

四面体サブセル法を用いる 市街地に流入する氾濫流の 3 次元数値計算

3D NUMERICAL PREDICTION FOR FLOOD FLOWS INTO
RESIDENTIAL AREA WITH TETRAHEDRON SUB-CELL METHOD

牛島 省¹・牧野 統師²・禰津 家久³

Satoru USHIJIMA, Osashi MAKINO and Iehisa NEZU

¹ 正会員 工博 京都大学大学院助教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

² 学生員 京都大学工学部 社会基盤工学専攻 修士課程 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

³ フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

A computational method has been proposed to predict the flooded flows entering residential areas due to levee breaks and tsunamis. The focus is placed on the local free-surface flow whose momentum is so large that some buildings may be destroyed. The computational method is based on 3D MICS, a computational method for incompressible multiphase fields. In order to deal with complicated-shaped buildings in the areas, a tetrahedron sub-cell method has been newly introduced in 3D MICS. The arbitrarily-shaped bodies are represented as the assembly of multiple tetrahedron elements and their volumetric fraction in 3D computational cell is evaluated by the sub-cell method. A numerical model for the actual urban area near a river was set up and the artificial flooded flows were demonstrated with the present method.

KeyWords : 3D MICS, tetrahedron element, sub-cell method, urban flood, tsunami

1. はじめに

津波や洪水時の破堤等によって発生する氾濫流は、局所的に非常に大きい運動量を有する自由水面流れとなる場合があり、建物を損壊させたり、地上にある樹木や種々の物体を移動・破壊するなどの被害をもたらすことがある。このような災害の具体例としては、平成 16 年 7 月の新潟豪雨における刈谷田川中之島地区の破堤により、破堤点近傍にあった寺が流失した他、その付近の複数の家屋が全壊・流失・大破したという報告がある¹⁾。また、2004 年のインド洋大津波では、各地で建物の損壊が確認され、地上にあった車両や樹木、さまざまな物資などが輸送される状況が映像として記録されている。

既往の氾濫解析では、氾濫域全体を計算対象とし、浸水区域の時間的な広がりをつまえることなどに重点が置かれてきた。このため、詳細な格子分割が用いられた計算例もあるが²⁾、一般には計算対象は浸水区域をカバーする広い範囲とされ、建物や道路配置などの影響は等価粗度³⁾や実験的に得られた抗力係数⁴⁾を用いて評価されている。一方、自由水面流れの流体力が主たる要因となって発生する家屋の損壊や物体輸送を把握するには、局所的な氾濫流の流況に着目した 3 次元計算が必要であると考えられる。

破堤箇所近傍の洪水氾濫流や海岸線に近い沿岸付近における津波氾濫流など、局所的に大きい運動量を持つ自由水面流れによる災害状況を適切に把握するためには、 C_d 値などの経験定数等を用いることなく流体力を評価できる 3 次元モデルを利用することが有効であり、その 1 つに 3 次元多相場に対する数値解法 (3D MICS) がある⁵⁾。この解法により、建物間に浸入する自由水面流れ⁶⁾や水路を遡上する波動流れの氾濫流⁷⁾の実験結果が妥当に再現されることが示されている。

しかし、これらの適用例では、実験模型形状がごく単純であったため、構造物境界面は 3 次元計算セルと一致するものとしていた。本報では、実際の建物形状などを再現できるように、四面体要素から構成される物体を扱うための検討を行った。提案された手法により、アーチ状の構造物やトンネル部分の自由水面流れなど、水深積分型のモデルでは計算できない任意形状物体周辺の流れを扱うことが原理的には可能である。

本報では、四面体要素を用いる場合に、計算セル中に占める物体体積を算定するためのサブセル法を提案し、その計算精度などを検討する。また、ドライベッ ト上に浸入する波動流れに関する水理実験を行い、四面体サブセル法を導入した解法を検証する。最後に、河岸付近の市街地平面図から作成した 3 次元モデルを用いて、3D MICS の適用性を検討する。

