表面へ復帰する水の流れが形作られることになる．このように本研究で取り扱う現象は表面流と浸透流との連成問題であるため，両者の支配方程式を同時に解く必要がある．

表面流に関しては，ここで想定する流れの水深が礫径の10倍のオーダーとあまり大きくないことから，以下に示す浅水流方程式に依拠した一次元解析が有効である．

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = w_I \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{uw_I}{h} \\ & = g \sin \alpha - g \cos \alpha \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{C_f}{h} u^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

ここに，流れの上端を原点として流下方向に x 軸をとり， x 軸が水平線となす角を α とする．また， u は水深平均流速， h は水深， η は地形高， g は重力加速度である． w_I は地表面を介して単位面積当たり生じる水の流出入フラックスを表し，正の場合には砂礫層内から地表面上への流出を，負の場合には地表面上の表面流から砂礫層内への流入を表す．抵抗係数 C_f に関しては，マニングの平均流速公式に基づいて評価することにした．式(1)，(2)を数值的に解くに当たっては，空間的にはスタッガード格子を用い，時間的には陽解法の考え方に基いてこれらを離散化することにし，移流項の取り扱いにはCIP法を適用した．拡散項に含まれる拡散係数 ν_t に関しては，各格子点上の水深ならびに摩擦速度の積に比例するものとして評価した．

浸透流に関しては，以下に示す Richards の方程式に依拠して，鉛直二次元の飽和・不飽和浸透流解析

を行った．

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \theta}{\partial \psi} + \beta S_s \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \sin \alpha \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + \cos \alpha \right) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに， x 軸は表面流と同一のものとし， x 軸に直交する上向きに z 軸をとる．また， ψ は圧力水頭， θ は体積含水率， K は各地点ごとに定まる透水係数， S_s は比貯留係数であり， β は飽和時には1，不飽和時には0となる係数である．式(3)は単独では解くことはできず，不飽和域における ψ と θ ならびに不飽和透水係数 K の3つのパラメータ間の相互関係を表す式が必要となる．本研究では谷⁵⁾に倣い，水分特性曲線 (ψ と θ の関係) ならびに θ と K の関係を次式で与えることにした．

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{\psi}{\psi_0} + 1 \right) \exp \left(- \frac{\psi}{\psi_0} \right) + \theta_r \quad (4)$$

$$K = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^m \quad (5)$$

ここに， θ_s は飽和体積含水率， θ_r は残留体積含水率， ψ_0 は水分特性曲線の変曲点における圧力水頭の値， K_s は飽和透水係数， m は不飽和域における透水性の減少の程度を表すべき数である．式(3)の数値解法に当たっては，空間的にはスタッガード格子を用い，時間的には完全陰差分により離散化した後，これを加速過緩和法を用いて解くことにした．

本研究では，前述の通り，透水性の高い地盤上に堆積地形が形成されていく過程に注目するが，透水性地盤を構成する土砂と，その上に堆積地形を形成する土砂とで粒径が異なる場合には，その地形内部を流れる浸透流の性質も異なるものとなる．そこで，透水性地盤を構成する礫層（以下ではこれを「透水層」と呼ぶ）と，その上に形成される堆積地形の層（以下ではこれを「堆積層」と呼ぶ）の二層に分けて浸透流解析を行うことにした．図-1に流れ場の計算格子の概念図を示した．堆積層に関しては， z 軸方向の計算格子幅を堆積層厚 Δz_d に等しいものとして解析を行う．そのため，堆積層は z 軸方向に最大でも一格子分しか生じないことになる．堆積層と透水層の境界面を介して行われる水交換フラックスは，ダルシー則に基づいて評価するものとし，その透水係数は，堆積層の透水係数と，堆積層に隣接する透水層最上部の計算格子における透水係数のうち，値の小さな方を用いて与える．これは，境界面を通じた流速が，流速の小さな方に支配されると考えることにほかならない．また，本来，透水層上面に土

表-1 透水層ならびに堆積層の各パラメータの値

	粒径 (mm)	θ_s	θ_r	ψ_0 (m)	K_s (cm/s)	m	S_s (m ⁻¹)
透水層 (Case1)	5.0	0.40	0.001	-0.05	5.0	3.0	10 ⁻⁶
透水層 (Case2)	2.0				2.0		
堆積層	0.48			-0.15	0.1		10 ⁻⁵

