円筒座標でCIP-Soroban法を拡張した 蛇行河川の浅水流計算法

NUMERICAL SOLVER FOR SHALLOW-WATER MODEL OF MEANDERING RIVER FLOWS BY CIP-SOROBAN SCHEME IN CYLINDRICAL COODINATE SYSTEM

吉田圭介¹・石川忠晴² Keisuke YOSHIDA and Tadaharu ISHIKAWA

1正会員 博士(工) 東京工業大学大学院 産学官連携研究員(〒226-8502 横浜市緑区長津田4259番地)
 2フェロー会員 工博 東京工業大学大学院 教授(〒226-8502 横浜市緑区長津田4259番地)

A new numerical solver is developed for a shallow-water flow model to simulate meandering river flows. This solver can investigate the flows in the curved river channel, by means of the adaptive CIP-Soroban (CIP-S) scheme in a cylindrical coordinate system. Time development of water velocity and free-surface level is computed by the orthogonal curvilinear coordinate system without any transformation of the governing equations, and the advection term is calculated by the high-accuracy CIP scheme. The numerical grid points of the waterfront line at the river bank are moved and tracked by the kinematic condition so that the grid points are always located on the line, and the rearrangement of the positions of the girds is easily conducted by the original CIP-S method. From the verification of this solver by the pure advection problem and by the numerical solution of the meandering river flows, in comparison with the CIP-S method in a Cartesian coordinate system and with the boundary fitted coordinate (BFC) method, it is shown that the proposed numerical solver reasonably predicts the main flow profile and water surface elevation and will be a promising numerical method as one of the practical solutions.

Key Words: CIP-Soroban scheme, cylindrical coordinate system, shallow-water flow model, meandering river flow, waterfront elevation & tracking

1. はじめに

河川流は水流とそれを取り囲む移動砂床の力学 的相互作用に支配されており、湾曲・蛇行した河道 内の水流の挙動と,その水流に伴う河床変動の,両 者の正確な現象予測が重要である.一方,実務では 少ないコストで簡便に河川の解析や管理を行う必 要があり、解析手段として低負荷の2次元計算法が 徐々に利用され、実現象の予測に寄与している.そ れ故,2次元モデルの枠組みで高精度かつ汎用性の 高い実用的な計算法の確立が望まれている.近年, 流れや河床変動の予測に関しては2次元計算の枠組 みで様々な計算法の提案がなされ、例えば、河岸が 浸食・堆積作用によって変化する河道の形状に適合 した計算モデル¹⁾や、CIP法等の高次精度の移流スキ ームを利用した浅水流計算法2),及び蛇行河川流で 観察される2次流効果を導入するモデル3)など、実現 象の再現性を向上させるために諸々の検討が行わ れている.特に、河道計画では中長期的な時間スケ ールで洪水等の外力による河道平面形状の変化を 予測することは重要であり、上述の計算法の実用的 解析法としての役割は大きいと考えられる.

一方,一般に河川実務で求められる重要な視点と して,上流から下流までの長区間の流域の一貫した 解析や管理が挙げられる.そのため,近年の数値解

析では長区間の計算に伴う負荷を緩和させる目的 で、一般座標(もしくは境界適合座標, BFC)による 流体計算法が頻用されている.しかし、このBFCに よる計算では基礎方程式に座標変換を施すため、こ れを数値的に扱う際には計算精度が劣化すること がYabe et al.⁴⁾によって指摘されている.この考えに 基づき,Yabe et al.⁴⁾は境界に適合した準構造格子で あるSoroban格子法を開発し、移動境界問題に適用し て良好な結果を得た.水工学においては中村ら5が このSoroban格子法を利用して,自由水面と固定河床 が計算領域内に存在する鉛直2次元流動解析を行い, 自由水面変動が正確に予測されることを示した.し かし、このSoroban格子はその名の通り、そろばん軸 (計算格子軸)同士を平行に配置し、その格子軸上を そろばんの珠(計算格子点)が移動する仕組みを有す る. そのため, 河道が大きく蛇行する2次元平面流 体解析では、このそろばん格子軸が蛇行する河道に 適合せず,そのままでは利用しづらい.