2. 数値解析手法

複数の任意形状の物体を含む計算領域において、3次元自由水面流れの計算を行うには、物体形状の取り扱いが問題となる。本報では、物体を含む流れ場を取り扱うことが可能な3次元多相場の数値解法(3D MICS)を用いる。この解法では、物体よりも十分小さいEuler格子により計算セルが構成され、計算セルに含有される物体体積に基づいて物体の影響がセルの代表値に反映される。そして、場全体が一流体モデルにより計算され、その結果から物体に作用する流体力が求められる。既報⁵⁾では、この解法により、球体の抗力係数や3次元自由水面流れによる球体の運動などが計算されることが示されている。

本報では、球形に限らず、空間中に固定された任意の3次元形状の物体を3D MICSで扱う方法を検討する。物体は四面体要素で構成されるものとし、計算セル中に含有される物体体積の計算法には四面体要素に対するサブセル法を新たに用いる。

(1) 3次元自由水面流れの計算法

流体計算法は、既報⁵⁾の3D MICSと同様である。ここでは基礎式と計算方法の概要のみを示す。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

式(1)はEuler表記による質量保存則、式(2)は非圧縮条件、式(3)は保存形表示された運動方程式である。 t と x_i は時間と3次元直交座標系の座標成分を表す($i = 1, 2, 3$)。 ρ , μ , p は順に計算セル内の体積平均操作によって求められる密度、粘性率、圧力である。また、 u_i はセル内の質量平均により算出される流速成分である。 f_i は外力(体積力)の加速度成分を表す。相間の界面張力は本報では考慮していない。

計算方法の概要は以下のとおりである。最初に、後述する四面体要素のサブセル法により、計算セルに含まれる物体体積を算出し、体積平均された物性値等を求める。次に、コロケート格子を用いる非圧縮性流体計算法に従い、まずセル中心で流速の推定値を求め(予測段階)、これをセル境界に空間内挿して圧力勾配を考慮し、C-HSMAC法⁸⁾による圧力計算を行う。予測段階の計算では、陰的解法であるC-ISMAC法⁹⁾を使う。自由水面形状は、式(1)を数値拡散を抑制する保存形スキームで解いて求める。

(2) 建物の3次元形状の表現方法

任意形状物体は固体の領域であり、本報では物体は空間中に固定されていて、流れにより移動することはないものとする。有限要素法による固体解析では、しばしば計算対象が複数の四面体要素を用いて表現される。このように、四面体要素を用いると物体形状を近似的に表現できるので、本報でも同様の方法を用いることとした。

本報で扱う複雑形状物体は、氾濫流を想定した自由水面流れの中に存在する家屋などの建造物である。都市部における一部の建造物形状の情報は数値化されているが、一般にはこのような数値データを利用することは現段階では難しく、詳細な地図を参考にして、建物形状を推定することが多いと考えられる。このため、本報では平面図に記載された情報から、擬似的に建物の3次元形状を構成する方法を検討した。なお、平面図からは建造物の高さを知ることはできないので、物体の鉛直方向の寸法にはある適当な数値を与えることとする。

建物の3次元形状を設定し、これを四面体要素に分解するための具体的な手順は以下の通りである。

- 1) 図-1(a)に示すように、建物の平面形状を三角形要素の集合として表現する。
- 2) 建物の上面は水平面であると仮定して、図-1(b)のように、三角形要素に適当な高さ h_b を与えて三角柱要素とする。
- 3) 図-1(c)のように、各三角柱要素を3つの四面体要素に分解する。

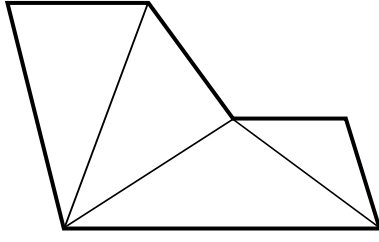
なお、建物の細部の形状もデータが入手できれば上記の要領で再現可能である。

(3) 四面体要素サブセル法

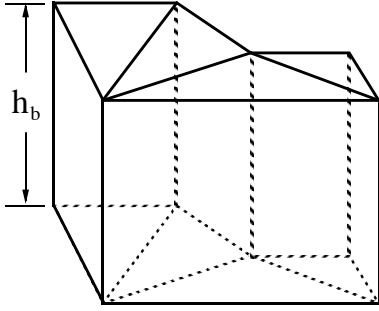
3D MICSでは物体のスケールに対して十分解像度の高いEuler格子を用いて数値計算が行われる。任意形状物体の境界とセル境界は通常一致しないので、計算セル中には任意形状物体の一部の領域が含まれる形となる。このような計算セルには、物体が有する物性値が反映された代表値(体積平均値)が設定される。この代表値を定める際に、計算セル中に占める物体領域の体積割合を算出する必要がある。この演算を簡略かつ精度良く行うために、既報⁵⁾で提案した球形物体に対するサブセル法と同様の原理を拡張して、これを四面体要素に対応するものとした。