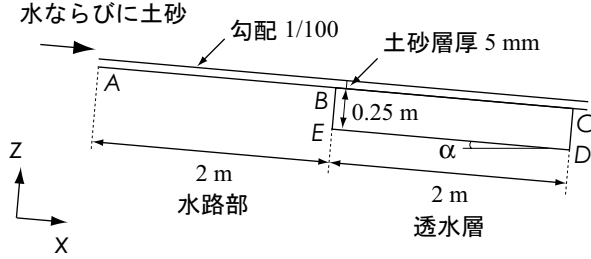


図-2 解析対象領域の概念図（初期状態）

砂が堆積すると、透水層の間隙に入り込み、そこが土砂で埋まることによって透水性が低下することになるが、簡単のため、ここではこの効果を考慮せずに解析した。一方、式 (1), (2) 中に現れる w_l が表面流と堆積層との間の水の流出入フラックスを表し、単位面積当たりで見れば地表面を通過する流速として評価される。この流速もダルシー則に基づいて評価できるものとして、次式を用いて評価することにした。

$$h > 0 \text{ のとき } w_l = -K_d \left(\frac{\psi_s - \psi_d}{\Delta z_l} + \cos \alpha \right)$$

$$h = 0 \text{ のとき } w_l = 0 \quad (6a, b)$$

ここに、

$$0 < h < \Delta z \text{ のとき } \psi_s = 0.5h \cos \alpha$$

$$\Delta z_l = 0.5\Delta z_d + 0.5h \quad (7a, b)$$

$$h \geq \Delta z \text{ のとき } \psi_s = (h - 0.5\Delta z) \cos \alpha$$

$$\Delta z_l = 0.5\Delta z_d + 0.5\Delta z \quad (8a, b)$$

ここに、 K_d は堆積層を構成する土砂の飽和透水係数である。

表面流と浸透流の連成計算の手順は以下の通りである。はじめに飽和・不飽和浸透流解析を行い、帯水層内の圧力水頭 ψ の値を更新する。次に、浸透流の解析により求められる流出入フラックス w_l の値を用いて表面流の解析を行い、その時刻の流れ場の更新が完了する。なお、浸透流の解析には、その変化が表面流に比べて非常にゆっくりであるため、時間短縮を目的として時間間隔を $\Delta t = 0.05$ (s) と大きくとり、表面流の計算時間間隔 $\Delta t = 0.0005$ (s) とは異なるものとした。そのため、浸透流の更新を行わない時刻では、浸透流に関する最新のデータを用

いて表面流の解析を行った。

(2) 地形変動解析

本研究では、土砂が掃流砂としてのみ移動する条件を想定しており、Meyer-Peter and Muller の掃流砂量関数式を用いて土砂移動量を評価した。地形高の時空間的な変化は土砂の連続式 (Exner の式) に基づいて解析した。また、地形が変動する過程において、堆積地形のフロントなどで地形勾配が計算上安息角を越えることがあるが、この場合には関根⁶⁾ による斜面崩落モデルを用いてこれを処理した。ここに、斜面崩落モデルとは、計算の途中で安息角を越えるような斜面が現れた場合には、その斜面勾配が安息角に等しくなるように斜面崩落が生じるとするものであり、崩落によって生じた土砂は付加的な流砂量として前述の式で評価された流砂量に加えることにし、地形高の更新を行う。