そこで、本報では実際の河道形状に沿うように、 このそろばん軸を横断測線に合致するように回転 させるという新たなアイデアを提案し、Soroban格子 法を利用した浅水流計算法の構築を試みる.つまり、 本計算法では円筒座標で記述された流体の基礎式 にSoroban格子を適合させて、任意形状の河道側岸を 有する蛇行河川流のモデル構築を行った.また、本



図-3 1周期後の移流計算結果例 格子数102×102 (a; デカルト座標CIP法, b; 円筒座標CIP法, c; デカルト座標3次風上差分, d; 円筒座標3次風上差分)

報で構築された計算法の有効性を検証するために, まず円筒座標におけるCIP法の適用性を確認した. さらに,Soroban格子でのCIP内挿法(CIP-Soroban法) を利用して仮想蛇行河川の浅水流計算を行い,本報 で提案する計算法と一般座標による計算法の比較 を行って,本計算法の精度について検討を加えた.

2. 円筒曲線座標におけるCIP法の精度検証

本節では3次精度のA型CIP法⁴⁾を用いて2次元円筒 座標(直交曲線座標)(s,n)におけるスカラー量の移 流計算を行う.また、2次元デカルト座標(x,y)にお いてCIP法を用いた際の計算結果と比較検討を行い, 直交曲線座標でのCIP法による移流計算精度の検証 を行う.検証題材として、図-1に示すような剛体の 回転問題を選んだ.一般に、CIP法では移流現象を ラグランジュ的視点から捉えて、移流計算を行う. この計算法は内挿関数が所与の座標系に適合すれ ば、座標系や計算格子の構造には依存せず利用でき る.図-2に示すように、直交曲線座標においても、 着目しているA点での時刻n+1のスカラー量fは、移 流原点Eで時刻nでのfが移流したものと考える.

2次元デカルト座標(*x*, *y*)及び2次元直交曲線座標 (*s*,*n*)における *f* の移流方程式は次式で表される.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_x \frac{\partial f}{\partial x} + u_y \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{u_s}{1 + \sigma n} \frac{\partial f}{\partial s} + u_n \frac{\partial f}{\partial n} = 0$$
(2)

ここで、 (u_x, u_y) 及び (u_s, u_n) はそれぞれ(x, y)座標及 び(s, n)座標での流速成分である.また、 σ はs軸上 での局所曲率である.ここで、基礎式の離散化には 有限差分法を用いた.また、計算条件として、クー ラン数を0.1とし、初期条件には剛体部分でf = 1.0、 それ以外ではf = 0.0とした.

図-3には2次元場での計算格子数を102×102とした場合の1周期後の移流計算結果を示した.図中には、a) (x, y)座標でのCIP法,b) (s, n)座標でのCIP法,c) (x, y)座標での3次風上差分法による,A々の計算結果を合わせて示した.ここで、図-3(b)及び(d)で用いた計算格子は、計算領域を曲率 σ の異なる幾つかの(s, n)座標上の要素領域に区分して、それらを直交条件が満足するように順次接続したものである.なお、図-3(b)及び(d)では5つの要素領域を用いた.

図から、3次風上差分では座標系に依存せずに数 値拡散及び数値振動が観察される.一方、CIP法で は座標系によらず良好な結果が得られることがわ かる.なお、計算格子数を増減させた場合や、円筒 座標において計算領域内の曲率が大きい場合でも、 図-3とほぼ同様の結果が得られた.



図-4 直交曲線座標におけるSoroban格子 (水色部:河道流路, \bigcirc :計算格子, σ_k :曲率)

3. 円筒座標CIP-Soroban法による蛇行流の計算

3.1 基礎方程式

蛇行する実河川での流体計算を考慮して、円筒座 標系 $\xi_i = (r, \theta, z)$ における非圧縮性流体に関する保 存則を円筒(直交曲線)座標系 $\zeta_i = (s, n, z)$ に変換する. また、この式系にReynolds分解を施した後に、水深 方向にGalerkin積分を施す.本報では簡単のために 水深平均流と水位変動を研究対象とするため、 Galerkin積分で重み付け関数を1とすると、以下の水 深平均流に関する浅水流方程式が導出される.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{1+\sigma n} \frac{\partial hU}{\partial s} + \frac{1}{1+\sigma n} \frac{\partial}{\partial n} \left\{ (1+\sigma n) hV \right\} = 0$$
(3)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{1 + \sigma n} \frac{\partial U}{\partial s} + V \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\sigma UV}{1 + \sigma n} = -\frac{g}{1 + \sigma n} \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\tau_s}{\rho h} + \frac{\text{REY1}}{h} (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{1+\sigma n} \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial V}{\partial n} - \frac{\sigma U^2}{1+\sigma n} = -g \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{\tau_n}{\rho h} + \frac{\text{REY 2}}{h}$$
(5)