本報のサブセル法では、次のような手順で計算セル中に占められる四面体要素の体積割合を評価する。

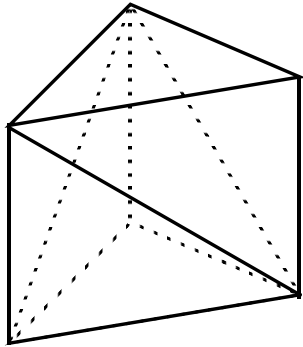
- 1) 図-2(a)に示されるように、四面体要素の重心点位置と重心点から最も遠い位置にある四面体頂点



(a) 平面形状を三角形要素で表現



(b) h_b を与えて三角柱とする

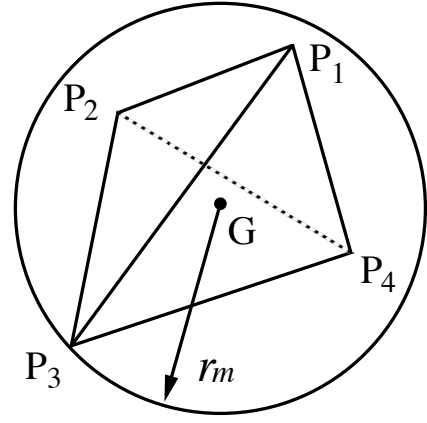


(c) 四面体要素に分割

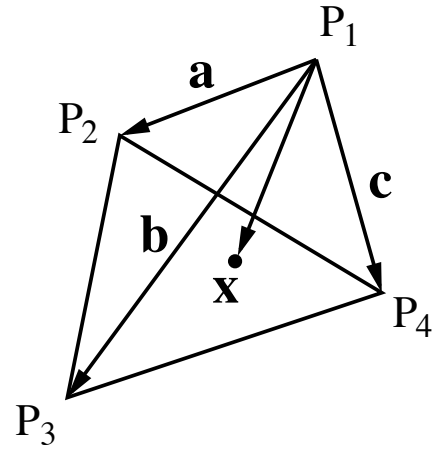
図-1 四面体要素で構成される建物形状の設定方法

までの距離 r_m を求める。

- 2) 四面体要素を含む可能性が高い計算セルを特定するために、重心点を中心とする半径 r_m の球体を設定し、直方体セルの8個の頂点のうち、いずれかが1つ以上この球体に含まれるセルを選択する。
- 3) 選択された計算セルに対して、1つのセルを複数のサブセルに分割する操作を行う。あるサブセルの重心点位置を $\mathbf{x}$ とするとき、 $\mathbf{x}$ が四面体要素に含まれるか否かを後述する方法により判定する。
- 4) 1つの計算セルのうち、四面体要素に含まれるサブセル数をカウントして、セル内の物体体積を算出する。



(a) 重心点を中心とする半径 r_m の球



(b) サブセル重心点 $\mathbf{x}$ と四面体を構成するベクトル

図-2 四面体要素に対するサブセル法

サブセルの重心点 $\mathbf{x}$ が四面体要素に含まれることを判別する方法は以下のようにした。図-2 (b) に示すように、四面体のある頂点 P_1 を基準点として、これを始点とする3つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を定める。 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が列ベクトルであるとするとき、各列がこれらから構成される 3×3 行列 A を定める。

$$A = [\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] \quad (4)$$

サブセルの重心点位置が、四面体頂点 P_1 を基準とするベクトル $\mathbf{x}$ で与えられるときに、次式の $\mathbf{y}$ を求める。

$$\mathbf{y} = A^{-1}\mathbf{x} \quad (5)$$

そして、 $\mathbf{y}$ の各成分 y_i ($i = 1, 2, 3$) の和 s を計算する。

$$s = \sum_{i=1}^3 y_i \quad (6)$$

各 y_i が0以上で、 $0 \leq s \leq 1$ であれば、サブセルの重心点は四面体要素に含まれると判定し、そうでなければ四面体要素の外部にあるとする。