(3) 数値解析条件

透水性の高い地盤上に形成される堆積地形の形成過程に関しては、関根ら¹⁾ が実験的研究を行っており、本研究ではこの実験を念頭において計算条件を定めている。図-2 に解析対象領域の概念図を示す。図-2 に示す通り、全長 2 m、厚さ 0.25 m、勾配 1/100 の透水層を設定し、その地表面の BC 面を透水性の高い模擬地盤とする。透水層の上流側には全長 2 m、勾配 1/100 の水路が接続されており、計算開始とともに上流から 0.002 m³/s/m の流量の水が流入することとし、掃流力に応じて算定される掃流砂量に見合った土砂も供給される。上流から供給する土砂に関しては、粒径 0.48 mm の 5 号硅砂を用いた。また、透水層としては、粒径 5 mm のガラスビーズを敷き詰めた透水性の高い層を想定した。これは関根ら¹⁾ の実験と同じ条件である。本研究では、透水層として、上記の 5 mm のガラスビーズを用いた場合を Case1、Case1 よりも透水性の低い 2 mm のガラスビーズを用いた場合を Case2 として解析を行った。表-1 には、Case1, Case2 のガラスビーズならびに堆積層を構成する 5 号硅砂の各パラメータの値が示されている。式 (5) 中のベキ数については Irmay⁷⁾ が理論的に導いた値を用いることにした。なお、関根ら¹⁾ の実験では、固定床である水路部の上面に 5 号硅砂を敷き詰めた状態で実験を行っており、本研究ではこの厚さを 5 mm とし解析を行っ

た．なお、水路部と透水性地盤の間に段差が生じることを避けるため、ここでは、透水性地盤上にも同じ厚さの土砂を敷き詰めた状態を初期状態として計算を開始した．

境界条件は以下の通りである．浸透流に関しては、透水層の底部ならびに上下流端境界を不透水面とし、図-2のDE面、BE面、CD面を通過する流れはないものとする．地表面のBC面に関しては、表面流が存在する場合には静水圧が働く．

初期条件は以下の通りである．透水層内の初期水位に関しては、透水層下流端における水深を5 cmとし、静止・平衡の状態にあるものとした（図-3(a)参照）．また、表面流の水深の値は全地点でゼロとした．

浸透流の解析に関しては、計算格子間隔を $\Delta x = \Delta z = 1$ (cm)とし、表面流に関しても同様に $\Delta x = 1$ (cm)として解析した．

3. 数値解析結果

ここでは、まずCase1の数値解析結果より、透水性地盤上に堆積地形が形成される過程について考察を加える．図-3(a)には、表面流の水位ならびに浸透流の水位の縦断方向変化を時間毎に示してある．図-3(b)には、初期地形高を基準として各時刻までの地形変動量の縦断方向変化を示した．また、図-4には、各時刻における透水層内の流速ベクトル図が示されている．

図-3(a)の表面流水位に関して、そのフロントの移動に注目すると、水路部の底面が不透水面であるため、表面流の流量が失われることはなく、その上面では概ね一定の速度でフロントが移動していることがわかる．一方、フロントが透水層上面に到達してから概ね30秒後までは、フロントが顕著な前進を見せることはない．30秒以降は、フロントは徐々に移動速度を増しながら前進することが見てとれる．次に、図-4の流速ベクトル図を見ると、表面流から透水層内への水の流入が生じていることがわかる．また、図-4の4つの図を見ると、フロントが透水層上に到達してから間もない15秒後において水の流入量が特に大きいことがわかる．これはそもそも透水層の初期状態が、下方への浸透が卓越する条件に設定されているためである．このことより、図-3(a)において30秒以前に表面流フロントが顕著な前進を見せなかったのは、表面流から透水層内への水の流入によって、表面流の流量の多くが失われたためであると考えることができる．また、図-4より、表面流から透水層内への水の流入によって透水層内の水分量が増加し、浸透流水位が上昇す

るにつれて、表面流から透水層内への水の流入量は時間の経過とともに減少していくことがわかる．この結果、表面流の流量が回復し、30秒以降の表面流フロントの再移動が生じたと考えることができる．次に、図-3(b)の地形変動量の時間変化を見ると、表面流が透水層上に到達した直後から堆積地形が形成されることがわかる．これは、浸透によって表面流の流量が下流側に行くほど小さくなった結果、掃流力が流下方向に低下する区間が現れること、ならびに移動速度の低下により表面流のフロントが同じ地点に比較的長時間留まることによると考えられる．表面流のフロントが再移動する30秒以降では、流量の回復した透水層上流側においてそれまでに形成された堆積地形が浸食されるが、その一方で、フロント付近においては下方への浸透量が比較的大きいことから土砂の堆積が生じることがわかる．

