

山地橋梁の流木閉塞過程の 3 次元シミュレーション

3D SIMULATION OF BLOCKING OF BRIDGE IN MOUNTAIN STREAM BY DRIFT WOODS

後藤仁志¹・五十里洋行²・酒井哲郎³・奥 謙介⁴

Hitoshi GOTOH, Hiroyuki IKARI, Tetsuo SAKAI and Kensuke OKU

¹ 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

² 学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程 都市環境工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

³ フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

⁴ 学生会員 京都大学大学院修士課程 都市環境工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)

When a lot of drift woods due to locally heavy rain flow into a mountain stream, a bridge is caused by serious damages. Damed-up drift woods may cause a flood, and piers and slabs of a bridge can be broken due to the collision with drift woods. Because such damages due to drift woods are recently increasing, it is necessary to consider the prevention against them. In order to make effective guidelines of prevention works, detailed mechanism should be examined. However, 3D numerical simulations of dam-up process of drift woods and resultant overflow around a bridge have not been carried out before. In this study, a numerical analysis by the MPS method is executed in the 3D field to simulate dam-up process of drift woods onto a small slab bridge in a mountain stream.

Key Words : blocking with drift wood, mountain stream, flooding water, dam-up, 3D-MPS method

1. はじめに

森林荒廃の拡大は風倒木を増加させ、斜面崩壊の発生頻度を増大させる。その結果、集中豪雨を引き金に多量の流木が発生することとなる。特に山地溪流では、流水断面積に占める流木の投影面積が相対的に大きく、小橋梁等のボトルネックで流木閉塞が発生することが多い。流木閉塞の発生によって橋梁周囲への氾濫が生じ、集落に大きな被害をもたらすのが常である。さらに、流木が橋桁に直接衝突して橋桁を破壊することもあり、橋梁の消失被害も数多く報告されている。流木の被害を抑制するために考えられる対策としては、i) 適切な森林管理による河川への流木流出量の抑制、ii) 砂防堰堤による捕捉等が挙げられる。砂防堰堤は下流域の被害の抑制に非常に効果的であるが、貯砂容量を超えた時点で流木の捕捉効果も期待できない。したがって、氾濫を誘発し易い橋梁周辺における流木と水流の挙動予測も、橋梁の補強等の流木対策を実施するための基礎情報として重要な項目であると言える。

橋梁による流木の捕捉・堆積に関する一連の過程を数値解析によって再現するには、流木の運動を Lagrange 的に追跡することが有効である。中川ら¹⁾は、Euler 的に解いた流れ場で流木を Lagrange 的に追跡し、流木群の家屋間での堰止め現象の平面 2 次元計算を流木間衝突を考慮しない簡易なモデルによって実施した。清水ら²⁾も同様に平面 2 次元計算を実施しているが、個別要素法の枠組みを導入することで流木間衝突の記述を可能にしている。また、後藤ら³⁾は粒子法⁴⁾を適用して流体・流木の両者を Lagrange 的に扱う鉛直 2 次元計算を実施している。このように既往の研究は全て 2 次元場での計算であるが、橋梁周辺の流木の集積被害の報告を見ると、流木は高密度かつ 3 次元的に重なり合っているの、現実的に即した再現計算を実施するためには 3 次元的な取り扱いが可能なモデルが必要である。

そこで本研究では、3D-MPS 法を適用して流木群の橋梁による堰止め過程の再現計算を実施する。ここで対象とする橋梁は河幅 3 m 程度の溪流を渡る橋脚のない小橋梁で、流れとともに流下する流木が橋桁に捕捉されて

集積し、水位上昇・氾濫を誘発する過程の再現を試みる。

2. 剛体モデル付き MPS 法の概要

(1) 非均一粒子径モデル

本研究では、非均一粒子径型 MPS 法⁵⁾を用いる。非均一粒子径モデルの必要性については次章で具体的に述べるとして、ここではモデルの概要を示す。

支配方程式は、Navier-Stokes 式

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \delta_f \mu \mathbf{N} \quad (1)$$

である。ここに、 $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル、 p ：圧力、 ρ ：流体の密度、 $\mathbf{g}$ ：重力加速度ベクトル、 ν ：動粘性係数（ $=1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ）である。本研究では、五十里ら⁶⁾と同様に、右辺第 4 項に流木構成粒子間および流木・壁粒子間にのみ作用する摩擦力項を導入した。項中の μ ：動摩擦係数、 $\mathbf{N}$ ：抗力ベクトル、 δ_f ：摩擦力のフラグ係数であり、流木構成粒子間および流木・壁粒子間で $\delta_f=1.0$ 、その他で $\delta_f=0.0$ である。