$$\operatorname{REY}_{1} = \frac{1}{1 + \sigma n} \frac{\partial}{\partial s} \left(-\overline{u'u'}h \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{2\sigma}{1 + \sigma n} \left(-\overline{u'v'}h \right)$$
(6)
$$\operatorname{REY}_{2} = \frac{1}{\sigma n} \frac{\partial}{\partial s} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(-\overline{v'v'}h \right)$$
(7)

$$EY 2 = \frac{1}{1+\sigma n} \frac{\partial}{\partial s} \left(-u'v'h \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(-v'v'h \right)$$

$$-\frac{\sigma}{1+\sigma n} \left(-\overline{u'u'}h \right) + \frac{\sigma}{1+\sigma n} \left(-\overline{v'v'}h \right)$$

$$(7)$$

ここで、hは水深、 ρ は水密度、gは重力加速度、 σ はs軸での河道曲率である.また、U,Vは各々s,n方向のReynolds平均された流速の水深平均値、u',v'はそれらの変動値、 τ_s, τ_n は河床せん断応力であり、 REY1及びREY2は水平方向での水深平均Reynolds 応力である.基礎式の導出の過程では、圧力には静 水圧分布を仮定し、分子粘性は底面のみに働くもの と簡略化した.記号=は水深平均とReynolds平均の 両方を施す演算子を示す.また、後述のCIP-Sを適用 するために、流速に関する運動方程式(4)及び式(5) は連続式(3)を用いて非保存形式で表現されている.

3.2 境界条件

(1) 流入・流出境界

流入境界条件としては,流量 Q_{in} を上流端断面で 与える.この際,開水路等流を仮定して,Manning 式から水深に比例する流量を各格子点に配分した. 一方,流出境界条件としては水位 H_{out} を与えた.

(2) 河岸の水際境界

Soroban格子法を利用した中村らの2次元鉛直流動の計算では、内部境界条件⁵⁾を満足させるために気液・固液境界の気体側と固体側にそれぞれ格子点を配置する.一方、本論文で取り扱う浅水流問題では水深がゼロとなる特異点をそのまま扱うことができないため、流路内以外に計算点を配置できず、既報の方法⁵⁾をそのまま適用できない.そこで、本報では河岸では流速に関する境界条件を適用する.つまり、河岸の水際では有限の水際水深h_oを有する流体塊が常に水際に存在するという考えに基づき、水際の流体塊に運動学的条件式を適用して、水際境界を追跡した.

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{U}{1+\sigma n} \frac{\partial n_k}{\partial s} = V \tag{8}$$

ここで, n_k (k = left, right)は河岸の n 座標を示す.

3.3 円筒座標へのCIP-Soroban法の適用

図-4には円筒(直交曲線)座標(s,n)における河川の平面形状と本計算で用いたSoroban格子の概念図を示す.計算領域ではまず蛇行流路をマクロに観察した時に、各々で曲率 σ_k がほぼ同一と見なせる幾つかの領域要素に区分し、各領域要素では曲率中心を通るような"そろばん"の軸に対応する格子軸 $n(=s_i)$ を配置する.各格子軸には、"そろばん"の珠に対応する格子点(^〇)を複数個配置する.Soroban格子⁴⁾では、格子軸及び格子点の空間配置や粗密は計算目的により任意に変更可能であり、Soroban格子は準構造格子としての性質を有する.本報では各河道断面に平行に格子軸nを配置し、各格子軸では両端の格子点は常に河岸に一致するようにした.

4. 計算手法

4.1 計算手順

時間分割の考えに従い,式(3)~(5)及び式(8)を以下 の2段階の計算相に分解し,順次計算を行うことで 流速と水深の時間発展を求める.ただし,本報では 中山ら²⁾と同様に流速成分のみ,時間分割を行った.