表-1 計算セル数と四面体体積の誤差

計算セル数	誤差 (e)
$2 \times 2 \times 2$	-1.6×10^{-2}
$3 \times 3 \times 3$	6.3×10^{-4}
$5 \times 5 \times 5$	8.6×10^{-4}
$10 \times 10 \times 10$	-6.4×10^{-4}

表-2 サブセル分割と四面体体積の誤差

サブセル分割	誤差 (e)
$5 \times 5 \times 5$	-1.6×10^{-2}
$10 \times 10 \times 10$	-7.2×10^{-3}
$20 \times 20 \times 20$	-1.7×10^{-3}
$30 \times 30 \times 30$	-3.1×10^{-4}

(4) 四面体要素サブセル法の精度

四面体要素に対するサブセル法の精度を確認するため、一辺の長さが 2.0 の立方体の計算領域の内部に四面体が置かれたときの体積をサブセル法により求めた。四面体は一辺の長さが 2.0 の正四面体とした。計算領域内の計算セル数を $2 \times 2 \times 2$ から $10 \times 10 \times 10$ まで変えて、四面体体積を求める。一方、サブセルを設定する際には、1つの計算セルを $5 \times 5 \times 5$ に分割するという条件を共通に使用した。

サブセル法では、上述のように、四面体要素内に含まれるサブセル数 N_s をカウントし、サブセルの体積 v_s との積を求めて、これを四面体体積の推定値 V_{et} とする。一方、実際の四面体体積 V_t は式 (4) で定められる行列 A の行列式を用いて、次式から計算される。

$$V_t = \frac{|A|}{6} \quad (7)$$

計算誤差 e は、次式から求めた。

$$e = \frac{V_{et} - V_t}{V_t} \quad (8)$$

各条件における計算誤差を表-1 に示す。

表-1 に示されるように、正四面体の一辺が計算セルの 2 倍程度であると、体積の誤差は約 1.6% となるが、一辺の長さがセルの 3 倍以上となる条件とすれば、誤差は十分小さくなることが確認された。

なお、計算セル数を 27 以上に増加させても精度がほとんど変わらない理由は、サブセル分割の条件が固定されているためと考えられる。計算領域内の計算セル数を $2 \times 2 \times 2$ に固定して、サブセル分割を変化させたときの計算誤差を表-2 に示す。このように、正四面体の一辺が計算セルの 2 倍程度であっても、サブセル分割を細かくすることにより精度は向上する。本報の以下の計算では、サブセル分割数は $5 \times 5 \times 5$ とした。

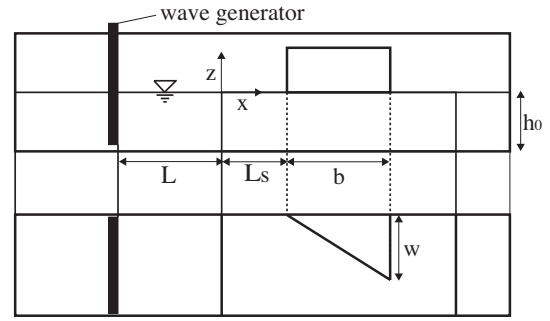


図-3 実験水槽の概略図 (上は側面図, 下は平面図, $L = L_s + b = 0.6(\text{m})$)

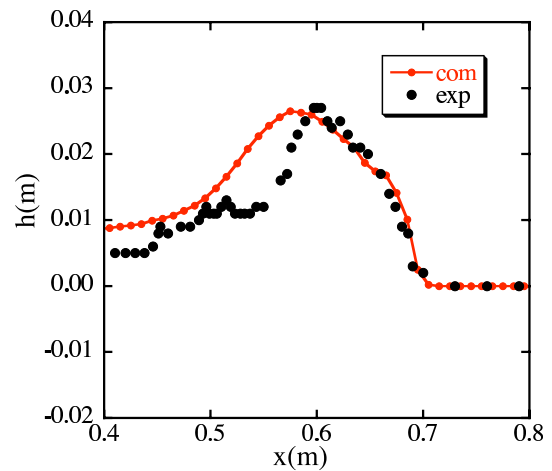


図-4 水面形の比較 (h はステップ上面を基準とする水深)