このように、透水性の高い一次元地盤上に堆積地形が形成される過程においては、(a)表面流の流量が失われることでフロントが顕著な前進をしなくなり、堆積地形の厚みが増加する過程、(b)透水層内への水の浸透量よりも表面流の流量が十分に大きいことにより表面流のフロントが前進し、堆積地形がx軸方向へ広がる過程、の2つの過程があることがわかる．本研究の計算条件では、主に上記の2つの過程ならびに(a)から(b)への遷移過程が見られたが、計算条件によっては、(a)、(b)どちらか一方しか現れないことがある．例えば、透水層の上下流端境界を不透水面ではなく、水が流出するような境界面とし、透水層内の浸透流水位が初期水位から大きく上昇しないような条件とすると、表面流の流量が失われ続けるために(a)の過程のみが現れ、堆積地形高が上昇し続けるような過程となる．また、初期水位が地表面付近にある場合には、透水層内への水の浸透量が小さいために(b)の過程のみが現れ、表面流のフロントは前進し続けるとともに、堆積地形がほとんど形成されないような過程となる．さらに、上記2つの過程以外の現象が生じる可能性も残されている．例えば、ある地点より下流側で透水層内の流れが飽和状態となり、その地点から下流側には復帰流が生じる一方で、その地点から上流側の一部区間では水無川の状態が現れるような過程を挙げることができる．

次に、透水層内の透水係数の違いが堆積地形形状に及ぼす影響について考察を加える．図-5には、Case1とCase2の同時刻における地形変動量を重ねて示した．図-6には、Case1とCase2の流れ場の違いを見るために、一例として45秒後の表面流水位ならびに浸透流水位を重ねて示した．なお、図-5、

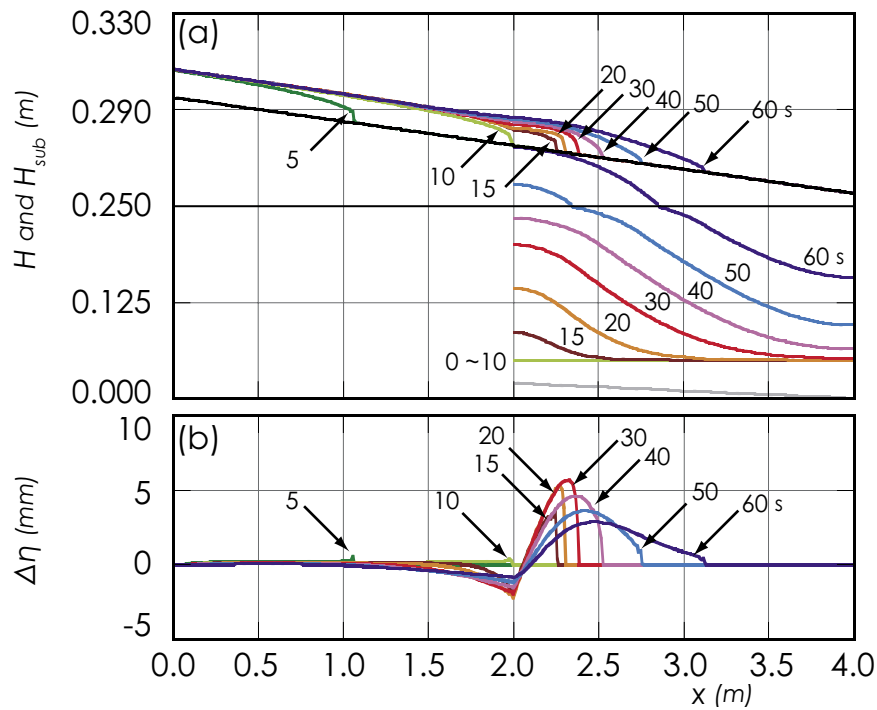


図-3 堆積地形の形成過程 (Case1)

(a) 表面流水位 H ならびに浸透流水位 H_{sub} の時間変化, (b) 初期地形高を基準とした地形変動量の時間変化
図中の数字は通水開始からの経過時間を表す。