MPS 法では、計算領域に多数の粒子（計算点）を配置し、個々の粒子の周囲に設定した影響域内での粒子間相互作用として基礎式の各項を離散化する。非圧縮条件は、粒子数密度を一定値 n_0 に保つことにより満足される。

非均一粒子径モデルにおいては、粒子 i の圧力項および粘性項は、

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{V_i n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} (\mathbf{r}_{ij}) V_j \cdot \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ei}) \right\} \quad (2)$$

$$\nu \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu D_0}{V_i \Lambda_i} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \frac{V_j \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ei}) + V_i \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ej})}{2} \quad (3)$$

$$\Lambda_i = \sum_{j \neq i} \left[|\mathbf{r}_{ij}|^2 \frac{V_j \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ei}) + V_i \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ej})}{2V_i} \right] \quad (4)$$

$$V_i = (d_i)^{D_0} \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (6)$$

と記述される（ D_0 ：次元数（この場合は 3）、 $\mathbf{r}_i$ ：粒子 i の位置ベクトル）⁷⁾。粒子間相互作用の及ぶ範囲（影響球）は、重み関数

$$w(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{ei}) = \begin{cases} \frac{r_{ei}}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_{ei} \\ 0 & \text{for } r > r_{ei} \end{cases} \quad (7)$$

により規定される。パラメータ r_{ei} は粒径の定数倍であり、粒子の持つ粒径によって異なる。また、粒子数密度は影響球内に存在する粒子の重みの総和、

$$n_i = \sum_{j \neq i} \left[\frac{V_j \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ei}) + V_i \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij} | \mathbf{r}_{ej})}{2V_i} \right] \quad (8)$$

として定義される。

また、流木構成粒子間の抗力 $\mathbf{N}$ については、

$$\mathbf{N} = |p_j - p_i| \gamma \pi d^2 \boldsymbol{\xi} \quad (9)$$

と与えた（ここに、 $\boldsymbol{\xi}$ ：接触粒子間の相対速度ベクトルの接線方向成分、 i, j はそれぞれ異なる流木を構成する粒子を示す）。ここに、 γ ：2 粒子間の接触面積に関するパラメータである。五十里ら⁶⁾と同様に、 $\mu \gamma \pi = 0.157$ （ $\mu=0.25$, $\gamma=0.2$ ）と設定した。

(2) 剛体連結モデル

本研究では、後藤ら³⁾が断面 2 次元場で行ったのと同様に、流木を剛体と見なし計算を行う。剛体連結モデルでは、流木構成粒子についても一旦水粒子と区別なく運動方程式を解き、その後、得られた速度成分を基に流木構成粒子の相対位置が変化することのないように座標の修正計算を行う。座標修正計算は以下の手順で実施する。このモデルは、Koshizuka ら⁸⁾が単一浮体に用いた passively moving solid model を、浮体群に拡張したものである。

まず、流木 k の時刻 t における重心 $\mathbf{r}_{kg}(t)$ および座標修正前の時刻 $t+\Delta t$ における重心 $\mathbf{r}_{kg}(t+\Delta t)$ を求める。

$$\mathbf{r}_{kg}(t) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \mathbf{r}_{ki}(t) \quad (10)$$

$$\mathbf{r}_{kg}(t+\Delta t) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \mathbf{r}_{ki}(t+\Delta t) \quad (11)$$

流木 k の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_k$ は、重心周りの流木構成粒子の角運動量ベクトル $\mathbf{L}_k$ および重心周りの慣性モーメント $\mathbf{I}_k$ を用いて、

$$\boldsymbol{\omega}_k = \mathbf{I}_k^{-1} \mathbf{L}_k \quad (12)$$

$$\mathbf{L}_k = \rho \sum_{i=1}^{N_k} d_{ki}^3 \mathbf{u}_{ki}(t+\Delta t) \times (\mathbf{r}_{ki}(t) - \mathbf{r}_{kg}(t)) \quad (13)$$