3. 水理実験と解法の検証

四面体要素から構成される物体周辺の自由水面流れが適切に扱われることを確認するため、水理実験とこれを対象とする計算を行い、両者の結果を比較する。水理実験は、図-3 に示す造波装置が備え付けられた水槽を用いて行われた。水槽内には図-3 中に示すように、高さ 0.1 m のステップが固定されている。このステップの上に、底面が直角三角形 ($w = 0.14 \text{ m}$, $b = 0.14 \sqrt{3} \text{ m}$) である三角柱が固定されている。

実験では、初期の静水水深 h_0 を 0.1 m として、造波板を 0.25 m/s の速度で 0.15 m 移動させて造波し、ステップ上のドライエリアに浸入した波動流れが三角柱と干渉しながら流下する状況を作り出した。この流れに対して、三角柱が置かれていない側面からの画像をビデオで撮影し、画像処理により水面形を把握した。

図-4 に $x = 0.6 (\text{m})$ 付近で水深が最大となるときの水面形を示す。三角柱の側面から反射する波と縮流の効果により、先端部付近の水深が大きい水面形が形成される。波動流れの進行方向逆側の水面形にやや相違があるが、水深が増加する部分や波高に関してはほぼ妥当な計算結果が得られている。

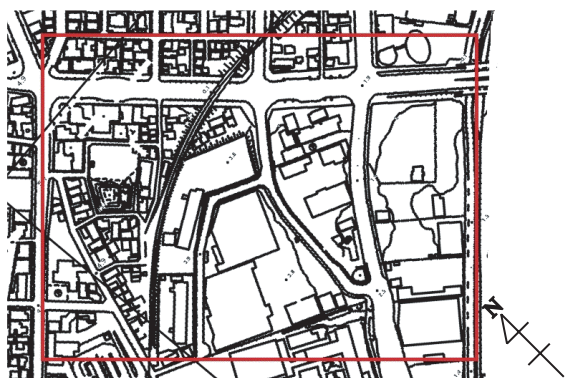


図-5 計算対象域の平面図 (右端が河岸)

4. 市街地モデルへの適用

市街地には地形の起伏や縦横に接続する道路があり、複雑な形状の建物が不規則に存在していることが多い。実際の市街地に近い状況において、自由水面流れの計算が行えることを確認するため、河岸近くに位置するある地点をモデルとする計算を行った。

計算対象域の平面図を図-5に示す。平面図の右端が河岸に相当する。図中には等高線等の情報が含まれているため、建物配置がやや判別しにくい。図の上部には左右に向かう標高の低い道路があり、図の中央下部付近は標高がやや高い地形となっている。

計算対象は図-5中の赤枠部分の上下約325m、左右約420mの矩形領域である。地盤高さは平面図に記載された標高を各セルで平滑化して設定した。また、建物配置は図-5の主要なものを対象に平面形状を読み取り、2. (2) および (3) で述べた手順に基づいて3次元形状を定めた。三角柱の総数は255個であり、それぞれが3個の四面体で表されるため、四面体の総数は765個となっている。細かい建物群を1つの建物としたり、形状が正確に表現されていないものも含まれている。また、建物高さは人為的に一定の値としている。以上の理由から、ここで用いる計算条件は地点の情報を正確に反映するものではなく、状況を概略的に表現する計算モデルと考えられる。

計算では、河川部分の領域を含めた上記の数値データを約1/30のスケールに縮小し、計算対象領域を河岸と垂直な方向に下線部領域を含めて18.5m、平行な方向に11mの大きさとした。計算セル数は約4万とし、浸入する自由水面流れと上部の空気の水相を同時に計算した。移流項の計算には5次精度のTVDスキームを陰的解法であるC-ISMAC法とともに用いた。1ステップの時間刻み Δt は 2.0×10^{-2} 秒とした。また、圧力計算におけるC-HSMAC法の計算にはBi-CGSTAB法を使用し、連続性の誤差のしきい値は 1.0×10^{-10} とした。