図-6 とともに, Case1 が赤色, Case2 が青色で示されている。

図-5 より, 同時刻における堆積地形の厚みに関しては, Case1 の方が Case2 よりも大きく, x 軸方向への広がりに関しては Case1 の方が Case2 よりも小さいことがわかる。これより, 透水層の透水性が高いほど, より堆積地形の厚みが増すことが確認できる。透水性によって堆積地形の形状に違いが生じることに关しては, 次のように考える。浸透による堆積地形の形成過程においては, 透水層上層の水分量の状態が地形形成に大きな影響を及ぼし, 透水層上層の水分量が多いほど, 表面流から透水層内への水の流入量は小さくなる。ここで, 透水性が低いほど, 透水層上層から下層への水の移動速度が小さいため, 透水層上層は時間的により早く水分量が増加することになる。例えば, 45 秒後の結果を示した図-6 を見ると, 透水性が低い Case2 の浸透流水位は既に地表面に到達し, 透水層上流側の上層が飽和しているのに対して, 透水性が高い Case1 の浸透流水位は未だ地表面に到達しておらず, 透水層上流側の上層が不飽和の状態にあることが確認できる。透水層上層の水分量が時間的により早く増加する Case2 は, 表面流から透水層内への水の流入量もより早く低減するため, Case1 よりも表面流の流量が早く回復し, 表面流フロントはより下流側へ移動する。また, 表面流から透水層内への水の流入量が小

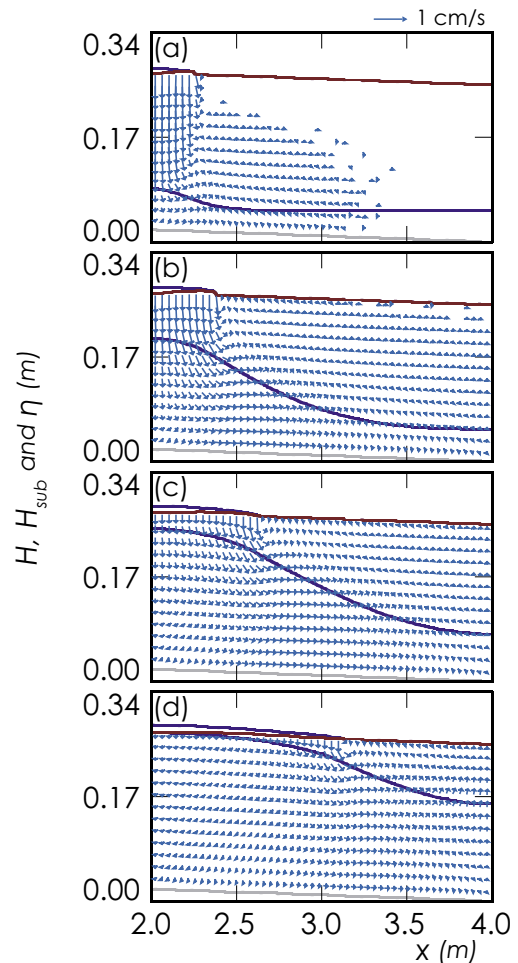


図-4 透水層内の流速ベクトル図 (Case1)

(a) 15 秒後, (b) 30 秒後, (c) 45 秒後, (d) 60 秒後

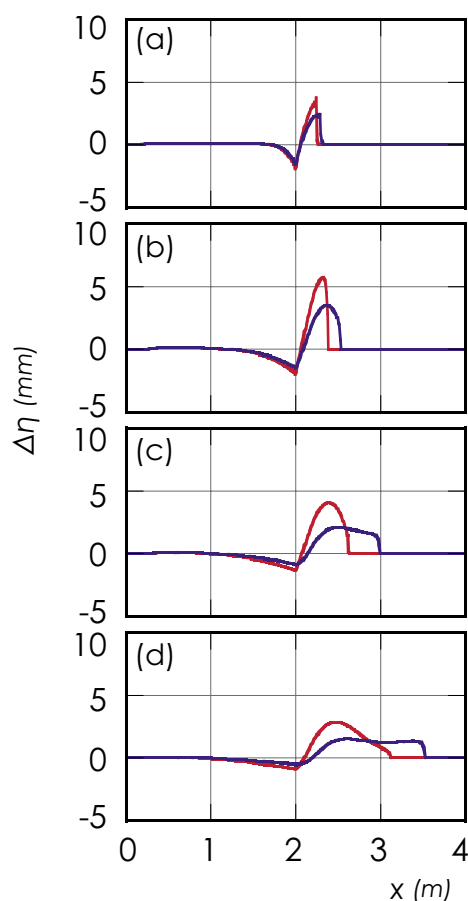


図-5 地形変動量の比較
(a) 15 秒後, (b) 30 秒後, (c) 45 秒後, (d) 60 秒後
赤色が Case1, 青色が Case2 を表す。