$$\mathbf{I}_k = \rho \sum_{i=1}^{N_k} d_{ki}^3 \begin{pmatrix} |\mathbf{r}_{kigy}|^2 + |\mathbf{r}_{kigz}|^2 & -\mathbf{r}_{kigx} \mathbf{r}_{kigy} & -\mathbf{r}_{kigx} \mathbf{r}_{kigz} \\ -\mathbf{r}_{kigy} \mathbf{r}_{kigx} & |\mathbf{r}_{kigx}|^2 + |\mathbf{r}_{kigz}|^2 & -\mathbf{r}_{kigy} \mathbf{r}_{kigz} \\ -\mathbf{r}_{kigz} \mathbf{r}_{kigx} & -\mathbf{r}_{kigz} \mathbf{r}_{kigy} & |\mathbf{r}_{kigx}|^2 + |\mathbf{r}_{kigy}|^2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{r}_{ig\xi} = \mathbf{r}_{i\xi} - \mathbf{r}_{g\xi} \quad (15)$$

と算定される。ここに、 ξ は x, y, z のいずれかである。

次に、得られた角速度ベクトルから、回転軸ベクトル $\mathbf{v}_k$ と回転角度 θ_k

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{|\boldsymbol{\omega}_k|} (\omega_{kx}, \omega_{ky}, \omega_{kz}) \quad (16)$$

$$\theta_k = \Delta t |\boldsymbol{\omega}_k| \quad (17)$$

を計算して、クォータニオン

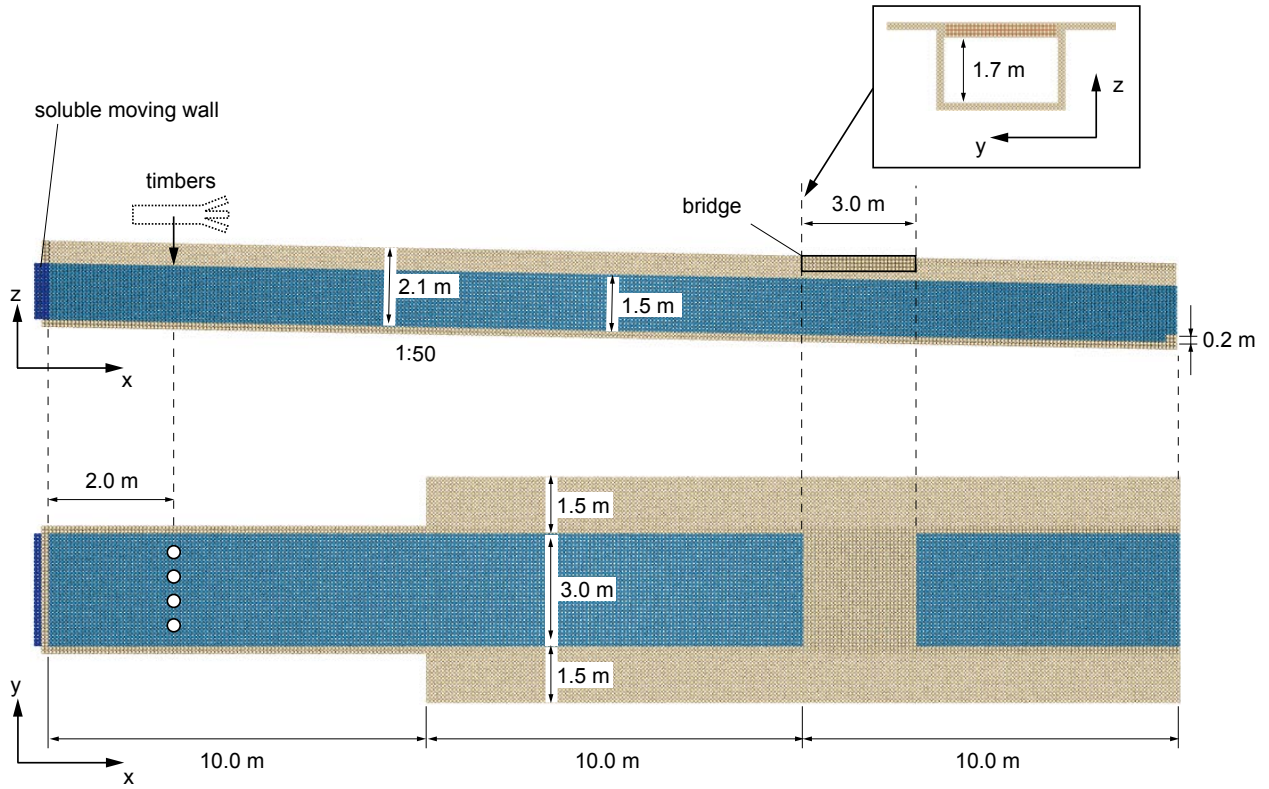


図-1 計算領域（右上：橋梁部横断面図，中：縦断面図，下：平面図）

$$\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z, s)$$

$$= \left(v_x \sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right), v_y \sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right), v_z \sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right), \cos\left(\frac{\theta_k}{2}\right) \right) \quad (18)$$