(1st step 移流相)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{1 + \sigma n} \frac{\partial U}{\partial s} + V \frac{\partial U}{\partial n} = 0$$
(9)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{1 + \sigma n} \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial V}{\partial n} = 0$$
(10)

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{U}{1 + \sigma n} \frac{\partial n_k}{\partial s} = V \tag{11}$$

(2nd step 非移流相)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{1+\sigma n} \frac{\partial hU}{\partial s} + \frac{1}{1+\sigma n} \frac{\partial}{\partial n} \left\{ \left(1+\sigma n\right) hV \right\} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{g}{1+\sigma n}\frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\tau_s}{\rho h} - \frac{\sigma UV}{1+\sigma n} + \frac{\text{Rey1}}{h}$$
(13)

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -g \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{\tau_n}{\rho h} + \frac{\sigma U^2}{1 + \sigma n} + \frac{\operatorname{Rey} 2}{h}$$
(14)



ここで、移流相はCIP法を用いて計算を行う.また、 移流計算により河岸の水際が移動するため、移流相 の計算後、Soroban軸両端の格子点は水際にこの格子 点が一致するように再配置される.一方、非移流相 の計算では連続式(12)及び水際境界条件式(8)を満足 するように、流速と水深の反復計算を行う.

変数配置ではレギュラー格子(集中配置)を利用 し,流速成分U,V,河床高 z_o 及び水深hは各Soroban 格子点上に定義した(図-5 $\sigma(s,n)$ 空間において, および \bigcirc の位置). 一方, Reynolds応力は格子点の 中間で定義した(同図中, ▲および \blacksquare の位置).

4.2 各相の計算法と水際境界の扱い

本研究では離散化手法として、有限差分法を用いる.移流相では式(9)~(11)に基づき、流速U,V 及び水際 n_k の移流による変化量をM型CIPスキームから算定した⁶⁾. つまり、n軸方向では通常のCIPスキームを用い、s軸方向では補間点(\bigcirc)での線形補間を利用したCIP差分計算を行った.

一方,水際は以下のように簡易に取り扱った.図 -6には静水状態における河道断面内での格子点(〇) の配置を示した.図中,●は〇のn軸への射影点で ある.図に示すように、本報で定義する水際は有限 の水深 h_o を有する流体塊であり,式(11)にCIP法を適 用することで水際 $n_k(s_i,t)$ (k = right, or, left)の時間 発展を求める.このとき、水際点(●)はその点にお ける流速値に基づいて常に同じ軸上 ($n(=s_i)$)軸)を 移動し、この水際上の物理量は移流計算では保存さ れる.一方、水際点以外の移流後の格子点 n_j は両端 の水際点 n_k の間を軸上で等間隔に分割するように 移動させる.この移動に伴って格子点の物理量は変 化するが、この変化量の算定では移流前の格子点か らCIP内挿を利用した.

移流相の計算の結果,移流計算後の流速値 U^*, V^* が求められる.非移流相の計算ではこれらを用いて式(12)~(14)から次の時刻n+1での流速 U^{n+1}, V^{n+1} と水深 h^{n+1} を求める.一方,本報では流速と水深を同一点に定義しているために,この変数配置に特有の非物理的な数値振動が発生することが想定される. そこで,牛島ら^のに倣い,流速と水深の解法では水位勾配以外の項を予め格子点で評価し,連続式は格 子点間において離散化する手法を採用した.さらに, 式系(12)~(14)は完全陰形式で離散化して解く.この とき,これらの連立式は非線形である.本報ではこ

れらの式系を解く際に減速緩和法を利用して収束 解を得て,時刻n+1での流速と水深の数値解を求め た.また,非移流相の計算では差分計算を行う必要 があるが,河岸以外の計算点ではSoroban軸上のCIP 内挿と線形内挿を適宜組み合わせて計算を行った. 一方,河岸計算点で直接的な差分構成が不可能な場 合には,河岸計算点同士の値から近似的に差分計算 を行った.

5. 蛇行流における浅水流計算への適用

本節では上述の解析モデルを,緩慢な曲率を有す る規則的な仮想の蛇行河川流へと適用する.ここで は同一の基礎式(3)~(5)に対して,本報で提案する円 筒座標CIP-Soroban法(O-CIP-S法)を適用した場合,デ カルト座標CIP-Soroban法(C-CIP-S法)を適用した場 合,及び境界適合座標(BFC法)^{7),8)}を適用した場合の 各々の計算結果の比較を行い,計算法の検証を行う.