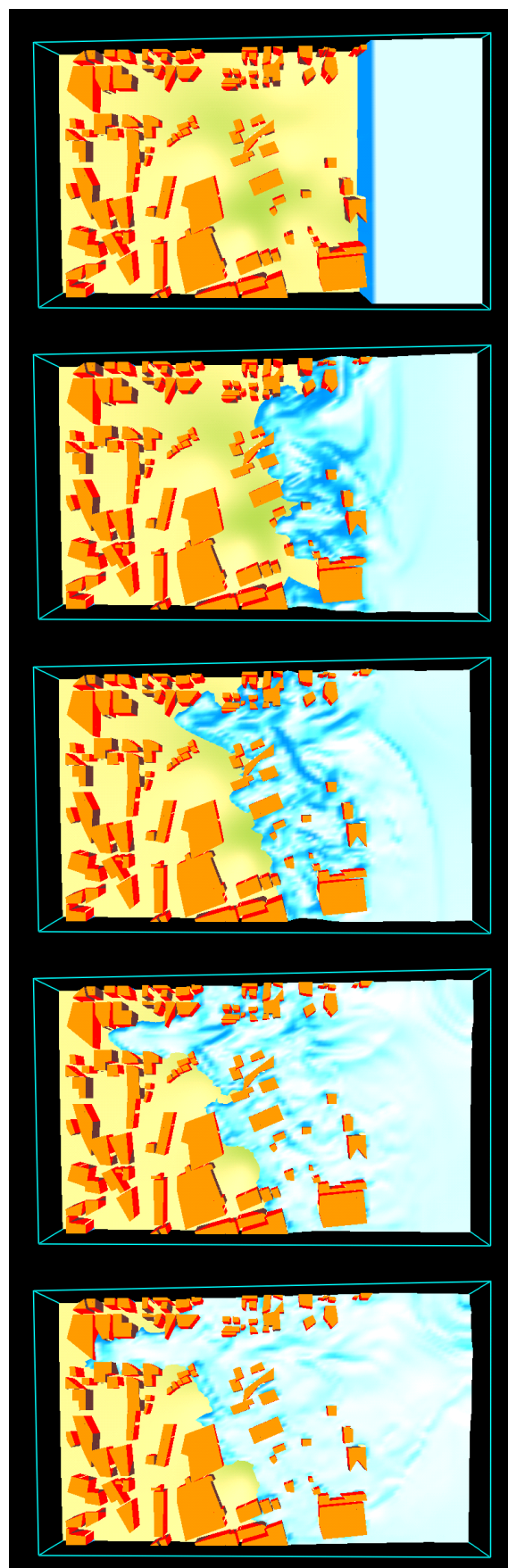


図-6 市街地モデルによる計算結果 (上方から見た結果。図は上から順に、初期状態、以下1.6秒ごとの結果)