を得る。

流木構成粒子 i の座標は，クォータニオンによる回転行列 $\mathbf{R}$ を用いて，

$$\mathbf{r}_{ki}(t + \Delta t) = \mathbf{r}_{kg}(t + \Delta t) + (\mathbf{r}_{ki}(t) - \mathbf{r}_{kg}(t)) \cdot \mathbf{R} \quad (19)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - 2q_y^2 - 2q_z^2 & 2q_xq_y - 2sq_z & 2q_xq_z + 2sq_y \\ 2q_xq_y + 2sq_z & 1 - 2q_y^2 - 2q_z^2 & 2q_yq_z - 2sq_x \\ 2q_xq_z - 2sq_y & 2q_yq_y + 2sq_x & 1 - 2q_x^2 - 2q_y^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

と修正され，粒子 i の移動速度も，

$$\mathbf{u}_{ki} = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{r}_{ki}(t + \Delta t) - \mathbf{r}_{ki}(t)) \quad (21)$$

と修正される。

以上の座標修正計算を流木構成粒子に対してのみ毎ステップ行い，流木の運動を追跡する。

3. 流木群の捕捉・堆積過程

(1) 計算領域と計算条件

図-1 に計算領域を示す。全長 30.0 m，勾配 1/50 の流下方向に一樣な矩形断面水路を用い，勾配 0，厚さ 0.4 m の橋梁床板を水路上流端から 20.0 m，水路床から高さ 1.7 m の地点に設置した。また，水路

上流端から 10.0 m の地点より水路下流端まで，河道の兩岸に道路を模した固定床を設置した。道路の勾配は水路と同様であり，河道の側壁の天端に接続されている。上流端の境界には可溶性移動壁⁹⁾が設置され，水路に一定の流量 ($q=6.6 \text{ m}^3/\text{s}$) を供給する。Froude 数は 1.15 で，射流条件である。下流端には高さ 0.2 m の堰が設置され，堰を越えて十分落下した粒子については計算を打ち切る。初期水深は 1.5 m，橋梁上流端において橋梁床板と水面との初期クリアランスは 0.2 m である。計算開始時に既に配置されている水粒子には Froude 数 1.15 を満足する初期速度が与えられる。基準粒径は $d_0=0.1 \text{ m}$ ，粒子数は約 250,000 個である。PC クラスタ (8Pen4/3.2Ghz/2GB) での並列計算で，10 秒間のシミュレーションに約 70 時間を要した。

(2) 流木モデル

図-2 に流木モデルを示す。流木はすべて同一形状で，全長 2.4 m，長さ 1.8 m の幹と長さ 0.6 m の根で構成される。幹は直線状で，断面は図のように配列された 12 個の粒子から成り，直径は約 0.4 m に相当する。根は一本あたり 2 列の粒子で構成され，長さ方向 3 に対して 1 の広がりを持っている。ただし，異なる流木の根同士が衝突した際，特に空中においては，周囲に十分の粒子が確保できずに粒子数密度が低下して反発力が得られず，根同士のすり抜けが発生した。そこで，五十里ら⁶⁾と同様に流木の根の部分の構成粒子間に小粒子を