図-7には本計算で用いた仮想水路と座標系に関 する模式図を示し、同図には各座標系に適合する格 子配置も併示した.水路は直線部と蛇行部から構成 され、蛇行部は径の異なる円弧群を2周期分接続し たもので、1つの周期波に対しては蛇行波長6m,蛇 行水路長 $3\pi/\sqrt{2}$ である.既往研究の定義に従うと、 蛇行度S(=蛇行水路に沿う距離/蛇行波長)は1.11程 度となる.水路幅は $\sqrt{2}$ mであり、水路断面は矩形と した.また、水路底面の流下方向勾配は0とした. 格子点数は、O-CIP-S法では流下方向に82点、横断 方向に10点とし、C-CIP-S法ではx方向に87点、横断 方向に10点とした.横断方向の空間解像度を確保し、 曲線蛇行部をデカルト座標の格子で表現するため、 またソロバン格子特有の差分構成を実現するため に、C-CIP-S法の方は若干格子数が多い.

一方,水路側岸においては,有限の水深h_oを設定 する必要がある.そこで,本計算では側岸点付近の 底面形状はべき乗関数で表現し,h_o=0.01mとして微 小な水際移動を許容させた.また,C-CIP-Sを用いた 計算では,基礎式の上では水路の平均的な曲率をあ らゆる領域で0と設定し,水路の側壁境界に格子点 を配置することで水路の曲がりを表現した.

計算条件は以下のようにした. 上下流端では流量



図-7 計算領域スケールと格子点配置に関する模式図(O-CIP-S法とC-CIP-S法の比較)



図-8 初期条件から平衡状態までの,格子点のn座標の時系列(O-CIP-S法) 各データは, x = -1.5, 6.0, 12.0 (m)の地点での水路中央に近い格子点のn座標を示す.



図−9 x方向のa) 流速Uとb) 水位変動に関する計算結果の比較(O-CIP-S法○とC-CIP-S法○)
 H は各断面での平均水位. x=0,3,6,9,12(m)の地点での横断分布を比較した.

 Q_{in} (=0.1m³/s)及び水位 H_{out} (=0.22m)を与えた. 側岸 では流速のスリップ条件とした. また, 乱流モデル には以下の経験的 0 次モデル式を用いた⁹.

$$-\overline{u'u'} = 2D\left(\frac{1}{1+\sigma n}\frac{\partial U}{\partial s} + \frac{\sigma V}{1+\sigma n}\right) - \frac{2}{3}K \qquad (15)$$

$$\overline{-u'v'} = D\left(\frac{\partial U}{\partial n} + \frac{1}{1+\sigma n}\frac{\partial V}{\partial s} - \frac{\sigma n}{1+\sigma n}\right)$$
(16)

$$\overline{-v'v'} = 2D\frac{\partial V}{\partial n} - \frac{2}{3}K$$
(17)

ここで、Dは平面方向の渦動粘性係数、Kは水深平均乱れエネルギーである.渦動粘性係数DについてはRichardsonの4/3乗則から、Kに関しては、Nezu & Nakagawa¹⁰による乱れエネルギーの水深方向分布に関する式を水深積分して得られる値を用いた.また、底面抵抗則にはManning式を用いた.この際、粗度係数は簡単のため、一定(=0.032)とした.

本計算では各方法(O-CIP-S, C-CIP-S, BFC)を用い

て、静水状態を計算の初期条件として、定常解の比較を行う.図-8にはO-CIP-S法の場合の、初期条件から平衡状態までの、格子点のn座標の時系列を示した.各データはx=-1.5,6.0,12.0mの地点での水路中央に近い格子点のn座標を示す.図-8より、計算初期には突発的な水流入によって、各格子点は各格子軸上において水路幅比で10⁻³程度の僅かな移動を行い、その後は境界における力学的条件から動的平衡の位置へ漸近することがわかる.このことから、O-CIP-S法においても、初期の規則的な格子点配置は若干不規則となり、Soroban状の準構造格子となる.

図-9には*x*=0,3,6,9,12mの地点での*x*方向流速 *U*及び水位*H*の横断分布に関して,O-CIP-S法と C-CIP-S法とで比較して示した.これらの図から,僅 かな相違が観察されるものの,O-CIP-S法とC-CIP-S 法による結果は概ね良好に一致しており,内岸では 流速が大きく,かつ水位が低いといった,緩慢な曲 率を有する2次元浅水流の計算に特有の現象を再現



x=3m,6mの地点での横断分布を比較した.

していることがわかる.このことから,浅水流計算 における円筒座標CIP-S法が既報のデカルト座標 CIP-S法とほぼ同等の計算精度を有することが確認 される.