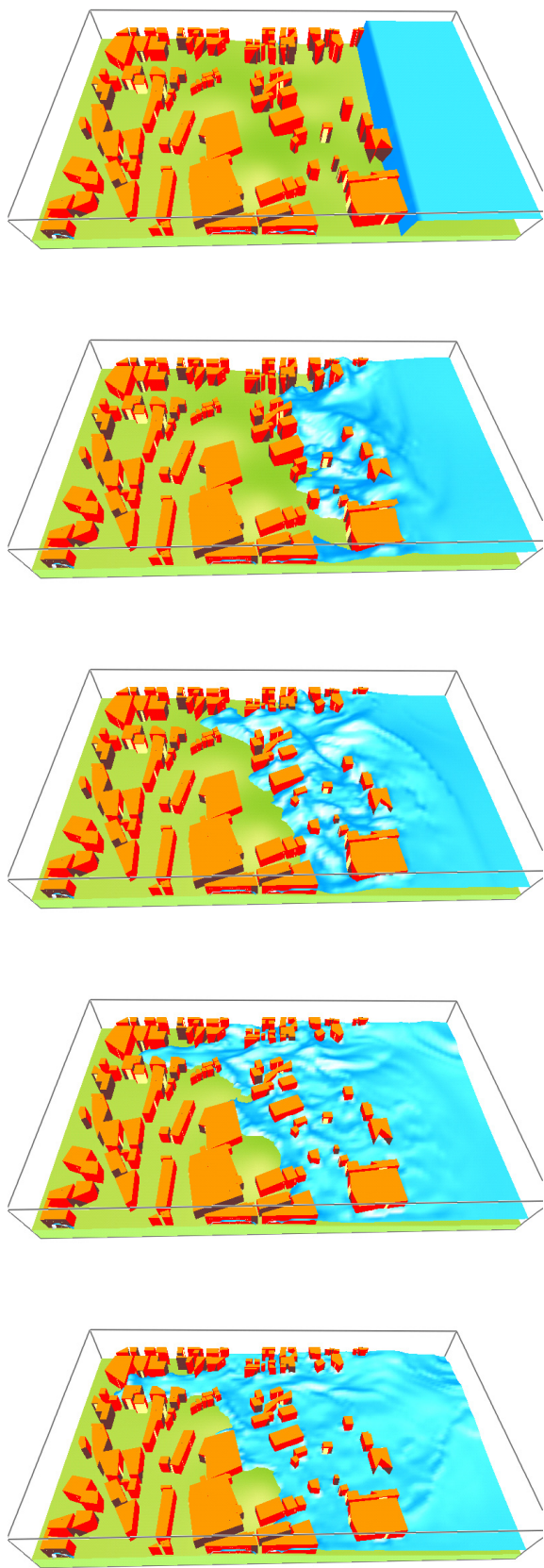


図-7 市街地モデルによる計算結果 (側面斜め上から見た結果。図は上から順に、初期状態、以下 1.6 秒ごとの結果)

数値計算では、簡単のため河岸より右側の領域に左右の幅 4.3m、高さ 1.9m の水柱を設定し、ダムブレイク流れを発生させることにより自由水面流れを発生させた。この擬似的な氾濫流が建物や地形等の影響を受けながら流下していく非定常的な挙動を計算した。

計算結果を図-6 と図-7 に示す。これらは同じ計算結果を違った角度から見たものである。各図最上段は初期条件を表す。図-5 の上部に左右に向かう道路部分には標高 0.9m と示される部分があり、他の土地より低い領域となっている。この道路に沿って氾濫流は流入することが計算結果には明瞭に示されている。また、河岸に近い位置にある建物により、流体運動量が低減される状況が計算結果に示されている。

5. おわりに

本報では、3次元多相場の解法 (3D MICS) に四面体サブセル法を導入し、市街地における建物などの形状をより正確に扱える手法とした。計算精度の確認や水理実験結果を用いた基本的な検証を行うとともに、河岸付近の市街地平面図から作成した 3次元モデルを用いて、3D MICS の適用性を検討した。建造物に作用する流体力の評価と検証が今後の課題である。

謝辞：市街地モデルデータの作成にご協力頂きました円界正憲氏 (現・株式会社森本組) に謝意を表します。

参考文献

- 1) 鈴木進吾, 越村俊一, 原田賢治, 岡本学, 福留邦洋, 菅磨志保, 河田恵昭. 2004 年 7 月新潟豪雨水害の災害調査による家屋被害関数の構築. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 439-444, 2005.
- 2) 細山田得三. 7・13 新潟豪雨災害での住宅区域の氾濫流解析. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 589-594, 2005.
- 3) 末次忠司, 栗城稔. 改良した氾濫モデルによる氾濫流の再現と防災への応用に関する研究. 土木学会論文集, No. 593/II-43, pp. 41-50, 1998.
- 4) 福岡捷二, 川島幹雄, 横山洋, 水口雅教. 密集市街地の氾濫シミュレーションモデルの開発と洪水被害軽減対策の研究. 土木学会論文集, No. 600/II-44, pp. 23-36, 1998.
- 5) 牛島 省, 山田 修三, 藤岡 奨, 禰津 家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79-89, 2006.
- 6) 牛島省, 牧野統師, 禰津家久. 建物間に浸入する氾濫流に対する 3次元多相場の数値計算法 (3D MICS) の適用. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 673-678, 2006.
- 7) 牛島省, 牧野統師, 円界正憲, 禰津家久. 水路を遡上する波動流れとその氾濫流に対する 3次元数値計算. 水工学論文集, Vol. 50, pp. 679-684, 2006.
- 8) 奥山洋平, 牛島省. 非構造コロケート格子を用いる非圧縮性流体計算の圧力解法に関する考察. 水工学論文集, Vol. 48, pp. 703-708, 2004.
- 9) 牛島 省, 禰津 家久. 陰解法を用いたコロケート格子による高精度の流体解析手法の提案. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 21-30, 2002.

(2006.9.30 受付)