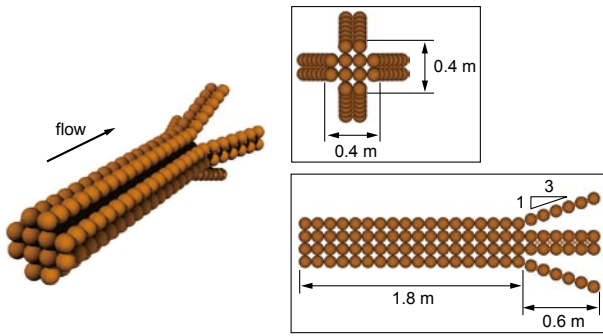


図-2 流木モデル

配置し（図-2の橙色の粒子）、すり抜けを防止した。前章で述べた非均一粒子径モデルは、このために必要となる。また、橋梁上流側側面の壁粒子間にも小粒子を配置した（図-1 橋梁部横断面図中、赤色の粒子）。通常の壁粒子は影響球内の半分以上が他の壁粒子で覆われており、影響球内に粒子が十分含まれるため、例えば水粒子一粒であろうとも接近すれば粒子数密度が閾値を超えて跳ね返すことが可能となるが、橋梁の隅角部においては、冠水するまでは影響球内に含まれる粒子が通常より少なくなり、十分な反発力が発生しないことがある。本計算では、橋梁の下端と水面が十分離れた状況においても、流木の根が橋梁に直接衝突する。根は少ない粒子数で構成され、かつ、橋梁側面に対して垂直に近い角度で衝突するため、壁粒子の粒子数密度は閾値を超えず、根に対する反発力が獲得できないまま、根が壁内部へ侵入する。このような理由から、橋梁上流側側面にも小粒子を配置した。小粒子の粒径は経験的に決定し、根部分で $0.29d_0$ 、橋梁側壁で $0.35d_0$ とした。なお、小粒子は水粒子には影響を及ぼさない。

流木の供給位置は、上流端から 2.0 m の位置であり、y 軸方向の位置は水路を等間隔に分割する 4 地点（図の白丸）を順番に変更する。供給速度は 2.86 本/s で、常に根を下流側に向けて水面直上から投入した。流木の比重は $\rho/\sigma=0.7$ とした。

(3) 計算結果

図-3 および図-4 に計算結果の瞬間像を示す。水中の状況を見易くするため、図-3 では水粒子を小さく表示し、図-4 では右岸側の河道側壁より手前の壁粒子を表示していない。流木は、水面を流下して橋梁周辺に到達する ($t=3.0$ s)。最初の本数は橋桁上流側面の下部に衝突するため、衝突によって向きを変えつつも橋桁の下をくぐり抜けて流下する ($t=4.5$ s)。これらの流木による流水抵抗の増加が、僅かながら水面上昇を発生させ、それによって、橋桁上流側面の上部に衝突する流木が出現する。流木は衝突点を支点として y 軸まわりに縦に回転しながら流下しようとするが、水深が流木の全長よりも浅いため回転しきれず、幹の先端と水路床が衝突して停止し、流路を塞ぐ ($t=6.0$ s)。流路を塞いで停止した流木に後続

の流木が次々と捕捉されて集積し、橋梁上流側の水位がさらに上昇して、兩岸の道路上および橋梁上への氾濫が始まる ($t=7.5$ s)。後着の流木はすべて集積した流木群に捕捉され、最終的には側岸の道路上に乗り上げる流木も出現する。流木集積の進行に伴って、氾濫箇所が上流側へ伝播する ($t=9.0$ s)。

図-5 に流木の運動軌跡の例を示す。赤線は流木の重心の軌跡を表す。case3 は同一の流木を 2 つの角度から映している。本計算における流木の運動を整理すると、3 ケースに大別できる。まず、橋梁と全く衝突しないか、あるいは橋梁に衝突しながらも回転して橋梁の下をくぐり抜けて流下するケース (case1)。この運動は先着の流木に多く見られる。次に、橋梁上流側側面の上部に衝突して回転するが、幹の先端が水路床に衝突して回転しきれず、流路を閉塞させるケース (case2)。そして、後着の流木に見られる橋梁前面で次々と捕捉され、場合によっては側岸に乗り上げるケース (case3) である。case3 で取り上げた流木は最も特徴的なものであり、既に捕捉された流木の上に乗り上げながら橋梁に到達し ($t=7.0$ s)、その流木の下に潜り込んだ後続の流木と右側に漂着した流木とそれぞれ接触して左上方に大きく跳ね上がり ($t=8.0$ s)、最終的に側岸に乗り上げた ($t=9.0$ s)。