さいほど、表面流の下流方向への流量低下も小さくなるため、下流方向への掃流力の減少の幅もより小さな傾向となる。その結果、透水性が低いほど、より堆積地形の厚みが小さく、より x 軸方向に広がったものになると考えることができる。以上より、透水層の透水係数の値が大きいほど、より規模の大きな堆積地形が形成されていく可能性が確認できた。

4. おわりに

本研究では、透水性の高い地盤上に形成される堆積地形の再現計算を行うため、まず基本となる解析方法の開発に努めるとともに、一次元地盤上において生じる現象についての数値解析を試みた。検討の結果、定性的ではあるものの、概ね妥当な解析結果が得られたと考えている。本研究で明らかになった事項は以下の通りである。

(1) 本研究の計算条件下では、表面流の流量が失われることによりフロントが顕著な前進をしなくなり、堆積地形の厚みが増加する過程と、表面流の流量が回復することによりフロントが再移動する過程

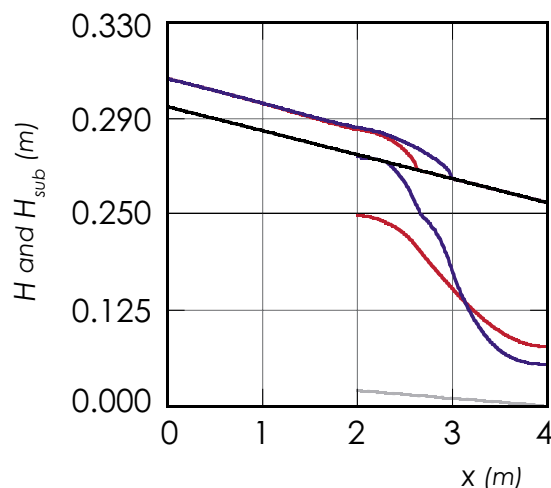


図-6 45 秒後の表面流水位ならびに浸透流水位の比較
赤色が Case1, 青色が Case2 を表す。

とが確認された。

(2) 透水層の透水係数の値が大きいほど、形成される堆積地形の厚みが大きくなり、 x 軸方向への広がりが小さくなる。

今後は、関根ら¹⁾によりなされた透水性の高い二次元平面上に形成される堆積地形に関する実験を、数値解析によって再現するため、解析手法をさらに発展させていくとともに、本研究と同様の条件下での水路実験を行うことを予定している。

参考文献

- 1) 関根正人・新井智明・窪田洋一：透水性地盤上に形成される堆積地形について，水工学論文集，第 42 巻，1087-1092，1998.
- 2) 原田守博：貯留関数型モデルを用いた河道と帯水層の相互作用の解析，土木学会論文集，No.628/ II -48，189-194，1999.
- 3) 鷺見哲也，顚原宇一郎・辻本哲郎：砂州内の伏流挙動とたまりの水交換性に関する研究，河川技術に関する論文集，第 6 巻，89-94，2000.
- 4) 松葉信征・江頭進治・伊藤隆郭・小沢和也・山口博人：十津川における表面流と伏流水の交換現象に関する研究，土木学会第 59 回年次学術講演会，II -109，2004.
- 5) 谷 誠：一次元鉛直不飽和浸透によって生じる水面上昇の特性，日本林学会誌，Vol.64，409-418，1982.
- 6) 関根正人：斜面崩落モデルを用いた網状流路の形成過程シミュレーション，水工学論文集，第 47 巻，637-642，2003.
- 7) Irmay,S.:On the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Trans.AGU, Vol.35, 463-467, 1954.

(2006. 9. 30 受付)