一方, 図-10には x = 3m, 6mの地点での x 方向流速 Uに関して、O-CIP-S法, BFC法およびC-CIP-S法を 比較して示した.なお、BFC法では移流項に1次風上 差分を利用している7,8). 図中,括弧内の数値は用い た2次元計算空間での格子数(Nx, Ny)を示す。BFC法 で格子数を増大した場合、少ない格子数を用いた場 合のO-CIP-S法やC-CIP-S法の結果にほぼ漸近するこ とがわかる.これはここで提案するO-CIP-S法の移 流計算精度の高さを示すものと考えられる.一方, C-CIP-S法ではO-CIP-S法や格子数が多い場合のBFC 法と結果が一致する.しかし,内岸近辺で流速が減 少し、それ以外では若干増加する様子も観察される. これは3.2で示した側岸での水際境界条件の影響に より、河道湾曲が急峻な場合には、側岸近辺で用い た近似的な差分構成に問題が生じ、計算結果に影響 を及ぼすからだと考えられる.よって,河道湾曲が 比較的大きい場合には、本報で提案するO-CIP-S法 の適用が検討される.

一般に河川流の解析では断面毎の流量の把握が 重要となる.一方,有限差分法を利用した本計算法 (O-CIP-S法, C-CIP-S法)では流量の保存性に関して は明確ではない.そこで,図-11には断面内の総流 量 Q の縦断変化に関して,格子数を変化させて比較 して示したものである.O-CIP-S法では格子数の増 大に従い,上流端の流入量 Q_{in}に対する断面流量の 変化は2%程度から0.5%未満となり,流量の保存は 完全ではないが,ほぼ満足されることがわかる.し かし,C-CIP-S法では縦断方向に流量誤差が徐々に増 大することがわかる.よって,C-CIP-S法では,湾曲 を有する実際的な河川流への適用時には,流量の保 存性について検討の余地がある.

5. おわりに

本報では円筒座標でCIP-Soroban法を拡張した,新 たな浅水流計算法の構築を試みた.本計算法では円



筒座標で記述された基礎式に直接CIP-Soroban法を 適合させて,仮想蛇行河川流の計算を行った.境界 適合座標を利用した蛇行河川に関する浅水流モデ ルとの比較から,本計算法はいくつかの点で改良す べき点があるものの,概ね妥当な結果を示し,有用 な手法である可能性が示された.今後は,実用性の 観点から,河道縦断方向の物理量(例えば流量など) の保存性や複断面河道への適用等を考慮して,本計 算法を柔軟に適用していきたい.

参考文献

- たとえば、清水康行・平野道夫・渡邉康玄:河岸浸食 と自由蛇行の数値計算,水工学論文集,第40巻, pp.921-926,1996.
- 中山恵介・佐藤圭洋・堀川康志: CIP法を用いた浅水流 方程式の数値計算法の開発,水工学論文集,第42巻, pp.1159-1164,1998.
- 3)たとえば、細田尚・長田信寿・岩田通明・木村一郎:一般座標系での主流と2次流の遅れを考慮した平面2次元流モデル、水工学論文集、第44巻、pp.587-592,2000.
- 4) Yabe, T., Mizoe, H. Takizawa, K., Moriki, H. Im, H. and Ogata, Y.: Higher-order schemes with CIP method and adaptive Soroban grid towards mesh-free scheme, *J. Comput. Phys.*, Vol.194, pp57-77, 2004.
- 5) 中村恭志・石川忠晴・矢部孝・滝沢研二: Soroban格子 法に基づく浅水 2 次元自由水面流れの計算手法の開発, 水工学論文集,第49巻, pp.685-690,2005.
- 6) 牛島省・竹村雅樹・禰津家久: コロケート格子配置を 用いたMAC系解法の計算スキームに関する考察, 土木 学会論文集, No.719/II-61, pp.11-19, 2002.
- 7) 水理公式集・例題プログラム集,例題2-8,土木学会, 2001.
- 吉田圭介・石川忠晴: 2次流の時間発展を考慮した水深 積分モデルに関する基礎的検討,水工学論文,第50巻, pp.781-786, 2005.
- 9) 梶島岳夫: 乱流の数値シミュレーション, 補遺1および 2,1999.
- Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR-Monograph, Balkema, 1993.

(2006.9.30受付)