図-6 に水位時系列を示す。赤線は、橋梁上流側側面から 1.0 m 上流側での計算結果であり、青線は、橋梁下流側側面直下で記録されたものである。水位変動は流木の挙動と密接に関係しているため、図-7 と合わせて説明する。図-7 の赤線は橋梁上流端での流水断面に対する流木の投影面積の占める割合である。橋梁上流端から 2.0 m 上流側の範囲に含まれる流木構成粒子を投影して計算した。灰色の棒グラフはその範囲に含まれる流木の本数である。図-7 下の瞬間像は、上流側からのアングルで、上記の範囲内に含まれる流木構成粒子と壁粒子のみを描いている。まず、橋梁上流での水位記録に注目すると、流木の衝突が発生する $t=3.3$ s 頃から徐々に増加し始め、流木が完全に捕捉され始める $t=6.0$ s 頃に境に急激に増加する。水位が急激に増加する直前の期間（図-7 中の A）では、2 本の流木が根と橋脚の衝突点を支点に回転して、水路床と橋桁を縦に渡す形で水流を遮っており、これが水位増加の原因となっている。この 2 本の流木は、計算終了までこの状態を維持していた。次に、 $t=7.0$ s 過ぎから二度目の水位増加が見られるが、その直前の期間 B でも投影面積の増加が起こっている。具体的には、右岸側に漂着した流木が、y 軸を回転軸として回転し、ほぼ直立するように流水断面を遮っている。 $t=7.4$ s 以降（期間 C）は橋梁に到達する流木の本数は増えるが、投影面積の増加が顕著でない期間である。この原因は、橋梁上流側の水位が増加したことで、橋梁に到達した後続の流木群の位置が橋梁床板下端よりも上方になるからである。図-7 の瞬間像から視覚的に見ても、橋梁床板下端より上方は流木の密度は次第に増加していくが、流水断

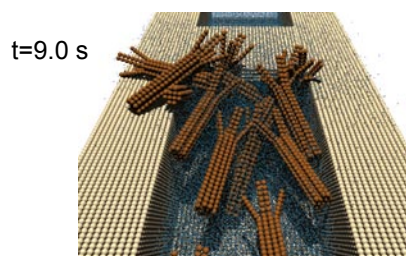
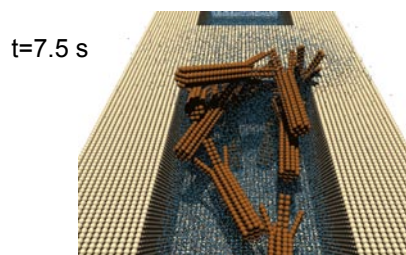
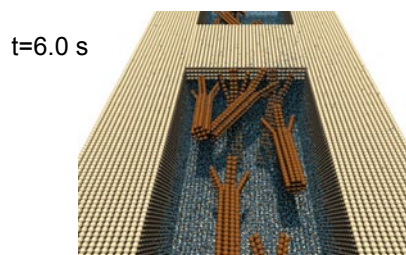
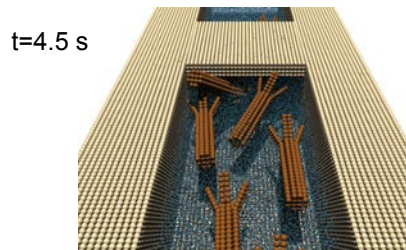
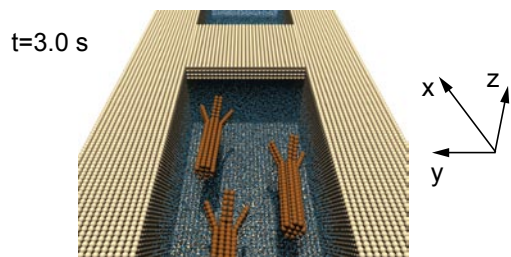


図-3 瞬間像（上流側から）

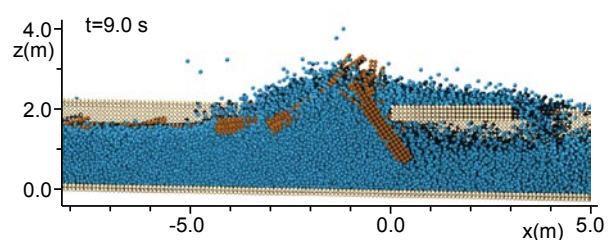
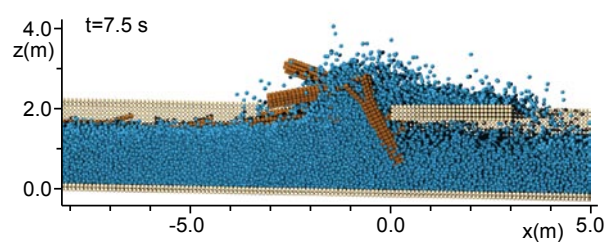
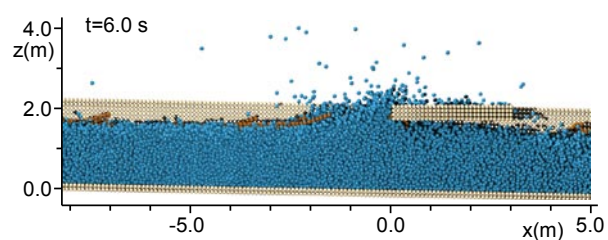
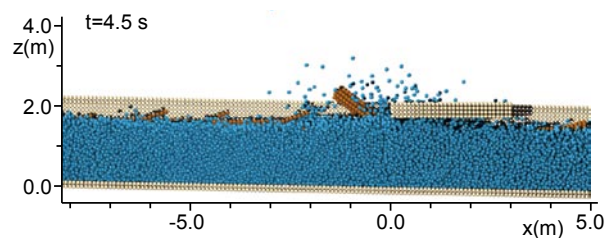
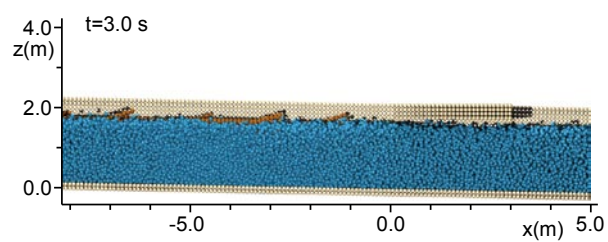
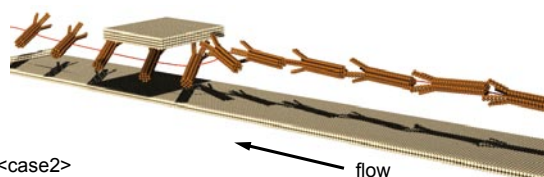
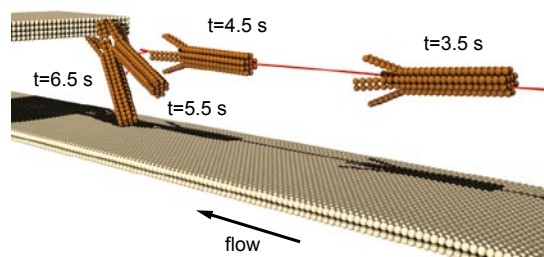


図-4 瞬間像（右岸から）

<case1> 画面右から左へ t=2.0s~t=7.0s (0.5s 間隔)



<case2>



<case3>

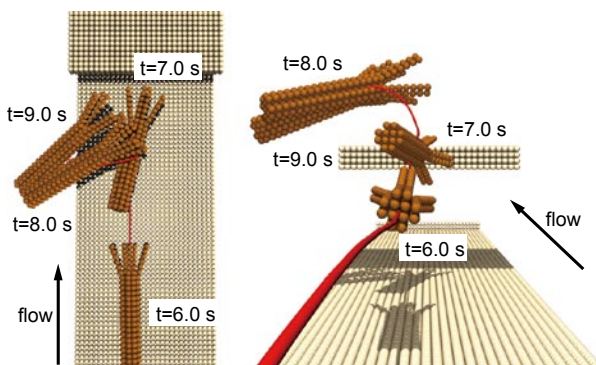


図-5 流木の運動軌跡

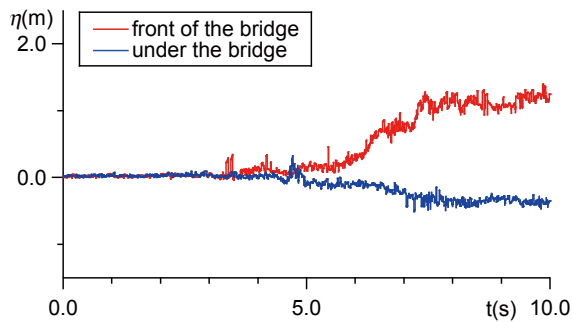


図-6 水位時系列

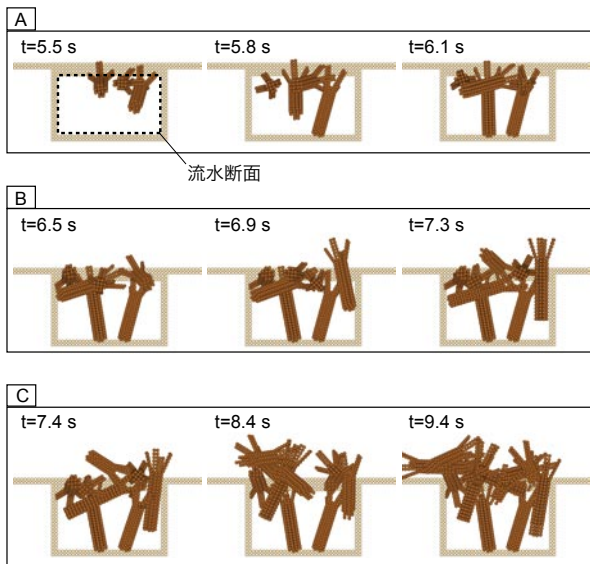
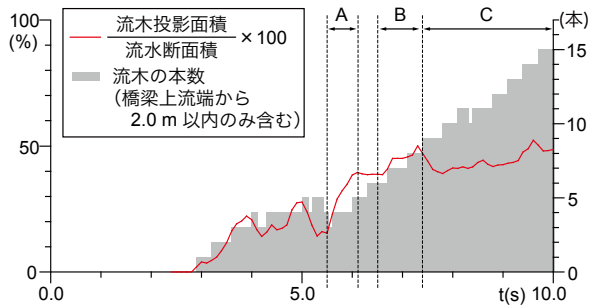


図-7 流木の捕捉

面における流木密度の変化量は小さいことがわかる。橋梁下流側での水位は上流側とはちょうど逆に、投影面積の増加とともに減少する。

4. おわりに

本研究では、3D-MPS法を適用して、溪流河川における流木群の橋梁堰止め過程の再現計算を実施した。流木が橋桁と水路床を渡す形で縦に流路を塞ぎ、それがトリガーとなって後続の流木が次々と捕捉されるといふ一連の過程が、時間発展的に計算され、本研究で適用した粒子法がこの種の問題の有用なツールであることが示された。この種の現象解析

は、これまで2次元計算のみが行われ、物理過程が必ずしも十分に説明されてこなかった。実在の流木閉塞事例では、氾濫の終息後の痕跡に関するデータが得られてはいるが、実際に閉塞が生じる瞬間を観測することは極めて困難である。本研究で示した計算力学的な方法によって閉塞過程を詳細に分析できれば、閉塞抑制等の立案に有用な物理情報が得られると期待される。

今後は、橋脚を持つ橋梁での計算や曲線流路での計算を実施し、中・下流域での本計算の適用性を検討したい。本研究では縦に捕捉された流木が集積のトリガーとなったが、橋脚が存在すれば、橋脚間あるいは側壁・橋脚間に捕捉される流木がトリガーになることが考えられ、本計算とは違った集積過程が得られる可能性がある。橋脚に働く流木の衝撃力や流体力等が計測できれば、橋梁の安全性の検討にも役立てることが可能となる。

参考文献

- 1) 中川 一・井上和也・池口正晃・坪野考樹：流木群の流動と堰止めに関する研究，水工学論文集，第38巻，pp. 543-550，1994.
- 2) 清水義彦・長田健吾・高梨智子：個別要素法を用いた流木群の流動と集積に関する平面2次元数値解析，水工学論文集，第50巻，pp. 787-792，2006.
- 3) 後藤仁志・酒井哲郎・林 稔：粒子法による流木群の堰止め過程のLagrange解析，水工学論文集，第45巻，pp. 919-924，2001.
- 4) Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y.: A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *Comp. Fluid Dyn. J.*, 4, 29-46, 1995.
- 5) 池田博和・越塚誠一・岡 芳明：粒子法において局所的に空間分解能を調節するための非均一粒子モデルの開発，第9回計算流体シンポジウム講演論文集，pp.461-462，1998.
- 6) 五十里洋行・後藤仁志・角 哲也：自然調節型洪水吐きの流木による閉塞機構に関する計算水理学的研究，水工学論文集，第50巻，pp. 793-798，2006.
- 7) 越塚誠一：粒子法，丸善，p144，2005.
- 8) Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y.: Numerical Analysis of Breaking Waves Using the Moving Particle Semi-implicit Method, *Int. J. Numer. Mech. Fluids*, 26, 751-769, 1998.
- 9) Gotoh, H. Shibahara, T. and Sakai, T.: Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method -Lagrangian flow model for hydraulic engineering-, *Comp. Fluid Dyn. J.*, 9-4, pp. 339-347, 2001.

(2006.9.30 受付)